



UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN



**MODELO ENDOCRÍTICO**  
APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICAS DEL  
PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Autor: Pedro J. Angulo Landaeta  
Tutor: Dr. Próspero González

Valencia, junio de 2012



UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN



**MODELO ENDOCRÍTICO**  
APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICOS DEL  
PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Prof. Pedro José Angulo Landaeta

Tesis Doctoral presentada ante la  
Ilustre Universidad de Carabobo  
para optar al título de Doctor en  
Educación.

Valencia, junio de 2012



UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN



## VEREDICTO

Sobre el trabajo de Tesis Doctoral presentado por PEDRO JOSÉ ANGULO LANDAETA para optar al título de Doctor en Educación.

Nosotros, Miembros del Jurado Examinador y designados para la Evaluación del Trabajo Titulado “**Modelo Endocrítico: Aproximaciones teórico-metodológicos del pensamiento matemático**” presentado por Pedro José Angulo Landaeta, Cédula de Identidad V-6.163.692, para optar al Título de Doctor en Educación

Dejamos constancia de lo siguiente:

---

—

---

---

Nombre y Apellidos

Cédula de Identidad

Firma del Jurado

---

---

---

Valencia, junio de 2012

## DEDICATORIA

Convincentemente, doy mi reconocimiento de fe al creador de todas las creaciones, omnipresente, omnipotente y omnisciente, Padre Celestial, por haberme iluminado de ideas y entendimientos para reflexionar sobre los operadores existenciales que, probablemente, sostiene el sentido de la vida y bajo esa tutela me permitieron elaborar constructos de esperanzas en experiencias educativas; además, me llenaron de energías con las cuales nunca decline mi voluntad y compromiso antes las adversidades y los obstáculos vivenciales.

Del reconocimiento al gesto de la gratitud esta la dedicatoria; en este sentido, dedicó esta modesta producción a mi esposa, María del Carmen, quien en silencio y en constante colaboración impulsaron, nutrieron y abonaron condiciones que inquebrantablemente ayudaron a lograr el feliz término de la obra que hoy en su atención pueden leer. Mis sinceros voto de dedicación, María del Carmen.

## AGRADECIMIENTO

Detrás de toda obra humana hay una suma de otras obras humanas, quienes invisiblemente articulan fuerzas creadoras, es así que, en la mente del autor siempre está presente ese recuerdo como un gesto de infinito agradecimiento cuya manifestación a través de cualquier producto cultural siempre quedará corta y nunca describirá la verdadera dimensión de su influencia.

Honrar la memoria de quienes en algún momento constituyó piezas claves en la producción de una obra, se convierte ante los ojos de los demás en un singular acto de retribución pero en el fondo es un elevado sentimiento de afecto de quien produce hacia sus columnas de apoyo ontológico, epistemológico y sociocultural.

En virtud de lo antes expuesto, mi profundo agradecimiento al Dr. Próspero González por sus gestos de bondad y colaboración permanente; igualmente, al Lic. Rafael Ascanio, que con su apoyo e interés permitieron el feliz término de la obra. Y, por último no menos importante al Dr. Miguel Castillo quien formó en mi mente la actitud crítica dialéctica hacia el pensamiento matemático y las hondas raíces de mis posturas existencialista. Mis sinceros respetos.

## ÍNDICE GENERAL

	pp.
<b>DEDICATORIA</b>	iv
<b>AGRADECIMIENTO</b>	v
<b>INDICE DE CUADROS</b>	viii
<b>RESUMEN</b>	ix
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>ESCENARIO DE INTERÉS INDAGATORIO</b>	
Conjeturas de la Investigación.....	01
Objetivos de la Investigación	
Objetivo General.....	12
Objetivos Específicos.....	12
Justificación.....	13
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>ESTUDIO REFERENCIAL</b>	
Antecedentes.....	15
Bases Teóricas.....	18
<b>CAPITULO III</b>	
<b>CONTEXTO METODOLÓGICO</b>	
Tipo y Diseño de Investigación.....	34
Etapas de la Investigación.....	38
Etapa 1: Referida a la elaboración del Proyecto....	38
Etapa 2: Referida a la Construcción del Modelo....	38
Etapa 3: Referida a la Prueba de Contrastación....	39
Etapa 4: Referida a la Presentación Final.....	39
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>EVOLUCIÓN Y TENDENCIA DEL SIGNIFICADO</b>	
<b>EDUCACIÓN MATEMÁTICA: EN LA PISTA DE UN</b>	
<b>CONSTRUCTO</b>	
Apertura.....	40
Enseñar a enseñar.....	42
Aprender haciendo.....	52
Saber enseñar un saber enseñado.....	60

Aprender a aprender.....	73
...y entonces ¿Qué es Educación Matemática?.....	77
<b>CAPITULO V</b>	
<b>MODELO ENDO-CRÍTICO: APROXIMACIONES</b>	
<b>TEÓRICAS-METODOLÓGICAS DEL PENSAMIENTO</b>	
<b>MATEMÁTICO</b>	
Apertura.....	79
Soporte vertical del Modelo Endocrítico: hombre, sociedad y Educación	82
Matemática.....	87
¿Porqué un Modelo Endocrítico?.....	90
¿Para qué el Modelo Endocrítico?.....	92
Visión del Modelo Endocrítico.....	
Elementos teórico-metodológico del Modelo	94
Endo-crítico: Zona de desarrollo.....	96
Espacio Vital de desarrollo.....	98
Sujeto-mundo-escolar.....	103
Contexto de significación.....	123
Proyectos.....	
Estructuras Disipativas.....	127
El perfil del aprendizaje.....	129
La reflexión endo-crítica.....	132
El método: un enfoque singular.....	140
<b>CAPITULO VI</b>	
<b>ESTUDIO LOCAL</b>	
Investigar en Educación Matemática.....	155
Aspecto 1: Problema.....	156
Aspecto 2: Marco teórico y metodológico.....	158
Balance de hallazgos en la entrada del proceso indagatorio.....	164
Tratamiento de la situación didáctica experimentada...	169
Análisis estadísticos.....	188
Discusión.....	190
<b>CAPITULO VII</b>	
<b>CONSIDERACIONES INTERPRETATIVAS.....</b>	194
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	200

## ÍNDICE DE CUADROS

<b>Cuadros</b>		<b>pp.</b>
<b>1</b>	Elementos que sostienen al contexto de significación...	
<b>2</b>	Esquema.....	
<b>3</b>	Modelo Endocrítico.....	
<b>4</b>	Guión didáctico.....	
<b>5</b>	Guión didáctico del estudio local.....	
<b>6</b>	Registros descriptivos de la incidencias orales.....	
<b>7</b>	Registros descriptivos de las sesiones de clases Transformadas de Laplace.....	
<b>8</b>	Registros de entrevista en profundidad n° 1.....	
<b>9</b>	Registros descriptivos de las sesiones de clases Análisis de Fourier.....	
<b>10</b>	Registro del interrogatorio Evaluación oral 14-06-2010.....	
<b>11</b>	Registro de entrevista en profundidad n° 2.....	

UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

**MODELO ENDOCRÍTICO**  
APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICAS DEL  
PENSAMIENTO MATEMÁTICO

AUTOR: PEDRO J. ANGULO L.  
TUTOR: DR. PRÓSPERO GONZÁLEZ

**RESUMEN**

La Sociedad del Conocimiento puede ser un referente para innovar tendencias en generación, difusión y utilización de conocimientos. Particularmente, las reformas educativas del contexto venezolano están orientadas a la construcción de formatos de investigación, desarrollo e innovación no sólo en su uso y aplicación, sino en estilos de convivencias ordinarios y cotidianos. Sin embargo, productos culturales concebidos al término de los procesos educativos del contexto venezolano revelan un ambiente sensible de preocupación, cuyos reportes dan cuenta de: a) bajo rendimiento y prosecución escolar (CICE, 2005); b) alarmante calidad educativa (Duplá, 2000); entre otros. De cara a las expectativas educativas no superadas se propuso construir un soporte teórico-metodológico del pensamiento matemático a través del “Modelo Endocrítico”. Las coordenadas teóricas del modelo postulan que la relación existencial implica la relación de conocimiento, por lo tanto, la convivencia escolar del acto educativo en Matemática puede ser un laboratorio que genere contextos de significación y proyectos humanos en los estudiantes. El proceso metodológico de la investigación fue mixto con diseño crítico-hermenéutico y caracterizado en dos momentos: gnoseológico y epistemológico. El gnoseológico se basó en la elaboración del Modelo Endocrítico y el epistemológico tuvo un ensayo empírico que se caracterizó en el enfoque “*de la innovación a la renovación*”. El proceso indagatorio se representó en tres pasos (problema, intento de solución y contrastación) referido a una situación local de aprendizaje en la Matemática para contrastar teorías del modelo con respectos a hechos vividos y observados en la experiencia. Consideraciones interpretativas mostraron que la evidencia empírica resultó favorable con las conjeturas teóricas del Modelo Endocrítico; es decir, todo proceso educativo sensibilizado desde la relación existencial de los estudiantes puede promover una relación didáctica de conocimiento más promisorio con respecto a prácticas escolares convencionales; pero, el sentido acucioso nos obliga a ser críticos frente al ensayo: *debemos estar atentos a nuevos espacios indagatorios*.

**Descriptor:** Pensamiento Matemático Escolar, Didáctica del Pensamiento Matemático, Modelo Endocrítico.

UNIVERSITY OF CARABOBO  
GRADUATE STUDY AREA  
FACULTY OF EDUCATION  
DOCTORATE IN EDUCATION

**MODELO ENDOCRÍTICO**  
APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICOS DEL  
PENSAMIENTO MATEMÁTICO

AUTHOR: PEDRO J. ANGULO L.  
TUTOR: DR. PRÓSPERO GONZÁLEZ

**ABSTRACT**

The knowledge society can be a reference to innovate trends in generation, dissemination and use of knowledge. In particular, the Venezuelan context of educational reforms are aimed at building research formats, development and innovation not only in its use and application, but in styles of ordinary, everyday coexistence. However, cultural products designed at the end of the educational processes of the Venezuelan context reveal a sensitive environment of concern, whose reports are counts of: a) poor performance and continuation school (CICE, 2005), b) alarming educational quality (Duplá, 2000 ), among others. In order to overcome educational expectations not set out to build a theoretical and methodological support of mathematical thinking through "Endocrítico Model." The coordinates of the model theory postulates that the existential relationship means the relationship of knowledge, hence school life the educational act in Mathematics can be a laboratory that produces meaning and context of human projects for students. The methodology of the research was critical design mixed-hermeneutic and characterized in two stages: epistemological and epistemology. The epistemological development was based on the Model and the epistemological Endocrítico had an empirical test that was driven approach "of innovation to the renewal." The investigative process was performed in three steps (problem, solution attempt and contrast) referred to a local situation in mathematics learning theories to contrast the model with respects to events experienced and observed in the experiment. Interpretative considerations showed that the empirical evidence was favorable to the theoretical assumptions of the model Endocrítico that is, every educational process from the existential relationship sensitized students can promote teaching of knowledge regarding most promising with respect to conventional school practices, but the diligent sense forces us to be critical of the trial: we must be attentive to new investigatory spaces.

**KEYWORDS:** Mathematical Thinking Schools, Thinking Teaching Math, Model Endocrítico.

## **CAPÍTULO I ESCENARIO DE INTERÉS INDAGATORIO**

### **Conjeturas de la Investigación**

Probablemente, en estos días el umbral sobre el constructo de la Sociedad del Conocimiento pudiera ser la referencia que con mayor fuerza haya captado la atención e interés en diversos sectores sociales. Así, se tienen testimonios culturales, tales como: la informática, la microelectrónica, la biotecnología, el descubrimiento de nuevos materiales, las telecomunicaciones, la búsqueda de energía alternativa, el empleo racional de innovadores medios de transportes y la química fina. Asientan manifestaciones singulares que revelan inmensos esfuerzos concentrados en la Investigación, Desarrollo e Innovación (I+D+i) para el uso inteligente de las transferencias tecnológicas (en especial, el panorama de las tecnologías nanoscópicas), la circulación mundial de redimensionados modelos científicos y la difusión de información digital.

La Sociedad del Conocimiento gira en torno al capital cognitivo del género humano, el cual es dinamizado esencialmente por el desarrollo de nuevas tendencias en la generación, difusión y utilización del conocimiento. Al respecto, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y Cultura (UNESCO, 2005) sostiene que:

La Sociedad del Conocimiento será la sociedad intelectual; el capital se convierte cada vez en un capital de conocimiento avanzado y de competencia para resolver problemas o crear soluciones nuevas (pp. 12).

Ahora bien, la afirmación precedente estimula la reflexión en postular a la Sociedad del Conocimiento como una sociedad con disposición y capacidad para generar, apropiarse, transformar y utilizar los saberes tanto científico-tecnológicos como histórico-sociales en búsquedas de estrategias prospectivas que conduzcan al desarrollo y

progreso; además, reviste un espacio de reflexión y desafío que permite crear sensibilidad social en la generación de expectativas educativas y, cuya orientación está dirigida hacia el beneficio de progreso humano y avance cultural del Estado venezolano.

Así mismo, Matsuura (2005) afirma que la tercera revolución industrial está encabezada por las tecnologías convergentes (nanotecnología, biotecnología, infotecnología y cognotecnología) las cuales se refieren a estudios interdisciplinarios y la contribución sinérgica del enfoque nanoscópico a otros espacios científicos. Esta orientación replantea un cambio de cómo hacer las cosas, puntualizando una metodología científica abierta hacia nuevos horizontes que permita la transición de lo moderno a lo postmoderno; en consecuencia, el modelo determinista de la tradición inducción-analítico ha sufrido fracturas epistemológicas, remplazándose por la actitud crítica-hermenéutica ante lo posible y con ello el paso a un modelo probabilístico.

En este sentido, las comunidades científicas están cambiando y evolucionan en dirección a nuevos escenarios de encuentros que empiezan con una Sociedad de la Información para luego convertirse en la Sociedad del Conocimiento. Los cambios marcan horizontes a las comunidades, en la actualidad, ese norte está dirigido a consolidar un sistema interactivo entre ciencia y tecnología para hacer énfasis en la aplicación y transferencia de conocimiento como elemento generador de más conocimiento.

Esa dinámica de transformación continua y sostenida construyen inmensos volúmenes de información, definen habilidades de avances y aportan capital cognitivo, con el fiel propósito de establecer alianzas estratégicas en la Sociedad del Conocimiento. Y sobre todo, constituyen impulsos de innovación-renovación que abre nuevos horizontes a más conocimientos; concretamente, la comunidad de Educación Matemática,

está representada por educadores sensibilizados cuya intención explícita es, en lo posible, comprender e interpretar la naturaleza del conocimiento matemático escolar; y, tal vez hacer uso de esos hallazgos con el fin de diseñar prácticas en el contexto educativo formal, que no sólo nos entreguen seres sensiblemente humanos que sería lo propio de su función; sino que, además debería atesorar la formación teórica-práctica del carácter científico.

Los ensayos educativos que se impartan a determinadas comunidades, se supone que se convertirá en el reflejo socio-cultural del mañana. Pensar en el porvenir promisorio de progreso y bienestar de toda sociedad, es la preocupación de la Educación en la actualidad y, asimismo, se debe mantener la voluntad de servicio docente comprometida y ocupada en tal dirección. Por ello, Moreno (2005) apunta que el proceso del aprendizaje de la Matemática obedece a factores teleológicos impuestos por la dinámica social, y dentro los cuales podemos destacar, la importancia de generar conocimiento frente a la transmisión del mismo y, por otra parte, la exigencia a la que se enfrentan los nuevos profesionales en aras de adquirir y asimilar una formación más plural e integral. Reseñas historiográficas sobre el asunto son postuladas por Angulo (2008) que sostiene:

...el conocimiento matemático es un esfuerzo de voluntad sobre la reflexión por comprender la naturaleza de lo explicado y el encuentro prospectiva de lo que se explica a los fines de producir proposiciones cada vez más complejas que las referencias originales; además, cónsonas a las demandas y exigencias de la sociedad de hoy (pp. 2).

Más aún, Montero (2006) afirma que el saber matemático aprendido en ambientes escolarizados probablemente fortalezcan los procesos de aprendizajes sociales como medios para asegurar la apropiación del conocimiento, y su transformación en resultados útiles, las cuales permitirán el desarrollo individual y colectivo. Pues bien, la calidad del aprendizaje matemático podría potenciar recursos humanos en la visión de marcar pautas de acción social, en términos específicos y con

compromiso indagatoria por develarla, sería el argumento de **convertir la comunidad educativa en comprometidas sociedades del conocimiento**.

Posiblemente, en la búsqueda de transformación social se encuentren pistas para contextualizar un ambiente enriquecedor en materia de propuesta científica que permitiría gestar: a) categorías de análisis y formas de pensamientos del lenguaje matemático para la conceptualización de la realidad de un saber conocer y decir; b) repertorios de estrategias, decisiones y modelos para la resolución de problemas en un saber hacer; c) formas de trabajos individual y colectivo para un saber convivir; y, d) valoraciones sobre la importancia de la consistencia, rigurosidad, persistencia, curiosidad y consideraciones superfluas que afecten fuertemente a un saber ser.

Momentos históricos acaecen en la República Bolivariana de Venezuela, que estimulan y animan a la creatividad intelectual para reflexionar sobre las políticas públicas en materia científica y tecnológica con el fin de desarrollar y fortalecer programas que permitan la construcción de **referentes sociales orientadores**, en aras de ir articulando un país mejor y posible, tomando como fundamento y fin la ciencia, tecnología e innovación.

En virtud a ello, las razones probables de la justificación del texto anterior se encuentran plasmada en el documento oficial Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación 2005-2030, cuya intención es estimular y desarrollar estrategias que generen procesos sociales que hagan de la ciencia y tecnología eventos ordinarios y cotidianos en ambientes escolarizados; entre sus señales tenemos: a) la puesta en órbita del satélite artificial Simón Bolívar que ha redimensionados los canales de comunicación tradicional permitiendo que el hecho educativo amplíe su cobertura de penetración social; b) el estudio de prospectiva tecnológica

en nanotecnología rectorado por la Fundación Instituto de Ingeniería; c) el Ministerio del Poder Popular para la Educación (MPPE) ha convocado la apertura de concursos para desarrollar software educativos en el subsistema de Educación Básica denominado “Proyecto Canaima”, entre otros.

Pintan un panorama de intención que por demás está sustentado en documentos legales, tales como: la Constitución Nacional, en su Artículo 110 el cual reconoce el interés público de la ciencia, la tecnología, la innovación y sus aplicaciones. El Decreto 825 y 2479 expresan la promoción de estrategias educativas para solidificar un sistema nacional de ciencia y tecnología no sólo en el uso, sino en la I+D+i de productos culturales cotidianos y ordinarios.

Aunado a ello, los fines educativos expresados en el Currículo y Orientaciones Metodológicas de la Educación Bolivariana (2007), sugieren la necesidad de impulsar proyectos metodológicos en el área de la Matemática, Ciencias Naturales y aspectos socio-culturales como herramienta instrumental que permita cobertura e implementación de fenómenos tanto tecno-científicos como socio-humanos del contexto Bolivariano.

Todo estos esfuerzos articulan planes de intenciones y acciones con el designio de consolidar un conjuntos de expectativas, expresadas en documentos oficiales, que permita crear y consolidar el sistema nacional de ciencia y tecnología; pero, esta investigación supone que más que un deseo social, dirige una definición bastante avanzada para orientarse a mejorar, cada vez más, procesos sociales y educativos, evidencias tales como: Fundación Infocentros, Centros Bolivarianos de Información y Telemática, Programas de Desarrollo de la Misión Ciencia, entre otros. Representan pronunciamientos significativos sobre programas y políticas destinadas a la socialización de saberes científicos; y,

probablemente contribuyan de forma sustancial en la calidad de la Educación holística e integral, como elemento clave que permitiría leer realidades sociales del devenir de hoy para proyectar un mejor futuro de país en su desarrollo político, económico, científico y social.

Sin embargo, el investigador realizó revisiones documentadas sobre varias experiencias de trabajos escolares en el sistema educativo venezolano; de allí que, tomando como fundamentos esos hallazgos transversales se organizó en dos bloques: subsistema de Educación Preuniversitaria y el subsistema de Educación Universitaria. El subsistema de Educación Preuniversitaria estuvo conformado por la Educación Básica, Media Diversificada y Profesional que consideró como contexto específico la Educación Matemática en esos niveles.

Entre los estudios del análisis, se menciona a: Méndez (2007) que llevó a cabo un proceso indagatorio en el subsistema de Educación Básica sobre la evaluación ejecutada por el Ministerio del Poder Popular para la Educación, a través del Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje en el año 2003. Concluyó que, el principal objetivo del proyecto Escuela Bolivariana era el de mejorar la calidad educativa, pero en el ejercicio de la praxis educativa reveló que dicha aspiración no fue alcanzada; en virtud que, sobre las pruebas del rendimiento matemático el promedio fue 43,2 puntos de 100 en colegios conocidos del sector privado y 13,78 en el sector oficial.

Otro estudio, es el referido por el Centro de Investigaciones Culturales y Educativa en el contexto de Educación Básica del año 2005 (CICE, 2005), el mismo dio cuenta: 1) El promedio de rendimiento estudiantil en Matemática del sector privado se encuentra muy por encima versus el sector oficial, pero ambos promedios están por debajo de 12 puntos en la escala de 1 a 20; 2) Actualmente 48 alumnos son promovidos de noveno grado de 100 que ingresan.

Lo verdaderamente impresionante es el profundo velo de silencio que el gobierno nacional de turno mantiene en materia educativa; al respecto Méndez (2007) señala que los organismos oficiales no publican ningún dato educativo desde 1999, se desconocen cifras concretas y puntuales acerca de los avances y progresos de la Educación Bolivariana y en general del todo el panorama del subsistema de Educación Preuniversitaria, solo hay publicaciones temerarias de algunos investigadores que, en todo caso, no provienen del sector oficial.

En el subsistema de Educación Media Diversificada se encontraron estudios en Educación Comparada, tales como: Duplá (2000) sostiene que en Venezuela se encuentra entre los países que ofrecen peor calidad educativa, solamente por encima de Nigeria, Botswana y Zimbabawe. Rodríguez y Flores (s/f) analizaron los ambientes de enseñanza en el área de Matemática del sistema educativo venezolano con respecto al cubano, a la luz de sus descubrimientos sugirió al contexto educativo venezolano la implementación de metodologías orientadoras con un máximo nivel de concreción para subsanar las inmensas deficiencias cognitivas en el bloque de ciencia, tecnología y sociedad.

Igualmente, la Fundación Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia en el año 2006, (CENAMEC, 2006) exhortó a los docentes estudiar conceptos y procedimiento matemáticos en contextos reales y desde la perspectiva analítica-inductiva de su medio, ya que estas experiencias podría contribuir a que los estudiantes le den un significado diferente al que promueven las clases tradicionales de Matemática.

El subsistema de Educación Media Profesional es el eje rector de la Educación Técnica, la cual probablemente tampoco ha cumplido con el propósito de incorporar con niveles de éxitos a sus egresados en el

mercado laboral y productivo que demanda la sociedad venezolana; en este sentido, Francés (2005) pronuncia que el sistema educativo venezolano técnico no tiene la capacidad para preparar a sus egresados en la conquista de un empleo bien remunerado y con ello conseguir movilidad social; también, Barrios (2006), afirma que los profesores de Matemática están poco preparados para construir un conocimiento verdaderamente significativo en su entorno laboral, porque la didáctica empleada no es convincente; además, el autor supone que no son capaces de aprender en la práctica de su trabajo y carecen de visión frente a los problemas y requisitos de la sociedad del mañana.

El subsistema de Educación Superior está conformado por tecnológicos, colegios universitarios, institutos militares y religiosos, politécnicos, pedagógicos y universidades en cuyo seno se llevan a cabo funciones de docencia, extensión, investigación y gestión del flujo de conocimientos de avanzada. Particularmente, el sentido de pertinencia y pertenencia social hace sospechar que es necesario introducir en este subsistema la innovación, tecnología digital y comunicación global para que los procesos de aprendizajes sean continuos en la manipulación, transformación y generación de conocimientos.

Principios, que en la práctica de la experiencia educativa universitaria de la sociedad venezolana pareciera recorrer otra dirección; por eso, Palencia (2002) afirma que las estructuras cognitivas de los estudiantes universitarios venezolanos presentan carencias epistemológicas en los contenidos matemáticos, la razón podría explicarse por el modo de mediar el aprendizaje matemático en correspondencia con las relaciones humanas asociadas a dichas prácticas.

Angulo (2008) sostiene que los futuros docentes en la especialidad de Matemática de la Universidad de Carabobo no logran adquirir en sus

experiencias curriculares alto rendimiento competitivo, porque en el desempeño de su rol educador presentan contradicciones en el manejo formal de los conceptos y las representaciones simbólicas son ambiguas; ello, afecta la calidad de las asociaciones y conexiones de las estructuras matemáticas y, por ende producen formalizaciones inconsistentes cuyas influencias tienen significativas incidencias en los protocolos de comunicación y en la resolución de problemas.

García y Angulo (2009) afirman que las inconsistencias en las rutinas de procedimientos lógico-matemáticos que aplican los estudiantes frente a los problemas y ejercicios son consecuencias de severos bloqueos cognitivos productos de confinamiento de estructuras de conceptos inconsistentes adquiridos en escolaridades anteriores, las cuales obstaculizan el avance y progreso en el estudio de la Matemática superior.

Los párrafos anteriores, destellan un discurso argumentativo sobre posibles evidencias contrarias a los marcos normativos de las intenciones educativas en la República Bolivariana de Venezuela, particularmente, el interés del gobierno de turno en **construir una Sociedad del Conocimiento con notable expresividad científica** en la cotidianeidad de los diferentes espacios de encuentros socioeducativos. Además, todo parece indicar que las situaciones de aprendizajes al término de un proceso educativo en los distintos niveles del sistema formal revelan una atmósfera que compromete a la función teleológica de la expectativa.

Distintamente, el lenguaje simbólico de la Matemática es un código de comunicación que brinda apoyo a otras ciencias para su desarrollo; en virtud que, se conviene que el lenguaje matemático es expresividad científica, no sólo para las ciencias fácticas, sino también para todas aquellas ciencias que requieran procedimientos lógico-matemáticos, consistencias en sus procesos y resultados. Además, el motor y la

esperanza de la expectativa están “colgadas en las manos” de los que hoy son sus estudiantes y mañana serán los profesionales y trabajadores de relevo; esa semilla social, probablemente esté asimilando y acumulando estructuras cognitivas las cuales les confunden en sus decisiones científicas y, así mismo se incrementa la vulnerabilidad ante todo tipo de pseudo ciencia.

Tales deficiencias demandarían desafíos que exigen revisar de forma espiral condiciones y contenidos didácticos del proceso educativo relacionado con el saber matemático escolar, con el objeto de comprometer esfuerzos para atender dichos desafíos. Por lo tanto, el interés del proceso indagatorio en la presente tesis doctoral se vinculará directamente con la construcción de elementos teórico-metodológicos basados en los supuestos científicos e ideológicos del “Pensamiento Matemático en la actividad escolar”, con el fin de comprender e interpretar las prácticas educativas y, utilizar la referencia de ese conocimiento para postular referentes teóricos pensado en las necesidades y requisitos que demanda la dinámica social del contexto educativo venezolano.

Fundamentalmente, la intención de proponer conjeturas en el contexto de la Matemática escolar es para, en la medida de lo posible, convertir las comunidades escolares en sociedades que se comprometan en utilizar, transformar y generar conocimiento a partir de la divulgación y difusión del mismo. El investigador apuesta en la esperanza de articular un cuerpo de conjeturas que se transforme en un espacio de encuentro entre las cuales se generen referencias teóricas desde la relación educativa y en el posicionamiento socio-cultural; en este sentido, el proceso indagatorio considerará no solamente al constructo de la Sociedad del Conocimiento si no que también hará ahínco a las posiciones filosóficas del Existencialismo y las metáforas del Pensamiento Matemático Avanzado.

Así mismo, el tránsito de la idea a lo posible será a modo de riesgo un documento denominado **Modelo Endocrítico**, que en cuyo seno de su producción se investigará: a) la naturaleza didáctica de la Matemática escolar; b) el espíritu de acción didáctica para convertir a la Matemática en objeto de aprendizaje; y, c) las situaciones del saber conocer y decir, saber hacer, saber convivir y saber ser en el marco de las necesidades y requisitos de las expectativas venezolanas.

El develar la relación entre los dominios de competencias adquiridos por los estudiantes egresados en los diferentes subsistemas educativos con respecto a los desempeños profesionales dentro del contexto venezolano, hace gestar pistas indagatorias cuya preocupación se centra en las estructuras cognitivas complejas que vinculen el aprendizaje matemático y los contenidos que deben asimilar y apropiarse los estudiantes para hacer de esas estructuras verdaderos medios de transformación social.

Es por eso que, al investigador le surge la siguiente interrogante: ¿Cuál será el soporte teórico-metodológico del pensamiento matemático escolar que permitiría disminuir la distancia epistemológica entre los aprendizajes estudiantiles y los laboratorios de saberes requeridos para reconfigurar un camino de hechos hacia la Sociedad del Conocimiento en el contexto venezolano?

## **Objetivos de la Investigación**

### **Objetivo General**

Construir los posibles soportes teórico-metodológicos del pensamiento matemático escolar en el contexto educativo venezolano.

### **Objetivos Específicos:**

1. Realizar una revisión documental de la evolución y tendencia del constructo Educación Matemática, desde 1957 hasta el presente, para orientar la bitácora indagatoria en los procesos socio-epistemológicos que han definidos demandas y requisitos de modelos didácticos.
2. Reflexionar sobre los elementos teórico-metodológicos del pensamiento matemático escolar en el contexto educativo venezolano.
3. Construir el soporte teórico de elementos innovadores a partir de conjeturas existenciales registradas en el documento Modelo Endocrítico.
4. Someter a prueba las conjeturas del Modelo Endocrítico mediante un estudio local empírico-práctico educativo.
5. Interpretar las contrastaciones teóricas entre el Modelo Endocrítico y la experiencia del estudio educativo como hallazgos sustanciales del proceso indagatorio.

## **Justificación**

La Educación Bolivariana es una reforma curricular orientada hacia la socialización de los saberes en tanto y en cuanto busca construir un nuevo ciudadano, aquel que sienta amor por el lugar donde se desenvuelve y se sensibilice con los vectores de necesidad social, tales como: 1) la búsqueda de alternativas de modelos innovadores en el campo de la ciencias y tecnologías; 2) la consolidación de un sistema alimenticio; y, 3) la redimensión de la infraestructura con el fin de ofrecer mejor calidad de bienes y servicios.

De allí que, la esperanza de atesorar un sistema interactivo de ciencia y tecnología se convierte en un propósito de alcance nacional con profundas transformaciones de carácter social, tal como lo expresan los documentos oficiales de la República Bolivariana de Venezuela, entre ellos: Constitución Nacional, Ley Orgánica de Ciencia, Tecnología e Innovación (LOCTI) y expectativas en materia educativa. Comunicaciones oficiales de intenciones que demandan acciones y actividades vinculadas al desarrollo científico, tecnológico y social, como también la formación y actualización del personal necesario para esas labores. Dibujan formulaciones de propuestas que vislumbren investigación, desarrollo e innovación frentes a la exposición de demandas sociales no alcanzadas; además, representan prioridades para el crecimiento de investigación científico en el país.

Consecuentemente, el investigador sospecha que un avance significativo en el sistema nacional de ciencia y tecnología se podría impulsar desde la actividad indagatoria sobre el Modelo Endocrítico, porque con él se pretende interpretar fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar para generar estilos de aprender a aprender en la vida de los estudiantes y, en forma consecuente se espera que esos estudiantes respondan con esquemas de acciones en correspondencia con las necesidades de los vectores sociales del ahora.

Probablemente, sea necesario repensar los argumentos y maniobras puntuales de ajustes empíricos en el marco de las relaciones educativas para llevar a cabo determinadas estrategias en el seno de ciertas instituciones y vinculadas con las expectativas demandadas por el contexto venezolano. Razones de inicios para atender el acto educativo de la Matemática escolar y todos sus procesos asociados; además, la relevancia social de este hecho permitirá congregarse a educadores sensibilizados a fin de debatir los productos culturales como derivación de las estrategias implementadas y determinar los alcances en materia de alfabetización, utilización, transferencia y producción de conocimientos en los espacios formales de la vida escolar.

El proceso de construcción y evaluación educativas de elementos teórico-metodológicos perfila el marco metódico del dualismo crítico, cuyo propósito es conciliar entre leyes interpretadas en un esquema hipotético deductivo y la confrontación de dichas leyes en la experiencia o en otros referentes teóricos. Este proceso dialéctico de conjeturas en el contexto de las prácticas educativas posiblemente definirá nuevas dimensiones de constructos; en caso contrario, el tiempo empeñado se habrá invertido en conocer más sobre el asunto. Desde luego, los esfuerzos en pro de sus intenciones materializará dos aportaciones, sujeta a las siguientes consideraciones: a) Incorporará innovaciones teóricas al Pensamiento Matemático Avanzado renovando prácticas educativas; e, b) Indagará sobre el cómo hacer ajustes didácticos bajo un esquema de relación existencial.

Motivos que inducirán y guiarán el ciclo creativo de las conjeturas para prestar atención a esas razones, porque robustecerán una teoría ya existente y colocará en la sensibilización social el sentido de pertinencia de las expectativas emergente del ahora científico contextualizado en la sociedad venezolana.

## **CAPÍTULO II ESTUDIO REFERENCIAL**

### **Antecedentes**

En este apartado se revisaron y analizaron referencias teóricas que permitieron documentar la interrogante de la investigación; en virtud de ello, se relataran en forma sucinta algunos registros epistemológicos o reflexiones que proveyeron insumos sensibles para indagar fenómenos relacionados con el proceso de aprendizaje de la Matemática escolar.

Las pistas indagatorias en este estudio de tesis se configuran alrededor de preocupaciones significativas que tiene el investigador con el propósito de ocupar su esfuerzo para interpretar y comprender la génesis del conocimiento lógico-matemático en el contexto educativo y sus circunstancias de cómo se producen y desarrollan. En este sentido, Hadamard (Citado por Tall, 1991) apunta que para comprender el pensamiento matemático es necesaria la conjugación de dos disciplinas: Psicología y Matemática. Tal vez, las razones de estas afirmaciones se deban a que el psicólogo intenta comprender las teorías sobre los procesos cognitivos y metacognitivos del aprendizaje; es decir, cómo se confinan las estructuras de conocimientos en el intelecto.

Mientras que, el matemático busca introspectivamente elementos consistentes dentro del proceso creativo que construya razonamientos deductivos del pensamiento, quizá con la esperanza de mejorar la calidad de la investigación matemática. Por otra parte, el ciclo creativo del pensamiento siempre ha despertado curiosidad en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, pero la forma de comunicarla en escenarios escolares siempre se ha adaptado a un esquema tradicional expositivo, presentándola como un conocimiento acabado y depurado de ejemplificaciones científicas, al respecto Skemp (1971), sostiene que:

...los enfoques de las corrientes educativas para la enseñanza, tienden a ofrecer a los estudiantes el producto de la idea matemática más que el proceso del pensamiento matemático (pp. 1).

Ciertamente, comunicar y transmitir el saber matemático en escenarios escolarizados pudieran representar insumos indagatorios sobre las cuales se producen reflexiones para generar soportes teóricos. Particularmente, en materia de trabajos publicados se examinó a Ángel (2001), un estudio que se concentró en superar las dificultades cognitivas vinculadas al concepto de funciones en Matemática. La estrategia se fundamentó en el trabajo de aula caracterizada por: a) una experiencia integradora entre docentes para que las estrategias empleadas fueran más eficientes; y, b) la toma de conciencia del funcionamiento de la propia manera de aprender y comprender los recursos cognitivos y su utilización posterior. Estas premisas dieron lugar a un trabajo colaborativo del cuerpo docente que condujeron, a su vez, la revisión y ampliación del material utilizado, el ajuste de contenido y capacitación; induciendo como corolario, una notable disminución del porcentaje de los estudiantes que abandonan los cursos regulares y un mejoramiento significativo en el rendimiento.

Otro estudio interesante, es el de Azcórte (2003) cuya preocupación se centró en el bajo rendimiento y su relación con el índice de deserción y número de aplazados en la cátedra Análisis Matemático. El estudio alertó sobre la impasibilidad de los profesores ante el hecho de proceder de los estudiantes, de que unos pocos tienen éxito, mientras muchos parecen condenados al fracaso. Bajo este contexto, el trabajo indagatorio se enfocó hacia el Pensamiento Matemático Avanzado con el fin de profundizar en los asuntos epistemológicos de los conceptos involucrados y a razón de ello, construir estrategias que coadyuvaran a los procesos de aprendizajes de los estudiantes. Sus hallazgos ofrecieron ricas informaciones acerca de los procesos característicos del Pensamiento Matemático Avanzado, entre las cuales se mencionan: a) el

constructo de esquema conceptual permitió elaborar prácticas educativas concretas que gradualmente se formalizaron; b) el proceso de formalización se logró proporcionando experiencias que permitieron la construcción de estructuras cognitivas que condujeron a los estudiantes a vincular esquemas mentales anteriores y nuevos conceptos; y, c) los procesos de abstracción y generalización funcionaron de forma espiral, complementándose según la dinámica interna y ritmo de aprendizaje de cada estudiante. También, el estudio sugirió la aplicación de una ingeniería didáctica para la enseñanza del Análisis que promovió el uso de los sistemas de representación visual-analítico y lo mostró como un recurso didáctico que potencializa la visualización de las estructuras mentales en los contenidos matemáticos que vincula los hechos prácticos del quehacer en Ingeniería.

Gascón (1998) publicó un discurso argumentativo sobre las importancias epistemológicas y los aportes acerca de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, metáfora que interpreta el análisis de los fenómenos de las actividades matemáticas institucionalizadas como un modelo de concepción global que busca comprender los entramados sociales de las prácticas educativas. Sus posturas apuntan hacia los productos culturales alcanzados en el seno de una determinada institución; más aún, el objeto primario de investigación lo constituye la dimensión de interacción social y la reconstrucción del conocimiento matemático en un ambiente escolarizado.

Las reflexiones alcanzadas a partir de estos antecedentes sensibilizaron y orientaron al investigador para ocupar su atención en la construcción de elementos teóricos que permitieran a los estudiantes elevar la calidad de sus aprendizajes matemáticos y reflexionar sobre las acciones didácticas que pudieran favorecer a todo el entramado social donde acontece la función educativa.

## **Bases Teóricas**

A medida que la sociedad ha ido evolucionando la Matemática experimenta cambios singulares, planteando nuevos desafíos tanto para la enseñanza como para el aprendizaje. Reflexionar sobre las relaciones de condición-situación de la praxis educativa y sobre los desafíos socio-culturales, implica interpretar y comprender la génesis de los fundamentos de la Matemática y las distintas disciplinas sociales que se interceptan para trazar constructos que han sido investigado, se están investigando y los que deberían ser investigados en Educación Matemática.

Por lo tanto, el investigador tiene la convicción que los elementos teórico-metodológicos son construcciones de tejidos intersubjetivos que las comunidades científicas las utilizan para configurar redes teóricas en desarrollo y, estas a su vez constituyen núcleos de programas de investigación; desde este marco de ideas, se hace necesario contextualizar el análisis del constructo filosófico Existencialismo abordado desde la perspectiva de Heidegger (1927) y el Pensamiento Matemático Avanzado (PMA) desarrollado por Tall (1991), con el propósito de entamar sustentos teóricas de fondo-forma en un modelo didáctico que complemente y oriente el trabajo escolar en el área de la Matemática.

- ***Existencialismo***

El Existencialismo es un movimiento filosófico que surge en el siglo XX a partir de la reacción ante las doctrinas tradicionales tales como el empirismo, racionalismo y las consecuencias de las guerras mundiales. Particularmente, la figura del filósofo alemán M. Heidegger (1889-1976), quien fue discípulo de Husserl (fundador de la fenomenología), influye considerablemente en sus postulados, entre las cuales podemos mencionar:

1. La existencia precede a la esencia.

2. Consecuencia de lo anterior es que es ser humano es libre y responsable de sus actos.
3. El hombre es considerado existiendo dentro del mundo, no puede concebirse fuera de él y de las circunstancias que lo rodean.
4. El hombre es por lo tanto proyecto, es “arrojado” al mundo y tiene la posibilidad de construir su propia esencia.

El Existencialismo se centra en la dimensión viviente del hombre y su relación con el mundo que lo rodea. El hombre siempre está en relación con el mundo y eyectado hacia sus posibles, por ello Heidegger (1927) ocupa el término “dasein”, una expresión alemana que significa literalmente **ser-ahí** o **ser-en**, para denotar al hombre, precisamente por lo que la palabra implica: aquel que es apelado por el ser y se encuentra en-el-mundo. Porque, el simple hecho de ser hombre es ser-en-el-mundo; por lo tanto, al estar envuelto al mundo (arroyado, eyectado) es ocupación contante, ya que el mundo en el que se encuentra lo requiere constantemente. Esto es algo inseparable: *lo uno con lo otro y lo otro con lo uno*.

El hombre no es realidad es posibilidad, porque son sus posibles lo que definen su existencia. Los entes se relacionan con el hombre por su dasein antes que nada, se nos presenta como útiles, son las cosas **a la mano**, pues están relacionadas con nosotros, con el **para qué** nos ocupamos. Pero, también se nos puede presentar **ante los ojos**, es decir, aquello que observamos y cuestionamos en cuanto objeto a sí mismo, como remisión ontológica de sentido. En consecuencia, los objetos y hechos serán entendidos desde el enfoque que los hombres tienen de ellos, tal como lo sostiene Nietzsche (1994): “no hay hechos, sólo interpretaciones de ellos, el hombre es toda interpretación (pp. 157)”. No hay esencia antes de la existencia para el hombre y de las cosas se dice que son, pero no que existen, ya que la posibilidad de existir es sólo del hombre, pues ésta consiste en la construcción de su propia esencia.

Lo expuesto en las líneas precedente constituye un asunto de capital interés para el investigador, puesto que se desea atender los saberes matemáticos en contextos escolares y cómo estos son interpretados por los estudiantes en el marco de **a la mano y ante los ojos** dentro de sus contextos sociales. Hoy en día se hace necesario pensar y justificar la validez de la experiencia vivida en convivencia con lo demás, porque de que hay una dimensión más allá de lo cósmico, más allá de lo sensible, la historia de filosofía ha dado testimonio de ello.

El problema de cómo integrar la experiencia de lo múltiple-factorial en lo único de un ser humano, lo empírico a lo a priori, la esencia del ente en lo espiritual ha manifestado particular compromiso indagatorio en este trabajo de tesis doctoral. Estar en el mundo no es solamente estar en él y relacionarse con sus entes, es igualmente relacionarse con otros hombres para darle sentido a su existencia en la obra de sus proyectos personales, es **coexistir** en toda la experiencia de la vida.

Por otra parte, la Existencia en Heidegger (1927) es estar-en-el-mundo con todas sus consecuencias: mundo circundante, cosas y otros hombres. Sin embargo, la existencia del hombre puede tomar dos caminos, el de la autenticidad y la inautenticidad. Una Existencia inauténtica es cuando el hombre se entrega al dominio del **dasman**; es decir, el hombre consagra su existencia a lo que se dice desde afuera de él, no activa proyecto, su actitud es pasiva y en consecuencia vive un mundo anónimo de sentido propio. Es un **uno** oculto que tiene su morada en lo demás, cae en la irresponsabilidad de su existencia. El uno permite al hombre no hacerse cargo de sí mismo, ya que lo provee de costumbres, opiniones y construcciones preestablecidas de su ser.

Mientras que, la Existencia autentica es el enfrentamiento reflexivo de la finitud de la vida que no se disuelve en lo que se dice. Porque, el

hombre asume con compromiso de responsabilidad la angustia de todas sus posibilidades, incluida la posibilidad radical, que es la muerte, y vive anticipándose a sí misma, es decir, proyectando quien quiere ser, y eligiendo libremente posibilidades para realizar el proyecto que quiere ser.

No obstante, se formula el por qué y el quién de su existenciarío afrontando lo que “se hace”, “se piensa” y “se dice”. Más aún, dimensiona un estado de autorrealización sin el señorío de los otros, bajo el contexto de su existencia y en la libertad de elegir sus propias decisiones. Los proyectos auténticos son articulaciones **posibles de sus posibilidades**; en otras palabras, no son sujetos sujetados al señorío de los otros por el contrario son sujetos creadores y constructores de su ser-en-el-mundo. Notas de interés, que posiblemente iluminen orientaciones hacia nuevos estilos de aprendizajes que consideren caminos de exploración para consolidar la independencia cognitiva en los escenarios escolares formales.

Otra orientación indagatoria en este trabajo doctoral presta cuidado a la actitud de vida de los estudiantes después de la interacción educativa de la Matemática escolar; es decir, comprender e interpretar minuciosamente los pormenores de los aprendizajes matemáticos no solo en los escenarios escolares sino la extensión de sus principios e influencias ante la experiencia de la vida. Entre la vertiente de su existencia, se pretende brindar “iluminación” a través de una propuesta teórica-didáctica de un camino de vida auténtica que le permita un mejor desenvolvimiento social y cultural.

Pista del asunto lo proporciona el pensamiento heideggeriano en la **trascendencia del habitar** como un camino hacia la superación para el vivir de forma auténtica. Heidegger (1927) declara que “...abandoné una posición anterior, no para cambiarla por otra, sino porque también la anterior era solo un alto en un caminar. Lo permanente en un

pensamiento es un camino” (pp. 456). En este camino de pensar se dan una serie de constantes. Destacamos las siguientes: 1) la esencia es siempre vista desde la perspectiva del tiempo y la historia; 2) la pregunta de la esencia se efectúa en el hombre, lugar de comprensión; 3) el modo de hacer la pregunta de la esencia es fenomenológica-hermenéutica.

A saber, Martín Heidegger es un pensador del ser. El ser es su palabra conductora. El asunto del pensar es una cuestión del ser. El acercamiento que efectuamos a su obra es para reflexionar de cómo los contenidos escolares matemáticos puedan redimensionarse a la luz de las relaciones humanas con el propósito de construir un habitar humanamente posible y en convivencia con un mundo tecnológicamente significativo. En este sentido, se asume a lo largo de investigación que el hombre es un ente abierto al ser, compresor del ser; también, se designa como apertura.

A juicio del autor, tiene un lado subjetivo y objetivo en la comprensión del ser. Y, esa comprensión tiene un “camino de pensar” que se divide en tres partes. Sentido-Verdad-Lugar son tres instancias en la formación de una palabra que denotan tres motivos. Cada uno de ellos marca un episodio de la trama existencial: sentido del ser, verdad del ser y lugar del acaecimiento del ser.

¿Qué quiere decir sentido del ser? Esto se comprende a partir del dominio del proyecto personal que despliega el sentido primario de todo comienzo. Es estar de pie antes de iniciar el caminar, es un nivel de cuestionamiento sobre las articulaciones de los proyectos de vida, es la apertura que abre al pensamiento para interpretar sus dimensiones sentido-constitutivas. Verdad del ser no es exactitud, es argumentación como comprensión del ser. Esto presupone, desde luego, una comprensión de todo lo que acaece frente la dimensión humana del sujeto-mundo y, desde esa unidad existencial se confina sentido a toda interactividad que

coexiste con él. Es orientación de interpretación para abordar el por qué y el para qué de las estructuras de conocimientos con la lupa de los juicios valorativos dialécticos.

Por otra parte, el lugar es colocación accidental y circunstancial del sujeto-mundo para transformar la ubicación física geográfica en situación espacial asociada a la temporalidad de los actos, en el verbo de Heidegger, es topología del ser, porque el ser-lugar define lo que acaece en el lugar. Finalmente, la intención suprema de esta postura es la prestación de un pensar finito para encontrar una actitud ontológica que podría interpretarse como “disposición a la trascendencia” frente a los fenómenos educativos de la Matemática escolar.

- ***Pensamiento Matemático Avanzado***

El Pensamiento Matemático Avanzado (PMA) es un constructo que surgió en una comunidad de matemáticos y educadores interesados por comprender la relación entre los aspectos epistemológicos de la Matemática y la función cognitiva de pensamiento por quien la aprende. El teórico David Tall de la Universidad Warwick, considera al PMA como objeto primario de estudio en los procesos de formalización asociados a los conceptos de la Estructura Matemática, particularmente en el período 1976-2006 que el grupo de Psicología en Educación Matemática (PME) dirigió un equipo de trabajo para indagar las incidencias del PMA en las prácticas educativas.

En principio, el PMA sostiene que el aprendizaje de la Matemática presupone de quien aprende, el dominio de una estructura cognitiva elemental basadas en experiencias intuitivas de orden geométrico y aritmético, con las cuales es posible formalizar bloques de conocimientos matemáticos cada vez más complejos y cuyo avance requiere utilización, transferencias y generación de proposiciones cada vez más complicadas con respecto a las iniciales. Además, a lo largo de este estudio se

entenderá a la formalización matemática como un proceso cognitivo complejo que confina de forma progresiva y acumulativa información, asociando y conectando relaciones, proposiciones y propiedades de conceptos e imágenes en esquemas mentales estructurales.

El desarrollo y los alcances de las conjeturas del PMA tiene su soporte en la relación interdisciplinaria de la Psicología y Matemática sobre el contexto de una actitud crítica basada en tres mundo de Matemática (percepción, simbólico y axiomático) que busca interpretar los fenómenos del pensamiento a través del desarrollo cognitivo que empieza, una por la percepción cuya encarnación física es la *experiencia* y el uso de los sentidos, luego una segunda a través del uso-acción de símbolos matemáticos que operan como proceso y concepto en la Estructura Matemática, y un tercero a través de la reflexión de un proceso de encapsulación axiomático que une simultáneamente proceso y producto, para ser confinado en el intelecto.

Un asunto de importancia e inspiración en el autor es la posición del PMA sobre la disciplina Matemática, la cual la interpreta como una ciencia de actividad mental que descubre proposiciones consistentes a través de una actitud crítica, cuyo propósito es alcanzar grandes volúmenes de formalizaciones coherentes y cohesionadas en su estructura. Entonces, la Matemática se descubre, se transforma y avanza en su propio seno; al respecto Angulo (2008) apunta que:

La Matemática ha sido y es un saber significativamente polivalente, en cuyas características tenemos: a) una ciencia formal consistente que se descubre en su propio seno; b) un arte que permite crear estructuras mentales profundas y bellas; y, c) una herramienta instrumental del pensamiento para explorar y transformar realidades simbólicas (pp. 21).

Ahora bien, ¿Qué sucede en Educación Matemática? Ciertamente, la Educación Matemática vincula al conocimiento matemático pero más allá de eso, considera al acto educativo y los fenómenos socioepistemológicos asociados a él, **objetos primarios de estudio**. En

este sentido, la heurística como proceso interno de producción es vital; sin embargo, se sospecha que el acto educativo en la Matemática escolar es un proceso de construcción compartido en el colectivo profesor-estudiantes para institucionalizar un pensamiento orientador que converge a estilos de aprender a aprender.

Muy distintivamente surge la siguiente interrogante: ¿Qué es el pensamiento? El pensamiento, desde la perspectiva existencialista, es entendido como conciencia que examina los sentidos de todo aquello que se atiende en la interactividad de un contexto singular; y, desde el PMA lo analiza como juicios valorativos que permite construir cadenas de proposiciones consistentes. De modo que, en este estudio se considerará al pensamiento como *actividad mental continua dialéctica de superación mediante el cual los sujetos cognoscentes que aprenden la Matemática escolar examinan los sentidos de consistencias absolutos en las proposiciones, acompañados con la interactividad del medio y los mecanismos de cognición.*

Es una experiencia interna e intrasubjetiva. Así pues, el pensamiento matemático, en término sencillo, es la construcción de sentidos en la significación del objeto matemático a través de procesos cognitivos y consensos sociales: **es construir el sentido de significado del objeto en la socialización del proceso sentido-verdad-lugar.** No obstante, tenemos a la Matemática como ciencia consistente que se *descubre* y al pensamiento matemático como producto de un proceso cognitivo que *construye* significación a partir de procesos heurísticos, estrechamente conectados a relaciones sociales compartidas. Un enfoque que, posiblemente apertura renovadas interpretaciones en el constructo Educación Matemática.

¿Qué es Pensamiento Matemático Avanzado? ¿Existe otro tipo de pensamiento matemático? ¿Cuánto pensamientos existen? El

pensamiento es único y es una actividad humana, con él se razona y en él se desarrolla lo humano. En consecuencia, el pensamiento es una actividad mental continua que acompaña a los sujetos cognoscentes en su vivir, pero en la temporalidad de un suceso determinado podría enfocar un singular pensar, un modo particular de atender un pensar que caracteriza un estilo en la temporalidad, una continuidad que se alterada y da la sensación de un pensamiento en concreto, pero en el fondo es una ***etapa de transición en la trayectoria continua del pensar, es un andar que atiende sentido-verdad-lugar en la temporalidad de un contexto.***

Es una ilusión de sucesivos pensamientos en el pensar. Pues, el pensar es un camino que constantemente se redimensiona en la película de la vida. Lo mutable lo hace ser un movimiento variado, no es que se detiene solo modifica el ritmo en la atención: se acelera o retarda según la interactividad sujeto-mundo, pero *siempre en movimiento.*

Hace ya algún tiempo, destacados matemáticos, como Hadamard, Poincaré, Polya y Freudenthal, centraron su interés en el razonamiento matemático desde un punto de vista psicológico y lo hicieron mediante estudios de tipo introspectivo al analizar su propia actividad matemática. Particularmente, el matemático francés J. Hadamard (1865-1963), documento la obra titulada “La Psicología de la Invención en el Campo de las Matemáticas”. En ella se exponen, mayormente, el empleo de las imágenes mentales como herramienta instrumental que condensa la idea global de una demostración o prueba y, la dificultad en torno a la naturaleza de la psicología del pensamiento matemático. Con relación al último aspecto, Hadamard (1947) sostiene:

...ello implica la conjunción de dos disciplinas: psicología y matemática, lo que requiere para su adecuado abordaje, que el investigador sea ambas cosas a la vez: psicólogo y matemático. Debido a la escasez de esta capacidad conjunta de una misma persona, el tema ha sido investigado por matemáticos y por psicólogos de manera aislada... (pp. 1).

Probablemente, la pista del asunto gire en torno a dos perspectivas: la postura psicológica y la posición del matemático profesional. El psicólogo estaría interesado en la actividad mental de los sujetos y el cómo esos procesos influyen en los ciclos creativos; mientras que, el matemático daría cuenta sobre el estado consciente del proceso creativo que permitió encadenar combinaciones de razonamientos deductivos las cuales fueron transformados en implicaciones lógico-matemáticos que respondan a las causas y el por qué de su empleo.

Concretamente, el PMA postula que aprender Matemática es un proceso que tiene lugar en la mente de quien aprende y consiste en formalizar objetos según ciertas consideraciones cognitivas heredadas en la experiencia, vivida por el sujeto, las cuales marcan las maneras y formas de construir implicaciones lógicas, descubiertas en las proposiciones de la Matemática.

El PMA propone dos enfoques esenciales concretos para levantar la complejidad y el control en la investigación Matemática, ellos son: la aritmética y la geometría. Dos tendencias diferentes y adquiridas en el contexto de interacción social con respecto al ambiente donde los sujetos están imbuidos en su existencia; además, reportan unidades explosivas de imaginación que tienen lugar después de un proceso de incubación.

Ejemplos de estos contraste tiene lugar con los famosos matemáticos alemanes Weierstrass (1815-1897, padre del análisis moderno) y Reimann (1826-1866, geómetra y analista diferencial), quienes cada cual en lo suyo, manejaron sus ciclos creativos en correspondencia a formas y maneras de abordajes de investigación. Poincaré (Citado por Tall, 1991) afirmo que:

Weierstrass dirige todas las cosas a las consideraciones de series y transformaciones analíticas; para expresarlo mejor, él reduce el análisis a un tipo de prolongación de aritmética; usted puede moverse a través de todos sus libros sin hallar figuras.

Reimann, por el contrario, llama a la geometría para que lo ayude. Cada una de sus concepciones es una imagen que nadie puede olvidar por cuanto él ha captado su significado (pp. 2).

Es de hacer notar que, estas formas y maneras de abordaje en la investigación Matemática ya tenían una tradición en el análisis del pensamiento, para el filósofo alemán E. Kant (1724-1804) eran operadores mentales innatos (el número, espacio, tiempo, causalidad y objeto) que organizaban el diseño del pensamiento, sin ellos era imposible dar significados a los hechos de la experiencia. Más tarde el psicólogo y filósofo francés suizo J. Piaget (1896-1980) reveló que los operadores mentales no son innatos, son construidos por los sujetos en constante interacción con el ambiente en las cuales se desenvuelven.

Pues bien, se debe entender que las formas y maneras de abordajes concretos son visualizaciones cognitivas que orientan las percepciones íntimas e instantáneas de la noción aritmética (número, contar y ordenar) y geométrica (espacio, plano y lo unidimensional) las cuales aparecen como una evidencia de verdad en los estudiantes; es decir, las visualizaciones cognitivas son intuiciones que operan subjetivamente para hacer un entramado de conceptos en las estructuras formales del pensamiento matemático.

Nuevamente se hace énfasis, la Matemática es una ciencia formalizada en estructuras consistentes que se descubre en su aspecto epistemológico pero se construye en la cognición de quien la estudia. Filosóficamente, se identifica con la corriente Formalista postulada por Hilbert (1862-1943) quien sostiene que la Matemática es un sistema formal axiomático consistente edificado por objetos ideales carente de significado, de estos se podrían discernir el sentido estructural de las proposiciones y teoremas que tuvieran significados a través de la teoría de la demostración o metamatemática.

Sin embargo, en la cognición representan modos de desarrollo constructivos en la experiencia corporeizada y sujeta a las actividades de percepción transformadas en formalizaciones cognitivas; de allí que, el sujeto está sujeto a la reflexión de sus apreciaciones sensoriales y al confinamiento de sus formalizaciones. Al respecto Tall (1991) afirma que:

La estructura cognitiva total se construye sobre nuestras percepciones sensoriales y de imaginar las relaciones a través de experimento mental para convertirlo en conceptualización, que incluye todas las imágenes mentales: procesos, propiedades y eventos regulares (pp. 65).

Más aun, la consideración cognitiva alude al esfuerzo de encapsulación sobre procesos mentales que los sujetos en situación de aprendizaje deben reflexionar para asimilar y acomodar contenidos matemáticos en el intelecto. Mientras, más contenidos matemáticos se confinen más compleja se hace la estructura cognitiva de quien aprende, porque mayor será la operación de control mental en el volumen de información almacenada y, al mismo tiempo, probablemente, se incrementa positivamente las posibilidades de encadenar implicaciones lógicas en los ciclos creativos de la investigación Matemática. En este crecimiento intelectual, Tall (2004) sostiene que:

... existen dos secuencias de desarrollo cognitivo, distintas y simultáneas, que empieza, una por la percepción de los objetos y otra por la acción. (pp. 39)

En virtud de la afirmación anterior, la acción sobre los objetos matemáticos nos lleva a considerar un tipo de desarrollo cognitivo, relacionado con la dualidad proceso-objeto, al que Tall (1991) lo denominó precepto (**proceso/concepto**). El término precepto es un constructo que engloba proceso y resultado mediante un esquema conceptual real de significado, *es formalización reflexionada en el rigor del discurso matemático*. En este sentido, Tall (1991) declara que hay tres diferentes maneras fundamentales de operaciones transitorias, la primera a través de una realización física y mental, incluida la acción y el uso de los sentidos visuales y otros, una segunda mediante la manipulación directa

de las acciones vinculada con el uso de los símbolos matemáticos que operan como proceso y concepto (procepto), y la tercera que corresponde a la adecuación y acomodación de la Estructura Matemática confinada al intelecto después de haber sido deducida.

Estos tres escenarios son para Tall la interpretación del crecimiento cognitivo en “tres mundos matemáticos” las cuales un mismo contenido matemático se dimensiona de forma distinto en tres diferentes contextos, cada uno con diferente modo de desarrollo y formulación, cada uno con diferente tipo de orden de verdad matemática. Los tres mundos matemáticos están clasificados de la forma siguiente:

- Incorporación conceptual
- Simbólico
- Axiomático

Los mundos matemáticos ofrecen una clasificación útil para los diferentes espacios en que cada estudiante aborda su propio estilo de desarrollo cognitivo y la forma de cómo usar el lenguaje para su articulación. Juntos abarcan una amplia gama de actividad matemática, que reportan posiciones en el aprendizaje de la Matemática y la transición de la realización corporeizada al simbolismo de la prueba oficial (demostración consistente y no contradictoria).

*Incorporación conceptual:* se refiere a la situación de la actividad escolar donde los estudiantes se vinculan de forma directa con la clase y sus objetos matemáticos; es el mundo de la experiencia corporal y la percepción física cuyo dispositivo comunicativo entre profesor y estudiante es mediado con el lenguaje de la relación y facilitado por todas la expresiones auxiliares del proceso. Al respecto Tall (2004) sostiene que:

El primer mundo nace de nuestras percepciones del mundo y se arraiga en nuestro pensamiento acerca de las cosas que percibimos y sentimos, no sólo en el mundo físico, sino en nuestro propio mundo mental (pp. 3).

*Simbolismo*: está referida a las acciones sobre los objetos en la experiencia escolar, básicamente, consiste en la manipulación de los símbolos matemáticos, es el acto de crear procedimientos en el juegos de los ensayos de implicaciones lógicas. Tall (2004) afirma que:

Este mundo comienza con las acciones que encapsulan los conceptos mediante el uso de los símbolos las cuales permiten, fácilmente, cambiar los procesos de hacer Matemática a los conceptos que pensar (pp. 5).

Manipular símbolos se traduce en realizar operaciones, aplicar propiedades, deducir implicaciones, ensayar encadenamientos, discernir consecuencias de las proposiciones y realizar rutinas de cálculos a la luz de los ejercicios que gradualmente y de forma progresiva van aumentando el grado de dificultad. Su desempeño son acciones que, en el mejor de los casos, permiten dar sentido y orden a los procesos cognitivos que construyen significación simbólica de la realidad escolar tratada.

*Axiomática*: es la conciencia o el darse cuenta del movimiento de las acciones y procesos que definen el objeto del concepto tratado en la manipulación del símbolo, con el fin de adaptarlo y acomodarlo en la Estructura Matemática de quien aprende. Son abstracciones reflexivas que implican transición significativa: que va desde la descripción hasta la definición, desde la convicción hasta la prueba formal, desde la muestra hasta la demostración.

De allí que, el efecto elástico de la abstracción y generalización se complementa mutuamente, porque cuando tiene lugar una generalización se activa el abstraer, no sólo como proceso de deducción, sino también como proceso de reconstrucción para adecuar y acomodar la dimensión del objeto matemático. Cada vez que se generaliza se abstrae y viceversa, todo ello implica reorganización mental, innovando y renovando la formalización de la Estructura Matemática. De este modo, Mason

(1982) describe el proceso de formalización como un proceso de verificación, orientado en tres niveles: a) convencerse a uno mismo; b) convencer a un amigo; y, c) convencer a un enemigo.

Convencerse a uno mismo involucra a un proceso de revisión introspectivo de justificaciones llevadas a cabo en el ciclo creativo, las cuales sostiene las ideas personales de por qué las afirmaciones podrían ser verdadero y en ese marco su empleo; pero convencer a un amigo requiere que los argumentos sean organizados de una manera más coherente y armoniosa. Convencer a un enemigo demanda que, la afirmación del argumento sea más depurada y convincente para que pueda sostenerse ante elementos contrastables de juicios razonablemente discutibles.

Posiblemente, estas premisas permiten consolidar la formalización de un objeto matemático, basado en entidades de procesos abstractas que los estudiantes deben construir a través de las deducciones sujetas a las definiciones axiomáticas. En definitiva, la formalización es sinónimo de axiomatización y, resulta de proposiciones deductivas sensatamente demostrables tras una cadena correcta de implicaciones lógica-matemáticas; pero, también es el producto de una actividad cognitiva por medio la cual, los procesos de adecuación y acomodación buscan equilibrar la Estructura Matemática de quien aprende, es un pensamiento formal que se construye en el descubrir del espacio enigmático de la demostración.

¿Qué es una demostración? Para los Pitagóricos es el “asombro de la contemplación.” Para Littlewood una demostración es una indicación, una sugerencia al cual se le debe buscar sentido proposicional, solo así logrará convencer a otros. Para René Thom un teorema está demostrado cuando los expertos no tienen nada que objetar.

Cabe destacar que, el PMA levanta su edificio de postulaciones a través de la metáfora Epistemología Genética de J. Piaget; en consecuencia, el PMA sostiene que cuando una estructura cognitiva recupera su equilibrio frente a una situación didáctica de problema, es porque los procesos mutuos de generalización y abstracción se han acoplado conceptualmente para definir una nueva organización mental que dará cuenta de realidades simbólicas vividas en seno de los esfuerzos cognitivos.

Las asociaciones y conexiones de los objetos formalizados mediante la actitud crítica de la prueba formal se espera que sean muy parecidas a las manejadas por los matemáticos profesionales; en virtud a ello, se busca mejorar la calidad de los procesos de aprendizajes en la Matemática escolar con la construcción de objetos de contenidos en contextos de acciones y procesos educativos a objeto de diseñar estructuras cognitivas complejas en los estudiantes, capaces de manejar grandes volúmenes de información y responder creativamente frente a la dinámica de los desafíos intelectuales.

## CAPÍTULO III CONTEXTO METODOLÓGICO

### Tipo y Diseño de la Investigación

El tipo de investigación fue un estudio mixto sustentado por una metodología centrada en el racionalismo crítico con adaptaciones de coordenadas teóricas basadas en posiciones filosóficas del Existencialismo, cuyo abordaje contempló tres (3) pasos metódicos: 1) el problema; 2) intento de solución; y, 3) contrastación. La trayectoria del discurso metodológico se inicia en la ubicación y determinación puntual de expectativa(s) no alcanzada(s) o no lograda(s) en el contexto educativo sujeto a intereses sensibles (*problema*), con lo cual se propuso una solución viable en correspondencia al esquema hipotético deductivo “Modelo Endocrítico” y vinculado con el campo de competencia del investigador (*intento de solución*).

Posteriormente, se sometió a exigentes tests de contrastación con el fin de convertir al investigador en su principal crítico, única lógica de evolución del conocimiento científico, Popper (1997). Además, dicha metodología se enfocó en un diseño crítico-hermenéutico, caracterizado en dos momentos: gnoseológico y epistemológico. ¿Por qué el estudio fue mixto? La investigación tipificó un enfoque mixto, porque complementó y cruzó hallazgos desde dos posiciones de estudios diferentes, tales como: documental-campo y cuantitativo-cualitativo.

La acción indagatoria documental-campo aludió a la construcción del soporte teórico bajo el esquema hipotético deductivo de conjeturas, las cuales se sometieron a pruebas mediante la realización de un ensayo empírico-experimental para contrastar teoría y práctica. En lo tocante al aspecto cuantitativo-cualitativo, se reportó la acción singularizada en el ensayo empírico-experimental, el cual asumió dos fases de interpretación

sobre una muestra seleccionada: tratamiento estadístico paramétrico y un análisis de enfoque cualitativo.

¿Por qué el diseño en esta investigación tuvo connotación de crítico-hermenéutico? El diseño crítico-hermenéutico consistió en la actitud asumida por el investigador frente a la construcción de conjeturas y frente a las interpretaciones de los datos observados en la experiencia empírica del estudio local. Esta actitud, se razonó de forma abierta y sujeta a cuestionamientos tanto teóricos como prácticos a lo largo de todo el proceso. Por lo tanto, el enfoque crítico consistió en convertir al investigador en su principal cuestionador; por ello, el estudio sometió a prueba el cuerpo de conjeturas (que se registraron en un documento denominado Modelo Endocrítico) en la experiencia empírica de un trabajo escolar para contrastar las posturas teóricas a la luz de las observaciones apreciadas en los hechos educativos ensayados.

Además, se conviene que la Gnoseología es una posición filosófica a través del cual el sujeto aborda al conocimiento desde la convicción de sus creencias para hacer de ellas argumentos de juicios en el marco de una racionalidad de sentidos existenciales; es decir, se comienza con un acto de fe basado en la creencia de cómo se comprendieron las cosas, posteriormente se atiende a su valor suspendiendo sus atributos y propiedades para examinar profundamente la información registrada en el acto de fe y con ello convertirla en una razón de referencia sustentada por postulados sistémicos de ciencia organizada, **es reflexionar sobre lo que se cree.**

Y, la Epistemología atiende los asuntos de interés desde las proposiciones y métodos del seno de las ciencias para examinar y transformar un aspecto gnoseológico en referencia científica; de allí que, el investigador propone dos momentos. El gnoseológico caracterizado como una tarea reflexivo-sistémico-deductivo y se implementó en el curso

documental de la investigación y el epistemológico que tuvo el tino de hermenéutico-dialéctico-empírico cuya ejecución se llevó a cabo en el desenlace del estudio local con sus instrumentos, procedimientos y validaciones.

Es de hacer notar que, el estudio local se sometió a detallados test cualitativos (observación participante y entrevista en profundidad) entre el cuerpo de conjeturas del Modelo Endocrítico y los hechos observados durante el período de análisis que se contempló como problema sensible del cuestionamiento en el rendimiento estudiantil de los contenidos: Transformada de Laplace y Análisis de Fourier (serie y transformada) de la asignatura Transformadas Integrales, ubicado y situado en la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada (UNEFA), núcleo Tinaquillo, V semestre de Ingeniería de Telecomunicaciones, período 1-2010.

Básicamente, la expectativa debatida fue el bajo rendimiento de la asignatura Transformadas Integrales, porque el rasgo cognitivo en los estudiantes se examinó al margen de las dudas de los profesores que imparten dicha asignatura, las cuales sostenían que los estudiantes no tenían dominio adecuado y ello influía en futuros desempeños (teoría de sistema/señales, redes, comunicación digital, entre otros); además, dicho juicio se corroboró con informaciones registradas en el período 2-2009 y suministradas por el departamento de evaluación, ello dieron cuenta de: 1) bajo rendimiento; 2) alto índice de repitencia; 3) alto índice de deserción; y, 4) marcado movimiento de cambio de carrera. Es por eso que, el hilo conductor del estudio local se orientó en: *determinar las proyecciones de los estudiantes al término de una práctica-teorizada educativa conforme a los postulados del Modelo Endocrítico.*

El estudio local (2.1) se basó en elaborar una práctica-teorizada en virtud de las conjeturas del Modelo Endocrítico que se supone resultó una

experiencia dinámica, flexible y dialéctica, muy adaptada al campo socioeducativo en cuestión. Consecuentemente, se concibió un programa de acción alternativo fundamentado en tres (3) etapas: 2.1.1) planeación; 2.1.2) diseño; y 2.1.3) experimentación. La planeación consistió en un espacio de apertura con visión global para crear un marco teórico capaz de explicar y predecir los pormenores de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje en los contenidos: Transformada de Laplace y Análisis de Fourier.

El diseño constituyó la obra didáctica basada en selección, despersonalización y descontextualización de los contenidos matemáticos con el fin de convertirlo en objetos de aprendizajes para el dominio cognitivo de los estudiantes; así mismo, se programó unas secuencias de eventos y acciones educativas con el objeto de renovar prácticas socioeducativas convencionales, su ejecución tuvo cuatro (4) roles: 2.1.2.1) epistemología; 2.1.2.2) cognición; 2.1.2.3) didáctica; y, 2.1.2.4) social. En este sentido, el siguiente esquema ilustra el discurrir metodológico del proceso indagatorio,

### **1. Problema**

### **2. Intento de solución** (momento gnoseológico – Modelo Endocrítico)

#### 2.1. Estudio local (momento epistemológico – Ensayo empírico)

##### 2.1.1. Planeación

##### 2.1.2. Diseño (elaboración del programa educativo en virtud al modelo)

###### 2.1.2.1. Epistemología

###### 2.1.2.2. Cognición

###### 2.1.2.3. Didáctica

###### 2.1.2.4. Social

##### 2.1.3. Experimentación

### **3. Contrastación**

El estudio está ubicado en la línea de investigación: Epistemología en Educación Matemática del programa Doctorado en Educación de la Universidad de Carabobo, ya que la sistematización del trabajo científico es el de proponer constructos teórico-metodológicos del pensamiento matemático escolar sobre la base del sentido crítico que pretenderá

contrastar las postulaciones del Modelo Endocrítico con respecto a los hechos educativos experimentados en el estudio local.

La actividad indagatoria no pretendió crear políticas educativas a nivel macro, más bien, estuvo orientada a desarrollar la actitud crítica del docente investigador frente a los elementos innovadores propuestos en la tesis del Modelo Endocrítico para constatar con la praxis los asuntos atendidos; y con ello, permitir sensibilizar un espacio de reflexión de interés a la Educación Matemática.

### **Etapas de la Investigación**

La planificación en acciones puntuales y concretas de la investigación quedó discriminada bajo la tipología de etapas, cuya distribución en asignaciones y duración se presentan a continuación:

#### *Etapa 1*

##### *Referida a la elaboración del proyecto de Tesis Doctoral*

Durante este período se elaboró un reporte escrito para dar a conocer ante la comisión del programa Doctorado en Educación de la Universidad de Carabobo, el problema de investigación, los objetivos, justificación, marco teórico y metodológico.

*Fecha de entrega:* marzo de 2010.

#### *Etapa 2*

##### *Referida a la construcción del Modelo Endocrítico*

En esta fase el estudio se realizó una revisión longitudinal de la evolución y tendencia del constructo Educación Matemática desde 1957 hasta el presente, con el objeto de examinar necesidades y requisitos de las expectativas educativas en las tramas socio-culturales. Estas referencias permitieron al investigador reflexionar profundamente sobre argumentos teórico-metodológicos que articularon el tejido de supuestos científicos del Modelo Endocrítico. La forma física del modelo

teórico-didáctico se consolidó en un documento escrito a lo largo del proceso indagatorio.

*Fecha:* agosto de 2010 y permanentemente ajustado durante el proceso indagatorio.

### *Etapa 3*

#### *Referida a la prueba de contrastación del Modelo Endocrítico*

La prueba de contrastación es entendida en este estudio como una situación de refutabilidad entre las teorías del Modelo Endocrítico y los hechos empíricos observados en el estudio local, las cuales demarcaron posiciones de comprensión en las interpretaciones de los hallazgos. Esas posiciones se caracterizó en los siguientes términos: 1) considerar aceptada la(s) conjetura(s) en la dirección correcta de una práctica educativa teorizada, pero se debe continuar examinándola en otras dimensiones de análisis; o, 2) refutar la conjetura y replantear facultades críticas en el esquema hipotético-deductivo del Modelo Endocrítico. Al respecto Popper (1997) sostiene que la única lógica de evolución del conocimiento científico es la crítica perenne en el método de ensayo y error, adaptando conjeturas o refutándolas.

*Fecha:* noviembre de 2010

### *Etapa 4*

#### *Referida a la presentación del documento final **Tesis Doctoral***

Corresponde a la presentación de la redacción final del documento Tesis Doctoral ante la Comisión Evaluadora.

*Fecha:* febrero de 2012.

## **CAPÍTULO IV EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**Evolución y tendencias del significado Educación Matemática: en la pista de un constructo**

Una mirada hacia atrás vale más que una hacia adelante.

Arquímedes

### *Apertura*

El constructo Educación Matemática, desde la perspectiva del constructivismo social, no es concebido como un producto social acabado de ejemplificaciones científicas que relatan y describen algunos; por el contrario, es una referencia teórica en proceso y desarrollo que constantemente extiende sus argumentos interpretativos en el ejercicio de las prácticas educativas de la Matemática escolar.

Su enfoque va más allá a la mera relación de conocimiento sujeto-objeto, mas bien, hace énfasis a la relación existencial de convivencia escolar en unión inquebrantable con su entorno socio-cultural. Su intención, más que un propósito, es buscar interpretar la naturaleza de su dominio comprensible, probablemente, bajo la reflexión de diseños crítico-dialécticos en los fenómenos del aprendizaje y enseñanza de la Matemática, vinculado en el curso de lo vivido por la experiencia escolar.

Interpretar lo vivido es dar significación a la vida, es un darse cuenta del estar allí (la clase y su consecuencia social), es un despertar filosófico para preguntarse de dónde vinimos, quienes somos y hacia dónde vamos. En virtud de esta orientación, el investigador presume que el hecho educativo, debe de ser un contexto de significación para preparar a los estudiantes en la evolución y desarrollo de sus vidas, por lo tanto, debe ser un proceso de transformación social, cuyo bien sublime es desarrollar lo humano entre nosotros; y, el conocimiento de la Matemática escolar compone un medio más para tal designio. La búsqueda y construcción de elementos teórico-metodológicos constituirá propuestas innovadoras en el hecho educativo, el cual abrirá nuevos horizontes de significación y con ello una propuesta lógica que sin lugar a duda, será un

espacio de encuentro y debate teórico entre educadores sensibilizados por la Educación Matemática.

Interpretar el constructo Educación Matemática, sugiere recorrer y comprender las necesidades y requisitos socio-epistemológicos de evolución social. Dicha evolución, ha dibujado una trayectoria en el curso de la historia, revoluciones y eventos sociales de gran impacto (agrícola, industrial, postindustrial y conocimiento), en virtud que han transformado a las sociedades en sistemas interactivos científicos y tecnológicos para su uso y aplicación.

Por eso, a principios de los años 1950 se vislumbraba en los ambientes académicos, las siguientes consideraciones: la intersección de dos revoluciones industriales (medios de transporte y la computación), el ambiente de postguerra mundial y la conquista espacial por las telecomunicaciones. De forma consecuente, surgieron movimientos sociales en el campo de la educación, particularmente, la Matemática escolar que dieron la apertura al contexto “**enseñar a enseñar**”. Un escenario sensibilizado por la forma de generar recursos humanos para encarar los desafíos emergentes, tanto matemáticos como educadores se unieron en conjunto para responder con diseños curriculares que se adaptaban a estructuras formalistas de gran rigor.

Posteriormente, a mediados de los años 1970 los resultados esperados del contexto enseñar a enseñar fueron duramente criticados por el movimiento Matemática Realista y de diferentes sectores sociales, en virtud que, los estudiantes egresados no asimilaban a cabalidad los contenidos de la Matemática Moderna y además se estaba generando de manera vertiginosa, por parte del sector estudiantil, un rechazo significativo hacia el estudio de esta disciplina; en tales circunstancias, emerge el contexto “**aprender haciendo**” como una reacción directa a tales argumentos. En la evolución de estos eventos se empieza apreciar

la importancia capital entre la relación humana del profesor y los estudiantes en situaciones de aprendizajes; fue entonces que para la década de 1980s, surge el contexto “**saber enseñar un saber enseñado**”, las cuales pone atención a los fenómenos situacionales de carácter educativos, en especial a los procesos de aprendizaje de la Matemática y las combinaciones más significativas de los elementos teóricos en los contextos anteriores (enseñar a enseñar y aprender haciendo), básicamente, se puso atención a los asuntos vinculados con aspectos socioepistemológicos de la convivencia escolar.

Por último, el desenlace de nuestros días, posiblemente, este caracterizado por el uso racional e inteligente de productos intelectuales con marcada tendencia a los desafíos de las tecnologías convergentes (tercera revolución industrial), en cuyo seno se ve claramente visible la punta del iceberg, el contexto “**aprender a aprender con independencia cognitiva**”, un ambiente donde los sujetos cognoscentes continuamente están aprendiendo estructuras cognitivas complejas de sus propios procesos de aprendizajes.

### Enseñar a enseñar

En los años 1950, un grupo de destacados matemáticos, tales como: Klein, Hadamard, Castelnuovo, Smith, Moore, Enriques, entre otros, sentían la necesidad de reflexionar sobre los contenidos y fines de la enseñanza de la Matemática, cuyas impresiones se centraban en tornos a estrategias de diseños curriculares escolares como medio cultural intelectual para el desarrollo del pensamiento matemático. Así, por ejemplo, en el Congreso Internacional de la Enseñanza de la Matemática (CIEM) de 1911 celebrado en Milán, se trataron los temas: 1) La Matemática que se deben enseñar a los estudiantes; 2) Lugar del rigor en la enseñanza de la Matemática; y, 3) Integración de la enseñanza de la Matemática (Castelnuovo, 1970).

En el marco de las consideraciones anteriores, se refleja manifestaciones de preocupaciones por parte de los matemáticos profesionales que invitaron a participar otros sectores interesados en las prácticas educativas de la Matemática escolar, en particular, psicólogos y educadores. Entre ese llamado se pueden mencionar a: Piaget, Choquet, Gattegno, Papy, Puig Adan, la cual expresaron en la acta fundacional (CIEM, 1950) lo siguiente:

La Comisión se propone tomar todas las iniciativas que, en el campo de la acción y del estudio, lleven a una mejor comprensión de los problemas planteados por la enseñanza de las matemáticas para su mejoramiento en todos los niveles. El campo de las matemáticas es privilegiado en cuanto existen ya investigadores competentes en el dominio de los fundamentos, de la lógica, de la epistemología, de la historia, de la psicología del pensamiento y de la pedagogía experimental. La Comisión se propone sintetizar las contribuciones que aportan estas disciplinas a su objetivo principal (pp. 1).

La inspiración de las preocupaciones surgía de la comunidad científica de matemáticos profesionales quienes realizaban prestaciones de servicios en las universidades y que además observaban con asombros los avances significativos de la investigación Matemática del siglo XIX, ejemplo en la figuras tales como: Cauchy, Cantor, Weierstrass, Fourier, Gauss, Riemann, Halmiton, Gibbs, Grassman, Galois, Klein, Lie, entre otros, no menos importante.

Destacaban un considerable progreso y aporte al acontecer científico del momento y firmemente una línea sensibilizada de seguir continuando en esa trayectoria; por consiguiente, en la Conferencia Internacional de Matemáticos que tuvo lugar en París en 1900, el alemán David Hilbert expuso sus teorías. Hilbert era catedrático en Gotinga, el hogar académico de Gauss y Riemann, y había contribuido de forma sustancial en casi todas las ramas de la Matemática, desde su clásico Fundamentos de la Geometría (1899) a su Fundamentos de la Matemática en colaboración con otros autores. La conferencia de Hilbert en París consistió en un repaso a 23 problemas matemáticos que él creía

podrían ser las metas de la investigación matemática del siglo que empezaba. Ésta fue la introducción a la conferencia:

Quién entre nosotros no estaría contento de levantar el velo tras el que se esconde el futuro; observar los desarrollos por venir de nuestra ciencia y los secretos de su desarrollo en los siglos que sigan? ¿Cuál será el objetivo hacia el que tenderá el espíritu de las generaciones futuras de matemáticos? ¿Qué métodos, qué nuevos hechos revelará el nuevo siglo en el vasto y rico campo del pensamiento matemático?

Despertar el interés en la investigación obligaba atender a los asuntos de formación académica, en concreto, los procesos de enseñanza que se desarrollaban en las prácticas educativas; por ello, era necesario presta atención a los aspectos curriculares de la Matemática escolar y en la dirección que marcaba el núcleo de programa indagatorio de los matemáticos, que para el siglo XX y más específicamente en los años 1950 se centraba en el rigor formal de la estructura algebraica y los avances vertiginosos iniciados por el matemático Babbage, considerado como padre de la computación, además, en materia de análisis numérico y Matemática Discreta, se abrió el camino para la era digital y los procesos algorítmicos.

Por otra parte, el Programa Sputnik fue una serie de misiones espaciales con alto despliegue en el campo científico tecnológico para demostrar la viabilidad de los satélites artificiales en órbita terrestre, dicha empresa estuvo patrocinada por la Unión Soviética a finales de los años 1950. La denominación Sputnik viene del ruso Спутник y su significado es compañero de viaje. Del Programa, las reseñas de mayor cobertura publicitaria, probablemente, fueron Sputnik 1 y 2.

El inmenso asombro del despliegue científico tecnológico producidos por las proezas de la puesta en órbita del Sputnik impacto a los ciudadanos estadounidenses, quienes respondiendo enseguida con el lanzamiento de varios satélites incluyendo Explorer 1; también, aceleró la creación de Aeronáutica Nacional y Administración Espacial, su siglas en

inglés NASA, el término Aeronautics viene de la palabra griega “aire” y “navegar”. Además, incremento la inversión por parte del gobierno en la investigación y educación científicas, en especial, la reforma curricular en Matemática. Igualmente, las autoridades educativas de los países como Francia e Inglaterra sostenían a principios de los años 1960 que “sin una fuerte formación en Matemática, el cual incluyera calidad y cantidad, las sociedades no estaría en condiciones de asumir controles tecnológicos sobre los destinos de su progreso”, (Freudenthal, 1978).

Más aun, el concierto de todas las autoridades educativas a nivel mundial contemplo con asombro el desarrollo de los sucesos espaciales lo cual sensibilizó a una comunidad de educadores quienes sintieron la obligación de redimensionar nuevas expectativas en el marco de los eventos emergentes en esa dinámica social; de allí que, los planes de enseñanzas centraban sus temas en aplicaciones tecnológicas, Lietzmann (citado por Freudenthal, 1978).

Además, factores de alcance mundial, tales como: 1) el contexto político e histórico de la posguerra; 2) la ideología y filosofía de la Matemática; 3) la influencia de los matemáticos en la educación superior; y, 4) la atmósfera de producción intelectual de eventos científicos y tecnológicos. Señalaron líneas de alarmas para reflexionar sobre el producto que se esperaba de los procesos educativos formales con respecto a lo que se tenía. Entonces, las autoridades educativas de varios países sentían la preocupación de llevar a cabo un cambio curricular importante en la enseñanza de la matemática escolar. Esto fue definiendo un movimiento denominado **matemática moderna** o **la nueva matemática**.

Sus bases filosóficas se establecieron durante el seminario de Royamount, celebrado en 1959. En el transcurso del mismo, el famoso matemático francés J. Diudonné lanzó el grito de "abajo Euclides" y

propuso ofrecer a los estudiantes una enseñanza basada en el carácter deductivo de las proposiciones lógico-matemáticas y que partiera de unos axiomas básicos en contraposición a la enseñanza falsamente axiomática de la geometría imperante en aquellos momentos (Geometría Euclidiana). En ese mismo seminario la intervención de otro matemático francés, G. Choquet estuvo orientada en el mismo sentido: "... disponemos de un excelente ejemplo, el conjunto de los números enteros, donde estudiar los principales conceptos del álgebra, como son la relación de orden, la estructura de grupo, la de anillo".

Estas dos intervenciones se pueden considerar muy influyentes en el sentido que dio inició a un movimiento renovador, enseñar a enseñar, pues en primer lugar, dibuja el enfoque estructural formal que ha de caracterizar la enseñanza de la Matemática y, en segundo, apunta hacia el contenido más apropiado para su enseñanza. La idea en principio parecía bastante lógica y coherente. Por un lado se pretendía transmitir a los estudiantes el carácter y el estilo lógico-deductivo de la Matemática y al mismo tiempo unificar los contenidos por medio de la teoría de conjuntos, las estructuras algebraicas y los conceptos de relación-función de la Matemática superior.

Como hecho particular y vinculado con la exposición anterior, el ambiente en Latinoamérica (países del continente americano de habla español, portugués y francés) experimentaba la ausencia de una sólida comunidad científica en Matemática, situación que hizo la entrada de la reforma enseñar a enseñar, aún más fácil, porque las universidades se involucraban satisfactoriamente y los eventos de promoción social hacían que la Matemática moderna gozaría de niveles de aceptación altos frente sus educadores. Los estudiantes graduados en Matemática continúan sus estudios de postgrado en los Estados Unidos y Europa y volvían a sus países de origen llenos de energías para activar los mecanismos curriculares que dieran lugar a contenidos bien conocidos: introducción a

la teoría de conjunto, simbolismo moderno, enfoque algebraico de la geometría y en sentido general la construcción algebraica del sistema axiomático.

Dado este contexto, se llevo a cabo el Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM), celebrado en Colombia 1961, su primer presidente fue el matemático Marshall Stone y Luis Santaló, Stone científico estadounidense que impulso considerablemente el desarrollo matemático en el continente Americano y además fue fiel partidario del programa de investigación grupo Bourbaki y Santaló matemático de origen español y radicado en Argentina. El Comité fue un agente directo en la reforma de Educación Matemática con representante en todas partes del continente. El CIAEM llegó a convertirse en un verdadero puente institucional entre el Norte y el Sur del continente americano en lo que se refiere a las matemáticas y su enseñanza. El espíritu y la mística que generó la reforma enseñar a enseñar entre los matemáticos contribuyeron mucho a formar nuevos estilos de relaciones entre los profesionales de toda la región y a fortalecer su espacio académico en las universidades.

Los acontecimientos anteriores, impulsó tanto la praxeología como didaxología (*la praxeología* se puede pensar como el estudio de las condiciones de ejecución sobre una acción eficaz en un sector determinado; y, *la didaxología* es definida por De Landshere [1979] como la ciencia de la enseñanza que está basada en la investigación empírica, haciendo referencia al método experimental hipotético deductivo) muy propia a las circunstancias de la Matemática Moderna, conocido más tarde como el Estructuralismo Formal de la Matemática o simplemente Estructuralismo. El Estructuralismo dio comienzo a la renovación del currículo escolar en relación a la necesidad de adecuar la formación Matemática al desarrollo científico y tecnológico de las principales ciudades occidentales, la misión histórica era involucrase en la enseñanza

preuniversitaria y además establecer un puente adecuado con la educación superior.

Matemáticos de profesión dictaban directrices en qué enseñar y cómo presentar esos contenidos, llamó la atención el trabajo de Bourbaki, formados por notables matemáticos y motivados por la algebrización de la Matemática. Consecuentemente, la tarea de organizar los contenidos a enseñar se podría englobar a través de dos gigantes estructuras: la estructura algebraica y la estructura topológica. Cada una se dividía en subestructuras. Por ejemplo: la algebraica se dividía en grupos, anillos, módulos, cuerpos, etc.; la topológica en grupos, espacios compactos, espacios convexos, espacios normales, etc.

El Estructuralismo planteó un esquema de enseñanza tradicional clásico (Definición → Teorema → Demostración y Aplicación), cuyo discurso descansa en el rigor de los argumentos tratado mediante un formato expositivo magistral, el cual organiza la sistematización de los contenidos en una estructura cohesionada en el razonamiento deductivo; por lo tanto, la navegación y exploración de la Estructura Matemática tiene un hilo conductor en las implicaciones lógicas finito-consistente. La manipulación de los símbolos en los procedimientos y los algoritmos permitía fijar el significado en su semántica y sintaxis, el sentido en el manejo del código simbólico se convierte en una herramienta para los pensamientos creativos, cuya operación de no contradicción está encarnada en los encadenamientos de proposiciones formales finitas. La reflexión de estos encapsulados constituyen la conciencia de su contenido y significado: *el objeto matemático formalizado*.

Pues bien, la esencia de su Epistemología se reduce a: 1) la Matemática es independiente a la mente humana, el sujeto no la inventa sólo la descubre en su contexto de acción; 2) el descubrimiento no se hace mediante la experiencia sensible del mundo físico sino mediante el

contacto de los entes ideales de la estructura. En definitiva, es un modo de proceder que personifica la posición filosófica del Formalismo, cuya postura es la reflexión del objeto matemático descubierto en el dinamismo de sus encadenamientos lógicos, previamente validos por implicaciones. Las transformaciones que modifican la estructura Matemática deben sustentarse en ciclos creativos de implicaciones que los estudiantes deben activar y descubrir en los encadenamientos lógicos, una labor de naturaleza consciente que demanda creatividad, imaginación y alta competencia en el manejo de las proposiciones y los entes ideales.

El Formalismo convierte a la Matemática en un fin para sí mismo, porque lo verdaderamente esencial es el producto de logro en el avance consistente de su estructura. El aspecto ontológico se basa en la creencia de encontrar un algoritmo de condición natural el cual representa un patrón formal consistente a descubrir, pista de sus inicios estén arraigados en las posturas de Hilbert (citado por Ángel, 2001) el cual sostenía que la existencia de los elementos no deben tomarse como verdades, lo que se discute son sus relaciones definidas en el curso de sus descubrimientos.

Hacer de la consistencia un estilo de vida es disciplinar una posición ante la vida; de allí que, es comprensible la postura de vida en Galileo Galilei (1564-1642) sobre el mundo exterior, para él la cosmología del universo es un libro abierto donde la naturaleza de su entendimiento reposa en un el código de comunicación que se conviene, es el lenguaje matemático como la forma de hacer la lectura ante lo sensible y con ello develar el secreto de su funcionamiento. Aprender a codificar, descodificar, procesar y comunicar el código matemático, es aprender Matemática; de modo que, su aprendizaje estará dirigida a enseñar el sentido hermenéutico de esa lectura.

Aprender Matemática en el contexto enseñar a enseñar es un esfuerzo de actividad mental para desentrañar, develar y comprender el contenido, significado y método de la Matemática de modo a priori y, en tanto que la Matemática es un cuerpo fuertemente cohesionado con proposiciones que dan cuenta de una lógica conceptual sobre las implicaciones libres de contradicciones. En ella se encierra un círculo hermenéutico. El todo recibe en el sentido de las partes y las partes sólo pueden comprenderse en relación al todo. Desde esta óptica, el sentido representa la capacidad de dar significación al todo con las partes y las partes constituyendo el todo.

La Matemática se comprende a la luz de las formalizaciones de un conjunto de leyes descubiertas en el seno de su misma estructura. La estructura reposa en un conjunto de componentes básicos y simples que permitirán la construcción del edificio lógico que se va levantando mediante reglas que mantiene cohesionado todas las proposiciones con respecto a su totalidad, como entes ideales subordinados a los sistemas de transformaciones que desemboca dentro su frontera. Al respecto, Hilbert (citado por Angulo, 2002) formula:

Cuando miramos de cerca una teoría matemática advertimos siempre que unas pocas y determinadas proposiciones del dominio de referencia, hacen el fundamento para la construcción del encasillado especial de los conceptos y tales proposiciones alcanzan para construir según principios lógicos el encasillado total de toda la estructura (pp. 21).

Estas valoraciones, encontró apoyo e influencia en Piaget, quien pensó que la clave del desarrollo del pensamiento humano era la superación de etapas genéticas estructurales, no solo en la sociogénesis sino también en la psicogénesis. Fundando la Epistemología Genética cuya tesis se enfoca en la actividad de conocer la realidad del sujeto como un interacción constante entre la influencia directa de los conocimiento previos y la forma de actuar en situaciones nuevas de aprendizaje; consecuentemente, el aprendizaje se basa en la voluntad del

sujeto en incorporar, asimilar, adaptar y adecuar el nuevo material, pero al mismo tiempo modifica el sujeto en cuestión, pues aumenta la complejidad de su estructura cognitiva.

La lectura del lenguaje matemático se traduce en navegar y explorar por los sistemas formalizados de su estructura, adquirir su contenido, método y significado, requiere de un proceso que permita reconstruirla según las normas de transformación instrumental, las cuales no son otra cosa que las cadenas de implicaciones lógico-matemáticas que edifican la estructura en sí. En consecuencia, “enseñar a enseñar” es un acto consciente sobre unas reglas de manipulación en objetos abstractos para sincronizar la armonía de su significado, es decir, el estudiante que desea aprender Matemática debe manipular con conocimiento de causa ciertas reglas para crear implicaciones consistentes, ese ciclo creativo puede ser estimulado por unos sujetos de mayor experiencia en el uso de esas reglas y en la creatividad de enfrentar situaciones de retos.

El proceso de enseñanza tiene un formato expositivo cuya relación de contacto es la transmisión de información entre sujetos de mayor experiencia (profesor) y con relación a otros menos expertos (estudiantes). Así mismo, el formato expositivo anula el proceso de acompañamiento, no es mediador en los procesos de aprendizaje del otro y no se detiene a reflexionar en la carga sentimental del proceso humano.

Es muy importante destacar, la carga afectiva no se desconoce, sencillamente no es objeto de atención ni de estudio. Además, presenta a la Matemática como una ciencia robusta de rigor formal que permite hacer lecturas en las consistencias de sus proposiciones y para aprenderla es menester emular las acciones y recomendaciones de los sujetos expertos, consecuentemente, estos sujetos expertos las exponen bajo una organización magistral, de forma progresiva y gradual, facilitando la

composición definitiva de su episteme, mas que actos reflexivos constituyen prácticas solidas de su desempeño, es “enseñar a enseñar”.

En conclusión, la enseñanza es el acto supremo del aprender, se puede aprender siempre y cuando el sujeto experto escenifique y facilite el contenido de lo que se debe aprender. El facilitar se convierte en presentar ejemplificaciones de proposiciones matemáticas que permitan exponer el rigor expositivo del discurso formal. Y, aprender se convierte en procesos que deben incubar esas acciones con la esperanza de reproducir ciclos creativos que exhiban desempeño iguales o superiores a los sujetos expertos, quienes facilitaron su contenido, método y significado. Enseñar a enseñar es facilitar estrategias en aras de que el enseñado muestre lo facilitado en un tiempo esperado.

### *Aprender haciendo*

En los años 1970, se registraron algunas apreciaciones a cerca del desempeño que generó el contexto “enseñar a enseñar”, las reacciones frente esta postura se evidenció en la composición de un conjunto de argumentos despreciativos que la describían como un estilo mecánico y memorístico, por la manera de sustentar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. ¿Por qué mecánico y memorístico? Mecánico, porque su enseñanza se fundamentaba bajo el formato inalterable de argumentos expositivos por las cuales fueron aprendidos y en ese mismo esquema se enseñaba.

El espacio hacia la innovación de estrategias didácticas tenía poca cobertura y se mantenía la actitud de extrema pasividad en aspectos cognitivos, afectivos y socio-culturales de los procesos de aprendizajes; memorístico en virtud que, el interés era la observación de conductas resolutorias esperadas por parte de los estudiantes, sin detenerse a examinar la calidad de transformación proposicional, se daba por sentado que el efecto correcta era producto de una implicación lógica finita

consistente precedida por el confinamiento de estructuras y dominio en contenidos de alto nivel.

El proceso como medio para desarrollar lo humano en el estudiante no era motivo de interés, lo esencial era el producto observado al calor de la evaluación planteada, no se cuestionaba su construcción ni tampoco el esfuerzo invertido para tal propósito, en ocasiones el producto no se sostenía en el rigor formal y, entonces el por qué de su expresividad iba más allá de cómo se comprendían y hacían las cosas, para no desplomar lo que se obtenía sencillamente la reflexión sobre ello era una mirada de no compromiso que aceptaba la trama social, ***encubriendo el cómo para no ocupase del por qué***. Si la memoria es la recuperación de estructuras consistentes en informaciones significativas confinadas con rigor formal en el intelecto, el camino parece estar en el sentido acertado, pero no puede ser el recuerdo de un dato que no tenga raíz epistemológica en el confinamiento consistente de unidades de argumentos, eso es memorístico y no memoria, ya que, ***se dice lo que se dice sin saber lo que se dice***.

Con justa razón, la posición enseñar a enseñar fue cuestionada por no asumir el papel crítico-social de la Educación Matemática, porque su tejido argumental se enfocó en ciertas y significativas recomendaciones de matemáticos profesionales o psicólogos del aprendizaje que en el curso de los desarrollos sociales los educadores ejecutaban prácticas escolares, convirtieron las relaciones humanas en prescripciones didácticas, mediante el cual los docentes comunicaban, difundían y divulgaban los contenidos de la Matemática escolar en el esquema expositivo-deductivo sobre el cuerpo de proposiciones formales lógico-matemáticas y, el estudiante debería assimilarlas, adaptarlas y acomodarlas en el silencio de su proceso de aprendizaje para luego mostrar el producto aprendido según la solicitud del docente, hecho que mistificó la consolidación de una actitud receptora-pasiva del estudiante y

el acto de enseñanza expositivo facilitador, muchas veces repetido tal cual como fueron aprendidos. Pero, lo que se hizo costumbre fue la reiterada praxis educativa de ejecutar experiencias escolares inmutables, anulando lo dinámico de la vida.

De forma lamentable, este ensayo de hacer las cosas en materia educativa sobre la actividad Matemática escolar tuvo efectos preocupantes en relación al control y predicción del rendimiento estudiantil. Una investigación bien documentada la representó el Informe Coleman hecha en Estados Unidos en 1966, el cual reveló la escasa influencia y poco poder predictivo que ejercían los recursos expositivos educativos sobre el rendimiento estudiantil de la Matemática.

Su metodología indagatoria fue un estudio de campo descriptivo y se centró en la experiencia expositiva del profesorado, el empleo de laboratorios de ciencias y el número de libros en la biblioteca como recursos complementarios del formato expositivo. Sus conclusiones fracturó epistemológicamente el contexto enseñar a enseñar en los escenarios escolares, porque de lo que se pretendían alcanzar no fue alcanzado y, dejó mucho que desear. Al respecto, García (2000) apunta:

El fracaso del movimiento conocido como la matemática moderna o formalista, pues no logró que los alumnos aprendieran los conceptos ni las estructuras superiores y además consiguió crear deficiencias en las rutinas básicas del cálculo, por ello, se debe establecer movimientos renovadores. Entre estos movimientos, el retorno a lo básico, la resolución de problemas y la matemática como actividad humana (pp. 57).

Voces insatisfechas por los productos culturales generados en el contexto enseñar a enseñar de la Matemática formalista se hicieron sentir de diferentes sectores, el matemático francés René Thom (ganador de la medalla Fields en 1958 y creador de la Teoría de las Catástrofes) crítico con cierto ahínco el malestar, muestra de su descontento se refleja en la siguiente afirmación, Thom (1973):

Ellos, los bourbakistas, abandonaron un campo ideal para el aprendizaje de la investigación: La geometría Euclídea, mina

inagotable de ejercicios y la sustituyeron por las generalidades de los conjuntos y la lógica de las estructuras algebraicas, materiales tan pobres, vacíos y frustrantes para la enseñanza. El énfasis puesto por los estructuralistas en la axiomática no es sólo una aberración pedagógica sino también matemática (pp. 2).

Servais (1976) reclamó un aspecto más humano en el proceso de enseñanza de la matemática tan necesario en la convivencia humana, el cual, paradójicamente había convertido al ser humano en una simple máquina manipuladora y consumidora de contenidos, en caso concreto, matemáticos laicos, ni tan siquiera seculares, las cuales influían en el hecho educativo sin reflexionar sobre sus consecuencias, importancia social y políticas. También, Freudenthal (matemático alemán, asistente de Brouwer quien es muy reconocido en Topología y además fundador del intuicionismo) enfrentó radicalmente a la Matemática moderna, sosteniendo que “la Matemática es una actividad humana”, entre sus palabras, Freudenthal (1978) apunta:

La enseñanza de la matemática tiene su justificación si ella es útil y divertida, porque ella debería de ser de utilidad y ella debería ser tratada mediante aplicaciones, de lo contrario no se debería poner a una multitud de niños y jóvenes en contacto con ella, ya que de muy poco serviría para su desarrollo, incorporación y desenvolvimiento en la sociedad (pp. 102).

Freudenthal fue fundador del movimiento progresista denominado Matemática Realista y miembro activo del Grupo Internacional de Psicología en la Educación Matemática (PME) y la Comisión Internacional para el Estudio y Mejoramiento en la Enseñanza de la Matemática (CIEAEM). La Matemática Realista no pretende ser una teoría general del aprendizaje (como lo es, por ejemplo, el constructivismo), sino una teoría global (o una “filosofía” según Freudenthal) que se concretiza en teorías locales de enseñanza de tópicos de la matemática y que se basa en las siguientes ideas centrales:

1. Pensar la matemática como una actividad humana (a la que Freudenthal denomina matematización) y que, siendo así, debe existir una matemática para todos.
2. Aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los

modelos poseen un papel relevante y que ese desarrollo se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado reinención guiada, en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

Desde el punto de vista educacional, la actividad escolar en Matemática se repensó como reconstrucción guiada en situaciones problemáticas de experiencias conocidas por los estudiantes en tanto, actividad de matematización y reconocimiento de la fenomenología didáctica como metodología de investigación, esto es, la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad de ser organizados matemáticamente, siendo las dos fuentes principales de esta búsqueda: los asuntos epistemológicos de la Matemática y los productos culturales matemáticos que suceden en la ecología de los ambientes de enseñanza y aprendizajes.

Bajos estas premisas, se edifica el contexto “aprender haciendo”, una actitud educativa que arranca de la experiencia, la acción, la vida, lo empírico, lo cotidiano, el entorno, la experimentación, la prueba y el error como las formas más eficiente de lograr aprendizaje. Se aprende haciendo, interrelacionando acción y teoría, experiencia y saberes, para aprender la prioridad está en la acción, en la experiencia vivida de una situación de aprendizaje.

Otro intento por desentrañar y dar significado a la experiencia escolar en el contexto aprender haciendo lo constituyó la resolución de problemas, obra documentada por el matemático húngaro G. Pólya (1887-1985), cuya preocupación era el interés por descubrir el cómo se derivan las creaciones matemática a partir de los fenómenos de la realidad, donde el sujeto forma parte. Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta.

Su enseñanza se enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a

los estudiantes en la solución de problemas, generalizó un método creativo de cuatro pasos característicos: 1) Entender el problema; 2) Configurar un plan; 3) Ejecutar un plan; y, 4) Mirar hacia atrás. Es de hacer notar que, las aportaciones de Pólya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias de solución de problemas.

El libro *Cómo Plantear y Resolver Problemas* editado por primera vez en 1954, se ha traducido a 15 idiomas. Versa, en el tratamiento de los espacios de creatividad e imaginación para manipular los artíficos matemáticos a la hora de encarar problemas, la aceptación del libro se ha convertido en una referencia académica, al punto que el físico Z. Alfyorov (Premio Nobel de Física de 2000) lo alabó, diciendo que estaba encantado con el famoso libro de Pólya. El libro proporciona heurísticas generales con el fin de resolver problemas de todo tipo, no sólo matemáticos; igualmente, incluye consejos para enseñar matemática a la comunidad de educadores sensibilizados por la actividad escolar, al respecto Pólya (1954) nos comunica:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si se pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, puede determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimir una huella imperecedera en la mente y el carácter (pp. 23).

El término de resolución de problema se ha convertido en piedra fundamental para las distintas corrientes matemáticas; en especial, a la escuela formalista; en esta orientación, el matemático estadounidense P. Halmos (1916-2006) de origen húngaro, sostuvo que el carácter artístico y creativo de la matemática radica en sus problemas, que es el corazón de su labor, describiendo a los matemáticos como artistas, y no como meras calculadoras. Sin embargo, W. Kilpatrick (1871-1965) educador

estadounidense continuador de la obra “educación en la acción”; además, es el creador del método de proyecto, una forma de educación práctica de dirigir la vida para hacer la vida mejor.

Consideraba que la mejor manera de resolver problemas es darse cuenta y tomar conciencia de lo que sucede en el contexto socio-escolar, y desde ese enfoque situar problemas de interés para asumir esfuerzos y control cognitivo en su solución; en cuyo caso, es necesario despertar el interés en la necesidad de la acción para gerenciar esfuerzos que conduzca al término final satisfactorio: *encontrar la solución del problema*. Una forma de aprender haciendo, donde la cognición y metacognición se activa en la dinámica de un interés que parte de una experiencia tangible de la acción didáctica escolar.

La dimensión cultural de presentar al saber matemático como una actividad humana forma parte de un patrimonio social cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos, tanto de la matemática como del mundo de las ciencias naturales, sociales, del arte y la tecnología. Su formalización y desarrollo es una producción intelectual sobre la reflexión de soluciones frente a los problemas empíricos, un compromiso de voluntad para encarar desde el interés la acción de esfuerzos y recursos que permitan buscar soluciones en correspondencia a una situación perturbadora del problema de arranque, en aras de promover un ambiente de oportunidad para introducir a los estudiantes en materia de interés y esfuerzo intelectual.

En definitiva, el contexto aprender haciendo del saber matemático es un aprendizaje en/de la experiencia y a tenor de una acción didáctica que estimule el interés del problema determinado para llevar a cabo un conjunto de esfuerzos que probablemente se inicien en la imaginación y posteriormente se desarrollen con las pruebas de consistencias absolutas

(implicaciones lógico-matemáticas no contradictorias y finitas), en ocasión de encontrar soluciones al interés original, básicamente, se espera que los estudiantes aprendan haciendo implicaciones, y sobre todo aprendan cómo se debe hacer esas implicaciones para lograr un proceso deductivo en cuyo término final resulte la solución demandada por la acción. Al respecto, Pólya (1954), nuevamente nos ilumina:

Para un matemático, que es activo en la investigación, la matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados, y casi todos los pasajes de este libro están destinados a mostrar que éste es el procedimiento normal. Si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel (pp. 56).

### *Saber enseñar un saber enseñado*

Los argumentos didácticos en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las etapas: enseñar a enseñar y aprender haciendo; apunta hacia la perspectiva del esquema expositivo facilitador de instrucción unidimensional (docente → estudiante) y su metodología es altamente planificada en el rigor del discurso formal cuyo avance de progreso es mediante la graduación de ejercicios cada vez más complejo, con muy poca participación de los estudiantes, salvo en aquellas ocasiones que se solicita al estudiante mostrar el saldo aprendido de ciertas situaciones educativas.

Básicamente, su forma de llevar el asunto es a través de ajustes y adaptaciones de contenidos en el marco de unas intenciones organizadas y planificadas de los procesos de enseñanza con el objeto que los destinatarios (estudiantes) logren desencadenar procesos de aprendizajes en correspondencias a las intenciones; es decir, los

procesos de aprendizajes están subordinados a los procesos de enseñanza, en cuyo caso, si se desea mejorar el aprendizaje pareciera que solo bastaría innovar las estrategias de enseñanzas.

Por otra parte, la segunda revolución industrial abrió el camino para la automatización, la creación de sistemas expertos y la robótica en el diseño tecnológico de la miniaturización, denominada eventualmente como la Sociedad de la Información; porque lo esencial no es el contenido de información, más bien, son las estrategias de búsquedas antes los desafíos de los problemas para encontrar alternativas de soluciones a través de la información.

Además, las posiciones encontradas en el campo de la filosofía de las ciencias entre Popper y Kuhn permitieron reflexionar sobre el por qué del método y la actitud científica frente la metodología empleada para producir conocimiento. En este sentido, Lakatos (1993) postula a las teorías como estructuras organizadas que permiten consolidar Programas de Investigación, por medio las cuales se guíen y orienten los procesos indagatorios científicos, tanto en sus aspectos positivos como negativos. Los Programas de Investigación son una sucesión de teorías relacionadas entre sí, de manera que unas se generan partiendo de las anteriores. Las teorías iniciales (las generadoras) forman un núcleo firme, duro o central dentro del sistema de creencias el cual demarca la comunidad del Programa y, estas a su vez son defendidas por un cinturón protector de hipótesis auxiliares, las cuales indican la dirección correcta de las proposiciones a investigar y lo que no se debe investigar.

En suma, para la década de los 80s se consolidó un contexto socio-cultural constituido por tres (3) grandes corrientes: 1) un sentido de preocupación por unas expectativas escolares en Matemática no alcanzadas; 2) un empuje tecnológico producido por los efectos de la información en sentido global y digital; y, 3) una atmósfera filosófica que

postulaba cómo debían hacerse las cosas en materia de ciencia. Todas estas corrientes concurrieron a un vértice común, la cual fue y sigue siendo, el de crear puntos de encuentros y debates entre las comunidades académicas y científicas sensibilizadas por los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

En virtud a ello, se generó tres núcleos de investigación, ello fueron: Teoría de la Educación Matemática (TME), el grupo de Psicología en la Educación Matemática (PME) y la didáctica de la escuela francesa (Godino, 1999). Los enfoques de interés de estos grupos buscaron y sigue buscando la interpretación y comprensión de los fenómenos educativos en el área de Matemática y, usar los hallazgos hermenéuticos productos de las investigaciones en la reflexión de las prácticas escolares para renovar estrategias dentro un campo de acción que pudiera mejor sustancialmente los procesos de aprendizajes y las relaciones sociales producto de esa interacción.

- Teoría de Educación Matemática (TME)

La sociedad de matemáticos se ha venido agrupando desde 1893 con los esfuerzos de los alemanes Georg Cantor y Félix Klein, quienes impulsaron el eslogan “Matemáticos del mundo entero, ¡uníos!”. La sociedad se aglutino como una comunidad científica organizada en la Unión Matemática Internacional (IMU, 1932), la cual es una estructura social no gubernamental y no lucrativa internacional, cuyo propósito es promover la cooperación internacional en Matemática y apoyar actividades de investigación en cualquiera de sus aspectos: puro, aplicado o educativo. Es miembro del organismo supranacional Consejo Internacional de Unión Científica (ICSU), el cual están integrados por todas las organizaciones científicas mundiales; así mismo, auspicia y organiza el más importante encuentro de esa comunidad, Congreso Internacional de Matemáticos (ICM). En la India 2010 se efectuó su edición XXVI-ICM.

Durante su avance, se entregan los principales premios matemáticos, la tradicional Medalla Fields y el Premio Nevanlinna en el área de la informática teórica. Desde 2006 se concede también el Premio Carl Friedrich Gauss por contribuciones relevantes a la Matemática aplicada. Por sugerencia del matemático estadounidense David Eugene Smith, un conocido historiador de la Matemática, se creó en Roma 1905 la Comisión Internacional de Educación Matemática (ICME), cuyo primer presidente fue el matemático alemán Félix Klein.

La organización del ICME está formada por el Comité Ejecutivo (EC), nombrado en Asamblea General del IMU, y los representantes nacionales de los llamados Estados miembros. El grupo de los representantes nacionales constituye la Asamblea General de la Comisión Internacional de Instrucción Matemática (ICMI), que se reúne cada cuatro años juntamente con los respectivos ICME. El ICME es un acontecimiento cumbre en la vida internacional de la Educación Matemática. La edición XI-ICME se llevó a cabo en México 2008 y en el año 2000 la comisión ICMI estableció dos premios para reconocer las contribuciones destacadas a la investigación en Educación Matemática: la medalla Félix Klein, quien toma el nombre del primer presidente de ICMI (1908-1920), para honrar los logros a lo largo de toda su vida; y, la medalla Hans Freudenthal, que toma el nombre del octavo presidente de ICMI (1967-1970), para reconocer un programa relevante y acumulativo de investigación. Estos premios se otorgan todos los años cuya numeración sea impar, con presentaciones de las medallas y conferencias invitadas por los galardonados en ICME.

La naturaleza de las investigaciones en ICME apunta en formular un corpus de teorías relacionadas entre sí y referidas a la reflexión, desarrollo y práctica de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, entre las cuales tenemos:

1. Matemática en la escuela en los años 90s.
2. Influencia de la Sociedad de la Información en la Matemática escolar.
3. Matemática como tema de servicio.
4. Popularización de la Matemática.
5. Matemática y Cognición.
6. Investigaciones sobre evaluación en Educación Matemática.
7. Qué es investigación en Educación Matemática y cuáles son sus resultados.
8. Perspectiva para la enseñanza de la Matemática del XXI.

Concretamente, V-ICME celebrado en 1984, consistió en una invitación a todos los científicos interesados en construir y articular un episteme sobre Educación Matemática como una disciplina científica. En la configuración de este grupo científico se proporcionaron orientaciones académicas de carácter sistémico de un rango de acción muy diverso: Matemática, diseño, currícula, estudio de modos de construcción de aprendizaje significativos, interacción profesor-estudiante, etc.

Posiblemente, la razón de tanta pluralidad se deba a los alcances del término Educación Matemática, el cual agrupa intereses muy diversos; pero, en definitiva no pareció producir un constructo válido universal, sólo estudios con resultados parciales, apoyados con supuestos teóricos externos que tratan de situar la acción en el aula (Godino, 1999).

Sin temor a equivocación, el trabajo de Steiner (1985), producto de estos encuentros demuestran la seriedad y profundidad con que fueron asumidos los retos por crear el constructo "Educación Matemática", según el cual la complejidad del sistema global en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática la hace dibujar un escenario de Teoría, Desarrollo y Práctica, para hacer ahínco en la existencia de un sistema social

heterogéneo y complejo, que se ve influenciados por: 1) la reflexión de las prácticas educativas; 2) los medios tecnológicos; y, 3) los avances de la investigación didáctica.

El debate en estos congresos permitió dar continuidad en el intento de interpretar y comprender el funcionamiento del sistema enseñanza-aprendizaje; pero también, fue sensibilizando a un sector que en silencio observaban el desenlace de estos hechos, el autor está haciendo referencia a los educadores en el área de Matemática, quienes se vinculan de forma directa y consecuente con los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina en cuestión, sus voces serían oídas, en especial con el surgimiento de la escuela didáctica francesa.

- Grupo de Psicología de la Educación Matemática (PME)

El propósito de la Psicología en los ambientes educativo se ha caracterizado en proporcionar elementos teórico-metodológicos en los procesos de enseñanza-aprendizaje con el objeto de lograr alcanzar cambios de comportamientos deseados en los sujetos. Particularmente, en la didáctica de la Matemática se han erigidos dos corrientes: el conductismo y el constructivismo. Ambas posiciones han aportados y siguen aportando herramientas instrumentales de orden cognitivo, didáctico, afectivo y socio-cultural para el desarrollo óptimo de las actividades escolares.

El conductismo es una posición que se centra, primordialmente, en la conducta observable; en virtud a ello, se estimulan variables tangibles de carácter material para lograr condiciones favorables en el contexto del aprendizaje y a su vez facilitar situaciones de enseñanzas, generalmente con un formato expositivo muy bien estructurado. Es por eso que, en ciertas ocasiones se le denomina “interacción contextual” por la cual la instrucción en Matemática se presenta ante todo como un producto cultural acabado que puede ser asimilado en la interacción entre los

sujetos (profesor-estudiante) y en la dinámica de los procesos que se facilitan.

Los procesos son medios para obtener una conducta deseada y aceptable frente a los desafíos de los problemas. Lo esencial para la Matemática escolar es el producto de la **conducta resolutoria aceptable**, en términos prácticos es el resultado de la acción solución o la consecuencia final deductiva de las implicaciones; los procedimientos y encadenamientos lógicos no son objetos de análisis, así como las cargas afectivas, sociales o actividad cognitiva. Su existencia no se niega, simplemente no se estudia; en este sentido, no se acompaña a quienes aprenden, *sólo se proporcionan condiciones guiadas para facilitar esquemas de contenidos.*

El constructivismo es una posición que acompaña a los sujetos en sus procesos de aprendizajes. Acompañar es entendido como un proceso de retroacciones en facilitar y mediar los contenidos matemáticos, pero, para mediar es menester saber cómo los sujetos procesan, organizan y confinan las unidades de contenidos en sus estructuras cognitivas y ello conlleva a involucrarse en los procesos de aprendizaje de la Matemática. Es una atención personalizada que se detiene para comprender la naturaleza de los procedimientos y encadenamientos lógico-matemáticos de cada sujeto, porque la ejecución correcta de dichos procesos garantizará una conducta resolutoria aceptable.

También, es un seguimiento didáctico sobre la epistemología del contenido en la idiosincrasia de los sujetos, quienes estructuran de acuerdo a su ritmo y profundidad, por lo tanto, el tratamiento a mediar ha de ser **individualizado y luego se convierte en personalizado**, el facilitar es una acción complementaria del mediar. Lo esencial es el mediar para que los estudiantes tejan redes significados conformen al contenido original (facilitado). De allí que, la Psicología estudie y crea

constructos en correspondencia a interacciones de sentido global de la actividad humana. Cabe destacar que, si los procesos de mediaciones tienen origen cognitivos se denominan “*interacciones cognitivas*”, pero si tienen origen socio-culturales se llaman “*interacciones sociales*”.

Las consideraciones del conductismo y constructivismo en el campo de la Psicología representan modos de cómo asimilar y adquirir los contenidos matemáticos en la actividad escolar; en esta dirección, Higgison (1980) interpreta a la didáctica con un modelo tetraédrico sobre la base de cuatro disciplinas que dan sentido global a respuestas de interrogantes en las prácticas educativas de la Matemática, las cuales se presenta a continuación:

1. El qué enseñar le atañe a la Matemática
2. El por qué enseñar le atañe a la Filosofía.
3. El quién y dónde enseñar le atañe a la Sociología.
4. El cuándo y el cómo le atañe a la Psicología.

La vitalidad de los argumentos de Higgison fue recogida con gran receptividad por el grupo de Psicología de Educación Matemática (PME) en el II-ICME, al preguntarse sobre cuáles serían los fundamentos y cuestionamientos de la didáctica de la Matemática para que el enfoque psicológico pudiera dar orientaciones del cómo y cuándo los procesos de enseñanza y aprendizaje pudieran aproximarse a una praxeología significativa en la actividad escolar. Al respecto, Vergnaud (1988) apunta que el análisis de la conducta de los estudiantes, de sus representaciones y de los fenómenos que tienen lugar en su mente, podría brindar información psicológica en la organización jerárquica de evolución, concepciones y competencias cognitivas; también, las interacciones sociales, la identificación de teoremas en acto, esquema y símbolos sería una estructura espiral de fructífero análisis.

Sin embargo, Balacheff (1990) sostenía que el mero enfoque psicológico era insuficiente para abordar con amplia cobertura los problemas de los fenómenos educativos de la Matemática, era necesario introducir nuevos aspectos; entre los que se destacan: la epistemología del conocimiento matemático y la ecología socio-cultural centrada en el estudiante. El grupo PME contribuyó considerablemente en asuntos relacionados de cómo podía ocurrir la operación de almacenar formalizaciones en la estructura cognitiva de los estudiantes y así poder mediar en los procesos de aprendizaje de los contenidos matemáticos facilitados a la luz de la interacción social profesor-estudiante; entre esas contribuciones se destaca, la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud.

Los Campos Conceptuales es una teoría cognitiva neo-piagetiana, el cual sustenta que el conocimiento está organizado en redes conceptuales cuyo dominio por parte del sujeto, ocurre a lo largo de un extenso período de tiempo, a través de la experiencia, madurez y aprendizaje. Campo Conceptual es, para Vergnaud, un conjunto de estructura, contenido y operaciones de pensamiento, entrelazados uno a otros y, probablemente, conectados por una telaraña de conceptos durante el proceso de adquisición. El proceso de conceptualización se explica en la triplete  $C=(s,i,r)$ , donde C es el concepto, el cual está sujeto a un conjunto de situaciones que constituyen el referente (s) y, un conjunto de esquemas puesto en acción en esa situación (i); de allí que, el sujeto construye una realidad de significantes en un conjunto de representaciones simbólicas almacenadas en la mente (r). De modo que, la situación (s) es una realidad fuera del sujeto que aprende Matemática y (i,r) son aspecto interactivos del pensamiento frente la situación.

Otro estudio de gran connotación, es el aportado por el matrimonio Van Hiele (educadores y matemáticos holandeses) en el desarrollo del pensamiento geométrico, quienes sostienen que el aprendizaje es un

proceso a través de niveles de madurez las cuales se van alcanzando conforme se estructure su conocimiento. Su teoría gira en torno a cinco niveles de aprendizaje y afirma que es menester dominar un nivel antes de pasar al siguiente; es decir, tiene un progreso lineal cuyo avance depende de la superación del nivel precedente. Dichos niveles se describen a continuación:

1. Nivel 1. **Visualización**. Es una fase sensorial, de identificación visual.
2. Nivel 2. **Análisis**. Es una fase de descomposición y de relaciones de componentes para descubrir propiedades y regularidades estructurales.
3. Nivel 3. **Deducción informal**. Explicación en términos globales el por qué de las proposiciones.
4. Nivel 4. **Deducción formal**. Explicación en términos formales el rigor de las proposiciones.
5. Nivel 5. **Rigor**. Adaptación y acomodación del nuevo contenido en la Estructura Matemática.

Además de explicar el aprendizaje por niveles. Van Hiele hace énfasis en el papel que desempeña la enseñanza para coadyuvar el aprendizaje. La enseñanza es un medio que facilita al aprendizaje en cinco fases; además orienta, guía y acelera el proceso de maduración. Las fases que, en el proceso de aprendizaje, conducen a un nivel más alto del pensamiento son cinco, según lo explica Van Hiele:

1. Fase 1. **Información**. Son contextos de comunicación social donde el docente ubica las necesidades del estudiante para dirigir el rumbo del proceso educativo.
2. Fase 2. **Orientación Guiada**. Conjunto de secuencias y eventos didácticos del proceso enseñanza y aprendizaje.
3. Fase 3. **Explicitación**. El desarrollo del ambiente a facilitar
4. Fase 4. **Orientación libre**. Demandar actividades intelectuales de quien aprende.
5. Fase 5. **Integración**. Revisión introspectiva de lo aprendido.

Al final de la quinta fase, se espera que los estudiantes hayan alcanzado un nuevo nivel de pensamiento. El nuevo dominio de pensamiento reemplaza al viejo, y los estudiantes están listos para repetir las fases de aprendizaje en el próximo nivel.

- Didáctica de la Escuela Francesa

El impulso didáctico de la escuela francesa se debe a la profundidad de los estudios centrado en las interacciones socio-culturales y el carácter sistémico socio-epistemológico del saber matemático escolar. Además, el núcleo firme de investigación emergió de una comunidad de educadores sensibilizados por su ocupación; es decir, la voz que se hizo escuchar para tratar de forma científica los fenómenos vinculados con el hecho educativo en Matemática fueron: *los educadores de profesión*. Una voz que fracturó el silencio del escenario internacional para ahora pronunciarse en la reflexión de la práctica del día a día. Entre sus destacadas actuaciones podemos mencionar a la:

- ✓ Teoría de las Situaciones Didácticas – Brousseau
- ✓ Teoría de Transposición Didáctica – Chevallard
- ✓ Teoría de los Registros Semióticos – Duval
- ✓ Ingeniería Didáctica – Artigue

El interés de la didáctica francesa es marcar pautas para dirigir un programa de investigación en una serie de conjeturas relacionadas entre sí con el propósito de estimular el desarrollo continuo y el fortalecimiento de un ambiente de reflexión y debate. Estas premisas asumió la influencia del trabajo de Romberg (1988), quien propone a manera de sugerencia, unas series de características cuya finalidad es transformar un espacio de intenciones indagatorias en una ciencia consolidada y estable (el fin rector fue y sigue siendo el constructo Educación Matemática), la letra de sus postulados son:

- ✓ Debe existir un conjunto de investigadores que demostrarían intereses comunes.

- ✓ Las explicaciones dadas por los investigadores debe ser de tipo causal.
- ✓ El grupo de investigadores debe haber elaborado un vocabulario y una síntesis común, sobre la cual el grupo está de acuerdo.
- ✓ El grupo debe haber elaborado procedimientos propios para aceptar o refutar los enunciados

En el marco de estas consideraciones la Educación Matemática se enfoca como una ciencia en sostenido desarrollo teórico espiral y no como un edificio lógico que puede ser estudiado bajo la secuencia lineal de un discurso, si no que abarca, desde distinto punto de vista, todo un campo de problemas que se refiere a las interacciones del triángulo didáctico: profesor-saber-estudiante. Al respecto, Brousseau (1989) sostiene que:

La didáctica de la Matemática es una ciencia que se interesa en la producción y comunicación de los conocimiento matemáticos, y en qué cosa esta produciendo y esta comunicación tienen de específico (pp. 45).

La Teoría de las Situaciones Didácticas se enmarca en un nivel local o micro, esencialmente, en la relación profesor-saber-estudiante. Apunta a modelar situaciones de enseñanza-aprendizaje; de modo que, es un supuesto teórico que postula la elaboración y gestión de programas educativos que controla la forma de presentación del contenido matemático en un contexto que proporcione al estudiante un verdadero sentido.

El significado del saber matemático del estudiante está fuertemente influenciado por la forma didáctica con que el contenido le es presentado. El desarrollo del estudiante dependerá de la estructuración de las diferentes actividades de aprendizaje a través de una situación didáctica. Según la definición de Brousseau (1986):

Una situación didáctica es un conjunto de relaciones establecidas explícitamente y/o implícitamente entre un alumno

o un grupo de alumnos, en un cierto medio, comprendiendo, eventualmente, instrumentos y objetos y, un sistema educativo (el profesor) con la finalidad de posibilitar a estos alumnos un saber constituido o en vías de constitución... el trabajo del alumno debería, al menos en parte, reproducir las características del trabajo científico propiamente dicho, como garantía de una construcción efectiva de conocimientos pertinentes (pp. 17).

La Teoría de la Transposición Didáctica apunta al proceso mediante el cual se ejecuta una acción de movilización cognitiva, de un lugar a otro; en otras palabras, son los procesos de despersonalización y descontextualización por parte del docente que se le aplica al conocimiento matemático para convertirlo en objeto de enseñanza; por lo tanto, son adaptaciones y ajustes didácticos sucesivos por la cuales el conocimiento matemático se transforma en conocimiento a enseñar y éste en conocimiento enseñado.

Teoría de los Registros Semióticos se basa en las representaciones mentales que un sujeto produce por el empleo de los signos. Las construcciones en los registros de expresiones constituyen sistemas de signos que dan cuentas de ideas, propiedades, nociones, relaciones, etc. y, que puede ser de diversas índoles: diagramas, gráficos, expresiones algebraicas, etc. Pues bien, el acto cognitivo en Matemática es mediante la aprehensión del concepto del objeto y ello es posible si ocurre representación semiótica; es decir, no hay noesis sin semiosis; por lo tanto, Duval considera que la actividad escolar en Matemática debe atender a dos preguntas esenciales, las cuales son: ¿Cómo se aprender a cambiar un registro? ¿Cómo se aprende a no confundir un objeto con la representación que se propone?

Ingeniería Didáctica es una metáfora que entrelaza con una visión sistémica la Teoría de las Situaciones y la Teoría de la Transposición Didáctica para optimizar los modos de apropiación del saber matemático en el estudio de las interacciones del triángulo didáctico. De allí que, el

término tiene doble función: como metodología de investigación y como situaciones de enseñanzas y aprendizajes.

El contexto saber enseñar un saber enseñado se centra en torno a los procesos de aprendizaje y las consideraciones socio-epistemológicas que se vincula con las prácticas educativas. El facilitar contenidos se ve complementado. Ahora, en este contexto, los estudiantes son acompañados en sus actividades escolares, porque el mediar representa un cortejo didáctico en su situación de aprendizaje. Estas premisas son fuentes inspiradoras de constructos teóricos que establecen alianzas estratégicas con el acto educativo y hace énfasis en los procesos para lo cual aprender Matemática constituye una actividad humana de necesidad social.

En virtud a ello, educadores de profesión u ocupación realizan encuentros y desarrollan constructos teóricos-metodológicos para comunicar sus hallazgos influenciados por los alcances de los grupos de investigaciones en TME, PME y la escuela francesa. Podemos citar a: D'Ambrosio (1990) que sustenta un programa de investigación denominado etnomatemática el cual supone un tratamiento del conocimiento matemático como una producción socio-cultural, plausible a ser construida y apropiada para la resolución de problemas que conduzcan al mejoramiento de la calidad de vida; el movimiento de Educación Matemática Crítica (EMC) influenciada por la Escuela de Frankfurt, P. Freire y la etnomatemática, apunta hacia constructos que tejen significados relacionados a: la educación dialógica y problematizadora, la reflexión y acción, la emancipación, la competencia democrática, el conocimiento reflexivo matemático, la relación cultural y Matemática, la Matemática como construcción humana y social, el docente-estudiante como sujetos políticos y no sólo cognitivos. Y mucho más...

### Aprender a aprender

El umbral de la Sociedad del Conocimiento devela el importantísimo papel transformador que gira en torno a la Investigación, Desarrollo e Innovación (I+D+i) del efecto sinérgico en el estudio interdisciplinario de las tecnologías nanoscópicas. Un acontecer de explosión vertiginosa en la producción de conocimientos que redimensiona las situaciones de aprendizaje en la Matemática, ya no es suficiente asimilar, adquirir y confinar nuevos conocimientos. Los cambios son notoriamente frecuentes, radicales y cualitativamente expansivos en el avance de su progreso, esto ha determinado una nueva concepción del aprendizaje: *aprender a aprender*.

El contexto aprender a aprender es un ambiente donde la tecnología es una variable crítica de desarrollo en los sujetos cognoscentes que continuamente están aprendiendo estructuras cognitivas complejas y dinámicas en sus propios procesos de aprendizajes; insoslayablemente, constituye una actitud holística, abierta y crítica frente a la generación, apropiación y aplicación de conocimientos. Así mismo, la Matemática ha venido evolucionando de forma notable y sus tendencias en los problemas relacionados a los procesos de enseñanza y aprendizaje han adquiridos nuevos constructos, no sólo en sus contenidos, sino en la ciencia cognitiva.

Se entiende como ciencia cognitiva al estudio interdisciplinario de la mente, la inteligencia y el comportamiento humano basado en la comprensión de los procesos físico-químico-biológico a nivel de neurona y con un enfoque sistémico que involucra la filosofía, psicología, inteligencia artificial, neurociencia, la lingüística y la antropología.

Pues bien, la Sociedad del Conocimiento es un constructo de referencia que ha orientados todos los proyectos sociales fuera del contexto tradicional espacio-tiempo para unificar modos de colaboración

en un trabajo interdisciplinario, porque la relación moderna del conocimiento sujeto-objeto se ha visto redimensionada en un formato de relación existencial sujeto-mundo dentro del espectro creciente espiral de la información digital.

Su poder de penetración en el campo del dominio cognitivo, sin lugar a duda, han apuntalados la necesidad de nuevos intereses que guían vectores socio-culturales, tales como: 1) Amplia cobertura hacia la globalización cultural; 2) Marcada notoriedad en el estudio y uso de las tecnologías convergentes; 3) Actitud abierta y emprendedora frente a los desafíos; y, 4) aprender a aprender ante la explosión de conocimientos y la obsolescencia de lo mismo.

Cabero (2009) sostiene que la producción de trabajos científicos en la universidad de Harvard para el año 2008, superó a todos los confinados del siglo XVIII y XIX, juntos. Esto muestra, una idea de que tan rápido se producen trabajos científicos, lo cual hace pensar que, las currícula de los sistemas educativos formales no podrían estar nunca al nivel del parque tecno-científico de la Sociedad del Conocimiento. ¿Entonces, las organizaciones educativas irán tras la estela del rastro que dejen los conocimientos emergentes? Todo parece indicar que es un proceso natural en las evoluciones de las sociedades.

En la transición de la sociedad agrícola a la industrial, los primeros cambios surgió en el campo científico luego se traslado a lo tecnológico, posteriormente levantó cambios sociales. Ahora, en la Sociedad del Conocimiento el efecto de la globalización cultural pareciera crear conexiones mundiales entre todos nosotros; las herramientas de comunicación digital, nos guste o no nos guste, constituyen vínculos abiertos en la educabilidad de los ciudadanos planetarios; además, el enfoque nanoscópico abre una cultura en lo muy pequeño, en la escala de 1 a 200 nano dimensional, un movimiento que tuvo su origen en la

miniaturización, con el cual se pretendió hacer a los sistemas más eficientes con un coste de ahorro en el consumo de energía. Inclusive, se habla de un nuevo orden económico mundial sustentado por procesos y productos en el nivel del nano espacio.

No obstante, los estudios formales conducentes a títulos son obligatorios pero no suficientes, porque constantemente aumentan y progresan, de forma vertiginosa, los alcances teóricos y metodológicos de todos los productos y manifestaciones culturales; en este sentido, se hace necesario reflexionar sobre el volumen de información que un ciudadano bohemio de hoy requiere confinar, controlar y utilizar. El estudio de la Matemática, no es la excepción, por lo tanto, se debe repensar en sus contenidos, las formas de crear situaciones de aprendizajes, la búsqueda de soluciones a nuevos problemas, sus enfoques, profundidades, entre otros.

Entonces, ¿Cómo será la relación educativa? La respuesta firme, esta por dilucidarse en la trayectoria de un futuro no tan distante que arranca con el ahora. Es el ahora, un motivo de preocupación que debe mantener la reflexión ocupada. Se sospecha que, las organizaciones educativas emplearan más tecnologías con el propósito de atender a más estudiantes y la concepción de espacios físicos serán reemplazados por nichos virtuales; además, será un medio más de educabilidad y formación, entre otros que ofrecerá el parque tecnológico emergente.

El ***aprender a aprender*** se convertirá en una actitud de responsabilidad frente al inmenso volumen de conocimiento y el nivel de apropiación, no bastará con almacenar cantidad será necesario controlarla, aplicarla e innovarla de forma cognitivamente independiente. En consecuencia, aprender Matemática significará una apertura al pensar conforme a la significación construida en su contenido y método, esencialmente, será la comprensión de la naturaleza de sus procesos y

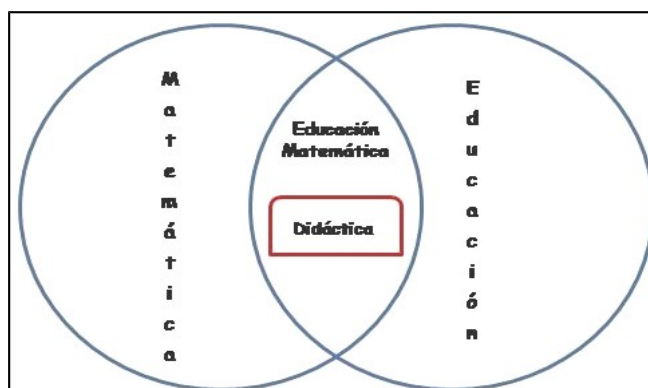
las arquitecturas de las proposiciones que sustentan las implicaciones lógico-matemáticas de un camino que se recorre pensando, ejercitándose, demostrando, aplicándolo y generando más conocimiento en virtud de las anteriores.

¿Qué enseñar? Las tecnologías convergentes son escenarios interdisciplinarios hacia las tecnologías disruptivas, las cuales conforman un gran bloque, constituido por: 1) enfoque nanoscópico: nanociencia y nanotecnología; 2) biotecnología, incluyendo la ingeniería genética; 3) ciencias de la comunicación: informática, computación y telecomunicación; y, 4) ciencia cognitiva. La era digital es nuestra era, una realidad innegable a los juicios de la prudencia y razón existencial. Es por eso que, los contenidos a enseñar en Matemática deben adaptarse a esas tecnologías para crear situaciones de aprendizajes significativas, pertinentes y de inclusión en los saberes, probablemente, estén sujetos a las aplicaciones duras del Álgebra Lineal, Matemática Discreta, Geometría Fractal, Teoría de Caos, Lógica Difusa, Borrosidad, etc.

Pero, ¿Qué exactamente se debe aprender? La respuesta no es sencilla, depende en gran medida de nuestros estudiantes y de su ecología existencial, sobre todo, procesos y ciclos creativos de pensamientos matemáticos. Mas bien, es una reflexión cuyo encuentro con los estudiantes es para facilitar y mediar en situaciones de aprendizajes a los fines que ellos (los estudiantes) logren obtener saldos reveladores de sus aprendizajes y sean capaces, por sí mismo, de textualizar los contenidos que requieran ante una situación de desafío socio-cultural; es decir, *serán los estudiantes quienes se auto gestionen en sus situaciones de aprendizaje para ser emprendedores de sus propias soluciones*, esto de alguna forma es generar conocimiento en virtud de los conocimientos comprendidos.

...y entonces, ¿Qué es Educación Matemática?

La Educación Matemática es un constructo que surge de la intersección interdisciplinaria entre la Educación y la Matemática, en cuyo dominio cobija a la didáctica. Su objeto de estudio es la naturaleza del pensamiento matemático escolar, los procesos de enseñanza y del aprendizaje, vinculados a los espacios tecnológicos educativos; además, su metodología tiene enfoque sociológico con un diseño crítico-dialéctico que puede ser indagado desde perspectivas cuantitativas o/y cualitativas, ilustrativamente, tenemos



**Fuente**

propuesto por el autor

Modelo

Es de hacer notar que, la colisión multidisciplinaria entre los bloques científicos: Educación y Matemática. Producen un espacio común de reflexión, cuyos argumentos arrancan en la experiencia escolar, se teorizan y luego, vuelven a la práctica, siendo ahora práctica teorizada. En este sentido, Brousseau (1997) sostiene que:

La educación Matemática es una disciplina científica cuya competencia de estudio se apoya en argumentos didácticos empíricos para interpretar los fenómenos de la enseñanza y aprendizajes de los contenidos matemáticos y los medios científicos que permitan integrar, coordinar, adaptar resultados y procedimientos de otros dominios, tales como la psicología, sociología, antropología (pp. 51).

Más aun, Steiner (1985) apunta que:

La Educación Matemática es un sistema social heterogéneo y complejo global de la enseñanza que se puede descomponer en teoría, desarrollo y práctica, en el cual se distinguen tres ámbitos:

1. La acción práctica reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática;
2. La tecnología didáctica en el uso disponible de materiales y recursos;
3. La investigación orientada a interpretar y comprender la naturaleza de los procesos educativos (pp. 102).

Por otra parte, la ciencia tiene una forma muy singular de progresar y desarrollarse, orientada en el curso de sus investigaciones; en una primera instancia hace investigación pura, donde indaga la naturaleza del objeto de estudio, sus propiedades, característica, entre otros; posteriormente, aplica la comprensión de ese conocimiento en el diseño de estructuras tangibles cuya utilidad siempre esta inclinada en programas educativos que ayuden a superar obstáculos o problemas. Al respecto, Schoenfeld (2000) sostiene que:

La Educación Matemática se define en su investigación, las cuales tiene dos propósito uno puro y otro aplicado. El puro comprende la naturaleza del pensamiento matemático, enseñanza y aprendizaje; y, el aplicado corresponde a implementar los hallazgos de la comprensión del puro para mejorar la instrucción matemática (pp. 31).

En síntesis, la Educación Matemática es un constructo socialmente compartido que constantemente expande su significación haciéndola dinámica; consecuentemente, permite innovar elementos teórico-metodológicos en la renovación de su práctica. Es por eso que, la Educación Matemática es un espacio para la reflexión y debates de ideas dentro la comunidad de educadores sensibilizados por comprender e

interpretar los fenómenos vinculados a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar cuyo compromiso viaja de la mano con la temporalidad del hecho socio-cultural y tecno-científico de las sociedades en las cuales, los estudiantes son sus pulsaciones vivientes prestos a contribuir en su conservación, extensión y modificaciones.

## CAPÍTULO V MODELO ENDO-CRÍTICO

APROXIMACIONES TEÓRICO-METODOLÓGICAS DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

¿Para qué repetir los errores antiguos habiendo tantos errores nuevos que cometer?

Bertrand Russell

Apertura

¿Qué es un ser educado? Es una interrogante que despierta una gran sensibilidad y, más aun quienes estamos vinculamos con el hecho educativo, porque se suele pensar que un sujeto educado es un sujeto instruido; ciertamente, orienta una dirección de sentido significativo pero muy incompleto, sólo es un aspecto del habitar humanamente. Un ser educado es aquel que ha comprometido su voluntad para recorrer el camino de la vida hacia la trascendencia de lo humano (Morales, 2002); por lo tanto, los niveles de instrucción son medios de ese compromiso, pero, el compromiso es un camino permanente del existir hacia la superación de lo que se es a lo que se desea ser: **habitar el mundo humanamente**, probablemente, un camino que se hace en el andar y con unión de otros.

Ahora bien, la Educación como proceso es una esperanza para construir al ser educado. Su práctica, ha develado principios de unión entre nosotros en cuyo tejido interno emerge la esencia antropológica del

existir: “más son los elementos que nos unen que aquellos que nos separan”. Entonces, empeñar la voluntad para comprender, interpretar y conjugar los modos de su utilidad en el proceso educativo formal escolar significa un camino hacia la plenitud de significados en la vida, es *la trascendencia de la mundanidad ordinaria en lo extraordinario del vivir*.

En la producción de esta tesis se pretende hacer un entramado argumental examinando conjeturas sobre prácticas educativas de la Matemática escolar y buscando el giro existencial de dichas conjeturas en la experiencia del continuo humano de sus protagonistas, con el propósito de exponer juicios consistentes sobre un modelo teórico que permita reflexionar, actuar y transformar realidades; pues bien, serán conjeturas ontológicas tendientes a una epistemología, no como ciencia normativa más bien puntos de encuentros y debates para su reflexión.

Se sospecha que, lejos de afirmaciones son elucubraciones a las cuales el sentido crítico dialéctico deberá señalar pistas de orientación conducentes a su comprensión, interpretación, explicación y predicción de fenómenos escolares; en este sentido, la disertación comienza con las interpretaciones sustantivas del hombre, sociedad y Educación Matemática. Posteriormente, se discutirá la forma de abordar el proceso educativo de la Matemática escolar con la introducción del soporte teórico documentado en el Modelo Endocrítico.

Es de hacer notar que, **Endo** es un prefijo de raíz griega, cuyo significado denota “interior” o “dentro” y el término **crítico** tiene la connotación de los postulados popperianos, aquellos que aluden a la actitud abierta e indagadora, donde el debate y el examen de los hechos empíricos son espacios de revisión y cuestionamiento para aproximarse al conocimiento científico, rechazando posiciones de estratagemas.

El vocablo **Endocrítico** es un constructo de esta tesis que dimensiona una actitud de energía introspectivo frente a la vida, en particular, la convivencia escolar de una clase de Matemática; actitud caracterizada como predisposición consciente hacia una intención abierta, conciliadora y emprendedora de los procesos aprender a aprender, que probablemente, permitirá explicar lo humano de la praxis educativa en la Matemática escolar, cuyo aprendizaje se espera se extienda hacia un estilo de vida signado por el compromiso de habitar humanamente y en comunión con todos los productos culturales logrados y conquistados en el ahora tecno-científico.

Lo humano está y caracteriza a los protagonistas educativos, apelar a ello se infiere que es una demanda de circunstancias de hechos para activar en los sujetos procesos internos de descarga cognitiva, metacognitiva, imaginación y creatividad que entrama un sentido de juicio lógico a la razón y, con ello el reconocimiento existencial, aquel que permite situar la ubicación del sujeto en su trama social, insoslayablemente acompañados por otros. Es un toque mágico de sensibilidad que suspende en total énfasis la atención de los hechos para hacer paréntesis “**de mi vida en el vivir**”, es un *darse cuenta* de la temporalidad del espacio que se vive, es el ahí del ser. Y, sin saberlo el sujeto se ha preguntado a sí mismo ¿Por qué hay algo o más bien nada? Es cuando, el existencialismo nos ilumina: claro que hay algo por la cual hay que responder.

Entonces, ¿Cómo se vincula esto con una clase de Matemática? Pista del asunto se centra, en que el estudiante ante que una relación de conocimiento sujeto-objeto tiene una relación de vida existencial sujeto-mundo, llega a la clase de Matemática con una memoria de vida, quizás con la esperanza de dar orden y buscar trascendencia en su vida, lo cual es solo posible, si la clase se convierta en una herramienta potenciadora de **contextos de significaciones** para y con la vida, tal

como lo sostiene Morales (2002): “educar es dar significado a la existencia del estudiante” (p. 257).

En este marco de ideas, se espera que el Modelo Endocrítico sea un soporte teórico para la comunidad de educadores las cuales, posiblemente, les permitan encarar los nuevos desafíos escolares al margen de innovadores ensayos didácticos y en consecuencias cedan encuentros y espacio de discusión en la evolución y desarrollo de la Educación Matemática.

### **Soporte vertical del Modelo Endocrítico: hombre, sociedad y Educación Matemática.**

El sustento de importancia capital en esta producción de tesis lo constituyen el constructo hombre-sociedad, una visión situada en la existencia del hombre y las fuerzas sociales que definan esa existencia: fuerzas que se relacionan, interactúan y coexisten con él. En este sentido se asume que: “**no hay esencia antes que la existencia**”. Es el existir en el mundo sociable lo que dimensiona el ser del hombre y lo cósmico tiempo espacial, ya que la posibilidad de existir esta con el hombre y en su contexto, pues ésta consciente en la construcción de su propia esencia. Igualmente, el hombre es considerado como un existiendo dentro de la sociedad-mundo bajo la categoría sujeto-mundo, no puede concebirse en él por sí mismo ni fuera de la sociedad sino dentro de las circunstancias sociales que lo vinculan en él. Al respecto Heidegger (1927) afirma que:

Estar en el mundo no es solamente estar en él y relacionarse con los objetos, es igualmente relacionar con otros hombres, es coexistir. De allí que, la frase hoy tan repetida “el hombre tiene su mundo” no quiere decir ontológicamente nada mientras permanezcan en vago este “tener”. El tener esta fundado, como en la condición de su posibilidad, en la estructura existencial del ser-en-el-mundo (pp. 70).

En efecto, el hombre ha de ser interpretado y comprendido desde su estación de vida en el ser ahí, ya que, antes que realidad es

posibilidad. ¿Por qué el estudio del hombre tiene este sentido? En la expectativa existencialista de Heidegger (1927), el hombre es un ente privilegiado, es el único ser que pregunta por su ser, pues no hay otro ente que lo haga. Los animales y los objetos inanimados no lo hacen, **el ser que pregunta por su ser es el hombre, el ser ahí.**

Es un estudio antropológico existencial del hombre, donde el hombre y el mundo se envuelven entre sí, el hombre es el ser ahí que se preocupa, angustia, cree, piensa, razona, dice, hace y elabora proyectos de vida para ser-en-el-mundo. Es una temporalidad dinámica que constantemente tiene la libertad y conciencia de hacer posibles sus posibilidades; en consecuencia, el hombre es potencia de sus posibilidades en el sujeto-mundo.

La posición existencialista del hombre declara una ruptura epistémica con el esquema sujeto-objeto, pues ya no es una relación de conocimiento que parte de la subjetividad; es decir; se cuestiona y examina la interioridad del sujeto como fuente reveladora de todo inicio, en lo particular, el mundo cósmico: las cosas son porque yo pienso que son (*ego cogito ergo sum*, Descartes). Ahora, las cosas son y está fuera del sujeto, por lo cual se propone la relación sujeto-mundo dos aspectos indisociables, inquebrantablemente unidas en su sentido, fundando la estructura ser-uno-con-otro. Las cosas existen y el hombre está arrojado, eyectado, desgarrado y angustiado en ese existir fuera de él. Por lo cual hay una conciencia intencional más allá de sí misma, es una conciencia hacia las cosas y sus posibles, naturalmente, es ser ahí.

Además, el hombre es potencia de sus posibilidades, son sus proyectos lo que marcan la diferencia y la distancia del mundo cósmico. Un objeto no se pregunta qué otra cosa puede ser, que lo que es. El reino vegetal y animal está anclado al presente, pero el hombre se le atribuye la facultad de construir su esencia y proyectar su futuro, porque tiene la

libertad de decidir la dirección de su destino y el poder de elegir de ser lo que no se es y no ser lo que se es: **un núcleo de potencia**. La afirmación de Zubirí (1982) apoya lo expuesto:

El animal, por ejemplo, es un ser anclado, el hombre no lo es. El hombre es el único animal que no está encerrado en su medio específicamente determinado, sino que está constitutivamente abierto al horizonte indefinido del mundo real. En una palabra, mientras que el animal no hace sino que “resolver su vida”, el hombre proyecta su vida (pp. 29).

Por otra parte, la columna de la Educación Matemática levanta una racionalidad cimentada en la intersección de dos ciencias: Educación y Matemática. El constructo Educación es entendido como un proceso de apertura y permanente significación hacia el desarrollo de lo humano y la Matemática una estructura formal consistente. Entonces, Educación es un proceso de significación de vida, con y para ella; y, la Matemática es un producto de ese proceso que se construye en la vida para hacer de ella una forma de explorar, investigar, examinar y comprender a la vida con un estilo singular: *el rigor formal de las consistencias proposiciones matemáticas*.

Pero, ¿Qué es la vida para el Modelo Endocrítico? La vida enfocada en la óptica del existencialismo fractura lo Platónico, cuya idea central es el reconocimiento del valor suprasensible. Pues bien, en Nietzsche (1994) la vida tiene criterio normativo en el mundo de los hechos, ya que el giro nietzscheano la considera como un valor que se quiere a sí misma y una fuerza de ir más allá constantemente, porque la memoria del hombre es la distancia entre lo cósmico y él, pero también lo perjudica, en tanto y cuanto es el olvido y no el recuerdo la condición más general de vida, condición de *felicidad y de actuar*. Es así que, la vida es un espacio vital de *conservación y aumento* en el no olvido y en la existencia del hombre para desmontar su dimensión humana, Nietzsche (1994) sostiene que:

La vida es la fuerza plástica de un hombre, de un pueblo, de una cultura...Me refiero a esa fuerza para crecer peculiarmente desde sí mismo, para transformar lo pasado y extraño, e incorporarlo a uno mismo, para curar heridas, reemplazar lo perdido, para recrear formas rotas (pp. 105).

No obstante, la vida debe desearse a sí misma para conservar lo conquistado y aumentar el dominio de lo conquistado (Nietzsche, 1983); por ello, *es un proceso dinámico del devenir en constante desarrollo cuyo actitud exige del hombre voluntad para actuar en plenitud de lo humano y en búsqueda de su felicidad*, tanto de hecho como espiritual. Una afirmación que, debería señalar e indicar el rumbo del fin teológico de la Educación, o por lo menos debe ser la intención del educador en la búsqueda de un ser educado dotado de felicidad, como producto de una escultura viviente al término del proceso educativo.

La Matemática no es un fin en sí mismo, es un medio que define una posición ante la vida cuya dirección y sentido debe contribuir al estado holístico de vida del ser educado. Educación y Matemática, dos ciencias combinadas en un programa didáctico de enseñanza y aprendizaje al servicio y beneficio de los estudiantes que hoy son participantes, pero mañana actuarán en función de lo que aprendieron.

Una idea de eterno retorno, donde: la Educación innova la sustantividad de su fin en la temporalidad del ser ahí para renovar la práctica de la acción docente y, la Matemática su aliado estratégico en coadyuvar al propósito de la Educación. Por ello, el contenido, método y significado de la Matemática escolar ha de dibujar las líneas teóricas de valores y posiciones en correspondencia al fin teológico de la Educación; es decir, Educación Matemática está inscrita en lo educativo y no circunscrita, esto debe ser el principio rector que describa su didáctica en los escenarios escolares: **una actividad humana de valores para la vida, en la convivencia escolar.**

De forma concluyente, se infiere con cierto grado de duda pero con gran convicción que: los elementos teóricos del hombre, sociedad, Educación y Matemática son fuentes inspiradoras de sensibilidad; cuya reflexión permitirá introducir nuevos elementos y nuevas direcciones para articular innovadores diseños en cuyo seno se renuevan estrategias y posiciones que ayudaran a comprender e interpretar la dinámica de la vida en el fluido permanente espacio-tiempo del devenir escolar.

Más allá de ideas y teorías, esta la vida que sujeta la existencia; es claro que, la teoría es una creencia razonada a la luz de reflexiones profundas. Discutir sobre un modelo educativo significa ir al encuentro de teorías para explicar, predecir y mejorar el hecho educativo, cuyo noble designio es la construcción del ***ser educado y sabio en los tiempos de su vivir***. No sin antes, estar sensibilizado y ocupado por preocupaciones de expectativas no alcanzadas al término de los programas educativos.

Consecuentemente, en la producción de este documento, Modelo Endocrítico, se reflexionó sobre los soportes verticales quienes serán las columnas ideológicas de su plataforma teórica y además representara el soporte teórico horizontal (el diseño mismo del modelo). Y, en ese soporte horizontal se vislumbraran aspectos tanto teóricos como metodológicos de qué, cómo y cuándo llevar a cabo el desenlace de los elementos propuestos por el modelo en la práctica-educativa de ensayos empíricos: las clases de la Matemática.

### **¿Por qué el Modelo Endocrítico?**

Días históricos son los que vivimos. Marcados por una dinámica de eventos tecno-científicos que evolucionan vertiginosamente en cantidad y profundidad. Un escenario que devora, envuelve y sumerge la existencia de los seres humanos, porque la rapidez de los eventos tecnológicos emergen con una tasa de cambio más rápida que la reflexión del hombre por preguntarse qué está sucediendo en su entorno; esto implica, el abandono a las viejas preguntas sabias: ¿Por qué? ¿Para qué? y ¿Hacia dónde vamos?

La pregunta por lo humano del hombre se encubre por un afán ontológico que enaltece al ente y a su conquista, tendiendo a minimizar aspectos filosóficos y antropológicos de su existir, en este marco de referencia se crea la ilusión por el dominio de la técnica; lo verdaderamente importante, es la técnica sobre el escenario de hechos hiper-tecnologizado. Pareciera que, no hay espacio para la sensibilidad humana, el darse cuenta cada vez adquiere un matiz de dimensión tecnológica, una fuerza invisible de inmensa proporciones que empuja al intelecto hacia la resolución de problemas y sus consecuencias en el contexto del progreso científico.

Estas señales existenciales no escapan al hecho educativo; ciertamente, es razonable generar en los cuadros educativos productos humanos capaces de liberalizar gestas revolucionarias en el campo tecno-científico, pero también, es menester desarrollar la plenitud de lo humano de sus actos. En ningún momento se cuestiona a la técnica, se sospecha que la técnica debe aplicarse con sensibilidad humana y, esto de algún modo sería una posición abierta que permitiría a la reflexión

asumir un criterio de apertura para explicar lo humano en actividades humanas.

Si se entiende a la humanización como el espejo donde se refleja la cultura de los hombres, entonces lo tecno-científico es humanización. Pero, lo humano no es sólo eso, la extensión de su significado alberga más que la mera conquista del ente tecnológico, también es la condición del hombre y el preguntarse por ello; de allí que, el juicio a la trascendencia retorna a lo humano con las preguntas sabias. En este sentido, lo humano de los actores educativo implica ser-en-el-mundo, situar la ubicación existencial o por lo menos uno modo de ser ahí.

Aunque, la conquista del ente haga perder la perspectiva del ser ahí; el hombre es una estación de vida con memoria, creencias y proyectos. Tal vez, las preguntas sabias se confinan al olvido por consagrarse al dominio del ente tecnológico, pero sólo eso, una distracción eyectada por las circunstancias. Lo conquistado por lo humano del hombre, jamás será extinto en la vida; en consecuencia, la reflexión endocrítica es una suspensión de los valores del ente para volver a las preguntas sabias y, hacer de ellas plenitud de lo humano en y para la vida con lo demás.

Lo educativo, particularmente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, no deben ser saldos de aprendizajes ni tampoco referencias enclaustrado por la institución que la genera, debería trascender a la vida de los estudiantes, dejar de ser meros conocimientos, algoritmos y procedimientos que respondan a rituales escolares.

Más bien, se conjetura que han de convertirse en verdaderos contextos de significación que traspasen los límites de la temporalidad espacial del proceso didáctico para incubar reflexiones de lo humano en

la vida, ladrillos de pensamientos que articulen proyectos significativos en el coexistir de todos nosotros.

Al respecto Morales (2002) sostiene que

La educación es el encuentro de dos proyectos personales para la intersubjetividad de realizar el diálogo de valores, la esperanza y la trascendencia donde las cosas dejan de ser cosas y los hechos para convertirse en sucesos significativos (pp. 269).

Lo expresado en la afirmación anterior procura mostrar una señal del hecho educativo, porque la Matemática escolar no es entendida en este estudio como una ciencia acabada cuyo saber técnico debe ser transferido a los estudiantes para que resuelvan problemas, donde una determina institución los coloca en sus prácticas escolares como indicador de buen aprendizaje. No por el contrario, la Matemática escolar es una actividad humana compartida dotada de un corpus de significados proposicionales consistentes con la cual dimensiona una realidad, en aras de edificar una vida auténtica; aquella que, le pregunta a la técnica el porqué de su consistencia y en función de ese legado se construye proyectos de vidas.

Este hecho, traspasa al dominio del ente y se ubica en la esencia de lo que se dice del ser matemático, particularmente, en los contenidos desarrollados en las clases. Sin temor a equivocación, es una actitud crítica abierta que demanda reflexión en sus asuntos epistemológicos, es volver a las preguntas sabias, es un salto en el pensamiento para reconocer la situación que se vive y desde allí el camino a la trascendencia de lo humano del vivir, sobre todo en la vida de nuestros estudiantes para dar verdadero significado al sentido de su estudio.

### **¿Para qué el Modelo Endocrítico?**

La razón del para qué en el Modelo Endocrítico es abrir un camino de apertura hacia la realización de proyectos humanos que trascienda la vida estudiantil. El para qué se convierte en una propuesta de proyecta donde la imaginación y creatividad da pie a la constitución y consolidación de incubar actos creativos lógicos consistentes en los estudiantes más allá del ser-justamente-ahí; en otras palabras, es la idea de superación en posibles proyectos personales, lo que se desea ser fuera de los límites espacio-tiempo de la ecología escolar, con el propósito de hacer de la vida un espacio de encuentro de sentido y avance.

También, es revisión fenoménica de la técnica del ente con el fin de suspender el valor del dominio de lo cósmico y tras valorarlo en la reflexión crítica-hermenéutica que consagre su atención a lo humano, en palabras de Heidegger (1927) tenemos que:

...no es algo que está ahí, sino que hay que realizarlo, es el camino desde el ente hasta el ser. Son sus posibles y, el pensamiento es el propio camino, el pensar es el camino” (pp. 321).

Entonces, la clave del asunto es el elemento teórico situado en la “*trascendencia del proyecto humano*”, porque parte de la ubicación existencial del ser-ahí, es poner sentido de lo que se está siendo y, además está centrado en el hombre y para el hombre, pero no como fenómeno en sí mismo, es fenómeno que tiene sentido para el hombre en su vida; de allí que, Frankl (citado por Zubirí, 1982) sostiene:

El hecho antropológico fundamental es que el ser humano remite siempre más allá de sí mismo, hacia algo que no es él, hacia algo o hacia alguien, hacia un sentido. El ser humano se realiza a sí mismo en la medida que trasciende (pp. 107).

El acto educativo es una actividad antropológica de convivencia escolar, mediante el cual se llevan a cabo intercambios de proyectos personales. Es por eso que, se entiende al acto educativo de la Matemática escolar como un proceso de ajustes y adaptaciones didácticas, donde los contenidos matemáticos son despersonalizado y descontextualizado de su evolución genética-histórica, con el noble propósito de atender perfiles de aprendizajes para crear contextos de significaciones en los estudiantes y a la luz de este objetivo poder dinamizar procesos de incubación que logren transformar **condiciones en situaciones de aprender a aprender** la Matemática en lo humano de todos nosotros, porque, el autor también forma parte del estar ahí, no es un sujeto desdoblado de esa temporalidad concreta, es también otro ser-en-el-mundo, es uno más en la temporalidad del ser-ahí del contexto de la Matemática escolar, objeto de comprensión.

Finalmente, lo trascendente de los proyectos humanos arranca desde la estación de vida de todo ser-ahí y se dimensiona desde los diferentes modos de conjugar el para qué del contexto de significación vivencial, en virtud de ello, es menester examinar las siguientes coordenadas: 1) la ecología de la temporalidad geográfica del vivir; y, 2) el dominio de la técnica en el umbral de la vida explanada a lo humano.

Buscar el sentido es interpretar la dimensión humana desde ser-en-el-mundo; esto es, comprender las coordenadas existenciales atadas al sujeto-mundo y en ese espacio de laboratorio articular proyectos conforme a un programa de vida esperanzado en lo humano que se inicia en la intersubjetividad de la Matemática escolar para que los estudiantes avancen y progresen a ritmo de su espacio vital, *es ser-ahí sociablemente explanado a lo humano.*

### ¿Visión del Modelo Endo-crítico?

A lo largo de este estudio, los proyectos humanos se han considerado como exposiciones de aperturas que deben de ser abierta, crítica y dialéctica desde la racionalidad hacia la trascendencia: presencia de hechos de los posibles pensados que nos constituye y el lenguaje su morada. Es la visión de lo que se desea ser partiendo de lo que se es y en conjunto son existenciales que nos definen. Eh allí, un juicio razonable para que la Educación asista y medie en procesos de incubación cuyo norte brille en el umbral del **ser educado y sabio**. Pista del asunto, son puntualizadas por González (2004) al sostener que:

... la educación es el desarrollo de habilidades y destrezas de los componentes básicos de pensamientos: los conceptos, los cuales son elementos esenciales de la formación integral, holística; del individuo, como un ser social ubicado en un contexto cultural determinado (pp.14).

Y, Morales (2002) afirma que:

... la educación tiene como aspecto teleológico conducir a la sabiduría del sujeto, desarrollar en él las potencialidades que le permitan alcanzar permanentemente estados de conciencia en los que el vivir, el obrar y todo su ser se desenvuelvan en la permanente realización plena de lo humano (pp. 268).

En concordancia con lo antes expuesto, el autor, conjetura que la construcción del ser educado y sabio es un referente posible en el mundo de los hechos y la Educación tiene un papel clave. Más que un anhelo afectivo, es un presentimiento de posibilidad que humanamente es posible conquistarlo al término de un proceso educativo. A tenor con lo planteado emergen dos sustantividades: **plenitud de lo humano y ubicación social**. En consecuencia, el Modelo Endocrítico pretende

proyectar una zona de expansión intelectual desde la interacción social, el empleo significativo del lenguaje y la reflexión de los hechos vividos en la interacción social de la convivencia escolar, factiblemente, logran relacionar la Matemática escolar en el desarrollo humano de los estudiantes.

Su visión, es hacer que los programas de enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar asienten contextos de significación que permitan incubar proyectos humanos en correspondencia con la Sociedad del Conocimiento; es decir, convertir el escenario educativo formal en comunidades sensibilizadas por lo humano y comprometida con su progreso y bien común.

El cómo materializar lo visionado, dependerá en gran medida de un esfuerzo multidisciplinario enfocados en el tacto didáctico y la reflexión de la temporalidad del vivir (ser ahí) con todas sus consecuencias que involucra vivir en este ahora. Y, el hacia dónde debemos dirigirnos nos revela una imagen cargada de borrosidad del proceso dinámico en el vivir para el mañana con las condiciones de vida del hoy. Indicadores oscuros, pero razones acertadas y pertinentes; desde luego, hay pistas y señales: hacer de la Educación Matemática un contexto de significación hacia la construcción de proyectos humanos de trascendencia en la vida de los estudiantes.

En otras palabras, el aprendizaje del contenido matemático debería transformarse en un soporte instrumental del pensamiento para tratar y procesar “sentidos” que ayuden a comprender la dimensión humana de los actores educativo en el momento histórico geográfico de lo que se está viviendo y, a partir de esa actitud reveladora dar apertura a la creación de proyectos de verdadera pertinencia social, no solo de forma individual sino dentro del colectivo de actuación.

### **Elementos teórico-metodológicos del Modelo Endocrítico: zona de creación y desarrollo**

El Modelo Endocrítico aspira ser una referencia teórica para planificar programas educativos en la Matemática escolar; así mismo, se espera que su práctica vislumbre la comprensión e interpretación de fenómenos de enseñanza, aprendizaje y caminos de aperturas hacia la superación de bloqueos educativos. El aspecto innovador es la introducción de elementos teóricos, tales como: espacio vital y estructuras disipativas.

Esta inclinación, implicará actitudes de acciones educativas abiertas para renovar decisiones y prácticas escolares, en cuyo caso, el autor estima que estarán cargadas de sensibilidad humana con el objeto de acompañar, mediar y facilitar a los estudiantes en sus situaciones de aprendizajes frente los contenidos de la Matemática escolar y, proponer alternativas demandadas por la Sociedad del Conocimiento como un compromiso de preocupación para mantener ocupada la responsabilidad académica con visión global, integral y comunión social.

El punto de partida del Modelo Endocrítico es la sensibilidad de carácter social y humano por las actividades de la Matemática escolar y la cosmovisión existencial de los pares educativos (profesor-estudiantes), el cual se sospecha gira en torno de tres elementos: *sujeto-mundo-escolar*, *contexto de significación* y *proyectos humanos*. Consecuentes, aparece ante este relieve manifestaciones inducidas que se pretende abordar con la reflexión endocrítica y el perfil del aprendizaje, con el propósito de crear un escenario de acciones programadas para asistir, colaborar, cooperar, mediar y acompañar en situaciones de aprender a aprender los procesos

socio-didácticos que, probablemente, coadyuvaran tanto a los estudiantes como a los docentes en la tarea de articular proyectos trascendentes en su colocación social.

Por otra parte, la producción del Modelo Endocrítico no intenta ser un conjunto de afirmaciones aplicables de modo prescriptivo a prácticas docentes de la Matemática escolar; hay una intensión más sublime: ***la apertura a lo humano en las interacciones interpersonales escolares***. Por lo tanto, las exposiciones teóricas de sus elementos constitutivos no son consideraciones tajantes, firmes e inmutable.

El investigador, analizará el *yo-docente con sus estudiantes y enmarcado en el contexto de acción escolar*, a los fines de perfilar insumos teóricos inscritos en la Educación Matemática para ensayar proyectos empíricos y, así evaluar su influencia en los entramados de significaciones sobre el esquema didáctico práctica-teoría-práctica, porque la didáctica de la Matemática se entiende como un cuerpo de proposiciones que emergen de la práctica, se teorizan en la reflexión de aquellas expectativas no logradas y vuelven a la práctica, pero ahora se postulan elementos teórico-metodológicos en función de la reflexión para hacer de la práctica una práctica-teorizada.

La conjetura *práctica-teorizada* no es punto terminal ni la razón concluyente de la *verdad-sentido-lugar absoluta*, solo es un sentido interpretativo a la luz de la hermenéutica que sostiene los constructos innovadores, es decir, interpretar conscientemente lo que se está haciendo en la comprensión de los elementos involucrados, pero también es postura situacional en el marco de unas creencias que pretende dimensionar la racionalidad del epísteme: práctica-teorizada.

Quienes estamos encaminados y directamente comprometidos con la metáfora: ***hacer saber programas de enseñanza y aprendizaje***

**de la Matemática escolar**, sentimos la obligación de responder el qué, el cómo y para qué se enseña y se aprende tal o cual contenido matemático en cualquier subsistema educativo formal. Este hecho, es clave y fundamental para la apertura de elementos que enriquezcan al proceso educativo. En virtud de ello, se sugiere mecanismos de control, administración, supervisión y regulación didáctica para tratar de comprender a todos los elementos involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar y, haciendo uso de ese conocimiento aplicarlo en estrategias que beneficien y fortalezcan a los procesos de aprendizaje de los estudiantes sobre contenidos.

Guiado por esta moción, el investigador formula los constructos: *espacio vital y las estructuras disipativas*. Como mecanismo de avance y progreso que puedan expresar datos convertibles en informaciones educativas sobre la conciencia de lo que se está haciendo en materia de Matemática escolar.

**Espacio vital de desarrollo:** *sujeto-mundo-escolar, contexto de significación y didáctica orientada a proyectos trascendentales.*

El término espacio vital es nietzscheano y alude a la vida como voluntad de poder que se desea a sí misma, pero ese deseo reclama conservación y aumento de lo conquistado en el existir. El filósofo alemán Nietzsche lo utilizó para colocarlo como tema central de preocupación en sus estudios, el mismo lo mantendría ocupado en su comprensión. La vida, según Nietzsche (1983), es lo que define la existencia del hombre y en atención a ello se escribe su historia, ya que el concepto de vida se transforma en el criterio normativo de la historia, de manera que se habrá de atender a la historia en la medida que tenga sentido a la vida y no a la inversa. La conciencia histórica está supeditada a las condiciones de salud y a las posibilidades de ascenso de lo viviente.

Este giro de preocupación, hace que Nietzsche ubique a la vida por encima de la historia; es la vida quien gobierna el “sentido” en tanto forma de continuidad del espíritu. La vida acentúa la importancia de los sentimientos, el amor, la conciencia, los instintos: todo lo que ha sido alejado de la historia sistemáticamente, en la ilusión de lo objetivo, porque es en la vida donde se encuentra el devenir que forma el carácter de la conciencia y por ende el existir de la realidad construida, quebrantando la historia de los hechos y dando sentido a la realidad que se vivió, se está viviendo y la que se vivirá en forma de proyectos.

La vida ubica al hombre y lo sitúa en la dimensión del existir. Ella crea angustias, intereses, motivos, preocupaciones y proyecciones en el contexto del vivir; ella es conservación y siendo conservación reclama aumento; es decir, para conservar lo conquistado por la vida se debe dominar más técnicas y más conocimientos, sólo así, lo conquistado se conserva en el seno del aumento. Comprender su dimensión existencial factorial es cuestionar y examinar lo que el sujeto ha denominado realidad construida, aquellos giros simbólicos que han definidos su existencia y con lo cual *sus significaciones en el sentido de la vida*.

En esta producción, se considera la vida de los actores educativos como insumo esencial existencialista **del estar ahí** que despierta e impulsa los “sentidos” en la experiencia del vivir escolar y, esto constituye un recurso de pensamiento que abre horizontes en el análisis de la situación didáctica: profesor, estudiante, medios y contexto social vinculado a la Matemática escolar. Su atención consiste en comprender el orden existencial de los contenidos matemáticos que definen sentidos de vida para los estudiantes, probablemente, esta pista permitirá crear una zona de sensibilidad humana para la reflexión, debate e interpretación de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar en la clase de Matemática. Sin temor a equivocación, estos constructos referenciales

generará soportes teóricos de naturaleza ontológica sobre ejes verticales teóricos, tales como: hombre-sociedad y Educación Matemática.

Más aún, el término espacio vital en el contexto del Modelo Endocrítico representa la configuración sistémica hipotética-deductiva basada en la vida de los estudiante, en los contenidos matemáticos y el contexto social donde tiene lugar la clase de Matemática. Todo en conjunto, permitirá construir el espacio de la socioepistemología en la Matemática escolar que, en la reflexión y acciones de los pares educativos abrirá caminos de aperturas hacia la creación de programas didácticas vinculados directamente con la triada situacional profesor-saber-estudiante. Porque, el sentido del conocimiento es una operación de pensamiento que se construye en la dinámica de la vida y con los objeto existenciales producto de un darse cuenta. Anular la memoria, la intención y el contexto de los estudiantes significa bloquear caminos de aperturas hacia la obra del conocimiento; de allí que, *los contenidos matemáticos en una clase deben dimensionarse en la memoria e intención de quien la aprende, y ese aprender solo tendrá sentido, siempre y cuando sea un utensilio existencial de vida que permita elaborar proyectos transcendentales.*

Finalmente, los elementos propuestos por el autor: sujeto-mundo-escolar, contexto de significación y montajes conceptuales de proyectos, se espera que entramen redes de significación para innovar en la Matemática escolar y así renovar sustancialmente el sentido hermenéutico de la praxis educativa. A continuación se especifican los elementos que conforman el espacio vital:

**Sujeto-mundo-escolar** es una interpretación basada en la búsqueda de patrones vinculada con el ambiente académico mediante el cual se analiza al estudiante a través de su memoria, intención y situado en la temporalidad geográfica del contexto escolar donde acontece la

acción educativa. Arranca, en la noción filosófica sujeto-mundo de Heidegger (1927), el cual afirma que la “existencia precede a la esencia” (pp. 206); como consecuencia, no hay esencia antes la existencia para el hombre y de las cosas se dicen que son, pero no existen, ya que la posibilidad de existir es solo del hombre, pues está consciente en la construcción de su propia esencia. Conciencia que se dimensiona en el ser ahí, el simple hecho de ser hombre es ser-en-el-mundo, esto es algo inseparable. En definitiva, el hombre es existente, porque tiene la posibilidad de crearse, y las cosas son entes porque ya están completas.

El ***ser y el acto de conocer del ser*** se asume en esta obra como una dimensión existencial centrada en el hombre y en su contexto, cuya unión inquebrantable fractura la ilusión del esquema sujeto-objeto (relación de conocimiento), imponiendo la dimensión ser-en-el-mundo, un esquema *de darse cuenta* frente a la situación de estar arrojado, envuelto, eyectado y enredado por la multidimensionalidad de la vida. Ahora, lo externo del sujeto no parte de su subjetividad, simplemente está afuera de él, ***existe***. Y, eso tiene ***interrogantes*** por la cual el sujeto debe responder en la medida que articula sentido a su existir, luego lo confina en la memoria para construir la realidad de su existir o simplemente su vida.

No obstante, comprender la vida de otros es comprender las realidades de sus esencias forjada en su existir, el cómo interpreta la existencia de lo que lo rodea, dotando de significados al coexistir con otros y con el ente ante sus ojos. El sentido construido de lo cósmico. Ya no es ente abstracto, sino la interpretación de sentido del ente en el existir del hombre. Entonces, comprender al estudiante requiere hermenéutica para abordar al repertorio de sentidos confinado a la memoria con su conciencia; también, es paciencia de apertura y tolerancia en comprender los giros de “sentidos” edificados en su entender y en su estar-ahí.

¿Cómo lograr esta apertura? La aproximación de abordaje lo constituye el lenguaje, un aliado estratégico de la morada del estudiante porque sus palabras narran, describen y expresan interpretaciones existenciales: **su texto**. Un texto que está conectado con el sentido de pensamiento dimensionado en el contexto, porque las afirmaciones de la voz interna de los sujetos son testimonios de vida cuyo sentido ha sido construido por el sujeto en la dinámica de lo vivido dentro del contexto, es el ser-uno-con-el- otro. Al respecto Adolfo (2009) sostiene:

La apertura del hombre (el ser) se realiza fundamentalmente en el *lenguaje*. El lenguaje es la manifestación más plena y auténtica del ser. Es el mismo ser el que nos habla —se desvela— en el lenguaje. La articulación y estructura íntima del lenguaje viene del mismo ser, y nos lo manifiesta. Esto explica el énfasis de filósofo alemán Heidegger en la etimología de las palabras (pp. 4).

De modo que, el texto como medio expresivo de comunicación (saber captar el mensaje del otro) posibilita entonces la hermenéutica del otro, siendo estructura de sentido. Así, el texto es tan originaria como el resto de las estructuras del estar-ahí, y es un existenciario. Con lo que el lenguaje (como habla) deja de ser un *instrumentum* (instrumento), como lo concibe toda la tradición filosófica, y pasa a ser un constitutivo del hombre. Es decir, el hombre no ‘usa’ el lenguaje, sino que éste ‘hace al hombre’. De forma concluyente, se postula que *el lenguaje define textos de contextos y por ende es el indicador del sentido de la vida en los sujetos*.

Pues bien, sujeto-mundo-escolar es un sujeto-mundo situado en la dimensión escolar, es la memoria de creencia del estudiante dentro del contexto de las condiciones escolares y su conciencia intencional. Es conciencia intencional porque el sujeto-mundo tiene creencias y hace de ellas realidades de un vivir para proyectar posibilidades **lo que se desea ser siendo** como material de transformación y pasaporte hacia la

trascendencia. La naturaleza de la conciencia intencional, arroja pistas en comprender los operadores de pensamiento que dan sentido a las realidades construidas por los estudiantes y los valores de sus impulsos que generan proyectos.

Involucrar el elemento teórico sujeto-mundo-escolar en los proyectos de trabajo docente significa acompañar a los estudiantes a través de sus recursos interpretativos y con las intenciones confinadas en su existir; de allí que, ***el acompañar se convierte en diálogo para la vida que traspasa las paredes escolares***. Porque, es necesario comprender la interpretación del estudiante para mediar en sus códigos de significados; pero además, se requiere agudeza de sensibilidad en sus intenciones para facilitar recursos dimensionado en el justo valor de lo interpretado; en este contexto de actuación, probablemente se logre articular proyectos de necesidad social que favorezcan a todos los actores educativos en una unidad de bienestar común.

De lo precedente, ¿Cómo se logra tal hazaña? El autor, sospecha que mediante reflexiones permanentes sobre los códigos de comunicación y las lecturas de sus aprendizajes podría reportar ***pistas indagatorias*** referentes a: 1) los conocimientos previos (memoria de vida); 2) las conexiones entre las proposiciones de sentidos que permitieron confinar informaciones significativas; y, 3) los intereses que mueven los proyectos de vida. Más que señales de actividad didáctica escolar es movimiento introspectivo de la dinámica del sujeto crítico-dialéctico para y con la vida, *es una razón con sentido humano sobre actividades que hacen los seres humanos*.

Es, identificación del otro que permite la comunicación abierta entre nosotros, sencillamente es *socialización en la apertura de los significados*. Ya que, lo social está por encima del conocimiento y, el conocimiento es producto de un hecho social que nace, se desarrollo, se

transfiere y se utiliza en lo social; por lo tanto, la Matemática escolar no es la excepción, ciertamente es una ciencia formal sistemática y estructurada consistentemente en el rigor de sus proposiciones, pero ante todo es obra humana para humanos.

Sujeto-mundo-escolar no es una tesis que adquiere significado en el mundo suprasensible, es existencia en sí misma, es el reconocer lo humano del otro en el yo-humano, tratar al otro como se anhela ser tratado, sencillamente es una cobertura de lo humano hacia lo demás. De allí que, es imposible recetar prescripciones, todo se ajusta a las circunstancias y dinamismo del desarrollo antropológico entre los humanos; entonces, ¿La Matemática escolar navega sin rumbo en la relación profesor-estudiante?

Pues no, la Matemática escolar es una actividad de humanos y para humanos, somos sensibilidad ante los textos, significación-sentido y proyecciones de realidades, siempre que haya compromiso hacia la apertura habrá posibilidad de innovar en el vivir escolar, cerrar la apertura es negar esa posibilidad, el no reconocer al estudiante como humano es bloquear su existencia y en consecuencia su sensibilidad humana en el proceso educativo. Así pues, con actitud sensible y apertura de lo humano se construye espacio de reflexión en la Educación como medio de superación para iluminar caminos que se deben andar en compañía de otros.

El acto de impartir clase es ilusorio, más que maniobras de enseñanzas son interacciones de experiencias sobre aprendizajes en un contexto temporal geográfico específico con atención a expectativas reclamada por el vivir entre nosotros del ahora. La noción de enseñar es un medio que refuerza y complementa al aprendizaje compartido-dirigido. Porque, la realidad del aprendizaje es siempre interpretación de los hechos, nunca definitiva, descubierta a partir del previo pre comprensión

de una articulación significativa entre quienes comparte esa experiencia; en este sentido, la enseñanza es un medio hacia los elementos del aprendizaje significativo lo cual incorporan sentidos y, sobre el saldo del aprendizaje se estructuran proyectos.

Hacer prestación didáctica en el sujeto-mundo-escolar significa acompañar al estudiante en su dimensión humana para mediar, ayudar y apoyar estrategias de acción-sentido en los contenidos matemáticos y poder brindar un camino de apertura a las construcciones de aprendizajes, las cuales se sospecha, están encubiertos en la relaciones humanas y en el lenguaje escolar; además, el plantar contextos de significaciones en el discurso didáctico, probablemente, logrará nutrir visualizaciones de metas en el sentido de vida de los estudiantes: *propuestas eficientes de y para la vida.*

**Contexto de significación** son luces de comprensión que considera al acto de conocer como un proceso evolutivo dialéctico con el cual permite dar sentido al conocimiento que posteriormente se confina en la estructura cognitiva del sujeto. La conciencia existencial, primeramente, se activa con el reconocimiento de algo (*darse cuenta*), luego ese algo se examina bajo una relación de conocimiento para atribuirle sentido existencial, se confina y finalmente se opera en la formación de proyecto. El modelo infiere que “solo se confina información significativa”, aquella con sentido en el marco de la experiencia y sincronizada con la memoria. Esto es entendido como una especie de conciencia existencial articulada con la identidad del sujeto que involucra las relaciones del contexto, en definitiva, es un espacio de condiciones que caracteriza procesos evolutivos dialécticos de sentidos sobre los objetos del contexto escolar.

Particularmente, la conciencia del sentido instrumental en Matemática alude a dos estructuras: *extensivas o inclusivas*. La estructura extensiva es la prolongación de propiedades, patrones o regularidades del

objeto matemáticos hacia situaciones específicas; podría indicarse que, constituye la generalización de una propiedad en situaciones concretas. Mientras que, la estructura inclusiva se entiende como un proceso de abstracción contentiva donde un objeto engancha o encadena lógicamente entre su dominio de comprensión a otro objeto; es decir, hay un objeto fuerte que contiene a otro objeto débil, éste es derivados de aquel.

Curiosamente, el campo de la Matemática está inmerso en numerosos ejemplos de estructuras extensivas e inclusivas, probablemente, los enfoques axiomáticos son los más elocuentes. Porque, en ellos el sistema formal edifica la estructura lógica de toda su significación y proporciona consistencia a las proposiciones, presentándolas como mosaicos de arreglos deductivos incompletos, pero, enormemente útiles y consistentes al pensamiento matemático.

Posiblemente, ambas posiciones son resultados de procesos dialécticos y evolutivos que activa los sujetos sobre los objetos matemáticos; en término concreto, es el saldo de aprendizaje matemático debidamente formalizado que transforma el modo de uso y el sentido del giro estructural; es por ello que, se hace necesario orientar una didáctica que considere estos hechos singulares. En dirección a ello, esta producción estima que el lenguaje es el enlace entre dos mundos vivenciales -el del profesor y el de los estudiantes- que con debidos ajustes se puede crear una atmósfera didáctica en torno al contenido matemático. Por medio del lenguaje, se puede comunicar, conectar y coexistir textos expresivos que brinden reconfiguraciones conceptuales en las cuales den sentidos a los contenidos matemáticos divulgados en la interacción escolar.

Ahora bien, el docente investigador tiene la convicción que mediante el empleo del lenguaje expresivo profesor-estudiante basado en

la despersonalización, descontextualización y con ajustes didácticos del contenido puede convertir el discurso formal de la Matemática en contexto de significación para los estudiantes; es decir, *el contenido matemático es adaptado a objeto de aprendizaje para los estudiantes*. Porque, los constructos antes mencionados constituyen herramientas educativas que pueden reconciliar al rigor del discurso formal de la Matemática en objetos de aprendizajes y, estos a su vez caracterizaran el sentido y utilidad de la realidad construida para y con el vivir del ahora-aquí. Más aún, elementos descriptores de la despersonalización, descontextualización y ajuste didáctico se narran en el siguiente cuadro aclaratorio:

**Cuadro 1**

<b><i>Elementos que sostienen al contexto de significación</i></b>	
<b>DesPersonalizar</b>	Consiste en un <i>proceso de forma</i> mediante el cual el docente comprende el discurso matemático y en ese sentido lo comunica, generalmente, fractura el rigor formal de las proposiciones pero no modifica el tejido fundamental de las consistencias finitas argumentativas del contenido. Básicamente, varía la presentación axiomática del objeto matemático para incorporarle elementos del lenguaje materno con el fin de convertir el lenguaje simbólico especializado a códigos familiares de comunicación ordinaria y cotidiana en la ecología vivencial de los estudiantes. Una vez comprendido la naturaleza del rigor formal bajo la arquitectura del lenguaje materno se hace necesario volver al rigor axiomático. En definitiva, el rigor formal no se reemplaza, no es negociable. De lo que se trata es: “crear un espacio comprensible de las proposiciones formales en contextos significativos de códigos existenciales que vincula los sentidos interpretativos de los actores educativos”.
<b>DesContextualizar</b>	Es la ruptura de evolución histórica del contenido matemático que se adapta a las circunstancias socio-culturales del contexto de acción; en otras palabras, el objeto de aprendizaje no sigue la trayectoria histórica de su desarrollo normal en la cronología del tiempo, en su lugar el crono (tiempo de desenlace) se ve afectado por operadores existenciales de significación social que tienen sentido y utilidad en la temporalidad del vivir del ahora-aquí, correspondiente al escenario de actuación. Los registros anecdóticos de la verdadera dimensión histórica son aspectos relevantes para destacar valores sociales en el ahora e inscrito en la temporalidad del vivir en curso. Es hacer notar que, desde la perspectiva existencialista la historia no da sentido a la vida, es la vida la que da sentido a la historia. Pero, la historia es una luz de reflexión en el sentido de la vida, sin ella las coordenadas de comprensión invertirían mucho tiempo, tiempo útil para el vivir en el ahora-aquí.
<b>Ajuste Didáctico</b>	Corresponden a organizadores previos de carácter psicológico y didáctico-intelectual que emplea el profesor para que sus estudiantes marquen y desarrollen el ritmo y profundidad de los aprendizajes disertados en las clases. En lo tocante a los <b>aspectos psicológicos</b> se refieren a los procesos cognitivos y metacognitivos que probablemente activan los sujetos en

	<p>la interacción social de asimilar y adquirir nuevos conocimientos con respecto al balance existencial de los antiguos conocimientos. Por ello, es de gran interés en esta producción considerar la forma y la estructuración de los contenidos matemáticos a través de la articulación de un programa educativo (diseño instruccional) que permita crear un hilo conductor de comunicación de <u>sentido instrumental</u> (organizar de manera jerárquico la clasificación del contenido matemático en estructuras: extensiva o inclusivas) para así garantizar con alto nivel de éxito: <i>la consolidación de estructura cognitiva compleja</i> en los estudiantes.</p> <p>El <b>aspecto didáctico-intelectual</b> alude a las conexiones y enlaces que ofrece los códigos de comunicación para acceder a estructuras de contenidos complejas y avanzadas partiendo de estructuras elementales y concretas. Se entiende como estructuras elementales y concretas los operadores kantiano (noción de tiempo, espacio, número, objeto y casualidad) y, pensamientos elementales de la Matemática (geométrico y aritmético).</p>
--	--

Singularmente, la Matemática provee estilos de pensamientos razonadas en proposiciones consistentes finitas formales, porque, justifica la fuerza de su argumento en el modo de uso del sentido deductivo, cuya dinámica es la apertura hacia redes de significados en razonamientos deductivos. Indiscutiblemente, es un espacio de reflexión humano para reconocer la existencia de la dimensión mundo-escolar en el discurso del texto y en consecuencia permitir levantar columnas de significados que operen en estructuras de pensamientos hacia la apertura por el **sentido de proyectar realidades**. Al respecto (Aubert, citado por Morales 2004) apunta que:

Si el objeto de la ciencia no es ya la cualidad percibida por los sentidos, sino la cantidad medida por el espíritu, es decir, de hecho la relación cuantitativa entre los fenómenos, capaz de ser expresada por un número o una ecuación, evidentemente serán las matemáticas las que dirigirán esta manera de comprender la naturaleza. Estamos ante una nueva inteligibilidad (pp. 56).

Esencialmente, el contexto de significación en la clase de Matemática describe inteligibilidad del contenido matemático, porque concentra la fuerza de comprensión en desentrañar la utilidad del objeto y en estructurar el sentido en la red de significado simbólico para guiar al pensamiento y consecuentemente formalizar estructuras y melodías de

razones que sustentan la arquitectura de los proyectos. Al respecto Heidegger (1927) postula que:

Ser útil y útil es esencialmente algo para..., los diversos modos para...,. En esta línea, los diversos modos del para originan una totalidad de útiles en referencia de algo a algo, es siempre de alguna manera “en dirección” y “en camino” hacia la construcción del facto en montaje del pensamiento –proyectos-(pp. 401)

Ahora bien, en el formato de la Matemática escolar se busca crear contextos de significaciones en situaciones de acción didáctica partiendo de consideraciones y condiciones que por lo general representan aspectos circunstanciales del contexto de actuación. Para tal propósito, el modelo sugiere la implementación de un medio teórico de doble-sentido: **formalizar e incubar proyectos trascendentales**. La formalización es un proceso cognitivo totalmente dinámico, abierto y dilatado que coloca sentido de significaciones a las realidades construidas. Es una actividad humana que activan los sujetos cognoscentes para estructurar contenidos y hechos en esquemas mentales representativos, particularmente, las realidades de los objetos matemáticos.

¿Cómo lograr la formalización de contenidos en una clase de Matemática? Naturalmente, lo que propone el Modelo Endocrítico es una actividad crítica-reflexiva sobre la práctica escolar y sobre todas las manifestaciones corporales, simbólicas y académicas expresadas por los estudiantes antes, durante y después de la interacción educativa; además, se sugiere complementar el rigor formal del discurso matemático con la incorporación de elementos existenciales que vitalicen valores actuales del objeto matemático frente a la dimensión tiempo-espacial del estar-ahí, probablemente, estos elementos permitirán ubicar y situar al estudiante en su esfera social para crear un núcleo de interés de valores circunstanciales que den sentido a la colocación social en el momento de su consumación.

Además, no cabe la menor duda que el lenguaje, en todas sus expresiones culturales, establece y construye puntos de encuentros en la reconciliación de diferentes proyectos humanos; en otras palabras, toda situación didáctica es el encuentro de dos posiciones existenciales por medio de la cual se busca reconducir a una de ellas a través de las circunstancias del sentido en la vida del estar-ahí. El instrumento de transformación por excelencia es el lenguaje que se convierte en la propia voz de razón existencial. Por ello es que, cuando hablamos del objeto matemático no sólo se habla de él, sino que se reporta su vinculación existencial con la realidad del sentido construido por el sujeto que pone a su disposición la dimensión utilidad como herramienta instrumental para crear más realidades partiendo de las realidades construidas, sin temor a la equivocación, *se construyen realidades matemáticas sobre los cimientos de realidades construidas.*

En este marco de referencia teórica, la propuesta didáctica que alude al constructo sujeto-mundo-escolar es una estructura existencial con intención, ahora el estudiante no es unidad biopsicosocial de estudio, pues ahora es ser-en-el-mundo que evalúa el sentido y los modos del para qué en el vivir, esto obliga a introducir un enfoque hermenéutico de su existir, un existir en y para la vida lo cual implica que la unidad biopsicosocial debe ser comprendida en la naturaleza del su contexto de actuación. En este camino didáctico el objeto primario de investigación es el aprendizaje y por ende el acompañar al estudiante se entiende como un cortejo humano de apoyo orientado al crecimiento personal el cual permita el salto del pensar hacia la superación, ya que, la superación es el control de la estructura cognitiva compleja en el desmontar humano.

No obstante, los contextos de significación serán entonces los abonos instrumentales e intelectuales que darán pie a la configuración de la estructura cognitiva compleja. Todo dato procesado en objeto matemático y confinado al intelecto bajo la tipología sentido-utilidad tiene

un efecto elástico dialéctico que conservará las estructuras de conocimientos conquistadas en el pasado y así mismo incrementará su volumen de significación en el juego combinatorio de las unidades de conocimientos existentes, este hecho es entendido como incubación de proyectos.

Por otra parte, el modelo Endocrítico sostiene que los diseños de enseñanza son medios que se articulan en el marco de las condiciones del contexto de actuación y las características singulares del contenido matemático a desarrollar para convertirlas en situaciones de aprendizajes. La transición de condición a situación comienza con operadores existenciales que perturba las intenciones originales de los actores educativos, muy especialmente el estudiante, ese bloqueo obliga al estudiante a darse cuenta de su escenario actual frente a los hechos que suceden ante la conciencia de sus ojos.

La evaluación monitoreada y definida como obstáculo del aprendizaje constituye la piedra angular de regulación en el proceso educativo, porque en correspondencia a ello se debe responder con un programa de acción teorizado que permite el desbloqueo y la continuidad de avance intelectual. Un andar que se construye en el caminar de las acciones y se propone tres (3) momentos sustanciales para coadyuvar el proceso, esos momentos se conciben en las figuras de: revelador, vivencia didáctica y fuga de proyecciones.

#### *Momento revelador*

Al iniciar una clase de Matemática se reúnen un grupo de personas en un tiempo y lugar determinado para relacionarse según los intereses de las expectativas educativas, cuya dinámica se ve envuelta en la convergencias de varios proyectos de vida, en especial, aquel que el estudiante trae consigo y los propuestos por el profesor en la planificación escolar. Desde esta perspectiva, el estudiante es una estación vida con

memoria e intención, en cuyo caso se debe considerar los siguientes aspectos: 1) el sentido de la vida construye la historia de los hombres; y, 2) todo estudiante es estación de vida con intención.

El encuentro didáctico representa un espacio promisorio para crear conexiones de sentido y utilidad. Pero, en el marco del desarrollo gradual y evolutivo de las características propia de la clase se puede revelar dos opciones: una, la trama escolar que vincula el contenido con producciones enriquecedoras de contextos de significaciones y por lo tanto reestructura la mente del estudiante en dirección a la cognición cada vez más compleja, con la cual construye suficientes insumos para impulsar proyecciones favorables a los programas de exploración e investigación en la vida del estudiante.

La otra, lo dado ante los ojos del estudiante representa un mosaico proposicional desconectado de toda su realidad cognitiva, ocasionando angustia existencial, aquella que afecta a las intenciones originales de comienzo y en consecuencia el libre movimiento de vida a desarrollar su plenitud creativa e imaginativa, porque la estructura cognitiva se ve bloqueada con lo cual no hay confinamiento de información y fractura toda intención.

El avance hacia la estructura cognitiva compleja o su ruptura existencial constituyen situaciones de aprendizajes, una favorable y otra desfavorable, pero ambos caso es una reflexión crítica-dialéctica del darse cuenta, es un ***situs o situación existencial***, porque el sujeto ha reconocido su ubicación en el engranaje del tramado social y por lo tanto ha visualizados su influencia en el movimiento de la vida, particularmente, su situación dentro de la transmisión escolar y sus incidencias en los programas de vida; consecuentemente, *son choques existenciales por las cuales se debe responder y esa preocupación debe ocupar la atención didáctica del asunto.*

La connotación de responder es sinónimo a respuesta existencial. Si el desarrollo de los contenidos son comprendidos por los estudiantes y en virtud a ello se fortalece la construcción de la estructura cognitiva compleja entonces el engrane de incubación, probablemente, se activará hacia la exploración de nuevas fronteras de significación.

El problema radica en la no cristalización de la estructura cognitiva compleja. En sus obstáculos, la ruptura del movimiento en el conocimiento de la vida; es por eso que, tanto el educador como los estudiantes afectados deben reconocer la verdadera dimensión de la detención. Y, en conjunto determinar su nivel de influencia para aplicar los correctivos apropiados. Es un momento revelador, porque el estudiante hace un paréntesis en el desarrollo continuo de la vida para reflexionar sobre lo andado en el presente del andar y sus incidencias producto del andar.

¿Cómo se determinar el nivel de influencia de los obstáculos en los estudiantes? El único medio válido es la propia voz del estudiante, aunque el docente puede sospechar su presencia a través del rendimiento estudiantil, las posturas corporales de los estudiantes, la experiencia del ámbito educativo frente al contexto de actuación, etc. Pero, es el estudiante en primera persona que dará cuenta de sus derivaciones en el marco de la vida; por lo tanto, la voz del estudiante es la fuente primaria que permitirá hacer el acercamiento introspectivo de la valoración en su sistema de creencias pero también, abrirá los horizontes de juicios para explorar las coordenadas existenciales que manipulan el sentido en la interpretación de la vida, no como objeto de análisis sino como unidad potencial de dar significación durante un proceso continuo y sostenido que integra postura de fe en el coexistir epistemológico del ente ante los ojos.

Por ello, es menester que el docente dedique el mayor tiempo posible en convivir con sus estudiantes, debe ser un proceso sostenido de largo duración en que los roles de comprensión, tolerancia y empatía se conjuguen en el programa de la vida escolar, simplemente es acompañar al otro, un acto de caminar a su lado con la dialéctica de ir complementando y superando unidades de conocimientos para explicar lo humano en la convivencia escolar.

En ese acompañar, se examinan y exploran las estructuras lógicas que valoran los códigos existenciales de significado las cuales hablan de los postulados ontológicos y de los operadores de pensamientos que dan el fondo a la forma de interpretación de la realidad construida. Es una intromisión interna en el sistema de creencia de quien se desea comprender; de allí que, se requiere la anuencia del sujeto a comprender para interpretar esa posición existencial, porque la forma de comprender la vida de otro parte de una relación existencial donde se comparten experiencias de significados que implican relaciones de conocimientos para y con la vida.

Una tarea que no es posible recorrerla con la ilusión de la objetividad ni tampoco con evaluaciones deductivas de proposiciones generalizadas, *es un trabajo de la vida que reviste subjetividad en conjunto* (intruso-sujeto comprendido) y reclama la mano directa de quien quiere ser comprendido para que el otro (intruso) valore la justa comprensión de la realidad construida por aquel (sujeto comprendido). Son dos, docente y estudiante que caminan en compañía, *uno al lado del otro y el otro no tan separado de aquel*, dando sentido a los objetos matemáticos construidos en la interacción educativa.

El producto de esa convivencia a lo largo del crono didáctico es que se puede aproximar, con cierta incertidumbre, los obstáculos de la

situación de aprendizaje del estudiante con el objeto de comprenderla y usar esa referencia para crear un cuadro didáctico de abordaje educativo.

#### *Momento de vivencia didáctica*

El momento vivencial didáctico es la etapa experimentada por el profesor y estudiantes durante el proceso del acto educativo mediante el cual se vinculan el desarrollo de interacciones sociales, distintivamente, acontece la acción comunicativa y divulgativa del objeto matemático en escenarios escolares cuya intención sublime es la función teleológica de procesar, tratar y evaluar las instancias didácticas de la situación de aprendizaje en los estudiantes y referida al conocimiento de la Matemática con todas sus incidencias socioculturales.

Bajo las consideraciones anteriores, se requiere analizar holísticamente las estructuras cognitivas de los estudiantes, en un formato de acción que los ayude a integrar y complementar información. Básicamente, su progreso y avance queda tipificado en aumentar los niveles de confinamiento informativo, donde el dato se convierte en información y la información en conocimiento. Estos procesos de transformación son flexibles, elásticos, críticos y dialécticos donde el objeto matemático adquiere connotación de realidad construida bajo los operadores de **sentido** y **utilidad**.

De este perfil, se fractura el esquema sujeto-objeto, porque el *sentido* redimensiona la organización jerárquica de los contenidos en la estructura cognitiva y la *utilidad* permite proyectar ese sentido hacia la transferencias de innovadores espacios de exploración intelectual inscrito en la dinámica de la vida. Son los hechos de la vida, quienes dictan la búsqueda de sentido y utilidad ante los ojos de los datos.

No son los elevados valores suprasensibles del espíritu humano ni la condición cartesiana “*primero pienso y luego existe*”, quienes determinan las coordenadas orientadoras del interés didáctico; en función a ello, el modelo Endocrítico sugiere ubicación y situación existencial del estudiante, el *darse cuenta* de su rol frente al existencial matemático y social.

Típicamente, en una clase de Matemática la ubicación y situación se activa mediante procesos metacognitivos, aquellos entornos de monitoreo introspectivo de carácter cognitivo que evalúa holísticamente el *sentido-utilidad* del conocimiento adquirido para renovarlo y dar perspectivas innovadoras en el *acto de vivir siendo*. Una postura que desafía el modo de hacer las cosas, ahora la vida de los estudiante es lo esencial, no el conocimiento; el conocimiento, debe integrar y complementar valores de vida, sino no es necesario. Solo será un ilusión que el viento de la vida lo desvanecerá en el polvo de su utilidad. Pero, la vida tiene expresión en la personalidad del estudiante y en su voz interna que exterioriza proyectos. Si, lo que se enseña no da sentido a la mente de los estudiantes y estos no son capaces de generar proyectos; pues, lo enseñado no fue memoria y en consecuencia no puede generar conciencia sobre un aprendizaje asimilado.

El modelo Endocrítico propone abordar al *sentido* desde dos (2) posiciones que caracterizan dos (2) enfoques las cuales se complementan e integran en un curso dialéctico de las vivencias escolares, uno es el constructivismo social y, el otro está sustentado en la acción didáctica denominada pensamiento elemental. En lo referente al constructivismo social responde a cómo se confina los objetos matemáticos; pistas del asunto, considera la estrecha relación entre la información y las categorías existenciales, tales como: capacidades, habilidades, hábitos, métodos, procedimientos, técnicas, actitudes, valores y convicciones.

Para la teoría constructivista si importante es el cómo se adquiere el contenido de enseñanza también lo es cómo se pasa de un estado de conocimiento inferior a otro de orden superior, más aún cómo se forman las categorías del pensamiento racional. En este sentido, se plantea el desarrollo personal haciendo énfasis en la actividad mental constructiva, actividad auto constructiva del sujeto para lo cual insiste en lograr un aprendizaje significativo mediante la necesaria creación de situaciones de aprendizaje por el profesor que le permiten a los estudiante una actividad mental y también social y afectiva que favorezca su desarrollo hacia lo humano. Probablemente, un indicar del cómo lo construye lo revele los proyectos de los estudiantes en función de sus saldos de sentidos estructurados en actos creativos e imaginativos. ¿La premisa por descubrir?

Lo que sí es cierto es que, el objeto matemático se descubre a la luz de las proposiciones formales pero son los estudiantes lo que construyen su conocimiento y con ello su realidad de vida, en mediación con el profesor las cuales facilitan procesos, actividades, recursos y sentidos de vidas. Los siguientes aspectos muestran todo una apertura presta a la sensibilidad docente, no son prescripciones, son insumos dilatados en comprensión para acompañar a los estudiantes en su travesía de aprender, ellos son:

1. La realidad se construye desde el existenciarlo.
2. Todo estudiante es capaz de conocer lo exterior desde su memoria y a través de sucesivas aproximaciones de sentidos de vida.
3. Los datos se convierte en información, la información en conocimiento y el conocimiento en saber cuando este es compartido en sociedad. Los datos no son innatos, ni están dado a priori, particularmente, el objeto matemático se descubren pero son construido por los estudiantes en la mediación del discurso didáctico y en estrategias que lo faciliten.
4. El estudiante que aprende, es el único responsable del proceso de construcción.

¿Qué es pensar? El pensar es un camino hacia a la apertura de lo que hay que considerar (estar en medio de y entre ello) ante lo no visible de lo visible (el ocultamiento del ser frente la presencia del ente), por lo tanto exige actuar en forma de aprendizaje permanente para interrogar por el mundo del “estar ahí” lo cual supone cierto vaivén que se esfuerza por captar el ser, en una difícil pero grata tarea, ya que el ser se da ocultándose.

En este sentido, el pensar no tiene que ver, con las causas y los efectos ni con la descripción de los entes, pensar sólo acontece como aprendizaje, pues el pensar mismo está siempre de camino hacia el pensar, es búsqueda de un construir sobre la arquitectura sentido-utilidad en el habitar humano. De allí que, el pensamiento es consecuencia del un proceso articulador de productos que emergen en las actividades cognitivas, intersubjetivas y racionales de la experiencia del pensar sobre lo que se ha considerado punto de atención en el habitar humano.

El pensamiento es siempre evolución en la vida, porque el pensar interroga las líneas de sustentación de esa vida. Cuando no hay evolución se fractura la conciencia, el pensar se detiene y con ello el fin del camino, tal vez, es la muerte que anuncia el fin del existenciario.

Ahora bien, mientras haya pensamiento hay caminos por recorrer, hay trayectorias por explorar y examinar (lo que hay que considerar). ¿Por qué hay diferentes tipos de pensamientos? No hay diferentes pensamientos, el acto de pensar se hace con los insumos de pensamientos confinados en la memoria, estos son operadores mentales que dan apertura al camino de pensar en la misma vida del “estar ahí”, pero la condición de conciencia existencial exige darse cuenta en términos circunstanciales (espacial y temporal) lo que determina y acondiciona a la atención, es entonces que se habla de un término específico y se crea la ilusión del episodio en el guión continuo de la vida.

Por ejemplo, al hablar de *pensamiento geométrico* se centra la atención en la conciencia espacio-temporal del objeto matemático que aluden a las propiedades de las formas tanto planas (*figura*) como espaciales (*cuerpo*); es decir, el movimiento del pensamiento pareciera detenerse porque se enfoca en un punto de interés para reflexiona y crear nuevos productos culturales generados en ese proceso de transformación de significado.

En esta producción, Modelo Endocrítico, básicamente el pensamiento elemental es una estructura lógica que se diseña y se desarrolla en la interacción social con la manipulación directa de acciones concretas; en otras palabras, los sujetos siguiendo patrones de la epistemología genética (asimilar, acomodar y adaptar) se relacionan con los objetos directamente y frente sus ojos. El término "*frente a los ojos*" se refiere al modo de inspeccionar las condiciones existenciales del ente a través del empleo de todos los sentidos sensoriales, ya que esto constituye la interacción de construcción directa donde el sujeto edifica la relación de conocimiento en correspondida al interés depositado en la presencia del objeto, *un darse cuenta del estar frente al objeto*.

En virtud a ello, el modelo sugiere que el pensamiento elemental reposa en las unidades de conocimiento geométrico y el aritmético, porque sus abstracciones se conectan desde la experiencia y en función del esfuerzo cognitivo por dar sentido a las propiedades de las formas, figuras y relaciones cuantitativas; además, con ellas aparecen un grado de sucesión creciente que permiten acceder a estructuras formales más avanzadas en composición a sus proposiciones y, enriquece el tejido de las interrelaciones proposicionales para transformarlas en estructuras cada vez más complejas.

La perspectiva geométrica del pasamiento, probablemente, tiene lugar cuando el hombre como unidad existencial se da cuenta de su contexto, sobre todo, de las formas de los materiales que vinculan su existencia y sólo más tarde reconoce esa forma como algo que imprime a la mente y que por consiguiente la considera a sí misma haciendo abstracción de aquella. Reconociendo las formas de las figuras y cuerpos, el hombre logro conquistar el sentido de la actividad existencial con el uso de los materiales y de ese modo elaborar con mayor precisión la noción abstracta de la forma.

Pues, en esta dirección las actividades prácticas cotidianas y ordinarias crearon las bases de los fundamentos que más tarde definen las teorías. Lo concreto del asunto radica en manufacturar un gran números de objetos que están en el mundo exterior y frente los ojos de los hombres donde el darse cuenta es la clave que impulsa al conocimiento. Al respecto el sabio griego Eudemo de Rodas (citado por Aleksandrov y otros, 1956) afirmó:

La geometría fue descubierta por los egipcios como resultado de las medidas de sus tierras, y estas medidas eran necesarias a las inundaciones del Nilo, que constantemente borraban las fronteras. No hay nada notable en el hecho de que esta ciencia, al igual que otras, hayan surgidos de las necesidades prácticas del hombre. Todo conocimiento que surge de circunstancias imperfectas tiende por sí mismo a perfeccionarse. Surge de las impresiones de los sentidos, pero gradualmente se convierte en objeto de nuestra contemplación y finalmente entra en el reino del intelecto (pp. 39).

Además, la perspectiva aritmética del pensamiento, probablemente, tiene lugar cuando el hombre sienta la necesidad de cuantificar los objetos que interactúan con él. Entonces, el número aparece como una propiedad de la colección de objeto donde el hombre por razones circunstanciales se encuentra atado en ese existenciarío. La aritmética no surge de un esfuerzo puro del pensamiento, sino es que es el reflejo de las propiedades definidas del existenciarío donde el hombre se desenvuelve y se percata de su existencia y, la teoría emerge de una

larga experiencia práctica de muchas generaciones. Al igual que la perspectiva geométrica, la aritmética son fundamentalmente grandes volúmenes de informaciones deducidas de la experiencia y, por extraños que sean las realidades los problemas geométricos se conectan al mismo tiempo con los cálculos aritméticos.

El pensamiento elemental en esta producción se conviene que está conformado por las perspectivas geométrica y aritmética, cuya naturaleza tiene apego existencial en la experiencia y se encuentra enmarcado en un **lenguaje descriptivo, mostrativo e intuitivo** de los objetos matemáticos que dan cuenta de un esfuerzo cognitivo por construir realidades. Al respecto (Aleksandrov y otros, 1956) sostiene que:

La aritmética y la geometría no sólo se aplican una a la otra, sino también son fuente de otros métodos, ideas y teorías en general. En último término la aritmética y geometría son las dos raíces sobre las cuales ha crecido toda la Matemática. Su influencia mutua se hace sentir desde el mismo momento de su nacimiento (pp. 43)

En definitiva, estas perspectivas (aritmética y geometría) componen operados que actúan como *constructores* cuando ayudan a desarrollar la estructura Matemática y son *herramientas* cuando permiten comprender elevados conceptos; ambas en conjuntos abonan organizadores previos para acceder a esquemas conceptuales cada vez más complejos. Entonces, ¿Cuál es la diferencia entre elemental y avanzado en Matemática? El Pensamiento Matemática Avanzado emite argumentos a la luz de los razonamientos deductivos bajo un formato de proposiciones atados a una teoría en particular, donde la demostración es el punto de entendimiento que valida las afirmaciones; de allí que, lo descriptivo es explicativo en la fuerza de la cohesión y coherencia de los esquemas conceptuales (concepto matemático), lo mostrativo es demostrativo y lo intuitivo es concluyente a razón de las proposiciones de la teoría.

La connotación de la categoría “*demostración*” implica lo explicativo y concluyente del discurso matemático, en ella circula todos los impulsos de transformación proposicional que caracterizan el rigor formal de su discurso y además simboliza su corazón, entendiendo que el corazón de la Matemática son sus problemas. Demostrar significa deducir mediante razonamientos lógicos las características esenciales que definen los objetos matemáticos, partiendo de referencias que aluden a patrones regulares y propiedades fundamentales de los conceptos tratados desde las definiciones primitivas y las consecuencias de sus derivados. De este modo, no sólo los conceptos, sino también los métodos son abstractos y teóricos.

El Pensamiento Matemático Avanzado, también, reseña a un esquema interno mediante el cual una persona usa para interactuar con ricas representaciones de conceptos que se interrelacionan a través de conexiones demostrativas de altos niveles de encadenamientos lógicos y matemáticos, que a su vez construyen abstracciones complejas enriqueciendo a las propiedades de los conceptos en el tejido de los procesos deductivos, las cuales están cargados de creatividad e imaginación.

El proceso de transformación de lo elemental a el avanzado radica el en cómo construir los esquemas conceptuales, ahora, en el avanzado la estructura deductiva está marcado por procesos y códigos que almacenan grandes volúmenes de informaciones conectadas por enlaces lógicos de modelos demostrativos que no intuyen más bien definen con tino proposicional y de manera concluyente. Es un estilo de vida arraigado en las implicaciones finitas consistentes que tipifican un cuadro de convicción donde la contradicción no tiene cabida, todo en él debe estar en armonía organizativa, jerárquica y estructural presta a evoluciones.

Pero, la transición de la experiencia educativa que permita convertir lo elemental al rigor formal (Pensamiento Matemático Avanzado) tiene sus raíces en procesos que enaltece la demostración como elemento transformador y vehículo de superación, por medio del cual los datos de estímulos sensoriales se convierten en esquemas mentales que relaciona al concepto con todas sus imágenes, propiedades y procesos asociados. Pues bien, el rigor formal tiene su apertura en el empleo apropiados de esquemas conceptuales que caracterizan a la demostración como único argumento válido de sustentación en el discurso.

Mientras el científico fáctico busca convencer a su comunidad a través de experimentos empíricos cuya manipulación de variables es controlada en el seno de su experiencia, que muestra las relaciones de sus aseveraciones con los resultados de los ensayos practicados en la experiencia de los laboratorios experimentales, el matemático emplea solo razonamiento deductivo en pruebas de consistencias absolutas.

Por otra parte, si la Educación es un hábito social que permita la apertura de negociaciones de significados en donde los actores educativos construyan valores de vida naturalizado en el discurso de la Matemática. Entonces, los educadores son portadores de esperanza, no sólo porque, eduquen en Matemática sino que también iluminan procesos de creatividad e imaginación, elementos de capital importancia para los diseños de proyectos humanos. La razón de vigilar epistemológicamente este hecho, es la clave de la calidad del contenido matemático en escenarios escolares. En este sentido, la dedicación didáctica es un rol fundamental en actividades meta cognitivas que gobiernen el trabajo escolar de *involucrarse* en la educabilidad de los estudiantes.

Pista del asunto estaría sustentada en los roles de producción Matemática: investigación y extensión. Indiscutiblemente, el camino se

construye en su andar, hay que investigar en Matemática como ciencia pura y aplicada, única vía para poder comprender y interpretar su objeto, método y significado.

Su desempeño es un caminar hacia la apertura de reflexiones, porque, desde el seno de las proposiciones matemáticas emergen la dimensión de su didáctica como razón de caracterización, pero para completar la noción de la didáctica hace falta la explicación: ***el sentido humano en la vida.***

### *Fugas de proyectos*

Las exteriorizaciones de las ideas en la voz de los estudiantes son las primeras columnas de alarmas que permiten visualizar hacia dónde se están encaminando los proyectos. Son fugas, porque lo que dicen los estudiantes de alguna manera u otra nos revela las intenciones de lo que ellos (estudiantes) desea ser. Si dentro de estas revelaciones se encuentra el conocimiento matemático como utensilio, el propósito del objeto de aprendizaje se habría incubado en proyecciones de esperanzas. Pero, si en el marco de estas visiones el contenido matemático no presta ninguna aportación en el para qué de las representaciones futuras todo el trabajo escolar se verá comprometido a desaparecer y sin temor a equivocación no habrá confinamiento ni extensivo ni inclusivo.

Es claro que, desde la perspectiva antropológica filosófica “toda en la vida es evolución” en el movimiento interpretativo del existencial humano, nada es absoluto y definitivo. Particularmente, el pensamiento en el desarrollo de la vida como existencia y, un indicador por medio del cual podemos apreciar ese pensamiento es la intención hacia futuro expresada por la palabra del propio protagonista.

El estudiante representado bajo la figura sujeto-mundo-escolar será un ser de conciencia frente a las informaciones del contenido

matemático que constantemente las transformará en sentido y utilidad; en virtud que, lo esencial en materia educativo es el arte de abrir innovadores horizontes de pensamientos que articulen herramientas creativas para abordar sucesos nuevas con las cuales demanden soluciones y, luego se exige reflexionar críticamente esas soluciones en el marco de la vida compartida con lo demás. Una razón de expectativa que hace del hecho educativo su visión, en cuya misión es crear las condiciones favorables para tal situación.

Por otra parte, los proyectos en la conciencia es sinónimo de meta realizable el cual orienta el sentido de la vida, también será norte de construcción sobre la realización conforme al ideal. Pero, surgen interrogantes en torno a los proyectos del contenido matemático planificado con relación al aprendizaje obtenido al término del proceso educativo, entre ellas señalamos: ¿Cómo se evalúa el contenido matemático? ¿Cuál es la conexión entre el proyecto del contenido matemático con la vida? Para, el cómo evaluar el contenido matemático se sugiere determinar la realidad del contenido en la estructura cognitiva de quien la aprende; esto es, se requiere, por parte de quien aprende Matemática, emular la actividad profesional del matemático, sobre todo las características señalada a lo largo de esta obra referente al pensamiento matemático avanzado.

El sentido de este propósito consiste en introducir a las prácticas educativas roles inherentes de los matemáticos profesionales, se infieren que entre esos roles se encuentra la “**actitud consistente**” del saldo matemático asimilado y las visiones de proyectos sostenidas sobre ese saldo; ello es, la postura de visión frente al contenido en el marco de la vida. El aprendizaje ya no se limita a un espacio-tiempo determinado y definitivo, sino que deben continuar a lo largo de toda la vida; y por otra parte, el estudiante vuelve a ocupar un lugar esencial en la adquisición y comunicación permanentes de los conocimientos.

**Proyectos**, ellos son metas de posibles productos culturales concebidos en tejidos de pensamientos visionarios, asimilados y adaptados en procesos de aprendizajes significativos. Solo es posible proyectar aquel conocimiento que se le ha otorgado sentido dentro los límites interno de una estructura cognitiva y utilidad de construcción en el marco del para qué nos ocupamos en el *sentido de la vida*.

La adquisición del conocimiento por parte de un educando no es una mera recepción, sino una auténtica elaboración del conocimiento que se inserta en una red de relaciones mutuas con los demás (docentes, compañeros, familia, sociedad, etc.). En primera instancia, surgen como explosiones de metas que incuban procesos de imaginación y creatividad para comprometer a la voluntad en su realización; y en segunda instancia, se convierten en visualizaciones hacia la innovación de lo debidamente comprendido en el contexto de significación. Sentidos esencias del vivir autentico.

¿En qué consiste el vivir auténtico? La existencia autentica es cuando el hombre asume su condición humana, se hace responsable de su propia existencia y cuida de ella. Es abrazar de forma consciente toda la angustia que proporciona los avatares de la vida. Esto implica que el hombre buscar distanciarse del reino del “se”, donde domina totalmente él se dice o él se hace. En términos educativos, se entiende como la reflexión crítica-dialéctica del contenido matemático en cuya atención se formulan las preguntas: ¿Quién lo dice? ¿Por qué se desarrolla así?

Las respuesta a estas interrogantes nos acerca a reconfigurar los espíteme que soportan los sentidos tanto a nivel estructural formal como significación de vida. Lo de importancia capital es la concientización de lo que se está aprendiendo, estableciendo conexiones extensivas o inclusivas con relación a las unidades de conocimientos matemáticos

confinados con anterioridad. Bajos estas premisas probablemente, el estudiante actuará con “actitud consciente” desde la perspectiva existencialista y por ende se le garantizará altos niveles de éxitos en las arquitecturas de los proyectos de vidas.

¿Ante el Modelo Endocrítico todos los proyectos de vidas son iguales? La respuesta es negativa. En principio, todo proyecto es inherente a la condición humana, nos diferencia del ente. Ya que, el hombre es el único que tiene la responsabilidad de existir conforme a la posibilidad elegida. Los proyectos es la forma operacional de llevar a cabo en términos de hechos esa posibilidad elegida.

Ciertamente, los proyectos dan sentido y utilidad a la memoria existencial, pero muchas veces esa memoria se arroja a la conquista de ente y olvida las preguntas sabias (¿de dónde vinimos? ¿a dónde vamos? y ¿el por qué?), esto hace crear proyectos en dirección al dominio de la técnica que pueda controlar al ente, denominados *proyectos triviales*. Por eso, es totalmente comprensible la contestación “deseo aprobar con 10pts” frente a la pregunta ¿Por qué estudias Matemática? En este escenario de ejemplo el estudiante está eyectado por las circunstancias existenciales del momento, tiene intención traducida en proyecto trivial.

En esta producción, la propuesta es transformar los proyectos triviales en ***proyectos trascendentales*** desde la dinámica del contexto de significación; es decir, las unidades de contenidos matemáticos ya no será sinónimo de escolaridad sino más bien será educación para todos a lo largo de toda la vida porque de lo que se trata es cambiar a la Matemática escolar en estructuras de sentido y utilidad para la vida de los estudiantes. Además, esta práctica hará del ***estudiante un ser-en-el-mundo auténtico*** porque elevará su conciencia a las preguntas sabias (¿de dónde vinimos? ¿a dónde vamos? y ¿el por qué?) y esto implicará detenerse en quién lo dice y por qué lo dice para escudriñar los

centro de saber de los que emanan los conocimientos que ha de asimilarse, alejándose de una simple acumulación de datos sin sentido y utilidad de vida.

*Los proyectos trascendentales* son entendidos como postulados de vidas que traspasan los límites del espacio-tiempo inherente a la acción educativa, incluye la idea de superación frente a los desafíos, visualiza nuevos horizontales de exploración más allá de la simple colocación física del hombre ante el contexto; en este sentido, Frankl (citado por Barrios, 2006) escribe:

El hecho antropológico fundamental es que el ser humano remite siempre más allá de sí mismo, hacia algo que no es él o hacia alguien, hacia un sentido. El ser humano se realiza a sí mismo en la medida que se trasciende (pp. 57).

Dado lo precedente, el norte referencial del asunto pareciera indicarnos que la *trascendencia* no debe encarcelarse a la mera actividad escolar, debe ser superación y apertura hacia el pleno desarrollo de lo humano en la vida de los estudiantes. Pues bien, representa una nueva conceptualización de estar-en-el-mundo, cuyo significado alude a la educación permanente del hombre y en reconfigurar sus valores de convivencias; en este sentido, destacamos tres características de la filosofía trascendental: 1) el motivo (el desarrollo de lo humano); 2) tareas auténticas y puras (reflexión del motivo en la actividad escolar); y, 3) llevar a cabo sistemáticamente la encomienda del motivo en la gestión escolar de la clase.

Luces de los referidos proyectos, es lo que la sociedad espera de sus estudiantes al término del procesos educativo escolarizado. En esta obra se hace necesario examinar cuatros (4) pilares esenciales en la temporalidad del ahora, las cuales son: a) categorías de análisis y formas de pensamientos del lenguaje matemático, con múltiples vinculaciones para dar sentido a la realidad vivida de un *saber conocer y decir*;

b) repertorios de estrategias, modelos de algoritmos de soluciones y toma de decisiones para un *saber hacer*; c) formas de trabajo individual, colectivo y cooperativo para un *saber convivir*; y, d) valoraciones sobre la importancia de la consistencia formal, tenacidad, curiosidad y solución no trivial, que afecte fuertemente el *saber ser*. Las presencias de estas competencias en los proyectos de vida de nuestros estudiantes, posiblemente, sean sustentadoras de actitudes conscientes para unas futuras acciones sociales de eficiencias en sus diferentes roles.

**Estructuras disipativas:** *perfil de aprendizaje y reflexión endo-crítica.*

Las estructuras disipativas son energías visible en el texto de un contexto, su presencia es reconocida mediante el acto de acciones, comportamientos, gestos y los diferentes modos expresivos entre nosotros que marcan impresiones de huellas. Podríamos indicar que, es una especie de energía interna humano cuya función es permitirnos en *darnos cuenta* sobre manifestaciones de comunicación que expresa el otro. Es una especie de voz que nos habla del sujeto, no necesariamente con el uso de la palabra oral, es expresividad de comunicación y divulgación que proyecta todo un sentir, un pensar y deseo que el sujeto imbuido en su contexto lo exterioriza para postular su posición frente la vivencia de temporalidad en los programa de vida.

¿Cómo se reconocen las estructuras disipativas? Pista del asunto fue iluminado por Heidegger (1927) al sostener que: “el lenguaje es la morada del ser y el hombre su pastor” (pp. 324). Sin temor a la equivocación, el investigador sostiene que el lenguaje no es un instrumento de herencia biológica, humana, cultural y social del hombre, ciertamente, la hominización es el proceso mediante el cual se reafirma las categorías antes descritas para ir edificando la mente, pero ello solo es permisible porque nuestro **ser es humano y el lenguaje reafirma ese ser.**

Entonces, ver el lenguaje como situación emergente en el crecimiento de neuronas y conexiones complejas adquiridas en el tejido cultural es definitorio de totalidad humana que se encuentra contenida en el lenguaje, *la morada es el lenguaje en la totalidad humana*. Y, *su pastor* es el emisor que cuida de su sentido a través de textos comunicables para otros.

De forma que, las estructuras disipativas serán reconocidas en el lenguaje mediante textos producidos por los actores educativos, textos que pueden tener formatos orales, escritos, gestuales, simbólicos, entre otros. Además, nos podrían anunciar las perspectivas cognitivas de los estudiantes, sus posiciones, deseos y lecturas de logros antes sus propósitos de vida. Estas apreciaciones constituyen condiciones didácticas que dimensionan y ubican al sujeto-mundo-escolar en el espacio-tiempo de actuación.

En materia educativa y en la óptica existencialista, el texto no es una expresividad aislada del contexto, es un texto del contexto que interactúa en apertura dinámica y se configura bajo una tipología de red sistémica en sucesos vinculados a la vida escolar; en este sentido Morales (2002) afirma que:

La Educación enmarcada dentro de la perspectiva de un sistema abierto, no lineal, de una estructura disipativas que derrocha constantemente energía y genera saltos cuánticos en los procesos, es realmente más significativa y comprensible que la pretendida discusión de linealidad (pp. 248).

Es de hacer notar que, el término lineal alude a eventos proporcionales; es decir, un tipo de pensamiento carcelario de relación causa-efecto, donde el efecto tiene correspondencia directa o inversa a la naturaleza de la causa. La visión de sistema abierto desgarrar al paradigma lineal y su esquema causa-efecto, ahora es *abierto, circular y dinámico*, frente a posibilidades inimaginables fuera del control proporcional, hacia incluíble, *saltos cuánticos*.

Por ello, la relación antropológica escolar es más bien: dialéctica que positiva, interpretativa que explicativa, continúa que episódica y cualitativa humana que cuantitativa dato; en resumen, el texto del contexto educativo es la explanación y conciliación de lo humano en lo hermenéutico de toda su manifestación social.

En consecuencia, los procesos educativos son parte de esa actividad abierta, circular y dinámica que busca situar la racionalidad comprensible en la hermenéutica de un pensamiento orientador el cual ilumine *camino*s y *contextos de significación* en la vida de los actores educativos: profesores y estudiantes. Ya que, todo en vida del hombre es interpretación y no hechos, Nietzsche (1994); por lo tanto, es menester una cultura de apertura dinámica hacia lo dialéctico-hermenéutico centrada en el estudiante como proceso de alianza estratégica de cortejo didáctico de cara a sus virtudes y vicisitudes. Pero, en ese transitar con los estudiantes se intercambian procesos humanos que irradian energías de razones, ***textos en contextos escolares***.

Indiscutiblemente, las estructuras disipativas constituyen motores catalizadores o frenos de bloqueos en la vida de los estudiantes. El Modelo Endocrítico advierte dos espacios de análisis para registrar textos significativos que puedan regular la acción docente en el marco de la convivencia escolar y su espacio vital de desarrollo: el perfil del aprendizaje y la reflexión endo-crítica.

***El perfil de aprendizaje*** es un constructo en desarrollo y extensión que alude a las manifestaciones de textos producidas por los estudiantes durante períodos de atención y observación. Indicadores educativos en la Matemática escolar, tales como: conceptualización, procedimientos y actitudes de los estudiantes son analizados, comprendidos e interpretados en las interacciones humanas y en sus ejes

transversales de convivencia escolar, haciendo énfasis en lo que dicen, hacen y piensan sobre las tareas de la Matemática escolar.

Más que registros y anotaciones de desempeños estudiantiles es *un estudio heurístico de alcance global en los estudiantes para comprender como interpretan su vivir escolar*, porque se busca penetrar en sus convicciones y proyectos de vida con el propósito de actuar como líder de opinión, de influir en esas estructuras para explicar lo humano en su sentido de vida.

El perfil de aprendizaje es un área de producción y de respuestas en exposiciones de productos culturales tanto cognitivas como socioculturales que dan cuenta del proceso de aprendizaje y las potencialidades de los estudiantes frente a la Matemática escolar. Por ello, la atención del *aprendizaje en el proceso de aprendizaje* reviste un significado de continuidad y actitud de apertura mediante el cual desmonta un conjunto de señales tipificadas en textos de los contextos estudiantiles, donde son entendidas como alarmas de una situación de aprendizaje en curso con las cuales no hay que pasar por alto y darla la justa interpretación en el momento de su aparición. Debe ser una preocupación que mantenga ocupada la observación, atención y concentración didáctica del profesor hacia lo que los estudiantes dicen y hagan antes, durante y después de toda interacción educativa.

El perfil del aprendizaje en el Modelo Endocrítico se convierte en un instrumento reflexivo para monitorear el proceso educativo pero también es una herramienta reguladora del proceso mismo; ya que, regular es un espacio de reflexión para ajustar o poner en orden los elementos del proceso educativo, al respecto Giménez (1997) postula que:

Regular, en fin, significa reconocer la propia situación matemática, incorporar los criterios prácticos para su mejora, estructurando creencias, opiniones, etc., así como integrando lenguaje de nivel superior (rango alto) (pp. 156).

En virtud de lo expuesto anteriormente, se sugiere prestar atención a un escenario de acciones programadas en los siguientes roles: inicialización, acompañamiento e interpretación de las alarmas.

*La inicialización* es la etapa de entrada en el proceso a través del cual se construye las bases y los soportes verticales **para situar al sujeto-mundo-escolar** desde su diagnóstico cognitiva y condiciones socioculturales hasta la apertura del acompañamiento frente la experiencia de la Matemática escolar. Por lo general, cuando el grupo de estudiantes no tiene registro de antecedentes la inicialización se basa en expectativas, mientras que si hay conocimiento de causa esta etapa permita examinar las estructuras sociales precedente a objeto de buscar puntos de interés para los estudiantes.

*El acompañamiento* es un desenlace intencional social de convivencia y comunión escolar vinculada **al lado del estudiante**, no frente ni tampoco de espalda a él. Es observar detalladamente el ritmo y estilo de aprendizaje de cada estudiante, enfocando la atención didáctica en los textos de los estudiantes sobre el desarrollo de las tareas para asistirlo y gestionar el proceso de avance; en consecuencia, el desempeño vivo y directo del acompañamiento permite registrar textos como señales de alarman en el proceso, las cuales requiere: 1) captar la sensibilidad del porqué de sus textos (intenciones, capacidades, actitudes y valores); 2) comprender e interpretar la trama de sus textos en el contexto de ocurrencia; 3) estructurar (categorizar) actividades mediante las acciones de estrategias cónsonas a sus organizadores previos, adecuándose y construyendo contexto de significación en la realidad sujeto-mundo-escolar; y, 4) integrar en la estrategia mensajes subliminarios que pueda influir en sus programa de vida como elemento orientador e iluminador de las expectativas.

El acompañar bajo solicitudes de alarmas demanda un proceso altamente asistido y mediado con el objeto de brindar al estudiante apoyo, estrategias facilitadoras de enseñanzas, organizadores necesarios de avance y mediadores significativos en los procesos de aprendizajes; además, promueve una actividad humana que en principio colabora y posteriormente se convierte un hecho sociable de cooperación mutua.

Con justa razón se puede afirmar que, el acompañamiento es un proceso de seguimiento de un amigo para otro amigo, donde la abnegación, comprensión y tolerancia abre espacio para una humanidad compartida y el acto de enseñar a aprender la Matemática escolar da apertura a los lineamientos de pertinencia, tales como: independencia cognitiva y aprender a aprender en cooperación, explicado lo humano de los actores educativos. De eso, precisamente trata el hecho educativo en la situación profesor-estudiante: vivir una intersubjetividad conectado con la trama de lo inter, intra y transdisciplinariedad del aspecto multidimensional de la temporalidad social con el objetos de que las partes involucradas desarrollen en plenitud lo humano.

**La reflexión endocrítica** se define como la revisión permanente introspectiva del yo-docente cuya extensión hacia los estudiantes permite analizar, diseñar, desarrollar, implementar y evaluar programas educativos basados en la teoría para la creación de contenidos didácticos con retroalimentación en todo sus niveles y conforme a contextos que logren convertir las condiciones en situaciones, los contenidos en objetos de aprendizajes para la vida de los estudiantes y los proyectos triviales en verdaderos proyectos de conocer, decir, hacer, convivir y ser en la temporalidad de la dimensión geográfica donde acontece la acción educativa.

Ello demanda, por parte del profesor, operaciones de pensamientos encadenados de forma espirales con enfoque continuo,

crítico, racional, dialéctico y hermenéutico que envuelve al proceso didáctico, la acción docente y la actuación de los estudiantes en una realidad educativa objeto de comprensión. Es espiral, porque las razones de su sentido no son significados que se construyen piramidalmente para entramar linealmente significados jerárquicos, ante esta visión se impone, *estados pensativos de vaivén horizontales entre procesos que perennemente cambian roles, significados y funciones en la trama escolar.*

El sentido puede concebirse como giros constructores de realidades sobre los objetos del darse cuenta, con las cuales dan utensilios que tejen articulaciones de pensamientos debidamente sincronizados con lógica y significado. Pero, también es una herramienta arquitectónica que fusiona ideas y extiende ideas con otras ideas en el movimiento del pensamiento. Cuando se reflexiona sobre el *sentido del aprendizaje*, se activa una acción pensativa cuyo interés bordea la temporalidad cognitiva de la acción educativa con el fin de dimensionarse en los procesos de aprendizajes para analizar el fondo y forma de los contenidos asimilados durante la interacción educativa.

Además, es evaluación introspectiva, heurística, global y humana sobre los balances de los procesos didácticos y las observaciones proyectadas en los diferentes ejes transversales del aprendizaje estudiantil. El punto esencial en el modelo no es el avance lógico en una sola dirección, es un progreso de significado multidimensional y compartido que se ubica en lo factorial de las relaciones antropológicas y la red de significaciones que proporciona los avances epistemológicos de la disciplina "Matemática".

La connotación de continuo alude a la dinámica de cambios en los significados de los objetos, ideas y hechos de vida como escaladas de movimiento (devenir); en este sentido, *la verdad es una ilusión que viaja*

*con la vida, es una conjetura de sentido y orden en la experiencia de las ideas y hechos; con ello, el constructo hace referencia al estado metamorfosis de significados. Lo continuo es sinónimo de movimiento presto a cambios.*

Es claro que, el ser-ahí es la colocación del sujeto-mundo-escolar frente a la apertura dinámica de la Matemática escolar, ello implica un movimiento continuo de vida hacia el cambio donde la verdad, probablemente, sea el sentido y orden de dos mundos: las ideas y los hechos. Esta postura, ubica a la verdad como una referencia relativa de creencia sujeta a una racionalidad de significación que guía el sentido de vida, Nietzsche (1983) postula que:

El hombre necesita la verdad, un mundo que no se contradiga, que no falsee nada y que se muestre útil y provechosa en el existir. La verdad es la única arma de defensa y conquista con que contamos. Nos apropiamos de una cosa cuando la conocemos, cuando podemos emitir juicios sobre ella y además extraemos pautas de conducta sobre ese conocimiento. Una forma de construir mundos de realidades el cual ensalza “un castillo de telaraña que puede navegar sobre las olas, resistiendo tempestades” (p. 245).

La posición de Nietzsche nos permite apoyar el sentido crítico del modelo, como espacio para la reflexión sobre los hechos educativos y la conceptualización de esos hechos tienen referencia de conjetura y no de conclusiones absolutas; de allí que, se sugiere el enfoque crítico como una iniciación a la dinámica de los procesos, productos y visiones de la Educación, muy concretamente, la Matemática escolar.

Lo racional es entendida en la razón y, está es el discurrir y juzgar de la Matemática escolar. Entonces, ¿Es posible una Educación Racional? Según González (2004) la define como:

...una enseñanza por medio de la acción docente dirigida a desarrollar creencias que facilite al docente y a los estudiantes alcanzar sustentividad cognitiva (p. 100).

El investigador propone a través del Modelo Endocrítico que, la Matemática es una ciencia situada en el estudio del rigor formal de las proposiciones lógico-matemáticas y la Matemática escolar es un aporte de la Educación como ciencia de rigor compartidos y negociados en cuyo propósito la sensibilidad humana atiende a los ajustes y adaptaciones de las proposiciones matemáticas con el fin de convertirlas en objetos de aprendizajes para los estudiantes; es decir, el contenido original de la Matemática sufre sucesivas modificaciones de despersonalización y descontextualización a los fines de configurar contextos de significación para el alcance cognitivo de los estudiantes, **es hacer saber lo comunicable del contenido matemático**.

Consecuentemente, se arranca de una posición formalista (descubrir el rigor) hacia la sustantividad cognitiva (aprendizaje constructivista); la racionalidad de la propuesta consiste en introducir elementos teóricos como soportes de razones en creencias para enseñar y aprender la Matemática escolar desde las construcciones cognitivas de significaciones a partir del existencial que envuelve a los estudiantes.

El aspecto dialéctico consiste en la constante superación de los contrarios teóricos que surgen en la puesta a prueba de los procesos educativos: creencias versus conjeturas (episteme construido). El marco de influencia activa un pensatorio dinámico con fluidez de cobertura a visiones didácticas renovadas y reconstrucciones de estructuras cognitivas sobre unidades de conocimientos modificadas; es decir, lo dialéctico tiene incidencia directa en las modificaciones de confinamiento cognitivo (asimilación y acomodación de información vieja versus nueva).

Se comprende que todo profesor tiene creencias de valores arraigadas y confinadas en su intelecto, pero además posee formación sobre metáforas que relatan didácticas de cómo llevar la acción educativa, controlarla, dirigirla, administrarla, supervisarla y evaluar la

experiencia escolar, las cuales conforma una parrilla de convicciones en las praxis, por lo tanto, *constituye la memoria viva referencial en el profesor*. Más aún, representan sus soportes teóricos didácticos que aunado a sus vivencias escolares les permite construir la clase de Matemática. Lo dialéctico tiene presencia cuando se da apertura a elementos innovadores a esas prácticas convencionales, ***lo cual demanda actitud abierta frente a los choques paradigmáticos entre lo convencional y lo innovador.***

Es de hacer notar que, el elemento innovador producirá al principio y en el curso de su desarrollo ciertas incomodidades naturales que afectarán a las prácticas convencionales, ya que su función es indagatoria a los fines de examinar los efectos y productos de estos nuevos elementos en los procesos educativos. Lo esencial, es la disposición de abrir nuevos caminos exploratorios de interés educativo; en otras palabras, al introducir elementos innovadores a los procesos convencionales de cualquier programa educativo de un profesor en particular, estos harán ruidos y perturbarán la forma de cómo hacer las cosas, pero también, aumentará la incertidumbre del control en el proceso.

Es navegar con compromisos de abnegación y desafíos en tempestades teóricas desconocidas, que sin lugar a duda van renovar ese *saber hacer* para reestructurar la práctica-teorizada y, con ella nuevas perspectivas en su adopción, rechazo o reformulación de lo convencional, así se plantea *el camino dialéctico*.

Lo dialéctico en la construcción de los saberes es una materia ampliamente estudiada por la epistemología genética, ya que, al momento de producirse intercambios de información confinada (almacenada en la estructura cognitiva) y nueva información, esto provoca un desequilibrio cognitivo o colisiones de significados en los

estudiantes para cual es menester establecer equilibrio entre las partes: *información nueva y vieja-existente*.

La epistemología genética postula el proceso de asimilación como actividades mentales que acomodan y adaptan la nueva información con relación a la ya existente en la estructura cognitiva de quien aprende; es decir, el intelecto reconstruye las unidades de conocimiento matemático mediante un procesamiento y tratamiento de información vieja *versus* nueva en aras de hacer *extensiones de significados o reorganización de estructuras incluyentes*.

Las extensiones de significados es cuando la propiedad de una nueva proposición formal se generaliza y envuelve nuevos dominios de competencias de informaciones existentes; mientras que, la reorganización involucra un proceso de jerarquización, sistematización y organización de lo nuevo con lo viejo, donde la estructura fuerte contiene a la más débil y, esta última se explica en términos de la más fuerte. Pues bien, el proceso dialéctico del aprendizaje es continuo y en la Matemática escolar tiene dos caracterizaciones: ***extensivo o incluyente***.

La connotación de hermenéutica permite proponer que la interacción humana-escolar constituye una fuente central de datos las cuales serán *moldes orientadores interpretativos* sobre la comprensión de los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar, porque la capacidad del hombre de captar y observar hechos sobre comportamientos puntuales de otros y de él mismo, representan un elemento *teórico clave* en la comprensión de modelos de conductas. Y, el texto comunicado y disipado en su contexto forma parte de múltiples posibilidades de abordar y acercarse a conjeturas innovadoras en Educación Matemática.

La hermenéutica en la reflexión endocrítica no es tratada como método sino como posición frente a la vida escolar cuya esencia no son los hechos sino la interpretaciones de los hechos, un proceso de enlace reflexivo que nunca finaliza y siempre va en busca de nuevos significados, debido a que el sentido-verdad-lugar es una ilusión de por sí, pero puede interpretarse.

Entonces, un sujeto situado está ubicado en su espacio temporal, es un ser-ahí que interpreta y que se encuentre inmerso en el proceso interpretativo, además, puede explicar lo que sucede antes sus ojos de forma fenomenológica, antropológica y racional todas las incidencias y pormenores del proceso educativo de una clase de Matemática, es decir, es un proceso que implica comprender el contenido matemático de doble acción sentido y utilidad, luego se interpretan para proyectar razones de vida.

El comprender antecede a la interpretación, todo comprender es interpretar, toda interpretación debe presuponer una anticipación de lo interpretado, más explícito, es que en toda interpretación está antecedita por lo comprendido. Según Heidegger (1994) afirma que:

Toda interpretación que haya de aportar comprensión debe haber comprendido ya lo que en ella se ha de interpretar. Lo cual es una estructura del mismo intérprete, su cultura, la temporalidad de su Dasein. La interpretación es así expresión de su ser (p. 305).

Ahora bien, interpretar y entender son sinónimos de un proceso de comprensión y creación. Comprender el hecho educativo de la Matemática escolar es descubrir el entramado de significados en la red sistémica de sentido atado a la experiencia de convivencia escolar con el fin de interpretarlo en un cuerpo articulado de comprensiones (modelo educativo). Muy distintivamente, la comprensión emerge de la reflexión endocrítica sobre el proceso indagatorio que se observa y atiende; pero también es una espiral crítico-dialéctico sin rol específico de una

determinada etapa en particular, ella se ve omnipresente en cada rol; de hecho, es así.

La reflexión debe penetrar hasta lo ontológico, porque allí se encuentra la facultad ulterior de explicar la racionalidad de lo epistemológico. Son impulsos, naturalmente humano, que explican todo los detalles del pensamiento: sentido y utilidad de lo vivido. Entender algunos elementos de su naturaleza, probablemente, estén en la comprensión del por qué se construyó tal o cual sentido y en los modo de comprender cuál es su dimensión de utilidad en la construcción de proyectos. Es desdoblar el plano del estudiante para comprender su movimiento de vida, sus razones existenciales de lucha por apropiarse del conocer.

Sin temor a la equivocación, el reflexionar antes, durante y después de la acción didáctica es un compromiso educativo que desafía los límites de una simple enseñanza, es en grandes rasgos la apertura hacia la *educación para los ciudadanos de hoy*. Y, la educación solo tiene sentido en lo humano; en consecuencia, comienza con los estudiantes, pero bajo el criterio de este modelo son sujeto-mundo-escolar, estudiantes interpretados con su memoria y con sus intenciones, donde el proyecto educativo debe orientarlos en transformar su estructura cognitiva en una unidad de pensamiento complejos que les permita examinar y explorar lo que acontece fuera de él.

Mientras más compleja sea su pensamiento mayor serán los niveles de éxitos es su travesía de conocer. El conocimiento matemático es una alternativa de encuentro con ese conocer, aprenderlo es disciplinar la conciencia bajo la lupa de la razón del rigor proposicional. Singularmente, el darse cuenta tendrá un mosaico de motivación y atención en el formalismo interpretado por aquellas comprensiones cuyo sentido y proyecciones están sujetas a cadenas de implicaciones finitas

libres de contradicciones: *es comprender al mundo con lo aprendido en la interacción de los procesos que emergen desde la Matemática escolar.*

### **El método: *un enfoque singular***

El Modelo Endocrítico propone abordar los problemas relacionados con los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar (*expectativas no alcanzadas en el marco de referencias legales o intenciones teóricas anheladas*) a través de elementos teórico-metodológicos (*espacio vital y estructuras disipativas*) que permitan innovar en la fase de diseño y desarrollo a objeto de implementar ensayos experimentales con las cuales se contrastaran las formulaciones teóricas (*innovaciones*) con los productos culturales debidamente documentados, durante el proceso de atención y observación.

Los ensayos experimentales son entendidos como estudios locales vinculados a la exposición de problemas dentro el marco de una investigación-acción del profesor sensibilizado en el aspecto multifactorial de la Matemática escolar. Y, el término investigación-acción se caracteriza como una situación social circundada por el espacio vital (*sujeto-mundo-escolar, contexto de significación y proyectos*) para tratar de mejorar la calidad de la acción en la misma, lo cual es un proceso de transformación de las prácticas escolares convencionales que involucra al colectivo (profesor y estudiantes, en conjunto).

Su reflexión parte de las evaluaciones de los proyectos antes del proceso, las mediaciones introducidas durante el proceso y los productos de proyectos observados y atendidos en el calor de las estructuras disipativas (*perfiles del aprendizaje y reflexión endocrítica del colectivo*), después del proceso. El seguimiento de las fases antes, durante y después del proceso educativo demanda un acompañamiento con compromiso personal para asistir a los estudiantes.

El andamio del método, el cómo podría hacerse las cosas, se sustenta en la reflexión de praxis vivencial, las posiciones teóricas y en la detección de ciertas características problemáticas relativas a temas pertenecientes del ámbito Educación Matemática. Ello dibujará un panorama de intenciones de hacer cosas diferentes bajo la arquitectura de prácticas teorizadas. Pero también, es respuesta antes y frente una dificultad de naturaleza educativa que no permite el avance, progreso y evolución epistemológica del contenido matemático hacia la conquista de la estructura cognitiva compleja de nuestros estudiantes.

Se induce que, se debe responder por la expectativa no alcanzada al término de un interacción socio-educativa; aunado a lo anterior, esa expectativa debe delimitarse en las interrogantes de: ¿Cuál es la situación perturbadora?, ¿Por qué es un problema?, ¿Para quién constituye un obstáculo? Igualmente, debe limitar los pormenores espacio-tiempo con el objeto de brindar proyecciones, tales como: ¿Dónde y cuándo tiene lugar el problema?, ¿Existe en términos de posibilidad y tiempo su solución?, y ¿Será posible la función teleológicas de proyectos transcendentales en el contexto de actuación?

Ubicada y situada la expectativa no superada en la figura del problema de investigación, se procede a enmarcarlo en un plan estratégico teórico el cual idealizará elementos teórico-metodológicos que serán la bitácora de la acción para sistematizar los estudios descriptivos e interpretativos a tenor de la formulación de objetivos y metas que logren superar los dominios cognitivos no alcanzados por la expectativa; es decir, con la ubicación del problema educativo se activa un *intento de solución* por parte del docente investigador.

En primera instancia, el intento de solución se plantea como una estrategia global enfocada en nutrir contextos de significación que

permitan a los estudiantes *independencia cognitiva y aprender a aprender* del discurso matemático desplegado en la clase. Es de hacer notar que, el intento de solución debe ser una *propuesta eficiente* dentro de las consideraciones que activaron el problema educativo; en otras palabras, la propuesta es la articulación de actividades, eventos y tratamientos didácticos con lo que se esperan encarar al problema y desmontar los grados de dificultad para dar lugar a un ambiente apropiado donde sea posible diseñar y desarrollar estrategias de aprendizajes auto sostenidos a largo de un tiempo determinado. Hacer una propuesta eficiente significa tejer en un programa educativo hilos conductores teóricos que iluminen bosquejos de soluciones viables en la factibilidad de las condiciones objeto de estudio.

El camino entre el problema hacia la solución es toda una estrategia de trayectorias teóricas pero también es innovación, porque todo hecho social es multifactorial y las soluciones de cada grupo social no son únicas, aunque en algunos casos parezcan similares. En virtud de ello, el modelo sugiere que el intento de solución se examine en tres fases: 1) Planeación; 2) Diseño; y, 3) Experimentación. La planeación está precedida por una reflexión profunda en los actores educativos, la situación didáctica emergente y las características de contexto de actuación.

En ese espacio de atención, la creatividad e imaginación se ocupa en articular un proyecto posible para adaptar y ajustar coordenadas teóricas a la sui génesis etnográfica del objeto de comprensión implicando distancias entre lo que tenemos y lo que debemos hacer para desarrollar el panorama de crecimiento intelectual deseado en nuestros estudiantes, utilizando como instrumento de transformación a la Matemática escolar.

El diseño coloca su sello de presencia en el guión didáctico o bitácora de intenciones que desarrollados en las relaciones

interpersonales del entramado social de la clase de Matemática; es decir, bajo el diseño se representa intenciones deseadas y el desarrollo constituye el marco de las acciones admisible de esas intenciones. Del diseño al desarrollo se conecta **las ideas en las acciones posibles del hecho educativo**.

Pistas que sugiere el modelo para conjeturar acciones didácticas en la Matemática escolar están orientadas a atender el nivel de cognición de los estudiantes, aspectos socioepistemológico del contenido frente al contexto de actuación, ajustes de despersonalización y descontextualización del contenido matemático con el fin de convertirlo en objeto de aprendizaje. Se sospecha que, en la composición de ideas fuertemente consistente en coherencia y cohesión por metáforas teóricas, probablemente, generen altos niveles de éxitos a situaciones didácticas que refundan prácticas teorizadas en función de esas metáforas y, por consiguiente se renueven el quehacer educativo de lo convencional en elementos prospectivos de transformación para el avance científico y desarrollo humano de todos los actores educativos.

La experimentación consiste en el despliegue de ejecución de todo lo pensado y desarrollado en los laboratorios de ideas, cuyas trayectorias de programación desencadenan acciones planificadas en el marco de unos hilos conductores teóricos debidamente concientizados en las condiciones que orientaran las situaciones de aprendizajes en la Matemática escolar, básicamente, es la obra consumado del hecho educativo conforme a las postulaciones debidamente articulada por un pensamiento de trabajo sistemático.

Por otra parte, en la experimentación la acción del trabajo escolar se organizar en cuatros (4) roles: 1) Registros descriptivos de las clases; 2) Acercamiento cualitativo; 3) Tratamiento estadístico; y, 4) Discusión de los hallazgos. Los registros descriptivos de las clases

consisten en reportes de apuntes mediante el cual se narran, explican y describen sucesos significativos de interés en la investigación para que los docentes investigadores hagan reflexiones sobre lo acontecido, las cuales se requieren que estén debidamente documentadas y además constituyan testimonios vividos del tratamiento didáctico con el cual se podrá alcanzar futuras conclusiones y recomendaciones.

El acercamiento cualitativo es una forma de aproximarse a las relaciones humanas que tienen lugar en la convivencia escolar, detallando los hilos existenciales que filtran, procesan y tratan los sentidos de significados de los contenidos matemáticos y el operador utilidad en la construcción de proyectos. Así pues, las acciones y las observaciones de los productos culturales de los actores educativos en la ecología de su contexto de actuación son de capital importancia para la reflexión endocrítica.

Comprender qué y cómo interpretan, hacen, piensan y articulan proyectos los estudiantes constituye informaciones antropológicas que pueden dar cuenta de sus confinamientos e intenciones; pero, recabar información de esta índole requiere la colaboración directa de los propios protagonistas.

El modelo es del criterio, que la forma de recibir dicha colaboración es a través de la voz del lenguaje que personifica un canal comunicativo donde se exteriorizan manifestaciones de identidad estudiantil y los procesos internos asociados a ellos; es por eso que, *ir más allá de lo visible* significa innovar mediante tratamientos cualitativos que puedan narrar y describir interpretaciones existenciales confinadas de los sentidos de vida de nuestros estudiantes, tales como: entrevista en profundidad, observación participativa, historia de vida, estudios etnográficos, reflexiones etnomatemáticos, entre otros.

Explorar lo humano se hace con lo humano y su principal canal es la comunicación abierta en la fuerza del lenguaje. El único instrumento de negociación son los significados compartidos a luz del existencial que vincula el modo de existir entre los actores educativos. Nada es sorprendente, todo es naturalmente humano: ***la palabra del sujeto que habla de él y lo hace humano.***

Sin embargo, no se descarta el tratamiento estadístico como utensilio orientador de pistas, porque el evento cuantitativo revela regularidad de patrones que en el ambiente antropológico orientan señales de conductas o expectativas educativas deseadas, aquellas que las intenciones didácticas tienden a reproducirlas haciéndolas pertinentes en la temporalidad de suceso científico, tecnológico y humano.

En este nivel de desarrollo, el modelo no sugiere generalizar categorías sobre la base de estudios estadísticos en muestras previamente seleccionadas. En respuesta a ello, el modelo propone comprender las exposiciones de los problemas para facilitar y sistematizar estudios descriptivos e interpretativos con las condiciones que dieron lugar a dichas situaciones, porque las situaciones demandan identificar e intelectualizar la naturaleza de los problemas para evaluar las consecuencias probables que se desprende de las innovaciones didácticas.

No solo son influidas por las intenciones de los sujetos sino que también contempla a la memoria y el darse cuenta del contexto, el cual dobla a la atención a responder por lo que pasa allí (ser-ahí) como una relación existencial cuyas raíces de origen dibujan el fondo de la vida en las situaciones que emergen de esas condiciones existenciales.

Entonces, el camino para crear pistas orientadoras de significados se encuentra en la vida y su apertura es lo que hace del hombre lo

humano, discutir hallazgos en esta dirección es una actividad humana. La Educación Matemática es una obra humana que debe dar sentido a los hechos educativos, porque no tendría objeto escudriñar su contenido, método y significado.

Es una referencia que implica dimensionar estilo de vida en sus protagonistas. Los procesos indagatorios y su humanidad están en compartir con otros la belleza estética de su naturaleza, una preocupación que debe mantener ocupado a la comunidad de educadores. Investigar significa crecer, ensayar innovaciones para renovar los elementos teórico-metodológicos que modificaran sustancialmente las formas de hacer y construir los programas educativos, siempre favoreciendo y acompañando a los estudiantes en situación de aprendizaje. La Matemática escolar, no es la excepción.

Pero, ¿Cuáles son la pista clara del camino que permitan desentrañar el verdadero objeto, significado y método de la Matemática escolar? Sin temor a equivocación, el camino que permite dilucidar la inquietud ante tal interrogante, probablemente, se encuentre en el binomio del investigar e innovar tanto teórico como metodológico; indiscutiblemente, la experiencia nos revela que todo comienza a través de un fuerza interna de creencias apoyadas por otras creencias que van esculpiendo argumentos epistemológicos con las cuales se teje el fondo y forma del discurso coherente y cohesionado del rigor científico para saber hacer marcos didácticos en la Matemática escolar, no solo de beneficios tangibles en la utilidad material de programas educativos sino que sus tentáculos deben acobijar la dimensión humana de los actores educativos.

No obstante, el modelo exhorta a renovar las prácticas escolares convencionales mediante la implementación de constructos existenciales que marquen sentidos y efectos utilitarios en la vida de los estudiantes.

Descubrir, esos elementos en el camino de la convivencia escolar es una preocupación que debe custodiar la ocupación en el investigar e innovar.

Más que una afirmación constituye insumos reflexivos de primera mano para analizar, diseñar, desarrollar, implementar y evaluar (ADDIE) modelos que guíen procesos indagatorios; honrando a tal propósito, se ilustra un caminar en tres (3) pasos sustentado por el Racionalismo Crítico, donde el sistema de conjeturas se somete a críticas por la cual las teorías son corroboradas para ir las depurando; por consiguiente, el modelo asume un andar metodológico en tres fases sensibles.

Los tres pasos se inter-relacionan en tres bloques interactivos de ADDIE, con las cuales se pueden hacer adaptaciones y hasta modificaciones sustanciales con el fin que cubrir las expectativas naturales de cada investigación en curso. Aunque, se advierta que dada la tipología del ADDIE no necesariamente se debe escoger un camino cerrado y no flexible. Particularmente, en ese proceso de inter-relación guiados por una linealidad de etapas, que deben ser sensibilizadas por la naturaleza de las expectativas a superar como objeto de comprensión de la Educación Matemática. La propuesta que pudiera orientar procesos indagatorios se detalla a continuación:

#### **4. Problema**

#### **5. Intento de solución** (momento gnoseológico – Modelo Endo-crítico)

##### 5.1. Estudio local (momento epistemológico – Ensayo empírico)

###### 5.1.1. Planeación

###### 5.1.2. Diseño (elaboración del programa educativo en virtud al modelo)

###### 5.1.2.1. Epistemología

###### 5.1.2.2. Cognición

###### 5.1.2.3. Didáctica

###### 5.1.2.4. Social

###### 5.1.3. Experimentación

###### 5.1.3.1. Registro descriptivo de las clases

###### 5.1.3.2. Acercamiento cualitativo

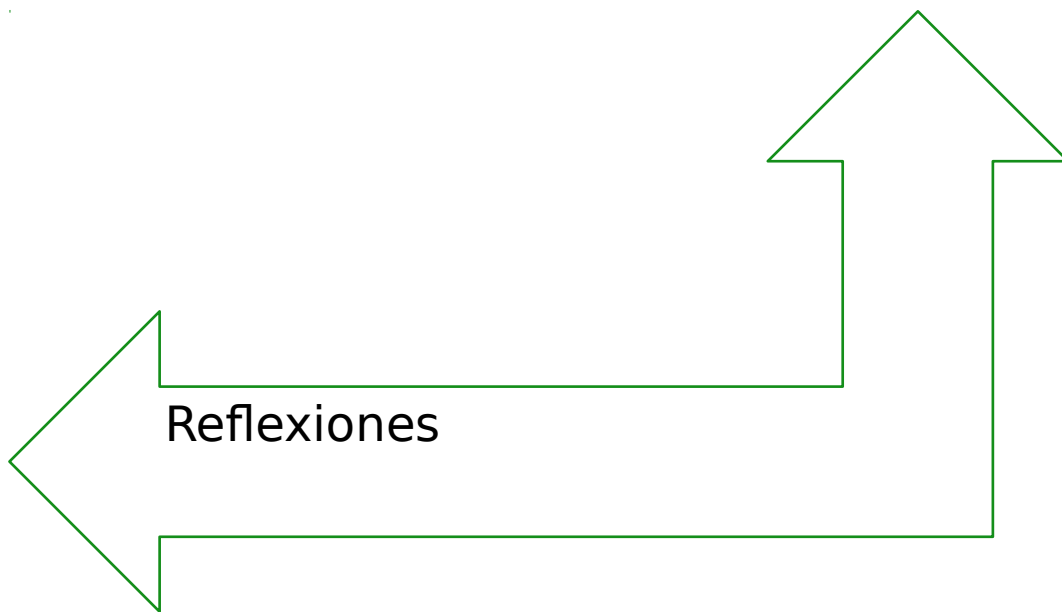
###### 5.1.3.3. Tratamiento estadístico

###### 5.1.3.4. Discusión de los hallazgos

#### **6. Contrastación**

Sin embargo, se puede esquematizar más a objeto de hacerlo funcional según apreciaciones visuales en unidades de informaciones discriminadas y distribuidas en fases de tareas ilustrativas:

## Cuadro 2



A través del cuadro 2 se valora que, el enfoque visual engloba las tareas de Análisis, Diseño-Desarrollo e Implementación en un bloque horizontal con influencia de implicación para lo cual se sigue las siguientes consideraciones:

1. *En el análisis*, los constructos espacio vital y estructuras disipativas representaran elementos innovadores (ver cuadro 3) para transformar: a) las condiciones en situaciones didácticas; b) los contenidos matemáticos en objetos de aprendizajes; y, c) las intenciones iniciales en proyectos transcendentales. Además, es necesario reflexionar sobre: a) categorías de análisis y formas de pensamientos de un *saber conocer y decir*; b) repertorios de estrategias resolutorias para un *saber hacer*; c) formas de trabajo individual, colectivo y cooperativo para un

*saber convivir*; y, d) juicios axiomáticos del rigor formal para definir un *saber ser*.

2. *El Diseño y Desarrollo*, se referencia como un espacio de creatividad e imaginación que se convierte en práctica-teorizada mediante propuestas eficientes. El *diseño* busca articular la creación de un proyecto deductivo basado en ideas consistentes que garantice el mapeo del *desarrollo* de los contenidos matemáticos a través de eventos didácticos. Las ideas deben estar orientadas por las reflexiones del análisis y la expectativa de desarrollar en los estudiantes estilos de aprender a aprender con independencia cognitiva. La metamorfosis de las ideas a los hechos se dimensiona en la figura del Desarrollo; un Desarrollo que, adquiera forma en la composición escrita del Guión Didáctico (ver Cuadro 4) y las Planificaciones de sesiones de clases.
3. La implementación es la ejecución del desempeño de las acciones educativas cuyo matiz orientador descansa en la práctica-teorizada y, esta se entiende como una propuesta de elementos conforme a las metáforas postuladas en la fase de análisis. La implementación es el ensayo del trabajo escolar que tipifica los desenlaces de hechos en la temporalidad de la dimensión geográfica. Con ella se consuma los hechos de la acción indagatoria, en ella ocurren las manifestaciones de comportamientos y con ella se marca la historia de los hallazgos objetos de comprensión; es por eso que, se hace necesario documentar las incidencias del acto educativo en registros descriptivos y/o narrativos que reporten los hallazgos significativos del proceso. Por lo tanto, las estructuras disipativas registradas de forma sistemática y organizada personifica la documentación del proceso. Tanto los acercamientos cualitativos como los tratamientos estadísticos constituyen operadores de tratamiento y procesamiento que reviste confiabilidad a tenor de

la validez de los reactivos indagatorios. En definitiva, documentado el proceso se reflexiona sobre él buscando sentido a la trama y a la red de informaciones disipadas durante el período de atención para comprender los fenómenos relativos al campo de la Educación Matemática.

La contrastación pareciera anunciar el último peldaño del proceso, pero lo que realmente expresa es la verdadera espiral dialéctica del continuo reflexionar. Esencialmente, el propósito es corroborar las proyecciones de predicciones construidas como unidades de investigaciones sujeta a razón de los constructos innovadores, que fueron concebidos en el análisis y se esperan muestra objetiva tangible en la fase de implementación para su comprensión que diese lugar a su interpretación.

La finalidad ulterior no consiste en generalizar bajo el formato de leyes normativas con las cuales entregue toda una epistemología de prescribir modelos de conductas estímulo-respuesta; más bien, se trata en desencadenar procesos de descubrimientos mediante el cual se cree un espacio ontológico para reflexionar antropológicamente sobre la epistemología humana que nos permita construir estructuras cognitivas complejas comprometidas con su tiempo y espacio para encarar las situaciones de restos y hacer del conocimiento matemático un verdadero lenguaje de transformación a los fines de adquirir niveles de aprendizajes auto gestionado con actitud emprendedora.

En este sentido, se sugiere considerar:

1. Si los hechos educativos observados y atendidos en la *implementación* se ajustan conforme a los postulados del *análisis*; es decir que, los hallazgos significativos del proceso indagatorio pueden ser explicados y fueron predicho a luz de los constructos del análisis, probablemente, eso elementos teórico-metodológicos

previstos en el análisis nos permiten aproximarnos a los sentidos de comprensión de los fenómenos educativo. Pero, debemos seguir siendo acucioso y prudentes en nuestras interpretaciones; hay que seguir ensayando en otros contextos, con otros medios, variar los recursos y ser el principal crítico de esos resultados favorables de esquema *conjeturas-resultados*;

2. Si los hechos educativos observados y atendidos en la *implementación* no llegasen a ser predicho conforme a las aseveraciones de las hipótesis del *análisis*. De forma inmediata, se debe revisar profundamente todo el marco constitutivo del sistema de conjetura a fin de volver a reformular todo el sistema de conjetura. El esfuerzo no se debe entender como perdida, siempre hay ganancia; en este caso, sin lugar a duda no se pudo explicar ni predecir los fenómenos vinculados al quehacer de la Educación Matemática pero del problema se sabe más que antes.

Se vuelve a insistir en la reflexión dinámica, espiral, crítica y altamente antropológica del acto educativo como espacio de debate que constituye un insumo de capital importancia en este trabajo de tesis, porque los sentidos son operadores de pensamientos que constantemente se modifican en el curso de la vida y, en virtud de ello el darse cuenta redimensiona el ser-en-el-mundo.

El lenguaje no es un instrumento de comunicación, el representa el existir de la condición humana de nosotros los humanos. Es hominización y, esta se entiende como desarrollo que constantemente se supera a sí misma. Hechos, notoriamente visibles en todo acto educativo conquistado por la Educación Matemática. En la práctica y en las investigaciones sobre esas prácticas esta será la musa que posiblemente orientará los trabajos de nuestra ciencia y hacer de la Matemática escolar nuestra primera palabra de reflexión-acción.

## CAPÍTULO VI ESTUDIO LOCAL

### **Investigar en Educación Matemática: el cómo pudieran hacerse las cosas.**

Busca siempre un quehacer; cuando lo tengas no pienses en otra cosa que en hacerlo bien.

Tales de Mileto.

El estudio local constituyó un espacio de deliberación introspectiva dentro de la dinámica hermenéutica del proceso indagatorio, porque su empleo no se enmarcó en defender postulas epistémicas ni tampoco en presentar pruebas que avalan testimonios teóricos, en su lugar, el investigador asumió una actitud crítica frente a los resultados observados. Más que una validación entre los elementos teórico-metodológicos propuestos por el Modelo Endocrítico y los fenómenos sociales del proceso educativo experimentado en la fase de proceso-interpretación del estudio en cuestión, se superó su evaluación para implantar un *ciclo de reflexión* sobre los ideales que sustentan las prácticas escolares, muy concretamente, en aquellos asuntos que elevaron los contextos de significación en el marco de la vida estudiantil.

Básicamente, este estudio ubicó lo sensible del existencialismo heggeriano en el sentir “escolarizado auténtico” y enmarcan distancia con todo lo relacionado a “prácticas escolares inauténticas”. De allí que, los programa educativos son proyectos humanos en las cuales los educadores planean, planifican, diseñan y experimentan propuestas innovadoras con la esperanza de mejorar la calidad educativa y por ende renovar dimensiones de relación humana entre nosotros. Indiscutiblemente, no como conocimientos que se instruyen en un escenario escolar formal ni tampoco son dogmas científicos de ejemplificaciones de una comunidad experta sobre un grupo novato. En su lugar: son productos culturales conquistados en el dominio de la

comprensión humana por los cuales deben recubrir ***lo humano en el vivir humanamente***. De donde, es necesario que el estudiante cuestione su ser-ahí para que se ubique y desde esa posición existencial construya proyectos que den sentido y utilidad a su existir, un existir con y para lo demás. Estas premisas, dibujaron todo el trayecto indagatorio en el tránsito del saber a un saber enseñado en la aplicación didáctica de una unidad de conocimiento de Matemática avanzada que a continuación se pormenoriza:

### **Aspecto 1**

#### ⌘ Problema

Examinando situaciones académica, precedentes al periodo 1-2010, de la asignatura Transformadas Integrales en la Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armadas (UNEFA), Núcleo Tinaquillo, V semestre de Ingeniería en Telecomunicaciones. Surgió en el seno de la comunidad docente, profesores que imparten la cátedra, el cuestionamiento de la expectativa académica institucional con carácter de alcance nacional: **construir una Sociedad del Conocimiento con notable expresividad científica.**

El cuestionamiento se centró en la sospecha del dominio cognitivo de los estudiantes al término del proceso educativo de la asignatura, porque experiencias académicas mostraban al rendimiento estudiantil como deficiente y la calidad de los objetivos aprendidos comprometían unidades de conocimientos más complejas; además, se derivó que dicha situación tenía incidencias negativas en el desempeño académico de las asignaturas: redes eléctricas, señales/sistemas, comunicaciones y telecomunicaciones.

Esta apreciación fue corroborada y sustentada por los profesores a través de entrevistas exploratorias de guión estructurado llevadas a cabo en el periodo 2-2009 por el investigador. Según la experiencia de los profesores en el área estimaban un marcado obstáculo epistemológico

que constantemente bloquea el avance y progreso de los contenidos nuevos en los estudiantes, ya que, los profesores alegaban que los contenidos de la asignatura Transformadas Integrales representan organizadores previos claves en el desarrollo del ejercicio profesional de la carrera en cuestión. Aunado a ello, el investigador realizó indagaciones de estudio de campo transversales con informaciones suministradas por el departamento de evaluación del periodo 2-2009, el cual reveló: 1) bajo rendimiento estudiantil; 2) alto índice de repitencia; 3) alto índice de deserción; y, 4) marcado movimiento de cambio de carrera (desde Ingeniería de Telecomunicaciones hacia otras Especialidades).

En virtud de esta situación, se propuso abordar el hecho con categoría de problema académico, ya que él representaba una expectativa educativa no alcanzada al término de un proceso educativo con marcada incidencia en la permanencia y prosecución estudiantil; en este sentido, el objetivo rector del estudio local se situó en: Determinar hallazgos significativos de aprendizajes en los estudiantes del V semestre Ingeniería de Telecomunicaciones al término de la práctica educativa sustentado por el Modelo Endocrítico.

La relevancia del estudio fue el compromiso de superar los obstáculos cognitivos en los estudiantes para mejorar sus aprendizajes matemáticos y con ello elevar sus niveles de permanencia y prosecución académica; además, se hizo necesario compartir en conjunto estrategias de investigaciones emergentes en la UNEFA-Núcleo Tinaquillo. En el caso de los profesores, fue la orientación de superar las limitaciones y bloqueos académicos en sus estudiantes y, para el investigador acompañar a los profesores en sus propósitos y constatar las conjeturas del Modelo Endocrítico con respecto a los hallazgos observados durante el proceso indagatorio del estudio local.

## Aspecto 2

### ✧ Marco teórico y metodológico

De forma consistente al discurrir metodológico de la investigación global, el estudio local tuvo diseño mixto y caracterizó el momento epistemológico (ensayo empírico), cuyo marco teórico consistió en el despliegue del tapizado conjetural del Modelo Endocrítico en el conjunto de acciones y actividades educativas. Conforme con tal propósito, se pretendió contrastar los elementos teórico-metodológicos del modelo versus la práctica didáctica de la Matemática escolar. Sus hallazgos fueron tratados, analizados y reflexionados a la luz de tres fases: 1) planeación; 2) diseño; y, 3) experimentación; las cuales se detallan:

### ✧ Fase de planeación

A saber, el estudio local fue activado en la expectativa de los objetivos no superados de la asignatura Transformadas Integrales (Transformada de Laplace y Análisis de Fourier), después del proceso educativo cuya operacionalización estuvo mediada por las clases regulares. No obstante, la meta fundamental fue en poner a pruebas estrategias innovadoras sustentadas por los elementos teórico-metodológicos del Modelo Endocrítico con la esperanza de mejorar la calidad del rendimiento estudiantil y observar detenidamente los fenómenos de enseñanza y aprendizaje que emergen de dicha implementación para reflexionar y renovar prácticas académicas de la Matemática en contenidos universitarios.

El marco de acción del Modelo Endocrítico, en el curso del estudio local estuvo documentado en dos bloques teóricos: espacio vital y estructuras disipativas. El espacio vital es el campo donde los hechos de la práctica educativa tuvieron existencia y por lo tanto se **interpretaron** según el testimonio de la evidencia y el efecto hermenéutico del investigador, las cuales fueron sustentados en los constructos de

sujeto-mundo-escolar, contexto de significación y proyectos trascendentales de los estudiantes objeto de comprensión.

Mientras que, las estructuras disipativas se entendieron como manifestaciones externas de los actores educativos dentro del espacio vital y sus componentes de análisis fueron: perfil del aprendizaje y reflexión endocrítica. La esencia de su estudio se basó en darse cuenta del estar-ahí; es decir, cada estudiante reflexionó su ubicación existencial, su control metacognitivo y en función de ello, probablemente, canalizaron proyectos cuya pertinencia social se vincularon con la dinámica tiempo-espacial del ahora tecno-científico social.

Es de hacer notar que, el término sujeto-mundo-escolar es la interpretación del estudiante colocado en su contexto escolar y con su intencionalidad en el proceso educativo; en conjunto, constituyen una estación de vida con memoria e intenciones. Para este estudio, lo conformaron los quince (15) estudiantes de la sección "G", V semestre período 1-2010 en la asignatura Transformadas Integrales, UNEFA-Núcleo Tinaquillo. El contexto de significación se basó en los ajustes didácticos hechos a los contenidos para convertirlos en objetos enseñables y hacer de los contenidos una realidad de sentido y utilidad vivencial en la ecología social de los estudiantes. Su desenlace tuvo la reflexión crítica del investigador a lo largo del estudio y orientado siempre por el guión didáctico, reporte vivencial-didáctico y perfil del aprendizaje del estudiante.

De este estilo de indagar, se cruzaron puntos de encuentros y hallazgos significativos entre el espacio vital y las estructuras disipativas para llegar a referentes concluyentes que dibujaron pistas en la interpretación de los fenómenos objetos de comprensión.

### ✧ Fase de diseño

Fue una fase de planificación mediante el cual se monitoreó y se articuló el programa de acción didáctica en correspondencia con las proyecciones de metas debidamente concebidas en la fase de planeación. Por lo tanto, el tránsito de la intención a lo posible se percibió como proceso sistemático que analizó las necesidades, recursos, condiciones y metas para formar un núcleo sensible de intenciones, así como los procedimientos que permitieron evaluar los logros durante el proceso y también la revisión de todos los fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática.

No obstante, el investigador construyó el Guión Didáctico de acuerdo a la dinámica de las metas por lograr y la reflexión de cada uno de sus roles para supervisar el balance entre el momento revelador y el momento de vivencia didáctico en el marco del desarrollo del contenido institucional, expresado en su letra como: *Aplicar Transformadas Especiales en la resolución de problemas*; en consecuencia, se explicita el Guión Didáctico:

### **Cuadro 5**

<b>GUIÓN DIDÁCTICO DEL ESTUDIO LOCAL</b>	
<b>Objetivo</b>	Aplicar analíticamente las transformadas especiales conjuntamente con los teoremas fundamentales del campo complejo en la solución de problemas relacionados con Ingeniería de Telecomunicaciones.
<b>Análisis Estructural</b>	El estudio de la muestra fue el resultado de seleccionar un grupo de estudiantes potencialmente disponibles, UNEFA período 1-2010. En este sentido, se seleccionó a la sección "G" de Transformadas Integrales de forma intencional, según disponibilidad del investigador y conforme a las normativas interna de la UNEFA, Tinaquillo. El total de estudiantes fueron 15, de las cuales 4 eran repitientes. Se previó el uso del computador y de programas computarizados en el área de Matemática, tales como: MatLab versión 6.0 y Maple versión 12.0. No se realizó prueba diagnóstica, en su lugar, se reemplazó por documentaciones vivenciales escolares durante seis (6) semanas que duró el contenido Análisis Complejo. En ese espacio de interacción social el investigador registró mediante matrices cualitativas las debilidades, fortalezas, oportunidades y visiones personales de los estudiantes que se fraguaron en la planificación instruccional del estudio local.

<b>Objetivo Específicos</b>	<p>Se estimó conveniente registrar mediciones ponderadas y valoraciones cualitativas sobre aprendizajes alcanzados al término de la interacción académica de los contenidos Transformadas de Laplace y Análisis de Fourier, en cuya intención se considera pertinente observar, tratar, analizar y comprender los siguientes objetivos instruccionales:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Resolver problemas que involucre definiciones, propiedades, inversa de la Transformada de Laplace.</li> <li>2. Aplicar las Transformadas de Laplace en la resolución de problema que vincule aspectos afines con circuitos RC, RL, RCL y motor eléctrico.</li> <li>3. Resolver problemas que involucre definiciones y propiedades de la Serie y Transformada de Fourier.</li> <li>4. Emplear el Análisis de Fourier en el estudio de procesamiento de señales.</li> </ol>
<b>Estrategias Instruccionales</b>	<p>La estrategia consistió en articular planificaciones y acciones en el marco de una Ingeniería Didáctica sustentada en dos bloques de reflexión: espacio vital de la situación educativa y las estructuras disipativas inherente a esas instancias. Consecuentemente, su enfoque fue sistémico existencial que hizo consideraciones de orden epistemológico, cognitivo, didáctico y social para manipular elementos teórico-metodológicos del <b>Modelo Endocrítico</b>. La puesta en escena de situaciones educativas en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática escolar permitió observar, recolectar y comprender los fenómenos didácticos que contribuyeron a la interpretación de su naturaleza y por ende la acción de descartar o someter a críticas las conjeturas del modelo en cuestión.</p>
<b>Selección y organización del contenido</b>	<p>El núcleo central de análisis en los contenidos de la asignatura "Transformadas Integrales" está constituido por tres unidades de conocimiento, las cuales son: Análisis Complejo, Transformada de Laplace y Análisis de Fourier (serie y transformada). Su organización en la actividad didáctica estuvo bajo la secuencia anteriormente mencionada, con la salvedad que el análisis Complejo se utilizó en una etapa de exploración para abordar y orientar las otras estructuras de los contenidos. En definitiva, la Transformada de Laplace y el Análisis de Fourier fueron los contenidos tratados y procesados en el estudio local durante un período de doce (12) semanas, de forma progresiva y gradual conforme al programa de estudio de la UNEFA.</p>
<b>Actividades a desarrollar con el contenido</b>	<p>Las actividades pensadas y desarrolladas fueron: 1) resolución de problemas; 2) reconstrucción guiada; 3) trabajo colaborativo y cooperativo; 4) desempeño individual; y, 5) formato clásico de la enseñanza Matemática.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>La resolución de problema</i> se empleó como técnica específica para encontrar soluciones a determinadas motivaciones intelectuales, concretamente, aquellas vinculadas a las resoluciones de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales utilizando cálculo operacional y situaciones de investigación en procesamiento de señales que exigieron rutinas de cálculos coherentes en el análisis de Fourier.</li> <li>2. <i>La reconstrucción guiada</i> consistió en una mediación didáctica de apoyo y asistencia instruccional en los diferentes roles de actuación del estudiante; particularmente, en los contenidos de serie de Fourier aplicados al procesamiento de señales en las cuales se emplearon programas computarizados para visualizar y simular eventos singulares con diferentes enfoques,</li> </ol>

	<p>probablemente, permitieron a los estudiantes canalizar sus esfuerzos cognitivos.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. <i>El trabajo colaborativa</i> se entendió como desempeños académicos que no recibían ninguna prestación a cambio de su influencia, tales como: los apoyos de los estudiantes expertos con relación a los novatos en las asistencias de los ambientes computarizados y las asesorías personalizadas por parte del docente ofrecida a los estudiantes en sus actividades extraescolares. Mientras que, <i>el trabajo cooperativo</i> lo constituyeron los apoyos escolares mutuos que recibían beneficios compartidos, tales como: realización de trabajos escritos y resoluciones de problemas en equipos.</li> <li>4. <i>El desempeño individual</i> estuvo simbolizado por las obras creativas de carácter personal-privativo, realizadas exclusivamente por el estudiante en solicitud de una tarea exigente; ejemplo de ello fueron: las pruebas escritas y las asignaciones personalizadas.</li> <li>5. <i>Formato clásico de la enseñanza Matemática</i> es un estilo de hacer prácticas educativas basada en esquemas expositivos y en el uso del método deductivo para desarrollar contenidos matemáticos en contextos de justificación formal-axiomático.</li> </ol>
<p><b>Especificación de las variables</b></p>	<p>Las variables tuvo enfoque mixto: el rendimiento estudiantil (variable dependiente) como consecuencia del tratamiento didáctico del Modelo Endocrítico (variable independiente) y argumentos existenciales (variable cualitativa). El rendimiento estudiantil lo representó cuatros (4) mediciones de evaluación sumativa, de acuerdo, a la normativa interna de la UNEFA y distribuida de forma siguiente: dos (2) mediciones para el contenido de Transformadas de Laplace y dos (2) mediciones para el Análisis de Fourier. En conjunto, representó el 70% de la ponderación total de la asignatura, además, se estimó que el aprendizaje de dichos contenidos instituye la médula esencial de organizadores teóricos, claves para el progreso y avance de la carrera Ingeniería de Telecomunicaciones.</p> <p>En lo referente a las variables cualitativas se estimó necesario en prestar atención al discurso argumentativo que utilizó los estudiantes en las entrevistas a profundidad para defender sus puntos de vistas (convicciones) en relación a los tópicos matemáticos tratados; en este orden de ideas, aquellas justificaciones del discurso que estaban respaldadas por argumentos coherentes de sentido formal y utilidad teórico-práctico fueron acuñadas con el término "argumentos existenciales".</p> <p>Es de notar que, los proyectos son tejidos creativos de intenciones visualizadas en el tiempo por vivir, lo cual se hace entendible que, a partir de argumentos existenciales sólidos se puede proyectar situaciones de deseo intelectual. Evaluar las intenciones de los proyectos es monitorear la red de significaciones de los argumentos existenciales. En virtud de este planteamiento, el investigador siempre lo mantuvo presente para abordar el diálogo natural de la entrevista no estructurada.</p>
<p><b>Evaluación</b></p>	<p>La evaluación siempre se mantuvo presente a lo largo del proceso indagatorio y se cumplieron los tres roles (diagnóstica, formativa y sumativa); además, se implementaron evaluaciones exploratorias con técnicas cualitativas: observación participante y entrevista a profundidad.</p> <p><i>La evaluación diagnóstica</i> se dimensionó a través de una</p>

	<p>experiencia escolar que se documentó en la matriz cualitativa de entrada y allí se registraron debilidades, fortalezas y oportunidades cognitivas de la muestra estudiantil; también, se apuntó las condiciones generales de la situación didáctica (profesor, estudiante y medio) que permitieron proyectar los esfuerzos y recursos del estudio.</p> <p><i>La evaluación formativa</i> se basó en la alianza estratégica de los elementos teórico-metodológicos del Modelo Endocrítico: contexto de significación, perfil del aprendizaje y reflexión endo-crítica. En conjunto, permitieron renovar prácticas educativas centrada en el estudiante y apoyadas en el discurso Matemático de doble entrada <b>sentido-útil</b> que se monitorio desde el perfil del aprendizaje y se mantuvo regulado por la reflexión de los ideales de intención y las expectativas deseadas.</p> <p><i>La evaluación sumativa</i> se combinó con mediciones de logros alcanzados y exploraciones personalizadas. Las mediciones de logros fueron ponderadas en pruebas escritas y tareas exigentes en donde se deseaba medir conceptos, procedimientos, resultados e interpretación axiomática en el balance de la información ya existente con la aprendida. Mientras que, las exploraciones personales acontecieron fuera de la influencia del ritual escolar, de forma natural y en el marco de una conversación amigable. En todo momento, la intención indagatoria fue determinar los “argumentos existenciales” que los estudiantes manejaban, utilizaban, defendían y proyectaban en su ecología de vida académica. Y, sobre todo, capturar las posiciones existenciales de los actores educativos al término de un contenido procesado y tratado en la clase; más aún, si los contenidos no eran aprendidos se desea saber las razones epistemológicas de su fracaso en la voz viva del estudiante para reflexionar sobre el proceso y sus incidencias.</p>
--	--

#### ✘ Fase de experimentación

En esta etapa de la investigación se dilucidan las observaciones percibidas, acciones y decisiones meditadas por el investigador en la experiencia didáctica y así mismo se reportaron los hallazgos del proceso indagatorio. Las observaciones y datos significativos se procesaron, se trataron y se buscó comprender la dimensión existencial espacio-tiempo, bajo la arquitectura del medio donde acontecieron las evidencias con el fin de comprender el sentido hermenéutico de su interpretación. Por lo tanto, la organización, análisis estadístico paramétrico, clasificación y categorización de la información permitió construir el tejido final de las interpretaciones.

### ***Balance de hallazgos en la entrada del proceso indagatorio***

Se seleccionó a la sección “G” de Transformadas Integrales, V semestre período 2010-1 UNEFA-Núcleo Tinaquillo. Dicha acción fue de carácter intencional y ajustado a la normativa interna de esa casa de estudio; además, el grupo objeto de comprensión estuvo constituido por quince (15) estudiantes, 11 regulares y 4 repitientes, en el turno de la tarde y con una interacción de seis (6) horas semanales.

En un período de seis (6) semanas aproximadamente se desarrolló el contenido de Análisis Complejo que contempló los temas: funciones, límites, continuidad, derivación, ecuaciones de Cauchy-Riemann, integración, teorema de Cauchy-Goursat, fórmula de integración de Cauchy, serie de Taylor, serie de Laurent y teorema de residuo.

Durante ese período de observación, el investigador estimó conveniente emplear el formato clásico de la enseñanza de la Matemática centrado en el método expositivo magistral deductivo tradicional (*axioma* → *proposición* → *teorema* → *demostración y aplicación*); también, se eligió a los informantes claves según el rapport experimentado en la dinámica social de la relación académica y extraacadémica con las cuales se edificó la matriz de registros descriptivos para orientar la acción didáctica según las condiciones y recursos de la dimensión escolar en particular.

Es de hacer notar que, los datos orales se registraron en un cuaderno de apunte y se clasificaron en informaciones que describían fortalezas, debilidades, oportunidades y proyecciones personales. Más aún, se considero prudente la captación de tres voces estudiantiles para monitorear los procesos introspectivos de los diferentes grupos de estudios, ya que, según las apreciaciones visuales del investigador pudo

contactar que los estudiantes tendrían a congregarse en tres (3) grupos; pues bien, el sentido común del asunto permitió focalizar la atención a los tres líderes de cada grupos con las cuales se le denominó: informante clave 1, clave 2 y clave 3 (IC1, IC2 y IC3, respectivamente), al profesor se la asignó la abreviatura Prof..

A continuación se exponen extractos de relatos orales tratados para su divulgación, no se cambiaron sus giros interpretativos, porque los mismos se avalaron y aprobaron por sus protagonistas originales, quienes dieron su consentimiento en la interpretación y publicación:

### **Cuadro 6**

<b>Registros descriptivos de las incidencias orales</b>	
<b>Fortalezas</b>	<i>Fecha: 22-03-2010, hora: 5:30pm, lugar: pasillo del aula</i> <b>Prof.:</b> Disfrutando el ambiente. –El profesor se acerca y trata de romper el hielo con una palmada en la espalda- <b>Prof.:</b> Esta asignatura rompe la línea de lo básico a lo realmente especializado. Es el lenguaje natural del ejercicio profesional y el umbral a las telecomunicaciones. ¿Cuáles piensas tú que serían los puntos fuertes del grupo?
	<b>IC1:</b> Bueno, creo que somos un grupo homogéneo con intereses comunes, y además, conocemos a los compañeros de los cursos más avanzados dispuestos y prestos a ayudarnos. También creo que, la ayuda de los repitientes representará una diferencia significativa en el abordaje de este nuevo episodio estudiantil.
	<b>IC2:</b> Todos queremos graduarnos. La mayoría de los estudiantes nos conocemos y hemos establecidos lazos fuertes de amistad. Además nos ayudamos mutuamente y algunos estamos residenciados en la misma posada, lo cual, significa que podemos estudiar más. En definitiva, la mayoría de los estudiantes de telecomunicaciones estamos muy motivados, aunque, hay algunos profesores que lejos de ayudarnos nos ponen alcabalas. Pero, de eso se trata. Pa lante, pa atrás ni con impulso.
	<b>IC3:</b> Alto nivel de compañerismo; además, todos somos camaradas. Y, usted profesor es una inspiración porque siendo maestro de escuela mira dónde estás. Entonces, el asunto es ponerle ganas de triunfo. Tomo sus palabras: <b>estudiando y disciplinando el esfuerzo se enfoca la meta.</b>
<b>Debilidades</b>	<i>Fecha: 05-03-2010, hora: 5:30pm, lugar: pasillo del aula</i> <b>Prof.:</b> La clase estuvo algo pesada, verdad – mirando al informante con un poco de risa- <b>Prof.:</b> ¿Piensas que hay debilidades o aspectos negativos que influyen en la comprensión?
	<b>IC1:</b> Sí, muchas deficiencias en los contenidos precedentes o

	<p>requisitos previos pero ya estamos montados en el burro, ahora toca es arrearlo. –contesta mirando al suelo-</p> <p><b>IC2:</b> Las Matemáticas anteriores fueron muy malas y deficientes, porque los profesores anteriores se retiraban muchos y los reemplazos llegaban muy tarde y por ello los contenidos no eran desarrollados en su totalidad. Y, al final los perjudicados, como siempre son los estudiantes. Reconozco mis deficiencias, pero toca estudiar mucho. –riéndose-</p> <p><b>IC3:</b> Siento que nos sabemos nada, estoy como tarzan en New York . –dándole, vuelta a la cabeza-</p>
<b>Oportunidades</b>	<p><i>Fecha: 12-03-2010, hora: 5:30pm, lugar: pasillo del aula</i></p> <p><b>Prof.:</b> El tema de las ecuaciones de Cauchy-Riemann es muy sencillo, solo hay que estar pendiente con las derivadas parciales –mirando al informante de frente y gesticulando con las manos movimientos de reafirmación con el texto expresado-</p> <p><b>Prof.:</b> En tú opinión, ¿Cuáles serían las oportunidades o chances del grupo? Bueno sería una apreciación un tanto visionaria, pero la vida se basa en proyecciones y sobre todo aquellas que estén marcadas de éxitos por lograr.</p> <p><b>IC1:</b> Mucho entumíamos y creo que tenemos una buena biblioteca.</p> <p><b>IC2:</b> La gran oportunidad parece ser el docente mismo. No solo por su conocimiento sino porque tiene sentido de humor y es condescendiente con los estudiantes.</p> <p><b>IC3:</b> Nosotros no nos damos por vencido muy fácilmente. La pelea es luchando. Nuestra oportunidad es no rendirnos.</p>
<b>Visiones</b>	<p><i>Fecha: 26-03-2010, hora: 3:10pm, lugar: dentro del aula</i></p> <p><b>Prof.:</b> Saludos compañeros de lucha. Espero y aspiro estén estudiando para el examen, el cual, será en la próxima ocasión. Pues, en la tarde de hoy repasaremos y trataremos puntos esenciales con el objeto de desarrollar ciertas habilidades y alertas cognitivas.</p> <p><b>Prof.:</b> A propósito, ¿Cuáles son sus metas con esta asignatura? –enfocando la vista y haciendo un movimiento de control con la cabeza para activar la respuesta en el informante-</p> <p><b>IC1:</b> De que aprobamos, aprobamos. Hay que pasar. No pienso en otra cosa que en eso.</p> <p><b>IC2:</b> Espero tener el chance de nivelarme a lo largo del curso, porque usted siempre anuncia los temas prerrequisito y ello ayuda a preparar los futuros contenidos. Aunque, las clases en general son de alto impacto, se desarrollan muchos temas a la vez, pero se explica todo, hasta lo más elemental. En esas explicaciones veo mi oportunidad de nivelarme y con ello sacar provecho al máximo. El objetivo es claro, en la nivelación el chance y luego estudiando con mis compañeros llega el entendimiento para la prueba.</p> <p><b>IC3:</b> Espero que se hagan recuperativos y se consideren las fallas institucionales, porque si no sabemos, gran parte de la culpa se debe a la contratación de profesores con poca experiencia. Espero que la UNEFA tenga en cuenta esos errores para las próximas generaciones.</p>

Postulando consideraciones concluyentes al comienzo del proceso se puede citar:

1. La cohesión entre los miembros de grupo es altamente fuerte, pareciera que el líder de cada grupo coordina los esfuerzos en pro del bienestar colectivo. Aunque, la comunicación entre grupos diferentes se aprecia un tanto distante.
2. La motivación de logro por aprobar la asignatura es de alto nivel; es decir, el investigador nota un deseo inmenso por parte de los estudiantes en aprobar, sus metas (por ahora) están enfocadas en tal propósito.
3. Los repitientes formaron un grupo muy distintivo, no hicieron grupos con los estudiantes regulares. Siempre se ubican en la parte posterior del aula, son muy cautelosos, no intervienen mucho, son los primeros en entrar y en salir del salón de clase.
4. *De forma general*, los estudiantes manifestaron que el docente planificó y desarrolló de estilo convincente los contenidos matemáticos, pero su atención se enfocó en el diálogo permanente con la pizarra. Ya que, sostenían que el profesor siempre hablaba con ella, pareciera que lo más importante era lo estético del discurso escrito en la pizarra y los estudiantes estaban en un plano menos substancial.
5. *De forma general*, el investigador captó profundas deficiencias en la consistencia de los contenidos prerequisites, muy particularmente, en el cálculo diferencial e integral.
6. El ritual de la práctica educativa en el contexto de estudio y bajo el formato clásico de la enseñanza de la Matemática, orientó al investigador a reflexionar sobre el papel pasivo de los estudiantes que se limitaban a atender, copiar y en algunos casos formulaban preguntas acerca de las rutinas de procedimientos. Pero, nunca los estudiantes pudieron finalizar de forma correcta la resolución de los ejercicios propuestos; además, al ser interrogados por el tejido

conceptual de las consistencias proposicionales empleadas en la resolución, no tuvieron un desempeño aceptable.

7. De las dos evaluaciones, corta y parcial, ningún estudiante logro aprobarla. La media del rendimiento estudiantil del primer corte que corresponde al 30% de la ponderación general resultó ser **06pts**.

En virtud de las informaciones anteriores, el docente investigador hizo énfasis en sus aspectos, con lo cual se reflexionó y elaboró el Diseño Instruccional (ver cuadro 4). Para su desarrollo, la comprensión se situó en resaltar el tópico antropológico del convivir escolar entre las partes involucradas (profesor, estudiante y contenido-medio); potencialmente, se valoró que todo estudiante es un sujeto con historia de vida y dotado de conciencia existencial.

Conciencia que está más allá de sí misma, porque es intencional, es deseo de ser lo que no se es, es posibilidad de un posible que se construye con los utensilios del vivir escolar; en este sentido, el profesor extendió su compromiso a la dimensión vivencial de los estudiantes, acompañándolos, nunca sugiriéndoles esquemas de acción que anulada el compartir social y desarrollara estructuras de dependencia académica. Más bien, se les mostraba caminos alternativos a sus inquietudes cuyo esquema de acción exaltaba la unión con otros para lograr metas propuestas, bajo desempeños colectivos.

En resumen, la libertad de elegir fue asumida con total responsabilidad por los estudiantes, porque el papel del profesor se confino a mostrar los caminos de vida según su experiencia, pero la decisión definitiva fue asumida por los estudiantes; en este sentido, el tratamiento didáctico adquirió fondo y forma en el diagnostico y diseño con la cual se redimensiono al calor de la actividades, evaluaciones, entrevistas y reflexiones.

### ***Tratamiento de la situación didáctica experimentada***

En el presente apartado se pretende a dar a conocer las descripciones realizadas por el docente investigador durante la fase de observación, desarrollo, evaluación e entrevista del tratamiento didáctico en los contenidos de Transformada de Laplace y Análisis de Fourier. En este orden de ideas, la experiencia educativa por comprender se dividió en dos momentos de exploración: Transformada de Laplace y Análisis de Fourier.

La Transformada de Laplace se observó y se registró en un cuaderno de apuntes durante un periodo de seis (6) semanas con los cuales se analizaban y reflexionaban sus incidencias en el marco del desarrollo del tratamiento. En lo referente al contenido Análisis de Fourier se mantuvo el mismo estilo de indagar con la salvedad que se incorporaron elementos tecnológicos en el estudio de las otras seis (6) semanas restantes, tales como: el empleo del programa MatLab para la modelación y simulación de señales.

También, se utilizó registros de entrevista grabadas para hacer hincapié en las interpretaciones orales de los estudiantes; además, se manejó el procesamiento de datos paramétricos estadísticos para dar confianza cuantitativa dentro la comprensión cualitativa expresada por la acción de campo y en la voz viva de los propios protagonistas.

Las sesiones de clases se reportaron a razón de dos encuentros por semanas con una duración de seis (6) horas. Cada encuentro, tenía una fase de inicio, desarrollo y finalización de acción didáctica. El inicio y finalización quedó marcadas por ceremonias de carácter institucional obligatorias, entendidas en este estudio: ritual de inicio y ritual de finalización. En vista de presentar un esquema que pudiera reflejar las incidencias de los hechos y eventos observados: se publica el registro descriptivo de las sesiones de clase, las cuales constituye un cuadro de

argumentos sucintos extraídos del cuaderno de apunte llevado por el docente investigador a lo largo del proceso indagatorio; también, se presentan de forma muy breves extractos de entrevistas con las cuales se puede seguir el hilo conductor que le permitió al investigador deducir consideraciones que a su vez le permitieron inferir y articular la comprensión de los fenómenos socioepistemológicos.

En cada comienzo de las sesiones de clases se cumplió con el ritual de inicio, el cual consiste en una formalidad de respecto que a continuación se explica: El docente comunica en voz alta su presencia “*Buenas tarde*”, se dirige a la parte interna del salón para colocarse al frente de la pizarra y al lado derecho de su escritorio. De forma casi inmediata, los estudiantes se colocan firme en su estación de trabajo y el comandante de curso rinde la parte (su saludo, la cantidad de estudiantes del curso, los presentes, los ausentes y los motivos de las ausencias).

Luego, el docente le informa al comandante: *continuar*, acto seguido el comandante ordena a los estudiantes que se sienten para dar apertura a la clase. Y, a cada culminación de clase el profesor expresa “finalizó la clase”, el comandante anunciaba en voz alta “firme”, todos los estudiantes firman en sus estaciones de trabajo; luego, el profesor retira sus pertenencias, expresa al comandante de curso: “buenas tarde” y se retiraba del salón, esto se entiende como ritual de finalización.

A continuación se puntualizan los hechos observados en el desarrollo de la situación didáctica experimentada:

**Cuadro 7**

<b>Registros descriptivos de las sesiones de clases-T. Laplace</b>	
Semana 1 05-04-2010 08-04-2010	<p><i>Ritual de inicio.</i> El docente comunica que el tema a desarrollar es el estudio de la Transformada de Laplace, luego escribe el título en la pizarra. Frente a sus estudiantes expone: Entre los conceptos de gran utilidad para el ejercicio profesional del ingeniero están las transformadas integrales. Una transformada integral es de la forma</p> $F(s) = \int_a^b K(s, t) f(t) dt$ <p>, en donde una función <math>f</math> se transforma en</p>

	<p>otra función <math>F</math> por medio de una integral. Se dice que <math>F</math> es la transformada de <math>f</math> y la función <math>K</math> se llama el kernel de la transformación (el discurso de desarrolla observando detenidamente los rostros de los estudiantes). La idea general es usar dicho concepto para transformar un problema de <math>f</math> y un espacio más sencillo de solución en <math>F</math>. Haciendo una selección apropiada del kernel y los límites de integración (a,b). Sin embargo, nosotros vamos a estudiar un caso particular, que denominaremos Transformada de Laplace, donde el kernel será <math>K(s,t)=e^{-st}</math> el cual está asociado con ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes; especialmente útil en la resolución de problemas con términos no homogéneos de naturaleza discontinua o impulsiva. Tales problemas son relativamente difícil en el campo de las Teorías de la ecuaciones diferenciales, pero en el terreno de la Transforma de Laplace se reducen a un formato de solución muy aritmético. Además, el análisis de la Transformada de Laplace es valioso para la comprensión de circuitos eléctricos. Sin más preámbulo la Transformada de Laplace se define mediante la integral impropia</p> $L\{f(t)\}=F(s)=\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ <p>, siempre que esa integral impropia exista. Es de hacer notar que, <math>f:\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}</math> debe ser una función continua a trozo y de orden exponencial. A esta altura del discurso, los estudiantes mostraban rostros de sorpresa y se miraban unos con otros. El profesor decidió explicar detalladamente todos los términos empleados en sus argumentaciones, los estudiantes lo atendieron, escribieron y se apreció un descongestionamiento en sus tensiones académicas. Posteriormente, se analizaron propiedades, se transformaron algunas funciones elementales y se fue construyendo una tabla; también, se aplicó todo lo desarrollado en la resolución de problemas que transformaba funciones <math>f(t)</math> a <math>F(s)</math>. El profesor mientras explicaba miraba el auditorio de estudiante, cuando notaba rostro de sorpresa se detenía en los pormenores y organizadores previos necesarios. Se trató de avanzar en los contenidos a ritmo de aprendizaje de los estudiantes para tal propósito se consultaba con los estudiantes a través de interrogantes claves, tales como: ¿Se siente cómodo? ¿Será necesario un zoom? ¿Claro como un manantial? ¿Me preocupan, me explico mejor?</p> <p><i>Ritual de finalización.</i></p>
<p>Semana 2 19-04-2010 22-04-2010</p>	<p><i>Ritual de inicio.</i> El docente incorpora un video beam (proyector) para hacer recapitulaciones de las clases anteriores; muy especialmente, el Teorema 2.1, "Si suponemos: (i) <math>f</math> es seccionalmente continua sobre el intervalo <math>0 \leq t \leq A</math>, para cualquier <math>A</math> positivo y (ii) <math> f(t)  \leq K e^{at}</math> cuando <math>t \geq M</math>. Entonces, la Transformada de Laplace existe para <math>s &gt; a</math>". Igualmente, considera prudente repasar los procedimientos en las rutinas de cálculos de las transformaciones <math>f(t)</math> a <math>F(s)</math>, con lo que se le solicita a los estudiantes hacer los respectivos cálculos en las pizarra (<i>mientras ocurre esto el docente hace todo un recorrido por el salón para observar al resto de los estudiantes</i>). Aquellos estudiantes distraídos se le solicita que ayudará con el contenido expresado en la pizarra; pues, la intención del programa fue que desarrollen atención, concentración, destrezas en las rutinas de cálculos y formalizaran los procedimientos para crear contextos de significaciones en los <b>conceptos emitidos</b>. Se hace énfasis en ejercicios que se apliquen concepto de primer,</p>

segundo teorema de traslación (función Heaviside), función gamma, transformada de una derivada e integral; esto es:

$$1. \quad L\{e^{at} f(t)\} = F(s-a)$$

$$2. \quad \text{Si } u(t-a) = u_a(t) \begin{cases} 0, & \text{si } 0 \leq t \leq a \\ 1, & \text{si } t \geq a \end{cases} \text{ (función Heaviside) ,} \\ \text{entonces } L\{f(t-a)u(t-a)\} = e^{-as} L\{f(t)\}$$

$$3. \quad \text{Si } \Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx \text{ (función gamma) , entonces}$$

$$\text{la transformada } L\{t^n\} = \frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}} = \frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$$

$$4. \quad s^{n-1-k} f^{(k)} \\ L\{f^{(n)}(t)\} = s^n L\{f(t)\} - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} f^{(k)}$$

$$5. \quad L\left\{\int_0^t f(x) dx\right\} = \frac{1}{s} L\{f(t)\} - \frac{1}{s} \int_0^a f(x) dx$$

Pues bien, concluido el repaso general se disertó en la propiedad inversa de la transformada de Laplace, entre sus aspectos resaltante citamos: "La teoría de la Transformada de Laplace se considera moderadamente como parte integrante y básica del Cálculo Operacional, en donde la resolución de algunos problemas se trabaja con la transformada de la función incógnita  $F(s)$ , utilizando operaciones algebraicas y algunas reglas asociadas a estas transformadas. Una vez determinado el valor de  $F(s)$  es necesario obtener un operador inverso cuyo dominio solución debe encontrarse en  $t$ , que es el problema original; esto es:  $F(s) \rightarrow f(t)$ . Es de hacer notar que, todos los problemas en el campo del procesamiento de señales están vinculados a la propagación de ondas en el dominio tiempo ( $t$ ). En las sucesivas sesiones estudiaremos la definición de la transformada inversa de Laplace y los métodos para la determinación de la función incógnita  $f(t)$  a partir de su Transformada de Laplace  $F(s)$ .

El docente investigador estimó que, en cada apertura de un nuevo tema se es necesario ubicar el contenido en la **dimensión sujeto-mundo-escolar** para crear la doble entrada **sentido-utilidad en el contexto de significación**. Por ello, se articuló un cuaderno de apunte, donde se registraba reporte de vivencias didácticas de forma anónimas (hechos significativos de bloqueos académicos y aspectos sociales); y, en la soledad del tiempo disponible se reflexionaba sobre dichos eventos con la finalidad de crear una estrategia que pudiera ayudar a los estudiantes en la comprensión de los contenidos desarrollados y en los futuros temas. En este sentido, se seleccionó ejercicios directamente vinculados con el procesamiento de señales, tales como: función impulso unitario (delta Dirac), el estudio de funciones periódicas y función de Bessel. Lo innovador en el contexto de significación fue el empleo del programa MatLab para modelar y simular casos particulares de comportamientos con relación a los resultados matemáticamente obtenidos de los procedimientos en el estudio de Transformada de Laplace.

	<p>También, se estudio el teorema de convolución (Teorema de Borel): "Sean f y g funciones a trozos de orden exponencial en <math>\mathbb{C}</math>. Entonces se verifica la siguiente proposición</p> $L\left\{\int_0^t f(u)g(t-u)du\right\}=L\{f(t)\}L\{g(t)\}$ ". Es decir, podemos expresar $L\{f*g\}=L\{f(t)\}L\{g(t)\}=F(s)G(s)$ , donde la convolución es $f*g=\int_0^t f(u)g(t-u)du$ ; en términos de las transformadas inversas, este teorema se escribe como $f*g=L^{-1}\{F(s)G(s)\}$ . Estas explicaciones fueron sustentadas por un modelo gráfico animado proyectado por el video beam. Posterior a la proyección se procedió a resolver ejercicios relacionados con el tema, el cual se pudo observar que los estudiantes sintieron curiosidad y se animaron para resolver los problemas propuesto por el profesor. Finalmente, se diseño un blog en internet para colocar ejercicios que ayudaran a la comprensión del contenido; se advirtió que aquellos que resultaran difícil el profesor despejaba la duda en clase o lo resolvía. Además, se concluyó que el proceso de convolución es un método en el cálculo operacional para encontrar la solución $f(t)$ dada $F(s)$ , pero más allá de esa comprensión su utilidad práctica es la construcción de filtro para tratar y procesar señales objetivas. <i>Ritual de finalización</i>
<p>Semana 3 26-04-2010 29-04-2010</p>	<p><i>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. Sobre la reflexión de los perfiles de aprendizajes percibidos en las clases anteriores se considero conveniente realizar ejercicios compartidos y distribuidos; en otras palabras, el profesor o por sugerencia de algún estudiante se escogía un ejercicio de los propuestos en el blog, después el profesor sugería el enfoque de solución y las rutinas de cálculos eran divididas entre los estudiantes, al final el profesor las resolvía de forma pública y detallando sus pasos para comprobar los resultados obtenidos por los estudiantes. Como caso sorprendente, <i>nunca efectuaron un ejercicio bueno</i>; aunque se apreciaba entusiasmos. Se pudo detectar que tenía deficiencias en el uso de la calculadora el cual se fue corrigiendo poco a poco. Además, se hizo un simulacro de prueba cuya corrección fue hecha entre ellos y el profesor lo resolvió en la pizarra, destacando la participación de los estudiante (hacían más pregunta e intervenían más); también, se notó que los estudiantes acudían a la biblioteca en sus horas extraescolares para ejercitarse y se observó que antes a la hora de clase se encontraban en los alrededores de la universidad estudiando (básicamente resolviendo los ejercicios propuestos). Se registro en el cuaderno de apunte <b>"una alta voluntad por el desempeño de resolver los ejercicios del blog"</b> y un gran entusiasmo por desentrañar los algoritmos solución, los equipos claramente diferenciados al principio se fusionaron, parecía ocurrir una alianza estratégica entre ellos. Los estudiantes sintieron que necesitaban más asistencia en sus técnicas resolutorias por lo cual solicitaron ayuda al profesor, esté programó una clase especial el sábado 01-05-2010 a las 8:00am, en la cual asistieron el grupo completo y donde el profesor combinaba los roles de docente/alumno, porque en algunos casos formaba grupo con los estudiante para gestionar y administrar recursos que conllevará a la solución de los problemas. Mientras, más resolvían ejercicios más enriquecedor se volvían sus contexto de significación, ya que el profesor aprovechaba la solución para mediar entre las estructuras</i></p>



	<p>explicaba. Así mismo, el profesor compartía sus estrategias de abordaje y la validación de sus resultados. Hecho que fue recibido como sugerencias y no como regla prescriptiva de pasos.</p>
<p>Semana 5 10-05-2010 13-05-2010</p>	<p><i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. En estas sesiones se analizaron problemas vinculados con la resolución de algunas integrales impropias, porque las Transformada de Laplace puede utilizarse para calcular ciertas integrales impropias, ya que por su definición sabemos que:</p> $L\{f(t)\}=F(s)=\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \rightarrow$ $e^{-st} f(t) dt = \int_0^{\infty} L\{f(t)\}_{s=a} = F(a)$ <p>Otro punto que se desarrollo fue el estudio de los circuitos eléctricos de las ecuaciones diferenciales correspondiente a los tipos: RC, RL, RCL y motor eléctrico.</p> <p>El aspecto didáctico fue más fluido, dinámico y personalizado, porque a esta altura se había fundado un rapport y empatía favorable a los procesos de aprendizajes de los estudiantes. Otro rasgo favorable fue la cantidad de estudiantes: <i>por no ser muchos la atención paso de individualización a personalizada</i>. El tratamiento de resolución de problemas fue más profundo y exploró nuevas dimensiones de estrategias, ya los estudiantes hacían aportaciones desconocidas por el docente lo cual fractura la enseñanza vertical para hacerla horizontal, compartida y distribuida.</p>
<p>Semana 6 17-05-2010 20-05-2010</p>	<p><i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. Se colocaron 37 ejercicios en el blog del profesor para evaluar los problemas de ecuaciones diferenciales y algunas integrales impropias. Se aprecio que los estudiantes se comprometieron en resolverlo formaron grupos de estudio, preguntaron a otros profesores de la misma asignaturas, interpelaban a estudiantes más avanzados y formulaban interrogantes al profesor por vía internet y hasta se comunicaba por teléfono para solicitar alguna pista de solución. En la clase de práctica mostraron alto nivel de concentración y voluntad de logro, porque los estudiantes cuando tenían claro el algoritmo de solución de un ejercicio lo dejaban incompleto para abordar otro donde el algoritmo no estaba claro; en virtud a ello, el profesor les preguntaba. Ese es un error grave, se debe terminar. Uno de ellos respondió, si profesor nosotros lo terminamos en nuestra casa, porque sabemos que hacer. Estamos más interesados en aquellos que no tenemos claro los pasos.</p> <p>La experiencia resultó muy significativa, obtuvieron 17pts de promedio en la prueba parcial. En definitiva el segundo corte que evaluaba el contenido de Transformada de Laplace tuvo un promedio 18pts.</p>

### La entrevista a profundidad

#### Cuadro 8

Registros de entrevista en profundidad nº 1	
Fecha: 20-05-2010 Lugar: Salón de clase	Prof.: ¿Cómo crees que saliste? IC1: Profesor lo hice todo, estude mucho y resolví todo los

<p>Hora: 5:30pm (después de la prueba parcial)</p>	<p>ejercicios.  Prof.: ¿Todos? (con rostro de sorpresa)  IC1: Profe todo los hice, imagínese que el 15, 30 y 37 me lo explicó la profesora Laura y le costó. Se pasó profesor.  Prof.: No es eso amigo, los ejercicios tenían un nivel aceptable.  IC1: Bueno, sí. Pero algunos estaban muy bravos. Menos mal que hicimos 28 en clase, eso ayudó oyó. Nunca había hecho tanto ejercicio en tan poco tiempo. Pero cuando uno entiende la cosa se hace divertida y es verdad lo que usted dijo: "La mejor manera de aprender es enseñando a otro". Es efectivo profesor.  Prof.: Esa frase no es de mi autoría, es de Séneca.  IC1: ¿Quién es ese? ¿Un matemático?  Prof.: No, es un filósofo griego.  IC1: No me diga que también le mete a la filosofía.  Prof.: Algo, ¿Pero, cuéntame aprendiste mucho?  IC1: Mire primo, estudia a conciencia, no para pasar siento que puedo ser preparador. Me gusto el estilo, la pedagogía dio en el clavo. Tuve muchas fallas, pero las corregí. Profe estoy convencido (mira al docente y exclama moviendo las manos), se aprende haciendo ejercicios parejo. Bueno, para hacer ejercicio hay que comprenderlo, si uno no comprende, nada que ver. Uno termina tomándole rabia a la Matemática (se ríe y mira al docente). Yo, entendí al principio me costo. Profesor este grupo es bueno, pregúntele al coordinador. Todos los profesores hablan bien de nosotros. Si nos explica nosotros avanzamos.  Prof.: ¿Qué paso en el primer corte?  IC1: No sé, usted marco una distancia, parecía enemigo que amigo, un poco más de lo mismo.  Prof.: ¿No explicaba bien?  IC1: Yo no le entendía, usted tuvo que cambiar de pedagogía porque nadie estaba aprendiendo. ¿Cierto, no?  Prof.: Si, hubo un cambio de estrategia. Pero, era la misma persona.  IC1: Profe, yo siento que usted cambió. Como persona, se convirtió en más persona. El problema no es la clase son los estudiantes: su razón de ser.  Prof.: Comparto mucho esa afirmación. ¿Qué esperas en el próximo corte?  IC1: La misma línea. No cambien en lo absoluto. El análisis de Fourier es clave para las próximas asignaturas. He oído que los profesores de sistemas y redes tienen que explicar ese contenido porque nadie sabe nada. Y, si nosotros llegamos finos en ese tema tendremos mucho chance de salir mejor preparados como estudiantes y futuros ingenieros.  Prof.: Es cierto. Bueno vamos a seguir en esa misma línea. Hasta luego (colocándole la mano en su hombro derecho)  IC1: Bueno, profe. Qué la pase bien.</p>
<p>Fecha: 24-05-2010  Lugar: Cantina de la UNEFA  Hora: 2:45pm (antes de clase)</p>	<p>Prof.: Saludos, ¿Cómo le va?  IC3: Buenas tardes profesor. Estoy bien. Corrigió las pruebas, creo que saque 20pts, le metí los pelos.  Prof.: Corregí algunas y las que he corregido han salido</p>

	<p>bastante bien. No 20pts pero si por encima de 17pts.</p> <p>IC3: No ha corregido la mía. Profesor, corrija la mía y utilícela como modelo.</p> <p>Prof.: Muy seguro de sí misma</p> <p>IC3: Claro. Usted lo dice:"al ingeniero se le paga por sus resultados". Estoy segura. Compare mis resultados con IC2 y tenemos los mismos.</p> <p>Prof.: Veo que estudiaron bastantes. ¿Quién les ayudo?</p> <p>IC3: Bueno hicimos bastantes ejercicios en clase. Yo me fui a Informa y le pregunte a Pandare aquellos que no podía resolver. Además, el examen estuvo en sus límites, no salió ninguna pregunta rebuscada. Todo aconteció según lo estudiado. Es más, cuando vi el examen me pareció estar viendo una foto suya, todo lo dicho por usted salió, no hubo novedad en ese sentido.</p> <p>Prof.: ¿Crees, que en el próximo corte vas a salir bien?</p> <p>IC3: Todo depende de usted. Yo, siempre pienso lo que usted dice:"Para conseguir el amor, trabajo y examen hay que tener un 80% de suerte, el 20% es tenacidad en esfuerzos. Pero mantenerlo, es 100% de tenacidad y perseverancia". En mí está las ganas en usted darle forma esas ganas. Ósea, si mantiene las cosas como van tengo muchas oportunidades, pero si se le ocurre cambiar ese estilo tendremos que empezar de nuevo.</p> <p>Prof.: Me vas hacer llorar (riéndome)</p> <p>IC3: No, es verdad. Depende del profesor motivar a los estudiantes.</p> <p>Prof.: Y, ¿Tus compañeros piensa así?</p> <p>IC3: Sabe, yo soy de las Vegas y estoy residenciada en una posada con mis compañeras. Nosotras todas las noches estudiamos y hablamos de los profesores. Y, una de las cosas que hemos discutidos es su forma de ser. A veces, hasta lo admiramos. Porque, siendo maestro de escuela está dando clase en una universidad y, nada menos que una asignatura tan complicada. Bueno, nosotras pensamos si él lo pudo nosotras también. Usted no es ningún extraterrestre, es de carne y hueso. Pensamos que, la diferencia son las ganas y hacer de la suerte una oportunidad que no hay que desperdiciarla.</p> <p>Prof.: Espero que esas ganas no claudiquen en las vicisitudes.</p> <p>IC3: Nada que ver. Prueba de ello fue el primer corte. Nos violaron con esas pruebas, además usted andaba algo antipático y mala gente. Usted cree que no notamos el cambio. A veces, pensamos que es producto de esa investigación que está haciendo relacionado con lo humano.</p> <p>Prof.: Es mi tesis doctoral en educación.</p> <p>IC3: Y, en educación enseñan tanta matemática.</p> <p>Prof.: No, esa la aprendí con los matemáticos y los ingenieros.</p> <p>IC3: Bueno, lo que sea. Usted ha hablado de lo humano y de la tolerancia con lo demás.</p> <p>Prof.: Es correcto, pero también he disertado del procesamiento de señales.</p> <p>IC3: Si, pero es cierto lo que dice:"De que vale un genio si como persona es una bestia"</p> <p>Prof.: Buena observación (riéndome). Hasta luego (tocándole</p>
--	--

<p>Fecha: 27-05-2010 Lugar: Salón de clase Hora: 3:25pm (antes de clase)</p>	<p>el hombro izquierdo).</p> <p>Prof.: Saludos. Saliste muy bien. Cometiste un ligero error en la resolución del circuito RCL.</p> <p>IC2: Sí, fue cuando estaba aplicando la transformada inversa. Todo lo demás estuvo bien. Ya, yo lo sabía lo había discutido con el E1 y IC3.</p> <p>Prof.: ¿Qué te pareció la pregunta n° 3?</p> <p>IC2: La fracción impropia tenía grado de multiplicidad. Yo ya sabía que por el método de fracción simple era muy difícil; "engoroso" como dices tú. Así que lo hice por el teorema de convolución. Y, resultado muy sencillo.</p> <p>Prof.: ¿La pregunta de definición estuvo muy bien? ¿Te costó mucho al principio?</p> <p>IC2: Bueno, ya tú la habías hecho una muy parecida. Te observe que te gustaba, además, tú lo dijiste que una como esta pregunta te había salido cuando eras estudiante y no la sabías resolver. Casi la telegrafaste. Yo lo comenté con varios de mis compañeros y le dije a la profesora Laura que ayudará, ella me comentó que esa pregunta era un clásico y la analizamos. Después, se la explique a mis compañeros, nos venimos un sábado y estudiamos en unos de los salones que consiguió el comandante de curso.</p> <p>Prof.: Estudiaron mucho.</p> <p>IC2: De verdad estábamos motivados, todos nos ayudábamos y compartíamos los ejercicios. También, le preguntábamos a todo aquel. Profe, ¿una señal es una función?</p> <p>Prof.: Sí, generalmente es una función en el dominio tiempo.</p> <p>IC2: Y, el ruido se mezcla con la señal.</p> <p>Prof.: Sí, la señal como tal es una función objetiva que hace combinación lineal con el ruido. Por eso es que, los filtrados separan el ruido de esa combinación lineal para quedarnos con la señal objetiva.</p> <p>IC2: Y la convolución es un filtro que desplaza ese ruido de la señal objetiva.</p> <p>Prof.: Sí, pero cuéntame ¿Te aprendiste todas la transformadas permitidas?</p> <p>IC2: Todas, en la práctica de hace el maestro. Hice todo los ejercicios y muchos más. Sabe le dije a un primo que estudia en la facultad de ingeniería de la UC que me comprará la guía de Transformada del profesor Villamizar y me la estudie. Allí hay ejercicios trincan, ¿por qué no lo explicó?</p> <p>Prof.: Razones de tiempo. Tal vez en el próximo curso.</p> <p>IC2: Profe, te pasaste con el de las aplicaciones de las propiedades.</p> <p>Prof.: Para nada, simplemente tenías que recordar algunas relaciones trigonométricas.</p> <p>IC2: Tú crees que uno es un profesor. Hay que estudiar otras materias.</p> <p>Prof.: Es básico. Más para un ingeniero en telecomunicaciones, la trigonometría es fundamental.</p> <p>IC2: Bueno, en las clases de serie de Fourier quién no esté claro en trigonometría esta ponchado. ¿Vas utilizar modelación y simulación para Fourier?</p> <p>Prof.: Claro, en las clases pasada se desarrollaron estrategias de cómputo-científico, las cuales las conservaré.</p>
--	---

	<p>IC2: Formidable, cuando estoy observando con claridad lo que estoy estudiando me motiva y deseo aprenderlo. Pero, cuando es puro hablar me da sueño. Pon trabajos en equipos multidisciplinario, a fin y al cabo ese es el verdadero trabajo de un ingeniero. ¿No es así?</p> <p>Prof.: Yo pienso de esa forma.</p> <p>IC2: Ve a pedirle permiso a tu esposa, porque vamos a celebrar al final del curso. Tenemos un compartir, aunque en el primer corte te volviste rata. Me tumbaste el índice profe.</p> <p>Prof.: No vale, estaba familiarizándome con el curso.</p> <p>IC2: No, si qué forma de hacerlo. Bueno, ya nos conocemos, cero de cosas raras.</p> <p>Prof.: Bueno, vamos a dale. Ya es la hora de empezar la clase.</p>
--	---

## Cuadro 9

<b>Registros descriptivos de las sesiones de clases-Análisis Fourier</b>	
<p>Semana 7</p> <p>24-05-2010 27-05-2010</p>	<p><i>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. El discurso de apertura fue: "El tema que hoy nos convoca se refiere a expresar una función real de variable real dada <math>f</math> definida en el intervalo <math>[-L, L]</math> por medio de una serie infinita en términos de senos y cosenos. En particular, se determinará las condiciones apropiadas de <math>f</math> en la cual se pueda expresar de la forma:</i></p> $f(x) = a_0 + a_1 \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \dots + b_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + b_2 \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \dots$ <p>Una serie de esta forma que converge se llama serie de Fourier. El estudio de la serie de Fourier se reduce a expresar una señal de dominio tiempo en combinaciones lineales de bases vectoriales formadas por funciones sinusoidales cuya aplicación es útil en muchos campos de las Matemáticas aplicadas, concretamente en ciertas soluciones de ecuaciones diferenciales de derivadas parciales fundamentales en varios campos de la física clásica. También, tiene un capítulo especial en el estudio del procesamiento de señales armónicas. Aquí, tendremos que repasar todo lo relacionado al cálculo integral, algunas técnicas que permitan compactar expresiones algebraicas en series y sobre todo el análisis espectral de señales. En definitiva, es un punto clave para la ingeniería en telecomunicaciones. Sin más preámbulo empecemos su desarrollo".</p> <p><i>En este discurso, los estudiantes permanecieron estupefactos, bajo un silencio profundo seguían con la vista todos los movimientos del profesor. El profesor comenzó desarrollando el concepto de periodicidad mediante una aplicación de MatLab <math>[f(x) = f(x+nT)]</math>. La modelación con el programa, sin lugar a duda atrajo la atención total del auditorio. Luego, se escribió en la pizarra la definición de sistema ortogonal de funciones sobre el intervalo <math>a \leq x \leq b</math>; esto es,</i></p>

$$\langle g_m, g_n \rangle = \int_a^b g_m(x) g_n(x) dx = 0. \quad \text{Al observar sus caras de sorpresa,}$$

se explicó detalladamente la importación de su comprensión. Se sugirió repasar las siguientes integrales:

1.  $\int_{-L}^L \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$
2.  $\int_{-L}^L \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$
3.  $\int_{-L}^L \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$

A esta altura del desarrollo, el profesor solicitó a sus estudiantes que efectuaran el cálculo de ciertas integrales definidas. En dicha actividad se verificó una notoria deficiencia en el cálculo integral; por ello, fue necesario implementar estrategias de nivelación donde se detallaban los pormenores de las rutinas de cálculos en los procesos de diferenciación e integración. Además, siempre preguntaba de forma personalizada y el estudiante de turno desviaba la mirada hacia otra dirección; es decir, fuera del campo visual del profesor. Pero, siempre hubo ánimo por parte del docente, recomendó algunas lecturas y ciertas estrategias con el fin de obtener nivelación requerida por las exigencias del contenido. El profesor siempre recorrió el salón observando las incidencias y alentando a sus estudiantes, la frase que constantemente repetía era: "un héroe caído no es un héroe vencido", vamos allá tú puedes. Sin embargo, fue en las entrevistas que el docente pudo redimensionar las clases, incorporando los organizadores previos necesarios, porque fue la voz del estudiante lo que permitió al profesor introducir los elementos catalizadores de sus aprendizajes. No fue el protocolo de enseñanza, ni la experiencia, fue la reflexión de la voz del estudiante en la sensibilidad del docente. La situación de nivelación se programó según las informaciones recabadas durante la dinámica interactiva entre profesor y estudiante.

Cuando los estudiantes mostraron gestos de aprobación mediante gesticulaciones corporales o declaraciones verbales, el profesor daba por sentado que el bloque de información había fluido. En este sentido, prosiguió: Ahora bien, enunciemos el Teorema 3.1, Si  $f$  es una función que satisface con las siguientes condiciones:

1.  $f$  está definida en  $[a, a+T]$
2.  $f$  y  $f'$  son seccionalmente continua en  $[a, a+T]$
3.  $f(x) = f(x+nT)$

Entonces, en cada punto de continuidad se verifica la relación

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n w_0 x) + b_n \text{sen}(n w_0 x), \text{ siendo } w_0 = \frac{2\pi}{T}$$

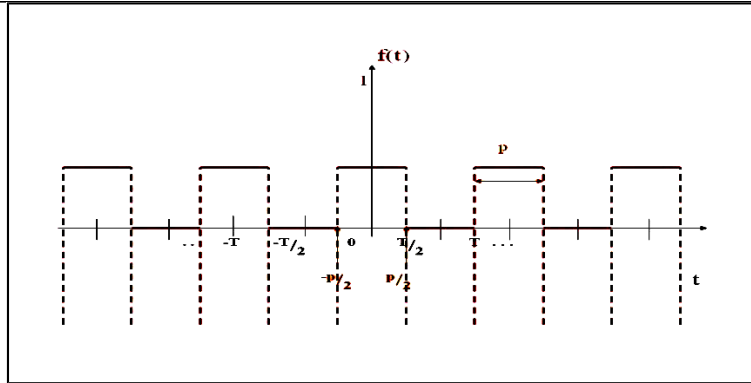
En los puntos de discontinuidad el miembro de la izquierda de reemplaza

$$\begin{aligned} &+ \dot{\zeta} \\ &x^{\dot{\zeta}} \\ &- \dot{\zeta} \\ &x^{\dot{\zeta}}, \\ &\dot{\zeta} \\ &f \dot{\zeta} \\ &f(x) = \dot{\zeta} \end{aligned}$$

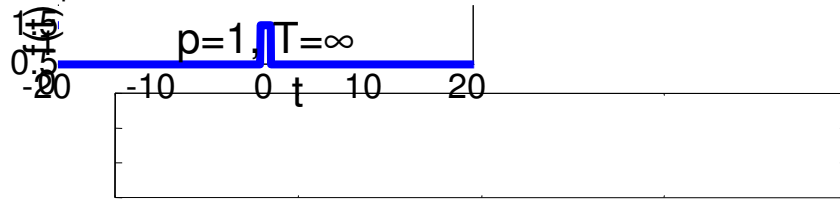
Y, los valores de los coeficientes de las expresiones

	$f(x) dx; a_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(x) \cos(n w_0 x) dx$ $a_0 = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(x) dx$ $b_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(x) \sin(n w_0 x) dx$ <p>Para fijar el valor de los contenidos se procedió a deducir cada uno de los coeficientes; además, ello permitió repasar algunos tópicos algebraicos del enfoque lineal. Todo esto fue con la intención de crear sentido formal entre las proposiciones confinadas y las desarrolladas a la luz de las explicaciones.</p>
<p>Semana 8</p> <p>03-06-2010 07-06-2010</p>	<p><i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. El desarrollo de las clases dio continuidad al estudio de Fourier, en esta ocasión se analizaron casos singulares que permiten ahorrar esfuerzos, tales como son las consideraciones de las funciones par o impar; esto es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>f(-x) = f(x) \rightarrow f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n w_0 x)</math></li> <li>2. <math>f(-x) = -f(x) \rightarrow f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n w_0 x)</math></li> </ol> <p>Mediante el programas MatLab se mostró proyecciones de curvas oscilantes según la cantidad de términos deseados y con ello se explicó el <b>fenómeno de Gibbs</b>, el cual se concluyó como un patrón de medida que experimente la serie de Fourier en la medida que aumentan sus términos la curva resultante oscila con frecuencia creciente y amplitud decreciente en ambos lados de los puntos de discontinuidad. También, se desarrolló analíticamente la deducción de la forma compleja, expresándola como: <math>f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j n w_0 x}</math>, donde el término</p> $c_n = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(x) e^{-j n w_0 x} dx$ <p>Al finalizar la sesión de clase, se les solicitó a los estudiantes que reflexionaran sobre la importancia que tiene el fenómeno de Gibbs en el campo de procesamiento de señales.</p>
<p>Semana 9</p> <p>10-06-2010 14-06-2010</p>	<p><i>El ritual de inicio y finalización</i> se cumplieron a cabalidad. El profesor demandó la asignación solicitada en la clase anterior a través de intervenciones deliberadas y controladas por la acción docente (el profesor preguntaba de manera puntual a un estudiante determinado). Los estudiantes pronunciaban sus ideas, creencias y presuntas implicaciones, las cuales eran muy intuitivas pero estaban en la dirección correcta. Como cierre, el profesor la definió formalmente y explicó sus alcances en la utilidad práctica. Se apreció que la metáfora <i>del discurso estaba en correspondencia con los ritmos de aprendizaje</i>; es decir, en la medida que el profesor explicaba a los estudiantes, ellos comprendían en ese ritmo. Además, se colocaron en el blog del profesor 30 ejercicios relacionados con el tema que se fueron explicando en la medida de lo posible en el curso normal de la clase y atendiendo al perfil del aprendizaje observado. Pues bien, en la medida que se resolvían problemas se transformaban en ejercicios que probablemente desarrolló estados de incubación que implicaron procesos de maduración reconstructiva y aumento la efectividad en las rutinas de cálculo, porque</p>

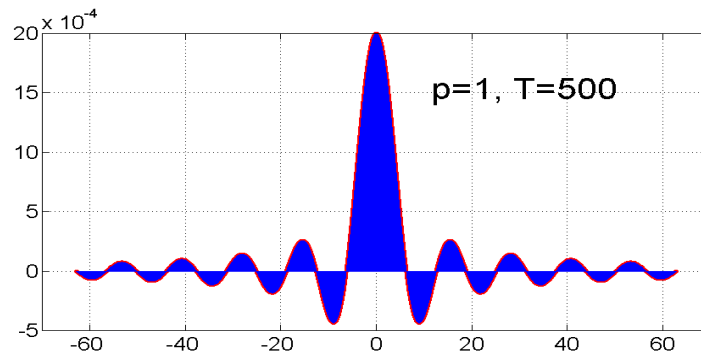
	<p>se evidenció mediante ejecuciones resolutorias fijación de contenidos y conexiones formales entre los conceptos y procedimientos.</p> <p>En lo referente a la evaluación oral se diseñó una estrategia de sorteo innovadora; es decir, primeramente los estudiantes se agruparon según sus intereses. Una vez agrupados se sortearon 10 ejercicios diferentes para cada grupo; el sorteo consistió en enumerar fichas tapadas del 1 al 30 y se colocaron en una bolsa, acto seguido se les solicitó a cada miembro, espontáneamente, del grupo retirar 10 fichas. La adjudicación de esas fichas representó la asignación formal de los ejercicios por grupo. Posteriormente, se convocó para la semana siguiente el interrogatorio. Sólo un estudiante podría defender los ejercicios propuestos, el cual también fue sorteado. El desempeño del estudiante en cuestión, sería la nota del grupo. La idea básica era que todos los miembros del grupo se involucraran en la resolución de los ejercicios a través de estrategias colaborativas y cooperativas; al final, cada miembro del grupo debería estar plenamente preparado para el interrogatorio. Este hecho, resaltaba la confianza entre los miembros del grupo y elevaba el trabajo en equipo a una dimensión tras disciplinaria.</p>
<p>Semana10</p> <p>17-06-2010 21-05-2010</p>	<p>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. Para esta semana se programó el análisis de las aplicaciones en la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con enfoques en: flujo de calor, ecuación de Laplace y sistema vibratorio. El tratamiento didáctico se basó en exposiciones magistrales, pero siempre con atención a los aprendizajes de los estudiantes; es decir, el profesor estuvo monitoreando el desempeño estudiantil: sus cálculos, la comprensión de los modelos, sus algoritmos solución y la validación de las soluciones.</p> <p>Se explicó la Identidad de Parseval tanto su importancia como su utilidad, al respecto, se puntualiza: "Asumiendo que la serie de Fourier que corresponde a <math>f(x)</math> converge uniformemente a cierta función cuyo <math>[-L, L]</math>, entonces se verifica <math>\frac{1}{L} \int_{-L}^L [f(x)]^2 dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)</math>.</p> <p>Finalmente, se estudió integración y diferenciación en las serie de Fourier.</p>
<p>Semana11</p> <p>24-06-2010 28-05-2010</p>	<p>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. El formato de exposición tuvo como título: <b>De la Serie a la Transformada de Fourier</b>. Sus incidencias se explicita en las siguientes líneas:</p> <p>La serie de Fourier nos permite obtener una representación en el dominio de frecuencia para una función periódica <math>f(t)</math>. Ahora bien, consideremos la siguiente función periódica</p> $f(t) = \begin{cases} 0, & -\frac{T}{2} < t < -\frac{p}{2} \\ 1, & -\frac{p}{2} < t < \frac{p}{2} \\ 0, & \frac{p}{2} < t < \frac{T}{2} \end{cases}, \text{ el cual expresa un tren de pulsos de}$ <p>amplitud 1, ancho p y período T, (todos los gráficos fueron visualizados a los estudiantes a través del programa MatLab y proyectado por el video beam; además, el profesor utilizó el recurso del apuntador para detallar aspectos significativos del contenido)</p>



Si se hace  $T$  muy grande ( $T \rightarrow \infty$ ) y  $p=1$ , la función deja de ser periódica



Y, el espectro se vuelve continuo. Seguidamente, se presenta un caso particular:



En virtud de los planteamientos anteriores, nos permite reconsiderar la expresión de la función  $f(t)$  no periódica en el dominio frecuencia, **no** como una suma de armónicos de frecuencia  $n\omega_0$ , sino como una función continua de frecuencia  $\omega$ . Entonces, la serie de Fourier:

$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$ , al cambiar la variable discreta  $n\omega_0$  (cuando  $T \rightarrow \infty$ ) para la variable continua  $\omega$ , se transforma en una integral; esto es,

$$\left[ \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn w_0 t} dt \right] e^{jn w_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn w_0 t} dt \right] w_0 e^{jn w_0 t}$$

$$C_n e^{jn w_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n$$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n$$

Si  $T \rightarrow \infty$ ,  $n w_0 \rightarrow w$  y  $w_0 \rightarrow dw$ , la sumatorio se convierte en:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jn w_0 t} dt \right] e^{jn w_0 t} dw$$

Se conviene,

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) e^{jn w_0 t} dw \text{ es la identidad de Fourier}$$

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-jn w_0 t} dt \text{ es la transformada de Fourier}$$

Estas expresiones nos permiten calcular  $F(w)$  (dominio frecuencia) a partir de  $f(t)$  (dominio tiempo) y determinar  $f(t)$  a partir de  $F(w)$ .

En conclusión, la transformada de Fourier se utiliza para pasar al «dominio frecuencial» de una señal, con el propósito de obtener información que no es evidente en el «dominio temporal». Además, una señal periódica se puede descomponer en una suma de senos y cosenos formando una base ortogonal, de esta forma, señales como las ondas se pueden descomponer en un sumatorio de señales trigonométricas. El conjunto de constantes que multiplican a cada frecuencia forman el espectro de frecuencias. De esta forma se pueden llegar a diversos experimentos muy interesantes:

- a) Si conocemos la densidad espectral de un sistema y la entrada podemos conocer la densidad espectral de la salida. Esto es muy útil para el diseño de filtros.
- b) La transformada de Fourier también es utilizada en el ámbito del tratamiento digital de imágenes, como por ejemplo para mejorar o definir ciertas zonas de una imagen fotográfica o tomada con una computadora.

La estrategia del profesor se centró en reemplazar la clase convencional por un ambiente de comunicación horizontal; es decir, en lugar de explicar cadenas de argumentos bajo un formato de secuencias, el docente optó por desarrollar un contexto de justificación formal mediante consenso compartido por los sentidos matemáticos construidos en los conceptos, teoremas e implicaciones vinculados con el proceso de formalización del contenido. Otro aspecto, fue la implementación de tecnologías innovadoras con un efecto de transparencias en el tratamiento didáctico, porque lo esencial no fue la tecnología en sí misma, fue su intencionalidad educativa inscrita en el contexto

	<p>académico, el cual resultó muy favorable en la comunicación y divulgación de proposiciones matemáticas.</p> <p>En la clase siguiente se desarrollaron ejercicios ejemplarizantes, en donde se mostraron las consecuencias teóricas de las redes proposicionales. Los procedimientos se tejieron en función de los conceptos y los algoritmos fueron productos de encadenamientos formales debidamente ensayados, nada fue prescripto todo fue construido a calor de las consistencias formales y durante el proceso de aprendizaje vivido en el salón.</p>
<p>Semana12</p> <p>01-07-2010 05-07-2010</p>	<p><i>El ritual de inicio y finalización se cumplieron a cabalidad. El estilo de resolver ejercicios se mantuvo igual a la clase anterior, lo innovador fue que el profesor trató de mediar y facilitar menos para que los estudiantes tuvieran más independencia a los fines que pudieran controlar sus procesos autogestionarios. El profesor no elaboró guías de ejercicios, solo recomendó material bibliográfico. Cuando los estudiantes presentaron la prueba individual no se les permitió formular ningún tipo de pregunta, ni emplear calculadora programable.</i></p>

En este apartado se documentó las incidencias más significativas de los hechos observados durante la experiencia del interrogatorio; es preciso destacar que, el interrogatorio fue público pero los estudiantes prefirieron hacerlo privativo y personal, los aspectos considerados importantes para la investigación se publican a continuación:

### **Cuadro 10**

<b>Registros del Interrogatorio (evaluación oral 14-06-2010)</b>	
<p>Grupo 1 IC1 Pregunta n°3</p>	<p>Prof.: Saludos, bueno amigo la pregunta es bastante simple. Toda la pizarra es suya.</p> <p>IC1: Como me piden desarrollar la serie de Fourier de la función <math>f(x)</math>. Lo primero que debo revisar es ¿qué tipo de función es?</p> <p>Prof.: ¿Eso por qué?</p> <p>IC1: Muy sencillo, porque con eso puedo ahorrar trabajo en el cálculo de los coeficientes, bueno eso es si la función es par o impar (viendo detenidamente la función en cuestión)</p> <p><i>Luego, se presume que el estudiante aplicó estrategias resolutorias que le permitieron caracterizar la naturaleza de la función en cuestión, porque el estudiante manifestó oralmente y de forma convincente que se trataba de una función impar.</i></p> <p>IC1: Esto significa que, los coeficientes <math>a_0</math> y <math>a_n</math> son cero lo cual no lo calculo. Ahora me fajo con <math>b_n</math>.</p> <p><i>En las rutinas de cálculos su desempeño fue magistral, salvo una corrección</i></p>

	<p><i>que el profesor se la hizo notar, era un detalle de signo en la fórmula de la integral por parte. Tanto los cálculos parciales como los finales estuvieron bastante aceptables.</i></p> <p>IC1: Bueno, hecho el cálculo de <math>b_n</math>, ahora toca compactar la serie de Fourier según las relaciones estudiadas.</p> <p><i>El desempeño de compactación bastante aceptable, el profesor sólo sugirió una simplificación.</i></p> <p>IC1: Esto es todo.</p> <p>Prof.: ¿Si se le solicitará que evaluara a la función en <math>x = \frac{\pi}{2}</math>? ¿Qué haría usted?</p> <p>IC1: Pelar mandaría profe (riéndose y viendo al profesor). Del desarrollo de la serie debo escoger un número de término, mientras más grande mejor. Cuando sea ingeniero tendré una computadora y podré simular con cantidades como 100 o 20000 para obtener resultados más fiables. ¿Con cuántos términos hago la evaluación?</p> <p>Prof.: Esta bien, no es necesario. Otra inquietud, ¿Qué pasó con la señal?</p> <p>IC1: Disculpe, profesor. Preste atención a los cálculos. Pero tiene razón, debo graficar, espere un momento por favor.</p> <p><i>La ejecución bastante fluida, certera y organizada. El gráfico fue el correcto (señal solicitada)</i></p> <p>IC1: Esta es la señal de la función, mientras más términos le agregue a la serie mejor se adapta la serie a la función en los puntos de continuidad, lo cual se conoce como el fenómeno de Gibbs. Es sorprendente, profe.</p> <p>Prof.: Esta bien, suficiente para mí.</p> <p>IC1: ¿Cuánto saque?</p> <p>Prof.: Su desempeño fue excelente, maneja bien los conceptos básicos y es organizado en la pizarra. La nota definitiva del grupo considero que debe ser 20pts.</p> <p>IC1: Gracias, profesor. Todo en el grupo estamos preparados, todos estudiamos fuertemente. Esta clase nos gusto, nos sentimos ingeniero realizando un proyecto (extendió la mano derecha para despedirse del profesor).</p>
<p>Grupo 2 E1 Pregunta n° 5</p>	<p>Prof.: Saludos, le noto algo nervioso.</p> <p>E1: Si, profesor bastante, porque no es mi nota es la nota del grupo. Si salgo mal, el grupo me lincha.</p> <p>Prof.: ¿Por qué dice eso, no estudiaste?</p> <p>E1: Si, bastante pero los nervios. ¿Usted sabe cómo son las cosas?</p> <p>Prof.: Pues no sé cómo son las cosas, dímelo tú.</p> <p>E1: Bueno, los nervios te hacen trancar y decir brutalidades.</p> <p>Prof.: Si quieres respira profundo, levántate, camina y tranquilízate un poco.</p> <p><i>El estudiante hizo lo sugerido y el profesor esperó cerca de 10min.</i></p> <p>Prof.: No te preocupes, si estudiaste todo va a salir bien, porque yo te voy a prestar apoyo.</p> <p>E1: Gracias, profesor se lo agradezco.</p> <p>E1: Bueno, vamos allá. La pregunta trata de demostrar esa cosa.</p> <p>Prof.: Esa cosa, es una relación constituida por dos miembros.</p> <p>E1: Eso, eso... el miembro de la izquierdo parece...dios una serie</p> <p>Prof.: En efecto, es una serie. ¿Qué clase de serie piensa usted que es?</p> <p>E1: Tiene que ser de Fourier, pero no distingo bien la función a estudiar.</p>

	<p>Prof.: Observe el enunciado.  E1: Ya lo vi. Ahora, voy a comprobar si desarrollando la serie y evaluándola en ese valor tengo el resultado del miembro de la derecha (viendo al profesor y guardo un profundo silencio)  Prof.: Así es, continúe.  E1: Voy a chequear si la función es par.  Prof.: ¿Porqué, necesariamente par?  E1: Porque, el desarrollo de la serie tiene todo los términos coseno.  Prof.: Bien, ese es un buen indicador. Prosiga.</p> <p><i>El estudiante utiliza los algoritmos apropiados para llevar a cabo el chequeo; además, calcula de forma bastante aceptable los coeficientes de Fourier.</i></p> <p>Prof.: Bueno, ya obtuviste la serie. Ahora, solo resta hacer ajustes según las especificaciones del problema. ¿Qué piensa hacer?  E2: Este....(susurra en voz baja)  Prof.: ¿Por qué no lees el enunciado? ¿Tal vez encuentres un dato que te pueda ayudar?</p> <p><i>Después de una espera prolongada.</i></p> <p>Prof.: ¿Qué piensas sobre <math>x = \pi</math> ?  E2: ¿Será que evaluó la serie con ese valor?  Prof.: ¿Me lo preguntas o buscas ensayar a ver?  E2: El enunciado esta enredado, si yo supiera que hacer lo hago. Pero, no entiendo la pregunta.  Prof.: Parafraseando la pregunta, te la formulo diferente. La función evaluada en <math>x = \pi</math> coincide con la serie evaluada en ese mismo valor.  E2: Pues, así sí. Tiene sentido todo.</p> <p><i>Realiza las rutinas de cálculos un tanto lento pero seguro, se nota que revisa cuidadosamente sus procedimientos.</i></p> <p>E2: Si, eureka. Los resultados por separados son iguales, con ello queda demostrado la proposición. Yo recuerdo claro, lo que usted siempre afirma: en la Matemática Aplica si todo cuadro eso esta bueno y por lo tanto es consistente. Lo hice, lo hice, lo hice. (mostrando un placer interno enorme)  E2: Eso es todo profesor, termino el interrogatorio.  Prof.: Si, eso es todo. Espero tenga una buena noche.  E2: Claro que, si. (se retira muy rápido del salón)</p>
<p>Grupo 3  E2  Pregunta n° 8</p>	<p>Prof.: ¿Qué tal? ¿Cómo le va?  E2: Bien, profesor  Prof.: La pregunta que nos convoca es interesante.  E2: Si, trata de la forma compleja de Fourier. La estructura es más compacta, está de forma abreviada.  Prof.: Todo suyo.  E2: Afortunadamente, la función que voy a expresar es la exponencial. A diferencia de la otra serie, aquí solo tiene un solo coeficiente de la forma compleja. ¿A propósito si esta es de la forma compleja, la que vimos al principio cómo se llama?  Prof.: A comienzo la serie de Fourier que estudiamos es de la forma trigonométrica, porque la base ortogonal esta constituidos por los términos de senos y cosenos de diferentes amplitudes-frecuencias. En la forma compleja, efectivamente, la serie es más compacta ya que utiliza la identidad de Euler.  E2: Identidad de Euler. ¿Qué es eso?</p>

	<p><i>El profesor se acerca hacia la pizarra y escribe <math>e^{i\theta} = (\cos\theta + i\sin\theta)</math></i></p> <p>E2: No sabía que, esa era la identidad de Euler.  Prof.: En clase yo se lo dije. Fue, cuando les hable del matemático suizo que con el tiempo perdió la visión de los dos ojos y estando ciego produjo más de 64 libros. Hoy en día, es el matemático que más producciones escritas tiene. De verdad, es bastante difícil superarlo.  E2: Ha, ya me acuerdo. Su esposa tuvo 14 hijos.  Prof.: Ese mismo, padre ejemplar. Cuenta la historia que siempre le fue fiel a su esposa.  E2: No lo va ser, si era ciego. ¿Cómo va a buscar otra mujer?  Prof.: Buena esa (riéndose)  Prof.: Entonces, ¿Cómo es el asunto?  E2: Voy a calcular el coeficiente y luego compacto la serie.</p> <p><i>Se aprecia que domina todos los procedimientos inherentes al cálculo; además es ordenado en sus rutinas. El profesor corrigió algunos cálculos parciales (4 errores aritméticos). En términos generales el desempeño académico fue muy aceptable.</i></p> <p>Prof.: Muy bien, para ser perfecto debes tener más concentración.  E2: No es eso. Lo que pasa, es que pierdo el control visual en la pizarra, si hago los cálculo en el cuaderno puedo apreciar mejor los procedimientos.  Prof.: En total acuerdo. Es por eso que, cuando estoy dando clase se pido mucho silencio, porque se pierde el control visual. Bueno eso es todo.</p>
--	---

**Cuadro 11**

<b>Registros de entrevista en profundidad nº 2</b>	
<p>Fecha: 17-06-2011  Lugar: Cubículo del Prof.  Hora: 2:10pm</p>	<p>Prof.: Hola, amigo. ¿Cómo le va? ¿Todo bien?  IC3: Buenas tardes profesor. Por aquí, observando el movimiento de notas. A propósito, ¿Cuándo publica usted los resultados finales?  Prof.: ¿Por qué, teme que salió mal?  IC3: Por favor, nada de eso. Todo sabemos cuál fue el desempeño. No profesor, se esta circulando un rumor que usted va dictar teoría de sistema.  Prof.: Yo no creo que sea así. Me parece que esa proposición viene de ustedes.  IC3: Bueno, en cierta forma. Nosotros hablamos con el coordinador para proponerlo a usted.  Prof.: Esa asignatura, la debe dictar un ingeniero.  IC3: Si tá bien, lo de aquí, eso son. Vamos profesor, estudia un poco de física cuántica, algo de electromagnetismo. Porque lo demás, usted mismo es.  Prof.: Insisto, es mejor un profesional de la carrera para que experimenten y ensayen situaciones potencialmente posibles en su campo profesional. Está bien, yo se las dicto. Mi escenario se va ubicar el campo netamente académico.  IC3: Más que suficiente. Si la teoría está clara la práctica es un paseo. Eso es como el deporte, si usted tiene buen entrenamiento físico su desempeño deportivo será óptimo. Con usted, las cosas difíciles son pintadas fáciles. Yo creo que ese debe ser el papel</p>

	<p>de los profesores, motivar a los alumnos, enseñarles, préstale una mano amigo de corazón. No los macacos que nos asignan. Dígame el que dicta esa materia, para mí está LOCO. Yo lo he visto hablando solo por la calle y en clase se golpea la cabeza con la pizarra. Está loco profesor, además con él no se puede hablar, se lo traga, él es el que tiene la razón. Es cómo usted dice: “de que vale un genio si en las relaciones humanas es una bestia”.</p> <p>Prof.: Me parece que está exagerando un poco. Además, el próximo semestre voy a dictar la misma materia, porque también voy a trabajar en maestría. De verdad no va ser posible.</p> <p>IC3: Bueno profesor, todo depende de usted. Creo que a estas altura la preocupación no debe ser la nota más bien el prepararse bien. Pronto seremos ingenieros, más lo que comenta en la calle: somos unas tapas amarillas. En cierta forma, tienen algo de razón. Pero no todo es por nosotros, es claro que tenemos muy mala base. Profesor, algunos de nosotros, claro no todos, queremos aprender de verdad. Hay ganas, peroooo, ¿Qué pasa aquí? Si contrataran doctores como usted, otra es la canción.</p> <p>Prof.: Bueno, todavía no lo soy, falta algo.</p> <p>IC3: Ja, ja, ja.(se ríe a carcajada) Profesor si se anima a trabajar con nosotros, formaremos un buen equipo, hasta repasaremos física cuántica y electromagnetismo. Todo el salón le aprecia y lo más importante buscas las estrategias para aprender. Nosotros lo solicitamos para continuar en nuestra formación. Con usted se aprende. Hasta la próxima ocasión (estrechando la mano derecha con el profesor)</p>
--	---

### Análisis estadístico

Considerando que las muestras provienen de la misma población (*todos los estudiantes inscritos en la asignatura de Transformadas Integrales del período 2010-1, UNEFA-Núcleo Tinaquillo*) se consideró conveniente aplicar un ensayo paramétrico “**prueba de hipótesis**” para diferencias de medias y con un nivel de significación de 5% para dos colas.

Los estadísticos calculados a través de las muestras recogidas resultaron:

Muestra 1 (sección G)	Muestra 2 (sección A y B)
$\bar{x}_1=14$	$\bar{x}_2=4.4$

$S_1=2.05$	$S_2=1.91$
$n_1=15$	$n_2=40$

Considerando que el tamaño de  $n_1=15$ , es necesario probar si las varianzas poblacionales son iguales o diferentes antes de realizar la prueba de hipótesis para diferencias de medias. En tal sentido,

$$\text{analizaremos: } \begin{cases} H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \\ H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1 \end{cases}$$

$$T_p = \frac{n_1(n_2-1)S_1^2\sigma_2^2}{n_2(n_1-1)S_2^2\sigma_1^2} = 0,831 \text{ y } T_t = 1,92 (F_{(0,25;v_1;v_2)})$$

Luego,  $T_p < T_t$  se acepta la hipótesis nula; en consecuencia, las muestras en estudio poseen distribución normal.

Como las varianzas son iguales, entonces la prueba de hipótesis para diferencias de medias es:

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \text{ (no hay diferencias entre las medias muestrales)} \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ (si hay diferencias entre las medias muestrales)} \end{cases}$$

$$\text{Estadístico de prueba; } Z_p = \frac{[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)]\sqrt{n_1 + n_2 - 2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)(n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2)}} = -15,97$$

$$\text{Estadístico tabulado; } Z_t = -1.96$$

Conclusión,  $Z_p < Z_t$ . Esto significa que el estadístico de prueba se ubica en la zona de rechazo y en consecuencia existe diferencias entre las medias muestras, lo cual se puede discernir que la muestra 1 correspondiente al tratamiento didáctico, probablemente, ofreció influencia de carácter positivo en el rendimiento estudiantil.

### **Discusión**

La implementación del espacio vital en el contexto de actuación didáctica resultó inmensamente enriquecedora y disminuyó las distancias de relaciones humanas entre el docente y los estudiantes. Al principio el investigador apreció un grupo de estudiantes con fuertes intenciones de triunfo, concretamente, deseo de aprobar la asignatura de Transformadas Integrales; sin embargo, en la medida que la investigación se fue desarrollando, el investigador se fue familiarizando con los aspectos de la memoria de vida y las intenciones de los estudiantes, estrategia existencial que dimensionó lo extraordinario de la vida en lo ordinario y cotidiano de la experiencia educativo. Pues ahora, los estudiantes no conformaron elementos de un tratamiento didáctico, su enfocó se centro en considerarlos seres humanos presto a cambios con colosales posibilidades.

Aunado a todo lo anterior, se determinó que para el momento de la investigación existían deficiencias de dominio cognitivos y epistemológicos, porque un grueso volumen de estudiantes (por no decir todos) desconocían habilidades, destrezas y competencias académicas para abordar problemas matemáticos de origen sencillo; también, se apreció un profundo y marcado desconocimientos de estructuras proposicionales básica en el desempeño de la Matemática superior, como

por ejemplo: resolver con elevados niveles satisfacción problemas relacionados con la diferenciación e integración. En virtud a ello, el intento de solución se concentró en dos procesos paralelos, complementarios e integradores: ***nivelación y apertura***.

En la nivelación se buscó fortalecer la estructura cognitiva de los estudiantes a través de contextos de descubrimiento proposicional y con el manejo de informaciones significativas dentro los marcos tecnológicos disponibles, porque la meta era dotar a los estudiantes del *un paquete cognitivo promisorio* que les permitiera acceder a informaciones cada vez más compleja. Para la apertura, se concibió un programa educativo cuya misión era suministrar a los estudiantes bloques de contenidos nuevos (Análisis de Fourier y Transforma de Laplace) con despliegue de elementos innovadores arraigado al Modelo Endocrítico, en prestación a ello se buscó renovar la práctica escolar en la figura de una visión que se esperaba materializarse en proyectos de pertinencia social, por parte de los estudiante y por parte del profesor ampliar su repertorio didáctico en la renovación de sus prácticas escolares.

Además, aspectos interpretativos según evidencias observadas y vividas en el proceso de contrastación longitudinal de conjeturas y hechos se buscó categorizar y comprender las acciones de los estudiantes al término de la interacción educativa y a la luz de la influencia socioepistemológico del intento de solución, en cuyas observaciones se consideraron interpretaciones concluyentes:

*1.- Los estudiantes desarrollaron una actitud crítica frente a los contenidos, más que aprender a solucionar tal o cual problema hacían proyecciones de acciones profesionales en correspondencia a sus montajes conceptuales. Durante el curso de la investigación se apreció que los estudiantes se organizaron en grupos de trabajos mediante las cuales compartían sus resultados; además, interpelaban tanto a otros*

estudiantes de diferentes secciones como profesores vinculado con la asignatura para intercambiar consideraciones concluyentes.

Otro punto que llamó la atención fue el efecto multidisciplinario en el proceso de resolución de ejercicios y problemas, sus resultados eran examinados y evaluados por herramientas computacionales y bajo la lupa de consideraciones teóricas emitidas por experto del área en el procesamiento de señales. Así mismo, sostenían que dichas prácticas eran necesarias, porque al momento de asumir el rol de ingeniero debían tener experiencia en procesos creativos que les permitieran tomar decisiones responsables frente los desafíos profesionales.

2.- *El interés didáctico traspaso los límites de la ecología escolar.* Al principio, la fuerza rectora del proceso indagatorio era mejorar la calidad del aprendizaje en los contenidos de Transformada de Laplace y Análisis de Fourier, propósito que se logró. Ya que, se apreció **calidad en la cantidad**, los estudiantes consiguieron aprobar con una media de 14,4pts; pero, más allá del indicador cuantitativo se valoró la firmeza de convicción cognitiva con que los estudiantes defendían sus puntos de vistas, basados en proposiciones de hechos y fundamentos matemáticos consistentes.

Se sospecha que, faltó mejorar las rutinas de cálculos, porque los estudiantes expresaban en formato oral el tino de los algoritmos solución ante los problemas propuestos, sin embargo, en su desempeño procedimental cometían errores. Igualmente, el investigador pudo contactar directamente que los estudiantes dentro del contexto de actuación se hicieron más responsables, preocupados y reflexivos de su papel en la vida.

3.- *Se sospecha que se generó un espacio emergente en investigación didáctica próximo a la Sociedad del Conocimiento en el contexto*

*universitario venezolano*. La interacción social vivida en el acto educativo permitió transformar la brecha cognitiva del tramo en aprovechamiento compartido de conocimiento, no buscó generar políticas de cambio macro, se trató de una actitud de compromiso personal del investigador frente a la situación crítica de la propuesta del Modelo Endocrítico, multiplicidad y diversidad de los cambios globales que demanda sentido de pertinencia en nuestros estudiantes universitarios.

Porque, desde un estado de esperanza, se propuso innovar el acto educativo en un escenario muy particular y la experiencia demostró que los roles de los estudiantes se complementaron para integrar una configuración intra, inter y transdisciplinaria; así mismo, se utilizó y se transfirió los conocimientos aprendidos en esquemas de acción del trabajo escolar habitual.

4.- *La relación antropológica profesor-estudiante se enmarcó en una profunda comunión de respeto, cortesía, armonía y un compromiso por aprender más y mejor*. La convivencia escolar interpretada en este modelo didáctico permitió romper paradigmas convencionales cuyos productos culturales hacen promisorias las relaciones humanas existenciales, porque se notó en todo los sentidos un ambiente de apertura, prudencia y armonía; el reconocimiento del constructo sujeto-mundo-escolar fue clave fundamental en los valores de respeto, tolerancia y acompañamiento educativo.

En definitiva, emergió un compromiso por ***aprender a aprender en el marco de los aprendizajes adquiridos*** del proceso educativo, los estudiantes nunca perdieron su norte: ser calificados ingeniero en el área de telecomunicaciones. Y, el profesor se comprometió en analizar temáticas de física cuántica y electromagnetismo para incorporar más aplicaciones en los futuros contextos de significación.

## **CAPÍTULO VII CONSIDERACIONES INTERPRETATIVAS**

El interés doctoral del presente estudio no fue perfilado hacia la indagación de corte cuantitativo sobre muestras representativas, ni tampoco se consideró en generalizar aspectos educativos con las cuales vinculara explicaciones de carácter causa-efecto. Ciertamente, el estudio utilizó indicadores clásicos basados en puntuaciones de mediciones y tratamiento estadístico; pero también, se atendió aquellas voces preocupadas por la calidad del aprendizaje matemático en su contexto de actuación particular.

De allí que, surgieron pistas para comprender la naturaleza de dicho comportamiento y en función de ello la reflexión estuvo centrada en el asunto, lo cual condujo al docente investigador a proponer elementos teórico-metodológicos como insumo innovador del hecho educativo que implicó generar prácticas escolares diferentes en la labor educativa convencional.

Las perspectivas del estudio redimensionó y situó los términos: explicar por comprender los fenómenos educativos de la Matemática escolar, generalizar por entender los comportamientos sociales en el contexto de actuación y el enfoque de variables causa-efecto por

interpretar supuestos de significados sentido-utilidad en la vida de los actores educativos.

Pues bien, *la comprensión se basó en entender e interpretar la actuación de los estudiantes* en correspondencias con los hechos observados, los procesos introspectivos anunciados por la voz propia de los estudiantes y las conexiones existenciales intuitas por el docente investigador a luz de la experiencia vivida; en este sentido, de forma prudente y audaz se reportan:

1.- El constructo espacio vital quedó caracterizó en el número de estudiantes, frecuencia de la interacción educativa e intensidad del tratamiento didáctico, de donde, el docente investigador apreció notablemente su influencia en aspectos tales como: calidad académica sobre los contenidos tratados, dedicación en el trabajo escolar, el mediar dimensionó los ambientes académicos en espacios enriquecedores de construcciones sentido-utilidad y los proyectos triviales se direccionaron en comunidades científicas comprometidas con los desafíos temporales.

Otro punto esencial, se evidenció en que *dicha influencia no fue proporcional*, su desenlace socioepistemológico siguió patrones de comportamientos no lineales pero en el seno de su desarrollo siempre se pudo notar la existencia de estructuras disipativas equivalentes a **señales de alarmas**, que sólo son posibles detectarlas y reconducirlas mediante el empleo de técnicas cualitativas, las cuales ofrecieron informaciones potencialmente oportunas en la reconducción de proceso educativo estimado o deseado.

Esto no significa que, se descartan por completo los diseños de corte cuantitativo; estas formas de proceder, se basan en patrones regulares de eventos lineales sobre situaciones antropológicas no lineales; sin embargo, la naturaleza de sus datos suministra pistas que

podrían orientar la sensibilidad del hecho cualitativo para complementar el proceso indagatorio.

Porque, el fin ulterior de toda investigación educativa no se centra en reportar aspectos concluyentes para generalizar en poblaciones estudiantiles, más bien de lo que se busca es encontrar la comprensión del comportamiento con el objeto de acompañar y asistir los aprendizajes de los estudiantes. Consecuentemente, los constructos sujeto-mundo-escolar, contexto de significación y proyectos fracturaron las creencias educativas basadas en valores suprasensibles y la relación de conocimiento sujeto-objeto, las cuales en el curso de la investigación el autor apreció que se reestructuraron bajo un modelo emergente existencial arraigado en la dimensión vivencial del contexto objeto de comprensión.

**2.-** La expectativa indagatoria operacionalizada en mejorar la dimensión de la calidad del aprendizaje sobre los contenidos en la asignatura Transformadas Integrales y de refundar la Sociedad del Conocimiento en escenarios educativos ***se impulsó y se consolidó favorablemente***; desatancándose que, los límites de los alcances académicos traspasó las metas originales de la investigación, porque los estudiantes se encaminaban en aprender cada vez más con actitudes emprendedoras; igualmente, involucraron al investigador en tal propósito.

Y, en la búsqueda de la Sociedad del Conocimiento los tópicos de intra, inter y transdisciplinario desempeñaron un papel determinante y decisivo, porque los estudiantes formaron equipos multidisciplinarios entre ellos, además, convocaron el concurso de voluntades académicas para integrar grupos de investigadores con actitud crítica frente a las soluciones emitidas.

3.- El análisis estadístico paramétrico para diferencias de medias reveló cambios sustanciales en la forma de desarrollar contenidos matemáticos, las cuales se interpretaron como hallazgos de influencias positivas y promisoras en el tratamiento didáctico del Modelo Endocrítico. En virtud que, al grupo experimental, objeto de comprensión, obtuvo datos sensiblemente significativos con respecto a los demás grupos (grupo control), entre los cuales se destacan:

- La media aritmética del grupo experimental resultó significativamente superior con respecto a la media aritmética del grupo control. Probablemente, los elementos teórico-metodológicos propuesto por el Modelo Endocrítico innovó y renovó su efecto de incidencia positiva en los tratamientos didácticos impartidos al grupo experimental.
- La media aritmética del grupo experimental fue de 14pts y la del grupo control mostró la puntuación de 04pts.
- El indicador prosecución sobre paso los límites esperados por el docente investigador, porque todos los estudiantes que conformaron el grupo experimental aprobaron; además, el autor hizo un seguimiento de sus desempeños académicos en cual reveló que en las asignaturas de redes y teoría de señales también aprobaron. Mientras que, en el grupo control el índice de aplazados se ubicó en 82,5% y en las asignaturas redes y señales tan solo un (1) estudiante aprobó.

El estudio iluminó algunos elementos categóricos (*la interpretación del estudiante en la figura sujeto-mundo-escolar y los montajes de proyectos como tesis de los antecedentes -contextos de significaciones-*) que permitió comprender al proceso de aprendizaje como un diseño humano constructor de responsabilidad compartida sobre *significados existenciales*, las cuales se activan en el momento que los actores educativos se ubican y visualizan proyectos humanos en su contexto social, **darse cuenta**.

Más aún, se infiere que el nivel cognitivo es un operador distintivo entre los actores educativos, posiblemente, funciona como un llamado de atención en el darse cuenta sobre la película hermenéutica del proceso existencial. Toda esencia está precedida por una existencia, por lo tanto el

nivel cognitivo como proceso está subordinado a otro proceso que da cuenta de la dinámica del existir: la arquitectura de los significados arraigada a los sentidos y las proyecciones de esos sentidos en el vivir.

El aprendizaje es posibilidad de cambio convertido en proyecto y la enseñanza un medio que puede facilitar y mediar en ese proyecto. En conjunto, constituyen una gran obra humana para educar, pero también reporta un proceso antropológico no lineal en cuyo seno demanda guías de esfuerzos y voluntades para desarrollar lo humanos en los actores educativos y en razón a ello **actuar educadamente** en el umbral de los acontecimientos del convivir social que ofrece el contexto de la Matemática escolar.

Por otra parte, la evidencia empírica tuvo consecuencias positivas con respecto a la propuesta de los elementos teórico-metodológico del Modelo Endocrítico, pero el docente investigador sugiere ser crítico y acucioso con los resultados apreciados en el contexto de actuación, porque se pretendió comprender al estudiante a través de la exposición de textos comunicados en su ecología de vida escolar, con la esperanza de ofrecerle contextos de significación basados en elementos teóricos innovadores para acompañarlo y apoyarlos en procesos renovados de enseñanzas y aprendizajes, de forma tal que logren **aprender a aprender del saldo aprendido y que crean un espacio de independencia cognitiva** frente a los desafíos intelectuales de la vida social.

En cierta forma, es una relación humana de consensos compartidos, a saber, la educación debe ser un proceso que permita desarrollar la plenitud de **lo humano** y, en cuya realización los proyectos deben converger a montajes conceptuales de la mano con el progreso científico que marca la temporalidad del ahora en el vivir, pero también, es unión y tolerancia en búsqueda de felicidad entre los humanos.

Más explícito, la conciencia es intencional y su educabilidad es una obra que pudiera ser construida en el aula y con la Matemática escolar. Para los fines de este trabajo indagatorio se postula al aprendizaje como una vía hacia lo posible; es *educativa* cuando en sus estudiantes anuncian proyectos cargados de sentido de pertinencia social bajo un desarrollo de relaciones humanas armónicas.

El docente investigador está plenamente convencido de la potencialidad del modelo como propuesta de cambio que puede forjar innovaciones, igualmente estima al conocimiento matemático como un lenguaje de transformación que puede generar, transferir y utilizar estructura compleja a los fines de dar sentido-utilidad al existir de los estudiantes.

Su materialización está precisamente del qué, cómo y para qué utilizemos los contenidos de la Matemática escolar en función de crear contextos de significación como espacio axiológico de reflexión del porqué, para qué y hacia dónde; básicamente, el asunto nos obliga a nosotros los educadores en plantar innovaciones teórico-metodológicas para caminar y construir proyectos con nuestros estudiantes, tal vez no sea la panacea a nuestros problemas educativos, pero sin lugar a duda, es una alternativa de alianza estratégica con nuestros estudiantes que reclaman conciliación, tolerancia y acompañamiento en la vida.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADOLFO, G (2009). **La ruptura de Heidegger y Freud**. Buenos Aires: Editorial Paidós.

ÁNGEL, M. (2001). **Estrategias para aprender Matemática**. Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Matanza. Buenos Aires, Argentina.

ANGULO, P. (2002). **Efecto de la estrategia metodológica condicionamiento Piter (EMCOPI) en el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales de primer orden en el cuarto semestre de ingeniería mecánica**. Trabajo de grado de Magíster, UC. Valencia, Carabobo.

----- (2008). **Nivel de Satisfacción en los estudiantes de Ingeniería que emplean el Sistema de Gestión Tecnológica Lema (SGTL) para el aprendizaje de las Integrales Curvilíneas. Caso: Centro Local Carabobo**. Trabajo final de Especialización, UNA, Caracas.

AZCÓRATE, C. (2003). **Sobre la investigación en didáctica del Análisis Matemático**. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona, España.

BARRIOS, L. (2006). **Transformar la educación para reconstruir la nación**. *Diálogos*, año III, n°5.

CASTELNUOVO, E. (1970). **Didáctica de la Matemática**. México: Editorial Trillos, 2da edición en español.

CHEVALLARD, Y. (1985). **La Transposition Didactique**. *Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage: Grenoble.

----- (1990). **Didactique, anthropologie, mathématique**. *Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage: Grenoble.

**Centro de Investigaciones Culturales y Educativas**. (2005). Productividad Académica. Año 2005 [Artículo].

**Fundación Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC)**. (2006). Recomendaciones académicas. Caracas, 10-10-2006. [Artículo]

HEIDEGGER, M. (1927). **El ser y el tiempo**. Madrid: Fondo de Cultura Económico de España S.L. Undécima reimpresión en FACE-España 2001.

**Constitución de la República Bolivariana de Venezuela**. Caracas, a los diecisiete días del mes de noviembre de mil novecientos noventa y nueve, Año 189° de la Independencia y 140° de la Federación

**Currículo y Orientaciones Metodológicas (2007).** Subsistema de Educación Básica. Caracas, septiembre de 2007. Ministerio del Poder Popular para la Educación.

**Decreto N° 825.** Caracas, a los diez días del mes de mayo de dos mil. Año 190° de la Independencia y 141° de la Federación

**Decreto N° 2479.** Caracas, a los veintisiete días del mes de junio de dos mil tres. Año 193° de la Independencia y 144° de la Federación

DUPLÁ, J. (2000). **Mejorar la escuela es mejorar el país.** *Revista SIC*, n° 599.

FRANCES, D. (2005). **El papel de la educación frente a los desafíos de las transformaciones científicos-tecnológicas.** *Revista de Tecnologías Educativa*, Vol XII, n° 4. Santiago de Chile.

FREUDENTHAL, H. (1978). **Fenomenología didáctica en las estructuras matemáticas.** México: Cinvestav 2001.

GARCÍA, D., ANGULO, P. (2009). **La matematización del pensamiento reflexivo en los estudiantes de la Universidad Nacional Experimental de las Fuerzas Armadas.** Trabajo de ascenso, UNEFA, Núcleo de Tinaquillo.

GASCÓN, J. (1998). **Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica.** *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol 181, n° 52, pp 7-54.

GIMÉNEZ, J. (1997). **Evaluación en Matemática: Una integración de perspectivas.** Madrid, España: Editorial Síntesis, S.A.

GONZÁLEZ, P. (2004). **De la creencia en la razón a la razón de las creencias. Reconstrucción racional como competencia cognitiva de la Educación Matemática.** Tesis doctoral, UC. Valencia, Carabobo.

**Ley Orgánica de Ciencia, Tecnología e Innovación (LOCTI).** Publicada en gaceta oficial N° 37.291 de fecha 26 de septiembre de 2001. [Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación 2005-2030]

MATSUURA, P. (2005). **La construcción de la Sociedad del Conocimiento.** México, 2005. Edición Pegaso.

MÉNDEZ, J. (2007). **Revisiones metodológicas de la Educación Bolivariana.** Caracas: Ediciones IESA.

MONTERO, P. (2006). **Investigar en Educación Matemática.** México: Grupo Editorial Iberoamérica.

MORALES, J. (2002). **Hacia una interpretación filosófica-hermenéutica de la educación a partir de la perspectiva cuántico-matemático.** Tesis doctoral, UC. Valencia, Carabobo.

MORENO, M. (2005). **Fines de la Educación Matemática.** México: Grupo Editorial Iberoamérica.

NIETZSCHE, F. (1994). **Así hablaba Zaratustra.** Barcelona, España: Edicomunicación, S.A. Traducido por Carlos Palazon.

----- (1983). **Más allá del bien y del mal.** Barcelona, España: Ediciones Orbis, S.A. Traducido por Andrés Sánchez Pascual.

ORCAJO, A. (2000). **La postmodernidad o la fractura de las ilusiones**.  
Valencia, Venezuela: Editorial el Viaje del pez. Editado por la  
Universidad de Carabobo (UC)

**Organización de las Naciones Unidas para la Educación, Ciencia y la  
Cultura (UNESCO)**. (2005). *Hacia la Sociedad del Conocimiento*.  
Paris 2005. Ediciones Unesco.

PALENCIA, A. (2002). **La construcción del pensamiento matemático  
en el hombre anumérico**. Tesis doctoral, UC. Valencia, Carabobo.

POPPER, K. (1997). **El mito del marco común**. En defensa de la ciencia  
y la racionalidad. Barcelona, España: Editorial Paidós.

----- (1998). **Los dos problemas fundamentales de la  
epistemología**. Basados en los manuscritos de los años de  
1930-1933. Madrid, España: Editorial Tecnos, S.A.

SKEMP, K. (1971). **Realidades y tendencias en Matemática**. México:  
Editores Plaza y Valdés.

SOLA, M. (2000). **Trascendental y trascendencia en Heidegger**. Tesis  
doctoral, Universidad de Sevilla. Sevilla, España.

TALL, D. (1991). **The psychology of advanced mathematical thinking  
(cap. 1)**. En TALL, D. O. (Ed). *Advanced mathematical thinking*.  
Dordrecht/Boston/ /London: Kluwer Academic Publisher. pp. 3-21.

----- (1995). **Concept images and concept definition in  
Mathematics**. *Educational Studies in Mathematics*, Vol 12, pp.  
140-179.

ZUBIRI, X. (1982). **Siete ensayos de antropología filosófica**. Bogotá:  
Centro de Enseñanza Desescolarizada, Universidad Santo Tomás.