UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA COMO MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE SECCIONES CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 5° AÑO EN LA U.E.O.S. "MONSEÑOR JUAN BAUTISTA SCALABRINI"

Autora: Centeno, Carolina
Tutor: Yorman Herrera

Trabajo de grado presentado ante la Dirección de Postgrado de la Universidad de Carabobo para optar al título de: Magister en Educación Matemática.

Naguanagua, noviembre de 2019.

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

VEREDICTO

Nosotros, miembros del jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: "**Transposición Didáctica como mediación pedagógica para el aprendizaje de Secciones Cónicas en los estudiantes de 5° año en la U.E.O.S. "Monseñor Juan Bautista Scalabrini"**, presentado por la ciudadana: **CAROLINA DEL CARMEN CENTENO COY**, titular de la Cédula de Identidad: V- 19.366.203, para optar al título de Magíster en Educación Matemática, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como: ___________________________

Apellido	Nombre	C.I.	Firma

Naguanagua, noviembre de 2019.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo primeramente a Dios, quien me ha dado salud, sabiduría y paciencia para culminar con éxito esta ardua trayectoria. Agradecida eternamente, te amo mi Señor.

A mi familia, principalmente a mis padres Ángel Centeno y Elena Coy, quienes me han apoyado a pesar de las dificultades, sobre todo en mi formación académica, gracias por estar ahí conmigo y enseñarme que cuando se persiguen las cosas con fe y dedicación se logran, siempre estaré agradecida con ustedes. Los admiro y amo muchísimo.

A mi esposo Macrino Martínez, quien creyó en mis capacidades, dedicación y esfuerzo durante mi formación académica y culminación de este trabajo. Te amo, gracias por estar allí, paciente y comprensivo, siempre brindándome tu apoyo incondicional.

A mi tutor, Msc. Yorman Herrera, por compartir sus conocimientos y destrezas en la elaboración de este trabajo, con paciencia y dedicación, a pesar de la distancia estuvo orientándome, muchas gracias, siempre estaré agradecida.

Al tutor académico, Dr. José López, especialmente, por todos sus aportes hacia la investigación, por orientarme, por su dedicación, esfuerzo y paciencia, muchas gracias, siempre estaré agradecida.

A todos mis compañeros de la Maestría, en especial a Yadira Colmenares, Roxana Bolívar, Nelson Fernández y Anthony Calderón, por su apoyo incondicional que a pesar de las adversidades siempre estuvieron allí apoyándome, gracias por permitirme aprender de todos ustedes amigos y hermanos que la vida me regaló.

AGRADECIMIENTO

A Dios, por darme la vida, salud y paciencia para seguir siempre adelante sin decaer, superar las adversidades y lograr mis sueños.

A la prestigiosa casa de estudios, Universidad de Carabobo, especialmente a la Facultad de Ciencias de la Educación, por abrirme las puertas y permitir realizar mis estudios de postgrado, para seguir formándome y ser docente de calidad para futuras generaciones.

A los profesores de Maestría, por haberme brindado sus conocimientos y orientaciones en la elaboración de la investigación presentada.

A los directivos y docentes de la institución Unidad Educativa Obra Social "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", quienes me abrieron las puertas, cedieron partes de su tiempo para aportar la información necesaria, permitiéndome alcanzar los objetivos planteados en mi investigación.

A los docentes José López, Yorman Herrera y Judith Calderón, por su paciencia, aportes, dedicación y pasión por la investigación, permitiéndome enriquecer mis habilidades y capacidades para la culminación del presente trabajo.

¡Muchas Gracias!

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
LISTA DE CUADROS	viii
LISTA DE TABLAS	ix
LISTA DE GRÁFICOS	x
RESUMEN	xi
ABSTRACT	xii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: EL PROBLEMA	
Planteamiento del Problema	4
Objetivos de la Investigación	11
Objetivo General	11
Objetivos Específicos	11
Justificación de la Investigación	11
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	
Antecedentes	14
Referente Teórico	19
La Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard	19
Bases Teóricas	27
Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática	27
Perspectiva educativa de la Matemática	29
Concepción constructivista de la Matemática	30
Matemática y sociedad	31
La Matemática en la vida cotidiana	33
Secciones cónicas y sus aplicaciones	35
Bases Legales	39

Cuadro técnico metodológico 42

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO
Naturaleza de la investigación 43
Estrategia metodológica 44
Población y muestra 44
Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos 46
Validez 46
Confiabilidad 47
Técnicas de Análisis e Interpretación de los Datos 48

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS
Análisis e interpretación de los resultados 50
Conclusiones 62
Recomendaciones 64

CAPÍTULO V: LA PROPUESTA
Presentación 66
Identificación de las Debilidades, Oportunidades, Fortalezas y Amenazas Mediante el Análisis DOFA 67
Fase I: Conclusiones del Diagnóstico 68
Fase II: Factibilidad 69
Factibilidad social 69
Factibilidad técnica 69
Factibilidad operativa 70
Factibilidad organizacional 70
Factibilidad económica 70

Fase III: La Propuesta 72
Objetivos de la Propuesta 72
Objetivo General 72
Objetivos Específicos 72
Justificación 73
Diseño de la Propuesta 74
Guía Teórico-Práctica para la Enseñanza y Aprendizaje de las Secciones Cónicas mediante la Transposición Didáctica 77

REFERENCIAS 139
ANEXOS 143
Anexo 1: Instrumento Cuestionario Estudiantes 144
Anexo 2: Instrumento Cuestionario Profesores 145
Anexo 3: Constancia de Confiabilidad 146
Anexo 4: Validación del Instrumento 149
Anexo 5: Consentimiento de Aplicación del Instrumento 152

LISTA DE CUADROS

N°		Pág.
1	Cuadro Técnico Metodológico……………………………..............	42
2	Distribución de la población………………………………………..	45
3	Matriz DOFA……..…………………………………………………	68
4	Estudio de los costos de la Capacitación Docente…………………..	71
5	Plan de Acción para la Capacitación…………………………………	72

LISTA DE TABLAS

N°		Pág.
1	Conocimiento de secciones cónicas………………………………….	51
2	Transposición didáctica en la enseñanza…………………………….	52
3	Guía de secciones cónicas…………………………………………….	54
4	Percepción del docente acerca del conocimiento de secciones cónicas del estudiante……………………………………………………………….	56
5	Métodos de transposición didáctica utilizados………………………	57
6	Guía para enseñar y aprender secciones cónicas…………………….	59

LISTA DE GRÁFICOS

N°		Pág.
1	Conocimiento de secciones cónicas…………………………………	51
2	Transposición didáctica en la enseñanza……………………………	53
3	Guía de secciones cónicas……………………………………………	55
4	Percepción del docente acerca del conocimiento de secciones cónicas del estudiante…………………………………………………………	56
5	Métodos de transposición didáctica utilizados………………………	58
6	Guía para enseñar y aprender secciones cónicas…………………….	60

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA COMO MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE SECCIONES CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 5° AÑO EN LA U.E.O.S. "MONSEÑOR JUAN BAUTISTA SCALABRINI"

Autora: Carolina Centeno
Tutor: Yorman Herrera
Año: 2019.

RESUMEN

El presente estudio tuvo como objetivo general proponer la transposición didáctica como mediación pedagógica en el aprendizaje del estudio de secciones cónicas, en estudiantes de 5° año "U" de Media Técnica en la Unidad Educativa Obra Social "Monseñor Juan Bautista Scalabrini". Por consiguiente, se sustentó en los fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática (Godino, Batanero y Font, 2004), la teoría antropológica de la educación matemática (D'Amore y Godino, 2007) y la teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard, debido que ambas se correlación en el aprendizaje y enseñanza de los conocimientos. La metodología abordada en la investigación se centra en el paradigma cuantitativo, con diseño de campo, descriptivo, no experimental, la cual se desarrolló bajo la modalidad de un proyecto factible. La población del estudio la conformaron los 32 estudiantes de 5° año y los 2 docentes de matemática y física; la muestra de tipo censal, quedó conformada por 34 sujetos (docentes y estudiantes), lo que equivale al 100% de la misma. Para la recolección de los datos, se utilizaron dos cuestionarios dicotómicos: uno para los estudiantes y uno para los docentes. Los datos obtenidos fueron analizados mediante la estadística descriptiva, con cuadros de frecuencia y gráficos circulares. Consecutivamente, se elaboraron los análisis respectivos. La autora concluyó que son pocas las estrategias que se utilizan en torno a la transposición didáctica en la enseñanza de las secciones cónicas, ya que esto se reflejó en las respuestas de los estudiantes y docentes, por lo que recomienda que se realice una Guía Teórico-Práctica para la Enseñanza y Aprendizaje de las Secciones Cónicas mediante la Transposición Didáctica.

Descriptores: Transposición Didáctica, Aprendizaje, Enseñanza, Secciones Cónicas.
Línea de investigación: Enseñanza y Aprendizaje en Educación Matemática.
Temática: Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática a nivel de bachillerato.
Sub-temática: Didáctica.

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DIDACTIC TRANSPOSITION AS A PEDAGOGICAL MEDIATION FOR THE LEARNING OF CONICAL SECTIONS IN THE 5TH YEAR STUDENTS IN THE U.E.O.S. "MONSTER JUAN BAUTISTA SCALABRINI"

Author: Carolina Centeno
Tutor: Yorman Herrera
Year: 2019.

ABSTRACT

The main objective of this study was to propose the didactic transposition as a pedagogical mediation in the learning of the study of conic sections, in students of the 5th year "U" of Technical Media in the Educational Unit Obra Social "Monseñor Juan Bautista Scalabrini". Therefore, it was based on the foundations of the teaching and learning of mathematics (Godino, Batanero and Font, 2004), the anthropological theory of mathematics education (D'Amore and Godino, 2007) and the theory of the didactic transposition of Yves Chevallard, because both are correlated in the learning and teaching of knowledge. The methodology addressed in the research focuses on the quantitative paradigm, with field design, descriptive, not experimental, which was developed under the modality of a feasible project. The study population was made up of the 32 5th grade students and the 2 mathematics and physics teachers; the sample of census type, was composed of 34 subjects (teachers and students), which is equivalent to 100% of it. For the data collection, two dichotomous questionnaires were used: one for the students and one for the teachers. The data obtained were analyzed using descriptive statistics, with frequency tables and pie charts. Consecutively, the respective analyzes were elaborated. The author concluded that there are few strategies that are used around the didactic transposition in the teaching of the conic sections, since this was reflected in the responses of the students and teachers, so it is recommended that a Theoretical Guide be carried out. Practice for the Teaching and Learning of the Conic Sections through the Didactic Transposition.

Descriptors: Teaching Transposition, Learning, Teaching, Conic Sections.
Research line: Teaching and Learning in Mathematics Education.
Thematic: Teaching and Learning of Mathematics at the baccalaureate level.
Sub-topic: Teaching.

INTRODUCCIÓN

La realidad alberga casi un 100% de la matemática en todo lo que se ve, se oye, se toca y se siente. Siempre hay una escala, un dato, un punto, una coordenada, una ecuación, un problema, una solución, un axioma. Tanto así que el astrónomo, físico, ingeniero, filósofo y matemático Galileo Galilei llegó a aseverar que "las matemáticas son el lenguaje en el que Dios escribió el Universo". En tal sentido, cuando el docente observa a su alrededor y enseña a los estudiantes a identificar figuras geométricas, cuando comparte con ellos un pastel y todos quieren partes iguales, cuando lleva el conteo de los puntos del equipo de fútbol favorito, se aprovecha de estas situaciones que llaman la atención a los jóvenes, es ahí el "momentum" para llevarlos más allá, de lo fácil a lo complejo.

Dentro de este contexto, el docente debe ser creativo, estimular la mente del pupilo, ayudar a cambiar de mentalidad, llevarlos del mundo de la espiral descendente al mundo de la posibilidad irradiadora como lo menciona Benjamin Zander en su libro *El mundo de las posibilidades*. Al enseñar matemática en particular, es necesario que haga énfasis en una base sólida. Debido a que esta constituye una materia muy secuencial que se fundamenta en lo que se haya aprendido anteriormente, es necesario que, antes de seguir adelante, tenga la certeza de que sus estudiantes comprendan los conceptos básicos. Puede enfatizar su aprendizaje y ayudarlos a monitorear su crecimiento mediante el uso eficaz de las tareas. Y, más que en muchas otras materias, en la matemática se debe encontrar la forma de incorporar la tecnología actual a las clases cotidianas.

Ante estas apreciaciones, se puede hablar de la transposición didáctica, la cual comprende las sucesivas transformaciones, rupturas, desplazamientos, distorsiones, que se producen en el conocimiento desde que es elaborado por la comunidad científica hasta su vehiculización institucionalizada como conocimiento escolar. La trasposición didáctica tiene por objeto de estudio el saber, en este caso, el saber matemático que tiene un lugar en el edificio matemático (saber sabio), que no es el mismo en el que se sitúa en la matemática escolar (saber enseñado). La distancia que hay entre ambos saberes, se produce por la serie de transformaciones que los hacen accesible a un determinado nivel. Estas transformaciones las estudia la Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard (1985).

Entonces, en un sentido restringido, la transposición didáctica designa el paso del saber sabio al saber enseñado. Pero la especificidad del tratamiento didáctico del saber puede comprenderse mejor a través de la confrontación de los dos términos, de la distancia que los separa, más allá de lo que los acerca e impone confrontarlos. El proceso de la transposición didáctica caracteriza un conjunto de mediaciones en el que es posible identificar niveles sucesivos: un primer nivel, identifica el proceso de selección y designación de ciertos aspectos del saber científico como contenidos susceptibles de formar parte del currículum escolar. Un segundo nivel, traduce el conjunto de transformaciones que se operan en el saber designado como contenido a enseñar cuando es objeto de transmisión en los procesos escolares de enseñanza y aprendizaje, convirtiéndose en objeto de enseñanza (Bronckart y Schneuwly, 2006).

Por lo tanto, los docentes de matemática tienen en sus manos una responsabilidad muy clara, hacer que ese saber que adquirieron durante su formación profesional sea transformado de manera tal, que los estudiantes puedan comprenderlo y a su vez, aprenderlo para poder llevarlo a la práctica. De allí que sea tan relevante el uso de la transposición didáctica en la enseñanza de los diferentes contenidos que conforman el área de matemática, más aún cuando se trata de estudiantes de 5° año, que ya deberían tener una base bastante amplia que les sirva de plataforma para complementar los nuevos saberes que van a adquirir, como, por ejemplo, las secciones cónicas y su implicación en la vida diaria.

En esta perspectiva, el propósito general del presente estudio, es investigar los conocimientos que poseen los estudiantes de 5° año de Media Técnica acerca de las secciones cónicas en la U.E.O.S “Monseñor Juan Bautista Scalabrini” y la percepción que tienen los docentes acerca de su metodología de enseñanza. Para ello, la estructura del mismo está organizada por medio de capítulos, tal como se describe a continuación:

Capítulo I: El Problema, en donde se presenta el planteamiento del problema, los objetivos de la investigación y la justificación.

Capítulo II: Marco Teórico, compuesto por los antecedentes de la investigación, el referente teórico y las bases teóricas.

Capítulo III: Marco Metodológico, que incluye la naturaleza de la investigación, la población y muestra, las técnicas e instrumentos de recolección de datos y la confiabilidad del instrumento.

Capítulo IV: Análisis e Interpretación de los Resultados, donde se presentan los análisis estadísticos de los datos recabados mediante tablas de frecuencia y gráficos circulares. Finalmente, se ofrecen las conclusiones y recomendaciones del estudio.

Capítulo V: La Propuesta, la cual presenta la solución al problema planteado por medio de una Guía Teórico-Práctica para la Enseñanza y Aprendizaje de las Secciones Cónicas mediante la Transposición Didáctica con las diferentes factibilidades y cálculos de costo – beneficio.

CAPÍTULO I
EL PROBLEMA

Planteamiento del Problema

En la actualidad, la globalización enfatiza, en el ámbito educativo a nivel mundial, por un lado, la importancia de contextualizar el saber producido y, por otro, la generación de nuevas estrategias de apropiación y aplicación del conocimiento; esta situación conlleva al estudiante a adquirir, generar y utilizar el conocimiento para atender las necesidades de su desarrollo y construir su propio futuro; sobre todo, al tener presente que las sociedades contemporáneas enfrentan el reto de adaptarse a procesos de cambios diversos.

Cabe señalar que esta adaptación es dinámica, esencialmente por el surgimiento de nuevas tendencias en la generación, difusión y utilización del conocimiento. Por lo que se requiere de nuevos patrones de enseñanza para que los jóvenes que se están formando tengan mejores oportunidades de ajustarse a este mundo tan cambiante en el que se desenvuelve la sociedad en estos momentos. La vida moderna reclama docentes que sean capaces de transformar su forma de enseñar para que los estudiantes aprendan a resolver los problemas de su cotidianidad desde una visión más acorde a la realidad que les toca vivir.

En tal sentido, desde tiempos remotos hasta la actualidad los problemas han recibido mayor o menor atención en educación, pero ha sido en los últimos 25 años cuando los educadores matemáticos han tomado más interés en incrementar la habilidad de los estudiantes para utilizar y aplicar el conocimiento matemático aprendido en la escuela en la resolución de problemas. Durante este periodo ha habido una ingente cantidad de investigaciones centradas en el aprendizaje de las matemáticas y en el empleo del conocimiento matemático para la resolución de problemas.

Es decir, la mayor parte de estas investigaciones han sido realizadas por psicólogos cognitivistas, que tratan de desarrollar una teoría del aprendizaje humano y la resolución de problemas, y por educadores matemáticos, que tratan de comprender la naturaleza de las interacciones cognitivas entre los estudiantes, el conocimiento matemático que estudian y los problemas que resuelven. Al respecto, la propuesta del filósofo Dewey (1933), citado por Castro (2002), en cuanto a la resolución de problemas como objeto de educación queda reflejada en el siguiente texto:

> Nadie puede decirle a otra persona cómo debe pensar... No obstante, es posible indicar y describir a grandes rasgos las distintas maneras en que los hombres piensan realmente. Algunas de ellas son mejores que otras... Quien comprenda cuáles son las mejores maneras de pensar y por qué son mejores, puede, si lo desea, modificar su propia manera de pensar para que resulte más eficaz (p. 21).

Es así como Dewey postula ya explícitamente que lo que él llamaría pensamiento *reflexivo,* interviene en la resolución de problemas y puede ser enseñado y aprendido. Por otra parte, la certeza de que no solo los procesos formales de pensamiento de los docentes median e influyen el proceso educativo, sino también sus contenidos implícitos y explícitos, ha dirigido la atención de los investigadores hacia la "necesidad de comprender mejor las características del conocimiento de los profesores en formación y en ejercicio" (Porlán y Rivero, 1998, p. 10) y a buscar una teoría alternativa sobre los contenidos escolares que tenga en cuenta que "para la determinación del conocimiento escolar hay que considerar la integración didáctica de diferentes formas de conocimiento y, más concretamente, el conocimiento cotidiano y el científico" (p. 17).

Desde esta perspectiva, los contenidos a los que se alude se refieren a amplios campos académicos con los que tiene, o ha tenido, que vérselas el profesor en la escuela, tales como la pedagogía, la didáctica, las disciplinas especificas e incluso la psicopedagogía. Son contenidos asociados a áreas del saber reconocidas tradicionalmente como disciplinas, pero que, si bien forman parte del acervo cultural necesario del maestro, no son propias del ejercicio de su hacer como trabajador o productor de una cultura profesional específica. Es decir, no lo identifican como productor de un conocimiento particular, sino más bien como reproductor o mediador del mismo.

Es por ello que, el conocimiento que mantiene el profesor se construye en interacción social, tiene un carácter contextualizado y se encuentra distribuido. Siendo así, no se entiende cómo el profesor realiza su práctica aislada de los procesos de producción de saberes y concebida al margen de la mediación o estructuración racional propia de su realidad inmediata. En este sentido, la enseñanza implica el desarrollo de un tipo particular de vínculo con el saber a enseñar; debe ser transformado para que cumpla un papel determinado en el proceso didáctico y luego trabajar con él.

Ante estas acotaciones se puede hacer mención de la teoría de la transposición didáctica como una herramienta que permite al docente transformar su saber sabio o erudito en saber enseñado a los estudiantes. La gran mayoría de los investigadores en didáctica están de acuerdo en atribuir la paternidad del concepto de transposición didáctica a Michel Verret (1975). Este autor sostiene que la didáctica se refiere a "la transmisión de aquellos que saben a aquellos que no saben. De aquellos que han aprendido a aquellos que aprenden" (p. 139).

A partir de entonces, se plantea la pregunta de la caracterización del tipo de saber transmitido. No se puede enseñar un objeto sin transformación: “Toda práctica de enseñanza de un objeto presupone, en efecto; la transformación previa de su objeto en objeto de enseñanza” (Verret, 1975, p. 140). La transmisión del saber debe autonomizarse con relación a la producción y la elaboración del saber: “en este trabajo de separación y de transposición, se instituye necesariamente una distancia entre la práctica de enseñanza, la práctica en la que el saber es enseñado, es decir, la práctica de transmisión y la práctica de invención” (p. 140).

Por consiguiente, esta transposición implica no solamente un trabajo de separación y de transformación, sino también de selección. La transmisión didáctica va en efecto a privilegiar el logro, la continuidad y la síntesis. Posteriormente, Yves Chevallard va a retomar por cuenta propia esta idea de transposición didáctica, en una obra del mismo nombre, cuya primera edición data de 1985. Este autor se va interesar, en su primera obra de didáctica de las matemáticas (1985), en el juego que se lleva a cabo entre un docente, los estudiantes y un saber matemático. Estos tres lugares forman lo que él llama un sistema didáctico y la relación ternaria, que existe entre estos tres polos, es calificada por su autor como relación didáctica.

Ahora bien, el autor insiste en la importancia de un término y de una relación a menudo olvidada en la didáctica: el saber y la relación con el saber. El concepto de transposición didáctica remite entonces al paso del saber sabio al saber enseñado y luego a la obligatoria distancia que los separa. Hay de esta forma transposición didáctica (en el sentido restringido) cuando los elementos del saber pasan al saber enseñado. Chevallard indica en particular, que la transposición didáctica remite a la idea de una reconstrucción en las condiciones ecológicas del saber. Para ilustrar esta idea, él se vale de un ejemplo de transposición como el que sucede de una pieza musical del violín al piano: es la misma pieza, es la misma música, pero ella está escrita de manera diferente para poder ser interpretada con otro instrumento.

A tal efecto, el concepto de transposición didáctica de Chevallard implica un proceso manipulativo con el saber en direcciones definidas y con fines determinados; por lo que se corresponde con los términos del concepto trabajo, implicando una ampliación del mismo. Esta apertura de la enseñanza hacia el trabajo con el saber, en tanto objeto de la cultura, se hace visible a partir de la idea de transposición didáctica de Chevallard. La transposición didáctica es un proceso y no una práctica individual. Para describir este proceso es necesario distinguir el movimiento que lleva de un saber —en tanto objeto producido por la cultura— a un saber a enseñar, del que transforma este saber a enseñar en un saber enseñado en un nivel de diseño, por un lado, y en el de ejecución, por otro.

Al trasluz de los comentarios anteriores, es menester conocer la realidad de la enseñanza de la matemática en las instituciones educativas venezolanas en la actualidad a nivel de bachillerato, ya que, en la mayoría de los casos, los métodos de enseñanza siguen siendo los que tradicionalmente se aplican desde tiempos inmemoriales. Las estrategias que se utilizan para desarrollar el proceso didáctico en el que los estudiantes adquieren los conocimientos en la interacción con el docente dejan en evidencia que existe poca creatividad y motivación. Es reducido el número de profesores que relacionan la enseñanza de la matemática con el contexto en el que se desenvuelven, limitando así a los estudiantes para que puedan sacar su máximo potencial durante su aprendizaje.

Por otra parte, la comunicación didáctica empleada por el docente para transmitir el saber sabio a los estudiantes en el área de matemática, generalmente resulta de difícil comprensión para la mayoría de ellos, lo cual se puede comprobar al hacer una revisión de los resultados académicos al final de cada año escolar, en donde se aprecia una elevada cantidad de reprobados o aprobados con la mínima nota aprobatoria (10 puntos). Esta situación se repite en casi todas las instituciones de educación secundaria a nivel nacional, desde 1° a 5° año, lo que deja ver que el nivel de comprensión de la matemática es mínimo, pues el número de aprobados en esta materia es muy desigual, demostrando que solo unos pocos estudiantes logran aprender con la mediación pedagógica empleada hasta ahora por estos docentes.

De igual manera sucede con la enseñanza de la geometría, la cual se relaciona directamente con la realidad circundante y que no es aprovechada adecuadamente al momento de su enseñanza, como es el caso de las secciones cónicas, que son estudiadas desde una perspectiva netamente numérica sin tomar en cuenta el desarrollo del pensamiento espacial que se efectúa al considerar que en el entorno se pueden hallar muchos ejemplos y problemas a resolver partiendo de la realidad. Esto da como resultado que los estudiantes no sean capaces de llevar a la vida cotidiana el uso de las cónicas y el cálculo de sus partes.

Por su parte, en el Estado Carabobo, la situación es muy similar al resto del país. Muchos estudiantes presentan debilidad en el área de matemática y geometría, siendo uno de los casos más resaltantes el grupo de 5° "U" de Media Técnica en la Unidad Educativa Obra Social "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", pues mediante información suministrada por el Departamento de Control de Estudio, se pudo conocer que esta refleja un alto nivel de desaciertos y bajo rendimiento con respecto al contenido de secciones cónicas, con un 88% de reprobados, siendo esto un indicativo del poco conocimiento y dominio de esta temática.

Cabe resaltar que, por la cantidad de reprobados, se aplicó el artículo 112 del Reglamento de la Ley Orgánica de Educación (LOE, 2009), donde se expone que: "Cuando el treinta por ciento (30%) o más de los estudiantes no alcanzare la calificación mínima aprobatoria en las evaluaciones (…) se aplicará a los interesados (…) una segunda forma de evaluación similar, sobre los mismos objetivos, contenidos y competencias (…)", pero no se logró que el grupo de estudiantes aprobara la mencionada evaluación.

En tal sentido, se observó que el 67% de estos estudiantes no obtuvieron resultados significativos, probablemente debido a la estrategia metodológica aplicada por el docente para la recuperación de la evaluación, quien parte de una educación tradicionalista, con una reducida visión a nuevas tecnologías de cambio que le permitan al estudiante explorar y crear sus propios criterios con respecto al pensamiento matemático y lograr así un aprendizaje significativo. Lo que, de alguna manera podría haber incidido en el fracaso de esta segunda evaluación, ya que no se empleó la transposición didáctica como mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas ni para el diseño de las estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Todo lo planteado en esta breve exposición conlleva a preguntarse lo siguiente:

¿Cuáles serán los conocimientos que poseen los estudiantes de 5° año de Media Técnica acerca de la transposición didáctica en torno al aprendizaje de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini"?

¿Cómo estarán desarrollando el proceso de transposición didáctica los docentes de 5° año de Media Técnica en su mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini"?

¿Será necesaria la transposición didáctica como mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas en los estudiantes de 5° año de Media Técnica de la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini"?

Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Proponer la transposición didáctica como mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini" dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica.

Objetivos Específicos

Identificar los conocimientos que poseen los estudiantes de 5° año de Media Técnica acerca de la transposición didáctica en torno al aprendizaje de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini".

Caracterizar la forma en que desarrollan el proceso de transposición didáctica los docentes de 5° año de Media Técnica en su mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini".

Diseñar una guía teórico-práctica para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica como mediación pedagógica dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini".

Justificación

La responsabilidad fundamental que tienen los docentes es formar y guiar a los estudiantes y a su vez, prepararse de forma permanente. Por tal motivo, los docentes del área de matemáticas deben poseer un alto conocimiento, así como el uso y dominio apropiado de estrategias didácticas para la enseñanza y aprendizaje del conocimiento que imparte. Por lo tanto, se hace necesario que se adentre en la transformación de sus saberes y la forma como deben abordarse para lograr el conocimiento científico y posteriormente, recontextualizarlo para adaptarlo a la realidad de los estudiantes.

A tal efecto, esta investigación aborda el tema de la transposición didáctica, desde la necesidad de reconocer cómo se están fundamentando y constituyendo las prácticas de enseñanza de la matemática y la geometría en relación a los saberes disciplinares que influyen en su configuración, desde dónde se propone que la validez de su objeto de estudio radica en comprender cómo se relaciona con las diferentes disciplinas y en especial, con la realidad que circunda tanto al estudiante como al docente.

En este sentido, se aborda el problema de la compleja relación entre teoría y práctica, con el propósito de profundizar sobre el cómo se configuran las prácticas de enseñanza de la matemática y por qué los maestros hacen lo que hacen en sus aulas de clase, reconociendo las intenciones, concepciones y los fundamentos conceptuales y disciplinares, que implícita o explícitamente hacen parte de estas. Así, cobra relevancia al cuestionar qué tan consientes son los docentes de los fundamentos teóricos cuando están configurando sus prácticas de una forma específica.

Desde este panorama se busca comprender el proceso de trasposición didáctica realizado por los docentes para llevar a término la secuencia didáctica, además de reconocer los saberes disciplinares que posibilitan la configuración didáctica de una práctica de enseñanza de la geometría que se configura de esa forma específica y no de otra, a través de la identificación de la distancia que hay entre el objeto de conocimiento disciplinar que existe fuera del ámbito escolar y el objeto realmente enseñado.

En otro orden de ideas, esta investigación se justifica desde el punto de vista práctico, al ofrecer una posible solución al problema planteado desde una óptica metodológica y con posibilidades de ser puesta en práctica en el ámbito educativo. Igualmente, en el aspecto referencial, presenta los aspectos teóricos más relevantes que sustentan la investigación al igual que los diferentes enfoques de aplicación de la transposición didáctica en la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas, lo que permite realizar un análisis profundo de la situación abordada en la institución del estudio para producir nuevos aportes acerca de este tema poco valorado en la praxis docente.

Con respecto a su alcance, la investigación representa un aporte significativo en relación a la incorporación de la transposición didáctica como herramienta de mediación pedagógica para la comprensión de las secciones cónicas en el área de matemática. Metodológicamente, se justifica porque es un estudio desarrollado dentro del método científico para producir nuevos conocimientos sobre un área específica como lo es la transposición didáctica en la enseñanza de la matemática, pues gracias a su aplicación metódica, tiene validez científica.

En relación al aspecto profesional, el estudio permitirá a la investigadora, aplicar los conocimientos que ha ido adquiriendo a lo largo de su formación académica, facilitándole así poner en práctica las diferentes teorías estudiadas y desarrolladas, para dejar un aporte académico a futuras investigaciones relacionadas con el tema aquí tratado.

Por último, en cuanto a la línea de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de la Educación Matemática, proporciona la posibilidad de estudiar aspectos relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como los fundamentos que sustentan el uso de transposición didáctica en la educación y en propiciar una nueva visión de los estudiantes hacia el aprendizaje de esta área.

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

En el marco teórico se presentan las bases de las diversas teorías y conceptos relativos que anteceden a esta investigación, donde se generaron una serie de revisiones bibliográficas que orientaron el sentido del presente estudio. Asimismo, se expondrá las bases teóricas a partir de la postura de la transposición didáctica determinada por Yves Chevallard. Por consiguiente, Arias (2012), explica que el marco teórico: "es el producto de la revisión documental bibliográfica, y consiste en una recopilación de ideas, posturas de autores, conceptos y definiciones, que sirven de base a la investigación por realizar" (p. 106).

Antecedentes

La investigación requiere de fuentes de información, ya sean primarias o secundarias. En este caso se refieren a datos secundarios, ya que, se trata de trabajos previos relacionados con el tema de estudio, los cuales aportan una referencia estratégica y metodología importante para el estudio. Posteriormente, a través de las diferentes investigaciones consultadas se encontraron estudios que proporcionan información relevante con el tema de investigación y que se pueden considerar aportes en referencia a éste, incluso cuando se trata de investigaciones de un enfoque muy similar.

Inicialmente puede mencionarse a Celemín (2017), con su trabajo de investigación Transposición didáctica de los conceptos de análisis combinatorio y probabilidad, en Educación Básica y Media de la Institución Educativa Francisco José de Caldas de Santa Rosa de Cabal, Risaralda Año 2016, el estudio tuvo como objetivo analizar la Transposición Didáctica que se hace de los conceptos de análisis combinatorio y probabilidad, en la Educación Básica secundaria y Media en la

Institución Educativa Francisco José de Caldas del Municipio de Santa Rosa de Cabal, Risaralda.

El tipo de investigación implementada fue la mixta, cuyo propósito es determinar aquellos factores que inciden en la transposición didáctica de los conceptos de análisis combinatorio y probabilidad, en el proceso de enseñanza. Esta metodología busca conocer situaciones y actitudes predominantes a través de la descripción de las actividades y métodos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, para ello se utilizaron técnicas estadísticas cuantitativas y cualitativas.

Este autor concluyó que el nivel de conocimiento de los estudiantes en temas de técnicas de conteo y probabilidad es bastante deficiente sin importar el grado que cursan. Observándose problemas de apropiación de los conceptos de probabilidad y técnicas de conteo, el uso inadecuado de la terminología, la falta de comprensión de término abstractos, deficiencias en capacidades operativas y de cálculo, dificultad para aplicar los conceptos de probabilidad y técnicas de conteo en la solución de problemas de contexto.

Se utiliza este trabajo como antecedente, en vista de la relación que tiene con la presente investigación, pues plantea que para enseñar contenidos específicos como técnicas de conteo y probabilidad, capacidades operativas y de cálculo, hace falta algo más que un simple concepto, pues se necesita de estrategias innovadoras permanentes que permitan captar la motivación, atención del estudiante, para que así puedan comprender esta temática, así como también promover el pensamiento lógico matemático. Por lo tanto, su aporte es teórico y metodológico.

Asimismo, Gualdrón (2016), presentó una investigación que lleva por nombre Propuesta metodológica para la enseñanza de secciones cónicas en el grado décimo de la institución educativa Villas de San Ignacio de Bucaramanga, en la Universidad

Nacional de Colombia, la cual tuvo como propósito central, lograr que los estudiantes alcancen los tres primeros niveles de razonamiento que proponen los esposos Van Hiele y además, intentar mostrar una forma de enseñar las secciones cónicas en un ambiente didáctico que se basa en que el discente aprenda haciendo. Por ello, se presentan actividades para que el estudiante explore y descubra características de las figuras que él construirá y, en diálogo con sus compañeros y el docente, construya su propio conocimiento.

Para lograr este proceso se implementó como referente teórico el modelo de Van-Hiele el cual se caracteriza al tener dos secciones, una de las cuales es descriptiva, en ella se observan niveles de razonamiento en los cuales el estudiante aumenta su capacidad de razonamiento matemático, para avanzar en cada uno de ellos. La otra parte nos da a los maestros las pautas para que nuestros estudiantes avancen de un nivel a otro, estas pautas se conocen como Fases de Aprendizaje.

Dicha investigación es de carácter cualitativo, con un diseño descriptivo. Asimismo, los sujetos objeto de estudio estuvieron representados por 18 estudiantes cuyas edades oscilaban entre 14 y 18 años, los cuales no tenían conocimientos previos sobre las cónicas. De acuerdo a los hallazgos encontrados, el investigador pudo concluir que esta propuesta didáctica permite destacar que el modelo de Van Hiele aplicado en la enseñanza de las secciones cónicas le permite al estudiante efectuar un aprendizaje por medio de experiencias que previamente han sido construidas y revisadas por el docente para garantizar que los estudiantes con buena comprensión sobre la temática fortalezcan y continúen potenciando su conocimiento y, a su vez, facilite la comprensión de los elementos geométricos a los estudiantes que tienen dificultades en el aprendizaje de la Trigonometría.

Puede decirse que este estudio sirve de sustento a la investigación porque ofrece aporte teórico en relación a los contenidos abordados en torno a las secciones cónicas y la manera en que se da el proceso de enseñanza y aprendizaje utilizando una metodología basada en experiencias. De igual modo, ofrece una propuesta de enseñanza para facilitar el aprendizaje trigonométrico, permitiendo a la investigadora comprender en mayor profundidad la aplicabilidad de esta teoría en la actividad práctica.

De igual manera, se presenta el trabajo realizado por Flores (2015), titulado Diseño instruccional para el aprendizaje de las secciones cónicas de los estudiantes del sexto semestre de Geometría II de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. Su objetivo fue realizar un diseño instruccional para el aprendizaje de las secciones cónicas de los estudiantes del sexto semestre de Geometría II, utilizando los cambios de registros algebraicos a geométricos y viceversa.

El estudio se fundamenta en la Teoría de Raymond Duval (1988). La metodología, se enmarcó en la modalidad de proyecto factible, con diseño descriptivo y de campo. Se realizó dicha investigación con una muestra de 13 estudiantes los cuales representan un 72% del total de la población de estudio. La confiabilidad del instrumento aplicado logró un coeficiente de 0,92. El instrumento de recolección de datos se encuentra organizado de forma cerrada y por selección de 4 opciones de respuesta. Las conclusiones apuntan que se evidencia la problemática y las razones para la construcción del diseño instruccional el cual está constituido por sesiones de contenido y cada sesión contempla los indicadores necesarios para lograr el avance paulatino en la comprensión de cada cónica.

Como puede observarse, esta investigación guarda una relación estrecha con el presente estudio en virtud de que ofrece aportes relevantes en cuanto a la contextualización de las secciones cónicas, permitiendo así sustentar dicho estudio de manera rigurosa y satisfactoria. Además, proporciona información con respecto a la metodología enmarcada en la modalidad de proyecto factible, con diseño descriptivo y de campo, donde permitirá la orientación adecuada hacia la construcción del presente estudio.

Por su parte, Linares (2015), quien realizó una investigación denominada: Transposición didáctica: saberes disciplinares que fundamentan conceptualmente la configuración didáctica de una práctica de enseñanza de la lengua en Educación Básica Primaria, la cual tuvo como objetivo indagar los saberes que fundamentan conceptualmente la práctica de enseñanza de la lengua “de la lectura a la escritura de un dialogo ficcional”, su proceso de configuración a partir del análisis de la transformación del saber, pasando de los saberes disciplinares a los saberes seleccionados para ser enseñados, posteriormente los saberes sobre la enseñanza y finalmente los saberes didácticos, reconociendo los actores que realizan este trabajo sobre el saber.

Para ahondar en el planteamiento de esta investigación en el marco de la teoría fundamentada, se realiza un estudio de caso tomando como unidad de estudio una práctica de enseñanza sistematizada en el módulo *Viaje al Centro de la escritura. Apuntes para la transformación de los maestros*, donde a través de un proceso inductivo, se hizo el reconocimiento de los enunciados y los saberes construidos por los actores que aportaron a la construcción de la práctica de enseñanza, a través de la recolección, análisis y triangulación de los datos, que permitieron comprender las transformaciones y re-contextualizaciones del saber.

Finalmente, el análisis se realizó desde dos categorías conceptuales que emergieron del proceso de codificación estas son: “narrativa y andamiaje”, las cuales abarcan características fundamentales de la práctica asociadas a un saber disciplinar específico, en relación al saber didáctico del qué se enseña y el cómo se enseña, evidenciando la consistencia didáctica, que se construye en las prácticas de enseñanza al actualizar constantemente el saber didáctico con los aportes del saber disciplinar.

Tal como se reseña, el presente estudio ofrece información de manera pertinente, debido que es un análisis de la práctica asociadas a un saber disciplinar específico como la lengua, con el objetivo de que el aprendiz consolide los conocimientos de forma significativa. Además, busca minimizar las carencias del estudiante adentrándose de una forma considerable mediante la transposición didáctica que es un proceso de transformación de un saber científico en un saber para enseñar y así inducirlo a que alcance un apego notable a dicha disciplina. Lo cual es una de las metas que se espera lograr con la investigación en curso.

Referente Teórico

Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard

La transposición didáctica es el proceso de transformación de un saber científico en un saber para enseñar, y es así que en las últimas décadas se vuelve un proceso importante dentro de la educación, sobre todo en la educación matemática, puesto que se manifiesta de manera trascendente al ver la necesidad de enseñar la disciplina de una manera más comprensible para la comunidad estudiantil. Es de este modo que el desarrollo del concepto hace que una disciplina se despliegue y que forme parte significativa de la educación matemática, es de esta manera que la didáctica de la matemática alcanza su apogeo como disciplina notable en la enseñanza de esta ciencia.

En este orden de ideas, la transposición didáctica, concepto principal de la teoría, se comprende desde la propuesta desarrollada por Chevallard, en tanto esta es reconocida como la más consistente al "permitir el estudio de los procesos donde hay intencionalidad de enseñar un determinado saber” (Perafán, 2004, p. 89), siendo la teoría antropológica y epistemológica, a partir de la cual se explican los diferentes elementos que permiten comprender lo que ocurre en los procesos transpositivos, a través del trabajo sobre los saberes disciplinares, y que logra exponer cómo el saber pasa de los escenarios científicos hasta los sistemas escolares, determinando los saberes enseñados y los saberes aprendidos.

¿Saber erudito o saber enseñado? El sistema didáctico está constituido por el docente, el estudiante y el saber, previo al trabajo realizado por Chevallard (1980), los análisis teóricos sobre el sistema didáctico se enfocaban en las interacciones únicamente entre el docente y el estudiante. Es a partir de dichas investigaciones realizadas por Chevallard y posteriormente por investigadores de la Escuela Francesa, que el saber se constituye en un objeto de análisis como un nuevo integrante del sistema. De acuerdo, con la teoría la transposición didáctica es:

> (…) un contenido del saber sabio que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza. El ‘trabajo’ que un objeto de saber a enseñar hace para transformarlo en un objeto de enseñanza se llama transposición didáctica (Chevallard, 1985, p. 39).

La teoría de la transposición didáctica coloca en evidencia la legitimación de los contenidos de la enseñanza y como punto fundamental, la diferencia entre el saber enseñado y el saber erudito que lo legitima, diferencia llevada a cabo a través de dos transposiciones: una externa y una interna. Chevallard distingue también la transposición didáctica “stricto sensu” de la transposición didáctica “sensu lato”. La primera concierne “al paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto del saber" (1985, p. 39). La segunda, puede ser, representada por el esquema:

Transposición Externa e Interna

Objeto de saber → **Objeto a enseñar** → **Objeto de enseñanza**

Transposición externa   Transposición interna

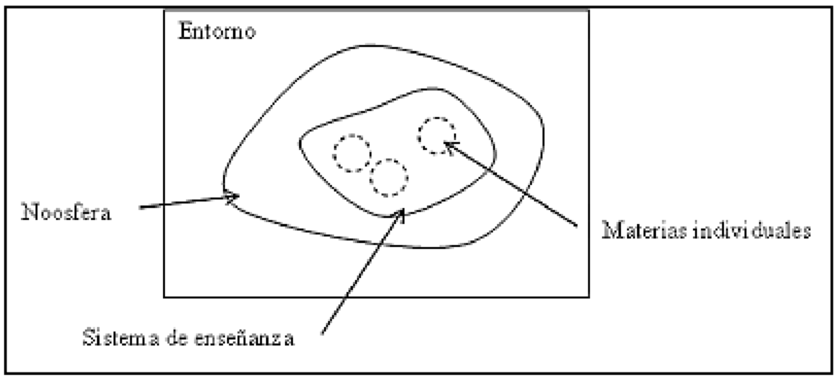
Chevallard (1980)

La transposición externa es aquella que se efectúa del saber sabio al saber a enseñar, define el saber a enseñar como aquellos contenidos que figuran en el currículo del sistema educativo, luego la transposición interna, que consiste en los cambios sufridos por el saber a enseñar al convertirse en saber enseñado, en esta transposición participa directamente el docente.

Chevallard (1980), presupone una clara diferencia necesaria entre el saber científico o erudito y el saber que forma parte del sistema didáctico, en donde la legitimidad de éste último depende de la relación que establezca desde el punto intermedio entre el saber de los académicos (saber sabio) y el saber banalizado que forma parte de la cultura y en específico, de los padres de familia. De esta forma, ¿Cómo se puede lograr un punto intermedio entre ambos saberes?

Es evidente la necesidad de una transposición de un saber erudito a un saber a enseñar, puesto que los objetos a enseñar deben corresponder a una selección del conjunto de saberes eruditos para hacerlos corresponder con las exigencias de una sociedad. Esta correspondencia debe hacerse también con el desarrollo tecnológico social, con el sistema educativo establecido, con la formación que tengan los profesores y acorde a una epistemología dominante.

Ahora bien, ¿quiénes se ven vinculados en esta selección? Chevallard (1980) define una estructura que debería ser la responsable de efectuar dicha selección y por ende, la transposición correspondiente, denominada “noosfera” y presenta el siguiente esquema:



Chevallard (1980)

En la noosfera participan o deben participar asociaciones de especialistas en la disciplina, comisiones sobre la enseñanza, administraciones educativas, es decir, deben intervenir especialistas en matemática, en la enseñanza de esta disciplina, psicólogos, pedagogos, entre otro; es por ello que Chevallard (1980), la define como:

> (…) el conjunto de lugares o instancias donde se llevan a cabo las negociaciones, donde se establecen los cambios entre el sistema educativo y su entorno, es en ella donde deben proporcionarse soluciones provisorias a los problemas que se presentan en las distintas ternas didácticas con el objetivo de converger al proyecto social definido (p. 42).

En tal sentido, Chevallard (1991) describe cómo la transposición didáctica ocurre cuando un contenido del saber sabido que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces “un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza; es así, como el trabajo que un objeto de saber a enseñar hace para transformarlo en un objeto de enseñanza se llama transposición didáctica" (p. 45), lo que supone una distancia obligatoria entre estos dos saberes, en tanto "para que la enseñanza de un determinado elemento de saber sea meramente posible, ese elemento deberá haber sufrido ciertas deformaciones, que lo harán apto para ser enseñado" (Chevallard, 1991, p. 16).

¿Por qué la transposición didáctica? Cada año al momento del inicio escolar, se forma un nuevo sistema didáctico constituido por los tres sitios antes descritos: el saber, el docente y el alumno. Alrededor del programa (que va entonces a designar el saber a enseñar) un nuevo contrato didáctico se renueva anualmente entre un docente y sus alumnos. Pero este sistema didáctico inmerso también en un ambiente, constituido especialmente por el sistema de enseñanza, este mismo insertado en un sistema más amplio todavía: la sociedad (padres, mundo político, medios de comunicación, "sabios", etc.).

El sistema didáctico situado en el seno de un sistema de enseñanza debe entonces confrontarse regularmente al debate social. Esta confrontación se hace por la intermediación de una cierta categoría de individuos que van a enfrentarse "a los problemas que nacen del encuentro con la sociedad y sus exigencias" (Chevallard, 1985, p. 23).

De tal forma, que el funcionamiento de la didáctica es muy distinto del funcionamiento académico. No todo conocimiento científico es apto para trasmitirse directamente, en realidad, casi ninguno lo es. Esto se debe a diversas razones, las cuales son las siguientes: No existe una base de conocimientos de esa área o áreas afines necesarias para comprender correctamente el alcance de los nuevos datos. Por consiguiente, no hay tiempo ni posibilidad intelectual para enseñar todos esos conocimientos de base. Por último, falta de interés por ese conocimiento científico dentro del ámbito de conocimientos del estudiante.

Igualmente, plantea la necesidad de la transposición en tanto el funcionamiento didáctico del saber es distinto del funcionamiento académico, en este sentido, parafraseando a Chevallard (1991) solo se hace posible la transposición didáctica en las situaciones donde se produce una verdadera didáctica del objeto, a través de situaciones de creaciones didácticas de objetos (de saber y de enseñanza a la vez) que se hacen "necesarias" por la exigencia del funcionamiento didáctico (p. 46), sin embargo, estas transformaciones del saber se enmarcan desde un sistema social, puesto que "todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de contenidos de saberes como contenidos a enseñar" (Chevallard, 1991, p. 45), donde los saberes a enseñar se legitiman por la relación con el saber sabio y por su pertinencia con el campo social.

¿Existe la transposición didáctica o la vigilancia epistemológica? Se puede considerar la existencia de una transposición didáctica, como proceso de conjunto, como situaciones de creaciones didácticas de objetos (de saber y de enseñanza a la vez) que se hacen necesarias para las exigencias del funcionamiento didáctico. Por lo tanto, el conocimiento académico no es estático, como ya se ha visto. Esto obliga por lo tanto a que el sistema de enseñanza tampoco pueda permanecer impasible. Se debe establecer la denominada vigilancia epistemológica, que controla la separación, la distancia y el rumbo seguido entre el saber académico y el saber enseñable.

De tal manera, que hay conocimientos que caducan, se vuelven anticuados u obsoletos. Otros nuevos conocimientos ocupan su lugar, pero el docente siempre debe cuestionarse las preguntas siguientes: ¿Qué es lo que realmente se pretende enseñar?, ¿Qué es lo que representa lo que se ha enseñado efectivamente?, ¿Coinciden ambos objetos?, ¿Es eso lo que se pretendía? es decir, ¿se han cumplido los objetivos?; esta duda metódica permite la revisión continúa, evita la aparición de dogmatismos, la momificación del conocimiento enseñable y toda clase de deformaciones que perjudicarían la calidad de la enseñanza.

¿Es buena o mala la transposición didáctica? El principio de la vigilancia en la transposición didáctica es una de las condiciones que determinan la posibilidad de un análisis científico del sistema didáctico, pero al mismo tiempo, ese principio lleva dentro de sí el límite de receptibilidad, por parte del sistema de enseñanza y sus agentes, en primerísimo lugar los docentes, de los análisis que dicho principio permite producir.

En efecto, su eficacia particular consiste en iluminar la diferencia allí donde se halla negada por el docente, en cuestionar la identidad espontáneamente supuesta, para hacer aparecer la inadecuación cuya evidencia enmascara. El docente no percibe espontáneamente la transposición, por lo menos no le concede especial atención, pues como señala Chevallard (1978):

> El docente en su clase, el que elabora los programas, el que hace los manuales, cada uno en su ámbito, instituye una norma didáctica que tiende a construir un objeto de enseñanza distinto del objeto al que da lugar. De ese modo, ejercen su normatividad, sin asumir la responsabilidad epistemológica de ese poder creador de normas. Si esperan, a veces, la aprobación; y ajeno a su lógica interna (p. 4).

Como puede observarse, esta apreciación es considerada posteriormente o puede acompañar a dicha lógica, pero raramente se integra a ella, por imposibilidad de tomarla en cuenta en sus implicaciones epistemológicas. Posee valor estético o moral, interviene en la recepción social del proyecto. No informa de ello a la estructura ni a los contenidos sino de una manera mimética y en un intento de acreditarlos frente a los poderes institucionalmente investidos.

Por consiguiente, en la vigilancia epistemológica, puede verse a raíz de lo anterior como negativa o estéril, en tanto el didacta se presenta como un inquisidor de la labor efectuada por el docente al transponer el saber a enseñar, con el agravante que quien efectúa este análisis está en la posición de objetar, pero no da ningún aporte a su *víctima,* es decir, el profesor. Según este tipo de análisis didáctico, la transposición es percibida como algo malo, con una reacción pesimista por parte del docente.

Además, lo que realmente se busca es una adecuada transposición didáctica, en la cual la vigilancia epistemológica le imponga al enseñante cierta reserva respecto de los saberes que desea enseñar y para los cuales no existe una transposición didáctica satisfactoria. Así, bajo esta visión optimista de la transposición, lo que se pretende es generar precisamente *buenas* transposiciones de los saberes en correspondencia con las demandas didácticas de la sociedad.

De acuerdo con la teoría planteada por Chevallard, se evidencia que los docentes de matemática de la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", no han consolidado las definiciones de manera pertinente, de tal manera que cuando sean transmitidas al aprendiz, este pueda tener un aprendizaje significativo. Así, en la enseñanza de los contenidos matemáticos, específicamente los referidos al tema de secciones cónicas, sería primordial que los docentes muestren a los estudiantes una geometría aplicada a su contexto, a problemas reales, en los cuales los estudiantes se vean sumergidos en su vivir diario, es decir, en situaciones de su cotidianidad donde encontrarían las cónicas (Circunferencia, Elipse, Parábola, Hipérbola).

Bases Teóricas

Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática

Una concepción actual de la educación es la que considera al alumno como su eje más importante, atribuyéndose al profesor el papel de guía o conductor del aprendizaje. El profesor precisará detectar las dificultades que existen en dicho aprendizaje, mediante una observación minuciosa y atenta, adoptar una disposición abierta y flexible, para rectificar el camino emprendido, si fuera necesario, y estimular mediante una motivación adecuada, los pasos para que el alumno desarrolle sus propias capacidades. Es por ello que debe conocer los fines que sustentan a la educación y particularmente los fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática para poder desarrollar una praxis acorde a las necesidades de los nuevos tiempos.

De acuerdo con Jerez (2012): "La finalidad de la educación es, evidentemente, la formación integral del alumno, que se logra mediante el desarrollo de aptitudes. Ello se debe de implicar un desenvolvimiento de su personalidad, tanto desde un plano individual, como en cuanto a su integración en la sociedad" (s/n). Es decir, con esta visión hay que fomentar no sólo el cultivo de sus facultades intelectuales, sino el desarrollo de aspectos de incidencia social, así como el lenguaje, el cálculo, etc., que configuran su sentido utilitario. Dos son pues los fines de la educación: formativo y utilitario o instructivo.

Fines de la Enseñanza Matemática

En la enseñanza de las matemáticas se fomentan distintas formas de actividad, tales como buscar analogías y diferencias, realizar conjeturas, elaborar estrategias, utilizar algoritmos, etc. También es innegable que el aprendizaje presupone la adquisición de un conjunto de instrumentos poderosos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla. Asimismo, es evidente que las matemáticas suministran una valiosa herramienta para poder abordar otras materias, por lo que asume el carácter de ciencia básica; ello porque posee conocimientos mínimos para estudiar física, química, biología, economía, etc.

Para poder hacer uso de las matemáticas, además de tener unos conocimientos, se precisa saber utilizarlos en una situación concreta. Lo primero se adquiere mediante una enseñanza de tipo instructivo, pero para conseguir lo segundo, es necesario que el aprendizaje de esos conceptos haya tenido lugar dentro de un proceso formativo en el que hayan intervenido la observación, la formulación de hipótesis, realización de conjeturas, etc.

En opinión de Jerez (2012), la finalidad formativa: Tiene un valor formativo como enseñanza disciplinadora de la inteligencia, debido a:

a. El aspecto cualitativo de razonamiento matemático
b. El aspecto cuantitativo de las matemáticas
c. Desarrollo de la imaginación y la creatividad
d. Uso del lenguaje con precisión y claridad
e. Originalidad
f. Componente estética
g. Valoración positiva del esfuerzo humano

En cuanto a la finalidad utilitaria: El aprendizaje de las matemáticas pueden servir para su utilización en otras materias y en la vida cotidiana. En tanto que la finalidad instrumental: implica que la matemática es una herramienta mediante la cual se ha estructurado y se ha llegado a la perfección actual, no tan sólo de la física, química, ciencias de la naturaleza y tecnología, sino también aplicable a la economía y otras ciencias sociales. La finalidad práctica: Ha sido resaltada la utilización de la matemática y de sus métodos de trabajo en la vida cotidiana.

Perspectiva educativa de la Matemática

En cuanto a las concepciones referidas hacia la matemática, han surgido diversas opiniones y creencias sobre la misma, su actividad y capacidad para aprenderlas. Pudiera parecer que esta discusión está muy alejada de los intereses prácticos del profesor, interesado fundamentalmente por cómo hacer más efectiva la enseñanza de las matemáticas en sus estudiantes. La preocupación sobre qué es un cierto conocimiento, forma parte de la epistemología o teoría del conocimiento, una de las ramas de la filosofía.

Sin embargo, las creencias sobre la naturaleza de la matemática son un factor que condiciona la actuación de los profesores en la clase, como razonamos a continuación. En tal sentido, Godino, Batanero y Font (2003), reflexionan acerca de "¿Cómo podemos mostrar lo que es un círculo u otro objeto matemático? La mejor forma sería enseñar sus definiciones y propiedades, esto es lo que este profesor consideraría *saber matemática*" (p. 35). Es decir, las aplicaciones de los conceptos o la resolución de problemas matemáticos serían secundarias para este profesor. Éstas se tratarían después de que el estudiante hubiera aprendido las matemáticas.

Por otro lado, la historia de la matemática muestra que las definiciones, propiedades y teoremas enunciados por matemáticos famosos también son falibles y están sujetos a evolución. De manera análoga, el aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los estudiantes tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores. Esta es la posición de las teorías psicológicas constructivistas sobre el aprendizaje de las matemáticas, las cuales se basan a su vez en la visión filosófica sobre la matemática conocida como constructivismo social (Godino y otros, 2003).

Concepción constructivista de la Matemática

Por diversas concepciones algunos profesores de matemática consideran que debe haber una estrecha relación entre la matemática y sus aplicaciones a lo largo de todo el currículo. Además, es importante mostrar a los estudiantes la necesidad de cada parte de esta asignatura antes de que sea presentada. Los estudiantes deberían ser capaces de ver cómo cada parte de ella satisface una cierta necesidad.

En tal sentido, se puede mencionar a Piaget, quien postula que el niño como individuo, nace con la necesidad y con la capacidad de adaptarse a su medio circundante por medio de tres funciones básicas, como son: la asimilación, la acomodación y el equilibrio. Es decir, la mayor parte del tiempo los niños asimilan la información adecuándola a su desarrollo mental, y la clasifican de acuerdo con lo que ya saben. A veces se enfrentan a problemas que no pueden resolver y deben hacer acomodos, creando por ellos mismos nuevas estrategias o modificando las que ya tienen, para poder enfrentar la nueva situación. Al respecto García (2001) añade lo siguiente:

> El desarrollo cognitivo ocurre con la reorganización de las estructuras cognitivas como consecuencia de procesos adaptativos al medio, a partir de la asimilación de experiencias y acomodación de las mismas de acuerdo con el cúmulo previo de las estructuras cognitivas de los aprendices. Si la experiencia física o social entra en conflicto con los conocimientos previos, las estructuras cognitivas se reacomodan para incorporar la nueva experiencia, y es lo que se considera como aprendizaje (p. 16).

De tal forma que el aprendizaje del niño se va fijando desde sus propias experiencias, por medio de su capacidad de adaptación, la cual se va forjando a medida que la asimilación de su entorno va sumando nuevos estímulos que desarrollarán posteriormente la adquisición de nuevos conocimientos o aprendizajes; preparándolo para ajustarse a cada una de las situaciones que se le puedan presentar a medida que va creciendo (equilibrio).

En este sentido, la teoría constructivista de Piaget se relaciona directamente con el tema de estudio abordado en esta investigación, ya que en la medida que el estudiante va interactuando con una mediación pedagógica diferente para el aprendizaje como lo es la transposición didáctica, se pueden modificar las actitudes hacia el aprendizaje de la matemática, porque se van a desarrollar procesos cognitivos que permitan la adaptación, la asimilación y la adquisición de los contenidos que no había logrado comprender con estrategias diferentes de aprendizaje.

Matemática y sociedad

Las matemáticas son fundamentales para el desarrollo de la sociedad, tal es así que, desde la antigüedad hasta los tiempos actuales, han surgido aportes valiosos que han permitido el avance científico. La matemática se relaciona estrechamente con las demás ciencias, pero sin dejar de lado su relación con la parte social. Son los individuos los generadores de conocimientos y ejecutores de ideas que benefician a su entorno. La matemática se manifiesta en todo lo que puede verse alrededor. Si se pensara en el diseño de las ciudades, los medios de transporte, los teléfonos móviles, el internet y toda la tecnología existente, se podría concluir que sin la matemática nada de eso sería posible. A pesar de todos los beneficios que el ser humano puede obtener de la matemática se debe considerar también que el mal uso de esta ciencia podría hacer que la sociedad fracase (Godino y otros, 2003).

Según Guzmán (2007), la matemática ha llegado a ocupar un lugar central en la civilización actual. Y esto por motivos muy diversos:

> Es una ciencia capaz de ayudarnos en la comprensión del universo en muchos aspectos, es en realidad el paradigma de muchas ciencias y un fuerte auxiliar en la mayor parte de ellas, gracias a sus modos de proceder mediante el razonamiento simbólico, sobrio, con el que trata de modelizar diversas formas de ser del mundo físico e intelectual. Es un potente instrumento de intervención en las estructuras de la realidad a nuestro alrededor, ayudando en la aplicación de modelos fidedignos al mundo tanto físico como mental. En realidad, bien se puede afirmar que la mayor parte de los logros de nuestra tecnología no son sino matemática encarnada con la mediación de otras ciencias. (s/n).

Esta intensa presencia de la matemática en la cultura no es algo que vaya a menos, sino todo lo contrario. A juzgar por las tendencias que se manifiestan cada vez con más fuerza, parece claro que el predominio de la intelección matemática va a ser un distintivo bien patente de la civilización futura. La tarea de hacer llegar de un modo asequible a un amplio segmento de la sociedad el sentido de la actividad que la comunidad matemática va realizando es algo necesario y que ha de ser realizado con esmero si es que se pretende que la cultura progrese adecuadamente.

La divulgación matemática contribuirá sin duda a que la sociedad sea capaz de valorar de modo adecuado el papel de la matemática hoy día, de tal modo que se percate de que incluso muchos aspectos que podrían parecer ociosos del quehacer matemático básico posiblemente tendrán su fruto práctico en el futuro, como un somero conocimiento de la historia de las ciencias y sus aplicaciones muestran. De igual modo, ayudará a mejorar las condiciones culturales de muchas personas, abriéndoles los ojos a la realidad de la cultura actual y haciéndoles capaces de proveerse de herramientas indispensables para muchas de las actividades de las profesiones del futuro.

La Matemática en la vida cotidiana

Una pregunta cada vez más recurrente en el ámbito de la educación es ¿para qué sirve la enseñanza de las matemáticas? Un cuestionamiento nada fácil de responder, pero fundamental a la hora de crear planes y currículos educativos. Para nadie es un secreto que a los niños la matemática les resulta aburrida y difícil de aprender. Y luego de varios años de estudios, en donde los niños y jóvenes memorizan los casos de factorización, resuelven ecuaciones y las diagraman, siempre queda la pregunta: ¿sirve ese conocimiento para la vida cotidiana?

En atención a esta interrogante, Monroy (2017), explica lo siguiente:

> Las Matemáticas como instrumento de uso diario de la sociedad humana frente a las diversas aplicaciones que surgen en el día a día y como su presencia es indispensable como herramienta en la complejidad del planteamiento científico, cuando se busca analizar fenómenos y hechos que pueden alterar las condiciones de algún lugar en particular, de su adecuada implementación surgen hechos de investigación que se pueden analizar desde lo más básico a lo más complejo partiendo de los números, cifras, datos, formulas y ecuaciones, que facilitan el cifrado contenido de cualquier hecho que en el entorno se desee conocer a fondo o donde se pretenda encontrar más conocimientos (s/n).

En el devenir de las nuevas tecnologías y en su aplicación las nuevas generaciones se olvidan que todo está ligado a las Matemáticas, la Física, la mecánica y cualquier objeto o elemento de uso diario, es fruto de procesos matemáticos que con diversas variaciones, terminan por aportar elementos que facilitan la vida de quien simplemente los usa, sin pensar que para ser concebida una idea, surgen cálculos y la necesidad de saber aplicarlos en infinidad de fórmulas que dieron las pautas para la nueva creación de ese nuevo elemento, que luego se tendrá en las manos llámese como se llame, desde una caja de cartón, el teléfono, el computador, el auto y demás productos, todos tienen un componente matemático en algún momento de su cadena de producción.

Por su parte, D´Amore (2017), plantea que: "Más que dar una respuesta sobre la utilidad de determinado conocimiento matemático, los profesores deben preocuparse porque los estudiantes realmente entiendan lo que ellos explican y apoyarse en otros campos del conocimiento para llegar a ese fin" (s/n). Por eso, para el matemático italiano es importante ponerle atención a la *didáctica matemática.*

Cada vez más se reconoce el papel cultural de la matemática y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en *matemáticos aficionados,* tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende, según Godino y otros (2003) es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados:

a. Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional.

b. Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

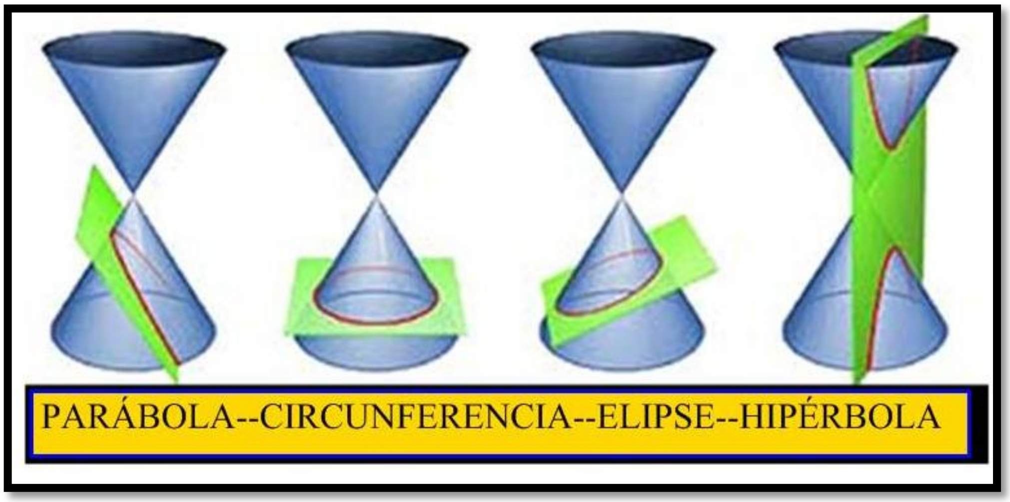
Secciones cónicas y sus aplicaciones

Las figuras cónicas, se pueden obtener como intersección de una superficie cónica con un plano. Se llama superficie cónica de revolución a la superficie engendrada por una línea recta que gira alrededor de un eje manteniendo un punto fijo sobre dicho eje, mientras que se denomina simplemente cónica a la curva obtenida al cortar esa superficie con un plano. Las diferentes posiciones de dicho plano determinan distintas curvas: circunferencia, elipse, hipérbola y parábola.

La importancia fundamental de las cónicas radica en su constante aparición en situaciones simples. La primera ley de Kepler sobre el movimiento de los planetas que estos siguen orbitas elípticas, en uno de cuyos focos se encuentra el Sol. Es muy posible que Newton no hubiese podido descubrir su famosa ley de la Gravitación Universal de no haber conocido ampliamente la geometría de las elipses.

La órbita que sigue un objeto dentro de un campo gravitacional constante es una parábola. Así, la línea que describe cualquier móvil que es lanzado con una cierta velocidad inicial, que no sea vertical, es una parábola. Esto no es realmente exacto, ya que la gravedad no es constante: depende de la distancia del punto al centro de la Tierra. En realidad, la curva que describe el móvil es una elipse que tiene uno de sus focos en el centro de la Tierra.

La Elipse, en la antigüedad no era considerada, se tomaba como una circunferencia deformada. Como curva geométrica, fue estudiada por Menecmo, investigada por Euclides y su nombre se atribuye a Apolonio de Perge. El foco y la directriz de la sección cónica de una elipse fueron estudiadas por Pappus. En 1602, Kepler creía que la órbita de Marte era ovalada, aunque más tarde descubrió que se trataba de una elipse con el Sol en un foco. Kepler introdujo la palabra *focus* y publicó su descubrimiento en 1609. Halley, en 1705, demostró que el cometa que ahora lleva su nombre trazaba una órbita elíptica alrededor del Sol (Rosero, 2012).



López y Fernández (2012)

En astronomía, la prueba de la teoría heliocéntrica, donde la Tierra giraba alrededor del Sol, fue creada para romper el geocentrismo que sostuvo que el Sol giraba alrededor de la Tierra. Los primeros en ofrecer esta nueva teoría fueron Nicolás Copérnico (1473-1543), quien pasó varios años trabajando como profesor en la ciudad italiana de Padua. Poco después, Galileo Galilei (1564-1642) probó esta teoría realizando los cálculos necesarios y la utilización de un telescopio desarrollado por él mismo.

La Elipse tiene unas propiedades geométricas y en ellas se basa el movimiento de los planetas y de los satélites que son tan importantes en las comunicaciones. Si un partido que juega la selección en Argentina, no se enviase vía satélite, se vería al día siguiente. Si se clava una cuerda en dos puntos y se estira con un puntero, al ir desplazándolo se describes una elipse. Es el conjunto de puntos cuya suma de distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante. El sol está en uno de los focos. La tierra describe una órbita elíptica (Rosero, 2012).

López y Fernández (2012)

Parábola. Tiene propiedades geométricas imprescindibles en las comunicaciones y en los tiros libres. Las leyes de Galileo-Galilei establecen que el centro de gravedad de un cuerpo está sujeto a la misma aceleración siempre que se pueda despreciar la resistencia del aire. La trayectoria es parabólica. El efecto emisión o recepción de un paraboloide es base de las comunicaciones. Todo lo que sale del foco se refleja con dirección paralela al eje y recíprocamente lo que llega a una parábola o paraboloide pasa al foco (Rosero, 2012).

El primero en usar el término parábola fue Apolonio de Perge en su tratado Cónicas, considerada obra cumbre sobre el tema de las matemáticas griegas, y donde se desarrolla el estudio de las tangentes a secciones cónicas. Es Apolonio quien menciona que un espejo parabólico refleja de forma paralela los rayos emitidos desde su foco, propiedad usada hoy en día en las antenas satelitales.

López y Fernández (2012)

La parábola también fue estudiada por Arquímedes, nuevamente en la búsqueda de una solución para un problema famoso: la cuadratura del círculo, dando como resultado el libro sobre la cuadratura de la parábola. La parábola es la distancia de sus puntos a un punto llamado foco, es igual que la distancia a una recta llamada directriz. Efecto parabólico: todo lo que rebota en la curva se deriva al foco y al revés (Rosero, 2012).

Hipérbola. Todos han visto las raras chimeneas de una central nuclear, pues son hipérbolas. Son dos ramas con propiedades geométricas y simétricas, que se abren cada vez más acercándose a unas rectas imaginarias llamadas *asíntotas*. Esta cónica también es descubierta por Menecmo.

López y Fernández (2012)

El primero en usar el término hipérbola fue Apolonio de Perge en su tratado Cónicas, donde se desarrolla el estudio de las tangentes a secciones cónicas. Es el conjunto de puntos cuyas distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante. La curva se acerca a ellas (Rosero, 2012).

Bases Legales

Las bases legales representan el aspecto reglamentario de toda investigación, ya que en ellas se abordan las distintas normativas legales que se corresponden con la problemática que se está tratando o que de alguna manera inciden en su ámbito de aplicación en el contexto que se estudia.

De acuerdo con Prada (2009): "Las bases legales deben redactarse de manera que cada norma sea debidamente identificada, en una ficha, por su código, numeración, nombre o asunto, así como su fecha de expedición" (p. 18). Es por este motivo que en las próximas páginas se presentan las bases legales correspondientes a este estudio, teniendo en cuenta la importancia y la jerarquía que cada una de ellas representa en las leyes venezolanas.

En este sentido, la Constitución de la República de Venezuela (1999), en su capítulo VI, del Título III, Artículos 102 y 103, en lo referente a la educación, expresa:

> Art. 102. La educación es un derecho humano y un deber social fundamental, es democrática, gratuita y obligatoria. El Estado la asumirá como función indeclinable y de máximo interés en todos sus niveles y modalidades, y como instrumento del conocimiento científico, humanístico y tecnológico al servicio de la sociedad. La educación es un servicio público y está fundamentada en el respeto a todas las corrientes del pensamiento, con la finalidad de desarrollar el

potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad en una sociedad democrática basada en la valoración ética del trabajo y en la participación activa, consciente y solidaria en los procesos de transformación social consustanciados con los valores de la identidad nacional, y con una visión latinoamericana y universal (…)

Art. 104. La Educación estará a cargo de personas de reconocida moralidad y de comprobada idoneidad académica. El Estado estimulará su actualización permanente y les garantizará la estabilidad en el ejercicio de la carrera docente, bien sea pública o privada, atendiendo a esta Constitución y a la ley, en un régimen de trabajo y nivel de vida acorde con su elevada misión. El ingreso, promoción y permanencia en el sistema educativo, serán establecidos por ley y responderá a criterios de evaluación de méritos, sin injerencia partidista o de otra naturaleza no académica.

Como puede observarse, estos artículos fomentan el desarrollo integral y pleno del individuo, el derecho a la educación en forma democrática, gratuita y obligatoria, y además confiere la formación permanente, lo cual hace posible que el docente esté actualizándose con los cambios que impliquen novedad, en los nuevos diseños curriculares, así como la implementación de nuevas prácticas pedagógicas.

Por su parte, la Ley Orgánica de Educación (2009) en su capítulo I, de la educación y los fines de la educación contempla:

De acuerdo al Art. 14, el cual menciona que la educación es un derecho fundamental en el proceso de formación del ser humano, la cual debe ser gratuita, inclusiva, permanente y de calidad. Donde la misma debe promover la construcción social del conocimiento fomentada bajo la doctrina de nuestro Libertador Simón Bolívar y Simón Rodríguez, y por ende basándose en una didáctica que tenga como eje la investigación, creatividad e innovación de diferentes estrategias que cubra el interés y las necesidades del aprendiz.

De igual modo, el artículo 15 menciona:

> La educación, conforme a los principios y valores de la Constitución de la República y de la presente Ley, tiene como fines: (…)
> 8. Desarrollar la capacidad de abstracción y el pensamiento crítico mediante la formación en filosofía, lógica y matemáticas, con métodos innovadores que privilegien el aprendizaje desde la cotidianidad y la experiencia (…)

En este caso, puede apreciarse que el artículo reseñado, específicamente en el numeral 8, ostenta similitud conforme a la investigación, debido a que el mismo infiere sobre el desarrollo del potencial creativo del educando, creando un pensamiento crítico durante su proceso educativo, mediante métodos y estrategias innovadoras que posibiliten el interés en la matemática.

Cuadro N° 1

Cuadro técnico metodológico

Objetivo General: Proponer la transposición didáctica como mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini" dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica.

Variable	Definición	Dimensión	Indicadores	Ítemes
Transposición didáctica como mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas.	La transposición didáctica es el proceso de transformación de un saber científico en un saber para enseñar. La cual permite el estudio de los procesos donde hay intencionalidad de ensera un determinado saber. (Perafán 2004, p.80) citado por Chevallard	Conocimientos acerca de la transposición didáctica en torno a las secciones cónicas	Define las Secciones cónicas - Identifica la Circunferencia - Calcula la Mediatriz - Reconoce la Bisectriz - Tiene concepción del Lugar geométrico - Realiza la Recta en superficies cónicas - Identifica la Generatriz	1 2 3 4 5 6 7
		Proceso de transposición didáctica	- Conoce el significado de Noosfera - Comprende la Resolución de problemas - Domina el Saber sabido - Utiliza el Saber a enseñar - Transmite el Saber enseñado -Emplea la Transposición interna - Transposición externa.	8 9 10 11 12 13 14
		Guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica.	Disfruta de las Actividades matemáticas -Le agrada el Proceso de estudio - Le agrada el Proceso de enseñanza y aprendizaje -Estimula Primer encuentro -Estimula en el Momento exploratorio -Realiza el Trabajo de la técnica -Realiza Técnica de la línea de nivel -Realiza Institucionalización y evaluación.	15 16 17 18 19 20 21 22

Centeno (2018)

CAPÍTULO III
MARCO METODOLÓGICO

Naturaleza de la Investigación

La naturaleza de la presente investigación se encuentra dentro del paradigma positivista, en vista de que se apoya "en los recursos de la lógica moderna, una alta valoración de la ciencia y al propósito de unificar el lenguaje de las diferentes ciencias con un denominador común en el lenguaje de la física" (Briones 2002, p. 30). Asimismo, tal como lo señala el autor (op. cit.), la influencia de este paradigma "es clara en la metodología cuantitativa de las ciencias sociales", por lo tanto, el estudio se ubica dentro del mismo.

Es por ello que el estudio se trató de un diseño descriptivo, ya que de acuerdo con Bavaresco (2006) la investigación descriptiva es "aquella que consiste en describir y analizar las características homogéneas de los fenómenos estudiados sobre la realidad" (p. 26). Lo que permitió a la investigadora observar y evidenciar el fenómeno tal cual era en la realidad.

Así mismo, fue una investigación de campo, pues el citado autor (op. cit.) menciona al respecto que: "la investigación de campo es aquella que se realiza en el propio sitio de estudio, donde se encuentra el objeto del mismo, permitiendo así el conocimiento más a fondo del problema de la investigación" (p. 29). Entonces, el presente estudio se ubicó dentro de una investigación de campo, porque se realizó la observación de los actores en la realidad, específicamente en los estudiantes de 5° año sección "U" de Media Técnica y los docentes de matemáticas de la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini".

Además, estuvo enmarcada dentro de la modalidad de proyecto factible, el cual según Balestrini (2002) consiste "en una proposición sustentada en un modelo operativo factible orientado a resolver un problema planteado a satisfacer necesidades en una institución o campo de interés nacional" (p. 130). En tal sentido, se presenta al final una propuesta para dar solución al problema de investigación el cual es una guía teórico-práctica para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica como mediación pedagógica dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini".

Estrategia metodológica

La estrategia metodológica utilizada en la investigación fue un cuadro técnico metodológico en el que se operacionalizaron las variables que definían la problemática de la investigación. En relación a este instrumento, Arias (2012) lo describe como "el tecnicismo que se emplea en investigación científica, para designar al proceso mediante el cual se transforma la variable de concepto abstracto a término concreto, observable y medible" (p. 62).

Población y muestra

La población objeto de estudio es de quien se obtiene la información necesaria para cumplir con el objetivo de la investigación. Para Arias (2012) la población "es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes, para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación, esta queda delimitada por el problema y por los objetivos del estudio" (p. 81), es decir que, la población es el grupo de individuos que conforman el objeto de estudio, en este caso, los 2 docentes de Matemáticas y los 32 estudiantes de 5° año de la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini".

En relación a la muestra, se dice es una parte proporcional altamente representativa del universo de estudio, la cual reúne características comunes. Sabino (2010), indica que la muestra es:

> La parte de un todo que llamamos universo y que sirve para representarlo, es decir, consiste en un número de sujetos que reúnen las mismas características de la población estudiada y por lo tanto son representativos de la misma. Cuando una muestra cumple con las condiciones anteriores, es decir, cuando refleja en sus unidades lo que ocurre en el universo, la llamamos muestra representativa" (p. 104).

En esta perspectiva, la muestra es aquella parte de la población que la representa porque posee las mismas características en líneas generales y permite al investigador obtener datos fidedignos acerca de la situación de estudio. En el caso de esta investigación, fue de tipo censal no probabilística, ya que, por tratarse de un número manejable, no fue necesario hacer ninguna selección, sino que se tomaron los 32 sujetos, por ello se dice que fue de tipo censal.

Al respecto, Morales (2012), la define como: "aquella que permite recoger información sobre todos los elementos del universo o población de estudio". (p. 56). Considerando que el tamaño de la población era manejable, la autora decidió que se podía aplicar el instrumento a todos los elementos seleccionados como población, es decir a los 2 profesores de Matemática y a los 32 estudiantes de 5° año, tal como se aprecia en el cuadro N° 2.

Cuadro N° 2

Distribución de la población

Sección	**Cantidad de Estudiantes**	**Cantidad de Docentes**	**Total Población**
U	32	2	34
		Total Muestra	34

Centeno (2018)

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

Según explican Palella y Martins (2010), las técnicas e instrumentos de recolección de datos: “son los mecanismos o recursos empleados para el levantamiento de información directamente de la realidad o entorno donde se suscitan los hechos” (p. 25). De acuerdo con esto, se puede decir que la técnica es la forma que adopta el investigador para obtener la información.

En este estudio se utilizó como técnica la encuesta y como instrumento, un cuestionario. La encuesta es una pesquisa de datos mediante interrogatorio a los seleccionados muestralmente para establecer una matriz de opinión. Hernández, Fernández y Baptista (2012), señalan que la encuesta: “es el proceso de recolección de información a fin de dar respuestas al problema planteado” (p. 78).

En cuanto al cuestionario, es una herramienta fundamental en la recolección de datos, ya que el mismo se estructura de acuerdo a las variables del estudio y los indicadores operacionalizados, así como la escogencia de la selección de respuestas mediante preguntas cerradas o dicotómicas o preguntas abiertas o de selección múltiple. Los cuestionarios, según Hurtado (2011): “son formularios elaborados para registrar los datos obtenidos durante el proceso de recolección” (p. 42). Cabe destacar que el cuestionario utilizado para el estudio fue de tipo dicotómico con alternativas Sí y No, de 22 ítems, aplicado tanto a los docentes como a los estudiantes.

Validez

Luego de haber elaborado los instrumentos, el investigador debe seguir una pauta para la confiabilidad del proceso de recolección de datos, una de ellas es la validación y revisión de los mismos a través de personas expertas. Según Hernández, Fernández y Baptista (2012), la validez “se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” (p. 236).

Para comprobar la validez del instrumento las investigadoras lo sometieron al Juicio de Expertos donde entregaron ejemplares a 3 expertos en el área de Matemática, quienes corroboraron que el instrumento se ajustaba a los aspectos técnicos a medir y 02 en el área de metodología los cuales opinaron acerca de la construcción metodológica.

Confiabilidad

La confiabilidad se determina por la exactitud con la que un instrumento mide lo que se pretende medir, de igual forma, pasado el número de veces que se considere necesario, es decir se debe obtener el mismo resultado, esto es lo que se denomina confiabilidad de la medida. En este sentido, el término confiabilidad es equivalente a los de estabilidad y predictibilidad. Al respecto, Tamayo (2010), señala:

> Antes de realizar la investigación es conveniente y necesario para la efectividad de la misma cuestionar la calidad de los instrumentos que se han diseñado y se piensan aplicar…Esta prueba nos permite ver las definiciones existentes en torno al diseño metodológico y nos lleva a la realización de ajustes necesarios e igualmente pondrán de manifiesto las ventajas y desventajas en torno la investigación… Este estudio o pre-investigación debe realizarse en una pequeña muestra, la cual debe darnos confiabilidad, es decir, debe ser lo más representativa posible a la muestra definitiva de la población de la investigación (p. 142).

De manera de corroborar la confiabilidad del instrumento, se somete a una prueba piloto con el propósito de establecer su fidelidad y operatividad, una vez realizada la prueba se recogen las observaciones posibles, procediendo posteriormente a la tabulación de los resultados, revisándose las inconsistencias, para luego elaborar la versión definitiva.

En consecuencia, la confiabilidad se determina mediante la aplicación de la fórmula del coeficiente de Kuder y Richardson:

$$KR_{20} = \frac{K}{K-1} x \frac{S_t^2 - Pxq}{S_t^2}$$

K = Número de ítems;

St = Varianza de los puntajes totales;

P = Porcentaje de alternativas afirmativas (1) y

q = Porcentaje de alternativas negativas (0).

Cuadro N° 3

Tabla de Rango y Magnitud

Rango	Magnitud	
0,81	1	Muy Alta
0,61	0,80	Alta
0,41	0,60	Moderada
0,21	0,40	Baja
0,01	0,20	Muy Baja

Fuente: Kuder y Richardson (2011)

Técnicas de Análisis e Interpretación de los Datos

Después de recopilada la información se procedió a su procesamiento, esto implicó ordenar y presentar de la forma más lógica los resultados obtenidos. Respecto a este punto, Hernández, Fernández y Baptista (2012), expresan:

La finalidad del análisis de los datos es describir las variables y explicar sus cambios y movimientos; y las características que lo componen son la sistematización intensiva de la estadística descriptiva e inferencial, basado en variables impersonal posterior a la recolección de datos (p. 14).

Por consiguiente, se elaboraron tablas de frecuencia para determinar comparaciones, referencias y analogías entre los distintos datos que contenían. Las tablas reflejaron de forma ordenada los datos recopilados, luego de haberlos procesado con el estadístico que se ajustaba en mayor grado a la investigación descriptiva como lo es el análisis de frecuencia porcentual simple.

A su vez, esto permitió representar gráficamente los resultados mediante la utilización de gráficos circulares, los cuales son definidos por Martínez (2010), como aquellos que: "se representan bajo la forma de círculos divididos en sectores, equivalentes a 360 grados, donde cada grupo tendrá un sector con un ángulo central correspondiente al porcentaje que debe distribuir" (p. 493). Se realizó la escogencia de este tipo de gráfico por ser de mayor representatividad y de fácil comprensión visual; seguidamente se procedió a realizar los respectivos análisis e interpretación de los resultados y finalmente, a la presentación de un análisis general de resultados o análisis de discrepancias.

CAPÍTULO IV
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Este capítulo corresponde a la presentación de los resultados obtenidos en la recolección de datos y el respectivo análisis de cada uno de ellos, tomando en consideración los objetivos planteados en el estudio, así como las variables abordadas para dar paso a las conclusiones y recomendaciones finales. Dentro de este contexto, a continuación, se expone el objetivo general, la variable, dimensiones, definiciones y sus respectivos indicadores con el fin de orientar los análisis posteriores.

De acuerdo con la variable se expone como primera dimensión: Conocimientos acerca de la transposición didáctica en torno a las secciones cónicas, para lo cual se utilizaron los indicadores: Define las Secciones Cónicas, identifica la Circunferencia, calcula la Mediatriz, reconoce la Bisectriz, tiene concepción del Lugar geométrico, realiza la Recta en superficies cónicas e identifica la Generatriz.

En cuanto, a la segunda dimensión: Proceso de transposición didáctica, se utilizó los siguientes indicadores: Conoce el significado de Noosfera, comprende la Resolución de problemas, domina el Saber sabido, utiliza el Saber a enseñar, transmite el Saber enseñado y emplea la Transposición interna -Transposición externa

Por último, la última dimensión: Guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica, sus indicadores: Disfruta de las Actividades matemáticas, le agrada el Proceso de estudio, le agrada el Proceso de enseñanza y aprendizaje, estimula primer encuentro, estimula en el momento exploratorio, realiza el Trabajo de la técnica, realiza Técnica de la línea de nivel y realiza Institucionalización y evaluación.

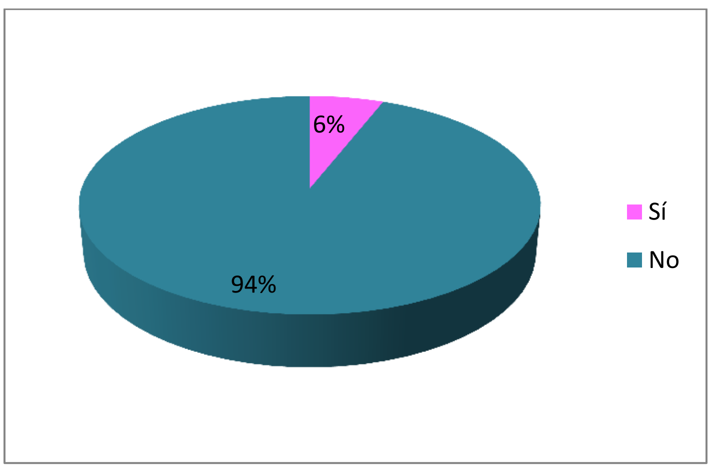
Para medir las dimensiones antes mencionadas, se utilizó una escala dicotómica con alternativas Sí/No, en 36 planteamientos, dirigidos a los 32 alumnos de 5° año y a los dos profesores del área de Matemáticas. Para medir el primer objetivo específico se plantearon 7 ítems, para el segundo, 7 ítems y para el tercero, 8 ítems.

Estudiantes. Dimensión: Conocimiento acerca de la Transposición Didáctica en torno a las Secciones cónicas

Tabla 1. Conocimiento de secciones cónicas

ITEMS		**SÍ**		**NO**	
		f	%	f	%
1	Conoce el significado e importancia de las secciones cónicas	0	0	32	100
2	Puede identificar claramente la ecuación de la circunferencia	3	9	29	91
3	Calcula sin inconvenientes la mediatriz en un lugar geométrico	0	0	32	100
4	Reconoce una bisectriz en un plano	0	0	32	100
5	Tiene una concepción sobre el significado de lugar geométrico	5	16	27	84
6	Es capaz de realizar rectas en superficies cónicas	5	16	27	84
7	Identifica una generatriz con certeza	0	0	32	100
	Promedios Porcentuales	6		94	

Centeno (2018)



Centeno (2018)

Gráfico 1. Conocimiento de secciones cónicas

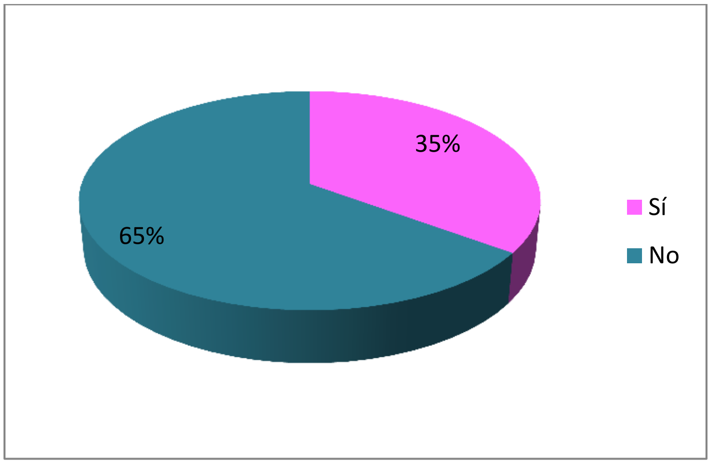
Interpretación: De acuerdo a los resultados obtenidos en esta variable, puede observarse en la tabla 1 que el 94% de los estudiantes manifestaron no poseer un conocimiento concreto acerca de lo que son las secciones cónicas, ya que la mayoría de ellos desconoce su significado e importancia y tampoco pueden identificar a simple vista la ecuación de la circunferencia. De igual manera, estos estudiantes no son capaces de calcular una mediatriz ni de reconocer una bisectriz en un lugar geométrico porque no dominan estos conceptos ni el de lugar geométrico, por lo tanto, no se sienten capacitados para de realizar rectas en superficies cónicas ni de identificar una generatriz en una sección cónica. El resultado obtenido en esta variable indica que existe poco conocimiento de los estudiantes sobre las secciones cónicas. Esto, se puede identificar en el gráfico 1, que muestra la distribución porcentual de las tendencias de respuesta.

Dimensión: Proceso de Transposición didáctica

Tabla 2. Transposición didáctica en la enseñanza

ITEMS		**SÍ**		**NO**	
		f	%	f	%
8	Conoce el significado de la palabra noosfera	0	0	32	100
9	Comprende las instrucciones para resolver los problemas de secciones cónicas ofrecidas por el docente	5	16	27	84
10	El docente domina completamente los contenidos acerca de las secciones cónicas	32	100	0	0
11	El docente utiliza estrategias que facilitan la comprensión de los contenidos relacionados a las secciones cónicas	3	9	29	91
12	Entiende e interioriza los contenidos explicados por el docente sobre las secciones cónicas	3	9	29	91
13	El docente transmite los contenidos específicos de las secciones cónicas como aparecen en el libro	32	100	0	0
14	El docente emplea un lenguaje sencillo y diferentes técnicas para transmitir los contenidos de las secciones cónicas	3	9	29	91
	Promedios Porcentuales	35		65	

Centeno (2018)



Centeno (2018)

Gráfico 2. Transposición didáctica en la enseñanza

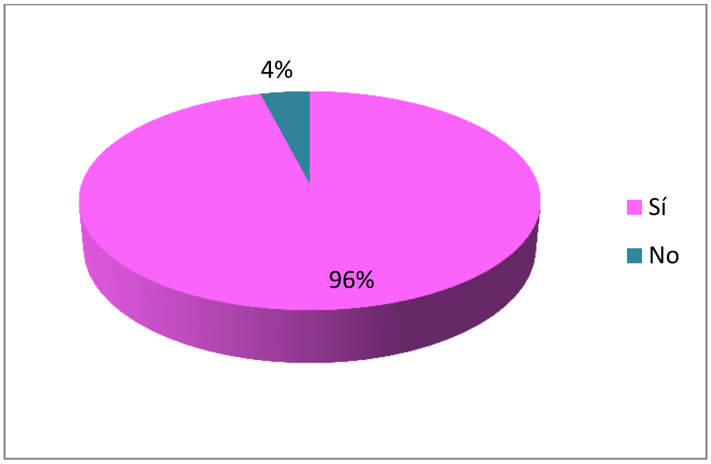
Interpretación: Tal como se puede ver en la tabla 2, el 65% de los estudiantes dejó entrever que los métodos utilizados por los docentes para la enseñanza de las secciones cónicas no se realizan dentro de la transposición didáctica, en virtud de que ni siquiera se les ha mencionado el significado de la palabra noosfera. De igual modo, no comprenden las instrucciones ofrecidas por el docente para resolver los problemas de secciones cónicas, a pesar de que reconocen que ellos dominan el tema completamente, pero no utilizan estrategias que les faciliten la comprensión de estos contenidos, motivo por el cual no entienden ni interiorizan los contenidos explicados, pues manifestaron que los docentes transmiten los contenidos específicos tal como aparecen en el libro y el lenguaje que emplea, no es sencillo al igual que las diferentes técnicas para transmitir estas informaciones. Como se pudo evidenciar, estos resultados son un indicativo de que no se aplica la transposición didáctica en la enseñanza de las secciones cónicas. La distribución porcentual de estos datos está reflejada en el gráfico 2.

Dimensión: Guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica

Tabla 3. Guía de secciones cónicas

ITEMS		SÍ		NO	
		f	%	f	%
15	Disfrutaría contar con un material didáctico que contenga actividades matemáticas sobre secciones cónicas	32	100	0	0
16	Le agradaría que este material didáctico contara con instrucciones sencillas para el proceso de estudio de las secciones cónicas	32	100	0	0
17	El proceso de enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas debería plasmarse de forma flexible y adaptable a las necesidades del estudiante	32	100	0	0
18	Los enunciados de los problemas sobre hipérbole, circunferencia, elipse y parábola, deben redactarse de forma comprensible para el estudiante	32	100	0	0
19	Los problemas para el cálculo de la bisectriz, generatriz, mediatriz y superficies cónicas, deben plantearse concretamente y permitir la utilización efectiva de una técnica matemática para resolverlos	32	100	0	0
20	Los estudiantes deben alcanzar el dominio total de las técnicas previamente exploradas y explicar la que están utilizando	32	100	0	0
21	La mediación del docente permite fortalecer las técnicas aprendidas y aplicadas sobre secciones cónicas en el material didáctico	32	100	0	0
22	Al final de cada contenido debe realizarse una evaluación teórico-práctica para institucionalizar los saberes aprendidos por el estudiante	25	68	12	32
	Promedios Porcentuales	96		4	

Centeno (2018)



Centeno (2018)
Gráfico 3. Guía de secciones cónicas

Interpretación: En la tabla 3 puede apreciarse que el 96% de los estudiantes, en promedio, dijo que sí está de acuerdo en contar con una guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica, en vista de que disfrutarían de poder contar con un material didáctico que contenga actividades relacionadas a esta temática. Por otra parte, les agradaría que este material didáctico tuviera instrucciones sencillas para el proceso de estudio para que la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas se desarrolle de forma flexible y adaptable a las necesidades del estudiante.

Asimismo, expresaron que los enunciados de los problemas sobre hipérbole, circunferencia, elipse y parábola, deberían redactarse de forma comprensible y los problemas para el cálculo de la bisectriz, generatriz, mediatriz y superficies cónicas, se planteen concretamente para permitir la utilización efectiva de una técnica matemática que facilite su resolución.

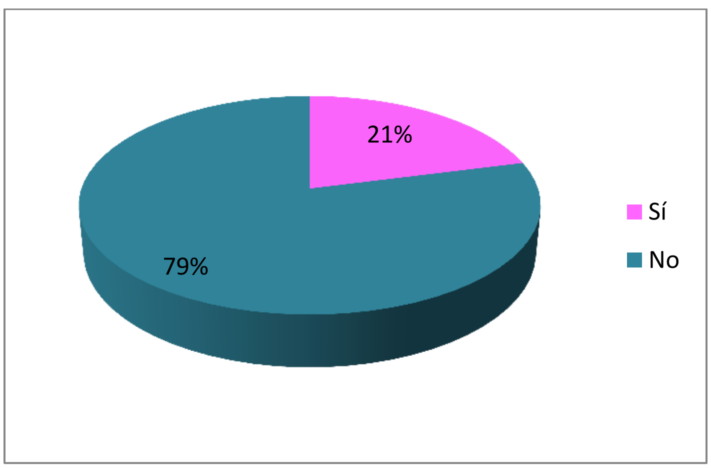
En este sentido, consideran que la mediación del docente les permitirá fortalecer las técnicas aprendidas y aplicadas sobre secciones cónicas con este material didáctico porque al final de cada contenido se realizaría una evaluación teórico-práctica para institucionalizar los saberes aprendidos por el estudiante. Este resultado indica que existe una aceptación por parte del estudiante en contar con una guía para el aprendizaje de las secciones cónicas. Para visualizar mejor este resultado, puede observarse la distribución porcentual en el gráfico 3.

Docentes. Dimensión: Conocimientos acerca de la transposición didáctica en el aprendizaje de las secciones cónicas

Tabla 4. Percepción del docente acerca del conocimiento de secciones cónicas del estudiante

ITEMS		**SÍ**		**NO**	
		f	%	f	%
1	Los estudiantes conocen el significado e importancia de las secciones cónicas	0	0	2	100
2	Puede decirse que los estudiantes identifican claramente la ecuación de la circunferencia	0	0	2	100
3	Considera que los estudiantes calculan sin inconvenientes la mediatriz en un lugar geométrico	0	0	2	100
4	Los estudiantes reconocen una bisectriz en un plano	0	0	2	100
5	Se infiere que los estudiantes tienen una concepción sobre el significado de lugar geométrico	1	50	1	50
6	Se podría decir que los estudiantes son capaces de realizar rectas en superficies cónicas	2	100	0	0
7	Los estudiantes identifican una generatriz con certeza	0	0	2	100
	Promedios Porcentuales	21		79	

Centeno (2018)



Centeno (2018)

Gráfico 4. Percepción del docente acerca del conocimiento de secciones cónicas del estudiante

Interpretación: En la tabla 4, se evidencia que el 79% de los docentes señaló que la mayoría de los estudiantes no tienen dominio de las secciones cónicas porque desconocen su significado e importancia, pues no logran identificar claramente la ecuación de la circunferencia ni saben calcula sin inconvenientes la mediatriz en un lugar geométrico; tampoco reconocen una bisectriz en el plano y solo algunos de ellos tienen una concepción sobre el significado de lugar geométrico.

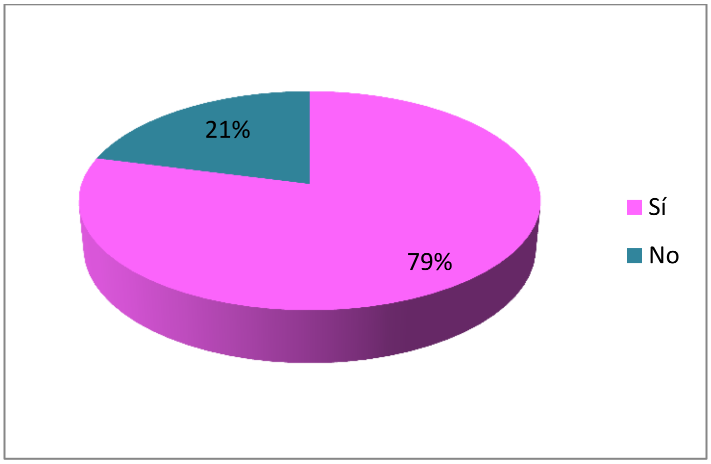
En esta perspectiva, son incapaces de realizar rectas en superficies cónicas ni de identificar una generatriz con certeza. Al observar estos resultados, puede decirse que los docentes perciben que los estudiantes desconocen las secciones cónicas, ya que, a pesar de tratarse de una temática sencilla y de fácil comprensión, ellos no logran ubicarlas en la realidad circundante, lo que les dificulta su aprendizaje. Se puede visualizar la distribución porcentual en el gráfico 4.

Dimensión: Métodos de transposición didáctica como mediación pedagógica

Tabla 5. Métodos de transposición didáctica utilizados

ITEMS		**SÍ**		**NO**	
		f	%	f	%
8	Explica en clase el significado de la palabra noosfera	0	0	2	100
9	Ofrece instrucciones detalladas para resolver los problemas de secciones cónicas a los estudiantes	2	100	0	0
10	Conoce completamente los contenidos acerca de las secciones cónicas	2	100	0	0
11	Utiliza estrategias que facilitan la comprensión de los estudiantes sobre los contenidos relacionados con las secciones cónicas	2	100	0	0
12	Explica los contenidos sobre las secciones cónicas para que los estudiantes los entiendan e interioricen	2	100	0	0
13	Transmite los contenidos específicos de las secciones cónicas como aparecen en el libro	1	50	1	50
14	Emplea un lenguaje sencillo y diferentes técnicas para transmitir los contenidos de las secciones cónicas a los estudiantes	2	100	0	0
	Promedios Porcentuales	79		21	

Centeno (2018)



Centeno (2018)

Gráfico 5. Métodos de transposición didáctica utilizados

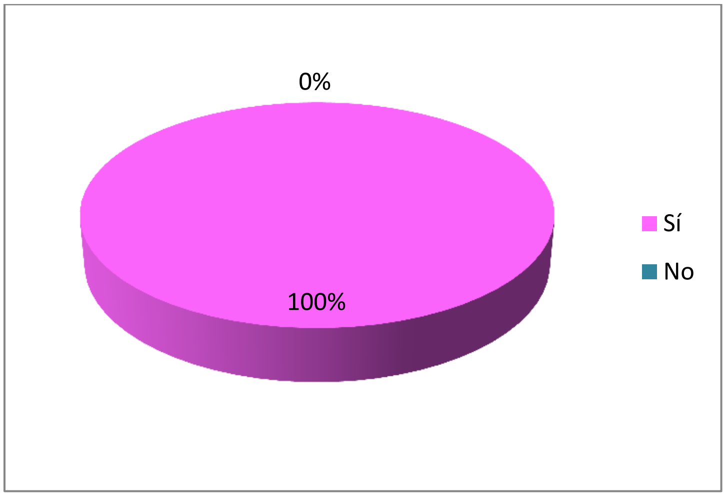
Interpretación: En la tabla 5, se puede apreciar que el 79% de los docentes consideran que sí aplican los métodos de transposición didáctica en la enseñanza de las secciones cónicas, pues indicaron que ofrecen instrucciones detalladas para resolver los problemas a los estudiantes, conocen completamente los contenidos y utilizan estrategias que facilitan la comprensión de estos contenidos. Del mismo modo, explican los contenidos sobre las secciones cónicas de manera que los estudiantes los entiendan e interioricen, aunque a veces lo hacen tal como aparece en el libro. También expresaron los docentes que usan un lenguaje sencillo y diferentes técnicas para transmitir este tipo de contenidos con la finalidad de ofrecer una manera fácil y práctica de comprensión para los estudiantes. En esta perspectiva, puede decirse que los resultados indican que los docentes utilizan la transposición didáctica en la enseñanza de las secciones cónicas. La distribución porcentual de estos datos se evidencia en el gráfico 5.

Dimensión: Guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica

Tabla 6. Guía para enseñar y aprender secciones cónicas

ITEMS		SÍ		NO	
		f	%	f	%
15	Disfrutaría contar con un material didáctico que contenga actividades matemáticas sobre secciones cónicas	2	100	0	0
16	Le agradaría que este material didáctico contara con instrucciones sencillas para el proceso de estudio de las secciones cónicas	2	100	0	0
17	El proceso de enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas debería plasmarse de forma flexible y adaptable a las necesidades del estudiante	2	100	0	0
18	Los enunciados de los problemas sobre hipérbole, circunferencia, elipse y parábola, deben redactarse de forma comprensible para el estudiante	2	100	0	0
19	Los problemas para el cálculo de la bisectriz, generatriz, mediatriz y superficies cónicas, deben plantearse concretamente y permitir la utilización efectiva de una técnica matemática para resolverlos	2	100	0	0
20	Los estudiantes deben alcanzar el dominio total de las técnicas previamente exploradas y explicar la que están utilizando	2	100	0	0
21	La mediación del docente permite fortalecer las técnicas aprendidas y aplicadas sobre secciones cónicas en el material didáctico	2	100	0	0
22	Al final de cada contenido debe realizarse una evaluación teórico-práctica para institucionalizar los saberes aprendidos por el estudiante	2	100	0	0
	Promedios Porcentuales	100		0	

Centeno (2018)



Centeno (2018)

Gráfico 6. Guía para enseñar y aprender secciones cónicas

Interpretación: En virtud de los resultados arrojados en la variable: guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica, mediante la tabla 6, se pudo conocer que el 100% de los docentes, expresaron que sí les gustaría contar con este tipo de material didáctico, ya que el mismo podría contar con instrucciones sencillas para el proceso de estudio de la geometría, de manera que se plasmara en forma flexible y adaptable a las necesidades del estudiante.

También señalaron que los enunciados de los problemas sobre hipérbole, circunferencia, elipse y parábola, sí deben redactarse de forma comprensible y que los problemas para el cálculo de la bisectriz, generatriz, mediatriz y superficies cónicas, deben plantearse concretamente para permitir la utilización efectiva de una técnica matemática que les haga más sencilla la forma de resolverlos.

Por otro lado, los docentes manifestaron que los estudiantes sí deben alcanzar el dominio total de las técnicas previamente exploradas para poder explicar la que están utilizando, puesto que su rol mediador les permitirá fortalecer las técnicas aprendidas y aplicadas sobre secciones cónicas en el material didáctico y además, podrán realizar una evaluación teórico-práctica para institucionalizar los saberes aprendidos por el estudiante al final de cada contenido abordado.

Estos resultados son un indicativo de la necesidad de una guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica, para que el desempeño docente pueda estar enfocado en esta metodología y obtener el mayor provecho de los estudiantes en el área de geometría. Para visualizar la distribución porcentual, puede observarse el gráfico 6.

CONCLUSIONES

Después de haber realizado los análisis de los datos encontrados en la investigación, se pudo conocer que existen diferencias de opiniones entre los conocimientos que poseen los estudiantes de 5° año de Media Técnica acerca de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini" y la percepción que tienen los docentes acerca de su metodología de enseñanza, pues de acuerdo con lo expuesto por los jóvenes, no se aplican una verdadera transposición didáctica ni estrategias de enseñanza y aprendizaje enfocadas en este método, a pesar de que los profesores señalan lo contrario.

En cuanto al primer objetivo específico: Identificar los conocimientos que poseen los estudiantes de 5° año de Media Técnica acerca de la transposición didáctica en torno al aprendizaje de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini"; se encontró que la mayoría de los estudiantes desconoce el significado e importancia de las secciones cónicas, identificar un lugar geométrico, utilizar la ecuación de la circunferencia, calcular una mediatriz, una bisectriz o una generatriz, ni realizar rectas en superficies cónicas, por lo tanto, se infiere que el contenido de las secciones cónicas no forma parte de los conocimientos de los estudiantes porque no han institucionalizado tales saberes en su proceso de aprendizaje. Por su parte, los docentes reconocieron que los estudiantes muestran estas debilidades en relación al dominio de un área de interés como lo son las secciones cónicas al identificar cada una de las fallas que muestran en los cálculos, uso de fórmulas y aplicación de la teoría en la práctica, es decir, en su cotidianidad.

Con respecto al segundo objetivo específico: Caracterizar la forma en que desarrollan el proceso de transposición didáctica los docentes de 5° año de Media Técnica en su mediación pedagógica para la enseñanza de las secciones cónicas en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini"; pudo identificarse que los métodos empleados para el aprendizaje de las secciones cónicas no se corresponde con lo establecido en la transposición didáctica, ya que los estudiantes no tienen conocimiento del significado de la palabra noosfera, que es el concepto clave que identifica este método.

Aunado a ello, las instrucciones que reciben de los docentes son poco comprensibles porque las estrategias empleadas para la enseñanza de las secciones cónicas no les facilitan su comprensión en vista de que muchas veces, los docentes usan un lenguaje muy ceñido a las explicaciones que aparecen en los libros de texto. En contraposición, los docentes indicaron que ellos sí utilizan el método de transposición didáctica al emplear estrategias que les permiten a los estudiantes comprender e interiorizar los contenidos que componen las secciones cónicas, un lenguaje comprensible y ejercicios de fácil resolución con explicaciones detalladas de lo que deben hacer. Sin embargo, en virtud de lo que exponen los estudiantes, queda la duda razonable acerca de si se emplea o no la transposición didáctica, aunque pareciera que no es así por la falta de conocimiento de los estudiantes sobre este tema.

Por último, en cuanto al tercer objetivo específico: Diseñar una guía teórico-práctica para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica como mediación pedagógica dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", se evidenció que hay una absoluta aceptación por parte de los estudiantes y docentes con respecto a contar con un material didáctico enfocado en la metodología de la transposición didáctica para le enseñanza y el aprendizaje de las secciones cónicas, ya que con ello se podrá aprovechar de una forma más práctica y sencilla la aplicación de esta temática en el contexto real del estudiante. Además, existe la necesidad de esta guía por cuanto no se cuenta actualmente con este tipo de materiales para la enseñanza de los temas de geometría en la institución objeto de estudio.

Recomendaciones

En virtud de las conclusiones emanadas de este estudio, cuyo objetivo general fue proponer la transposición didáctica como método para la mediación pedagógica en el estudio de las secciones cónicas dirigido a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini"; se pueden realizar las siguientes recomendaciones:

A los Estudiantes:

- Prestar atención al máximo de los contenidos explicados en relación a las secciones cónicas para identificar su importancia y utilización en la vida cotidiana.

- Solicitar orientación y apoyo didáctico de sus docentes de matemáticas para la comprensión de las secciones cónicas.

- Hacer uso frecuente de las guías y materiales de aprendizaje del área de geometría para internalizar e institucionalizar los conocimientos de las secciones didácticas.

A los Docentes:

- Poner en práctica diferentes tipos de estrategias que se encuentren dentro del método de transposición didáctica para enseñas las secciones cónicas y cualquier otro tipo de contenidos del área de geometría.

- Ser facilitadores y mediadores más activos en la enseñanza de las secciones cónicas para que el estudiante sea capaz de institucionalizar estos contenidos de forma práctica y sencilla.

- Utilizar la guía teórico-práctica que se propone en esta investigación, para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", como punto de partida en la enseñanza de los temas de geometría.

CAPÍTULO V
LA PROPUESTA

Presentación

En este capítulo se presenta la propuesta producto de los resultados obtenidos en la investigación que se realizó en referencia a la transposición didáctica como método para la mediación pedagógica en el estudio de las secciones cónicas dirigido a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S “Monseñor Juan Bautista Scalabrini”, en vista de que se evidenció la necesidad de una guía teórico-práctica para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas empleando esta metodología.

Cabe mencionar que con esta propuesta, se pretende dar respuesta a la problemática presente en la institución antes señalada mediante un modelo de enseñanza y aprendizaje que establece los lineamientos que deberán seguirse para alcanzar un óptimo conocimiento acerca de las secciones cónicas y su representación en el plano, tomando como punto de partida la teoría de la transposición didáctica, la cual coloca en evidencia la legitimación de los contenidos de la enseñanza y fundamentalmente, establece la diferencia entre el saber enseñado y el saber erudito que lo legitima, diferencia llevada a cabo a través de dos transposiciones: una externa y una interna.

En tal sentido, la transposición externa es aquella que se efectúa del saber sabio al saber a enseñar, por ello, el saber a enseñar son aquellos contenidos que figuran en el currículo del sistema educativo, luego, la transposición interna, consiste en los cambios sufridos por el saber a enseñar al convertirse en saber enseñado, en esta transposición participa directamente el docente. Ahora bien, se dispone una propuesta de solución que además, ayudará a minimizar o neutralizar el impacto que tal situación ocasiona en los estudiantes de 5to año de Media Técnica en la U. E.O.S

“Monseñor Juan Bautista Scalabrini”, ya que se presentan una serie de ejercicios enfocados en la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas, empleando un lenguaje sencillo y de fácil comprensión para estos estudiantes.

Teniendo en cuenta lo antes mencionado, se puede relacionar la transposición didáctica con la cotidianidad, pues un ejemplo de ello puede observarse en la sociedad donde se pueden encontrar diversos ejemplos de la transformación que sufre una información desde su origen hasta la comunicación de la misma a la sociedad; en algunos casos los datos originales difieren notoriamente de aquellos que son presentados al público en general, a través de los medios de comunicación escrita, radial o televisiva. En este caso se evidencia un efecto similar en el proceso que sufre un saber desde sus orígenes, al momento en el cual es parte de un sistema didáctico, entendiendo por sistema didáctico la tripleta docente, estudiante y saber. Por esta razón, se considera que la transposición didáctica ofrece una oportunidad de mejorar la enseñanza de las secciones cónicas en los estudiantes, porque la guía teórico-práctica les facilitará el aprendizaje de esta temática.

Identificación de las Debilidades, Oportunidades, Fortalezas y Amenazas Mediante el Análisis DOFA

A continuación se especifican las debilidades y fortalezas determinadas, a través de un análisis DOFA (Ver Cuadro Nº 2), el cual permitirá describir los aspectos evaluados, y de esta forma desarrollar una adecuada guía teórico-práctica para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica como mediación pedagógica dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S “Monseñor Juan Bautista Scalabrini”.

Cuadro Nº 3

Matriz DOFA

	FORTALEZAS	**DEBILIDADES**
Internos / Externos	1. Docentes con disponibilidad para el cambio. 2. Algunos conocimientos de la metodología de transposición didáctica.	1. Poco uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje. 2. Carencia de métodos motivadores para enseñar las secciones cónicas.
OPORTUNIDADES	**FO**	**DO**
1. La institución está interesada en apoyar el proyecto. 2. Políticas educativas.	1. Capacitar a los docentes en transposición didáctica. 2. Elaborar la guía teórico-práctica de secciones cómicas.	1. Aplicar una nueva metodología en la enseñanza de las secciones cónicas. 2. Desarrollar un método de empoderamiento de las secciones cónicas.
AMENAZAS	**FA**	**DA**
1. Se dispone de pocos recursos técnicos. 2. Bajo nivel de rendimiento estudiantil.	1. Optimizar el proceso de enseñanza para generar mayores beneficios en los estudiantes. 2. Implementar estrategias de enseñanza utilizando como base la transposición didáctica.	1. Establecer nuevas políticas de gestión educativa. 2. Implementar medidas que permitan incursionar en proyectos de crecimiento educacional.

Centeno (2018)

Fase I: Conclusiones del Diagnóstico

Posterior al desarrollo de los análisis correspondientes a los datos extraídos del instrumento de recolección de información en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", se llegó a la conclusión de que existen problemas a nivel de la metodología de enseñanza de las secciones cónicas que afectan el rendimiento de los estudiantes de 5º año en el área de matemática, por lo que se evidencian factores internos y externos que inciden directamente en esta situación. De igual forma, estos factores se hicieron más evidentes al aplicar una matriz DOFA, motivo por el cual se incorporaron las estrategias FO, DO, FA y DA, para dar solución a los problemas encontrados.

En tal sentido, las estrategias planteadas permitirán dar solución a la ausencia de una metodología basada en la transposición didáctica en la institución para la enseñanza y el aprendizaje de las secciones cónicas. Asimismo, al enlazar las debilidades con las oportunidades, se crean las estrategias DO, que pretenden capacitar a los docentes en transposición didáctica, aplicando una metodología más novedosa que implica la unificación de los factores internos y externos para su puesta en marcha. No obstante, aunque existan otros problemas en los factores externos, cada uno está proporcionalmente relacionado con un factor interno primordial representado en las fases administrativas de esta propuesta. En cuanto a las estrategias FO, al cruzar las fortalezas con las oportunidades, se genera la creación de una estrategia didáctica basada en la transposición didáctica mediante una guía teórico-práctica para optimizar el proceso de internalización e interpretación de las secciones cónicas por parte de los estudiantes.

Fase II: Factibilidad

1. **Factibilidad social:** existe factibilidad social porque todos los docentes del área de matemática y física están dispuestos a contribuir y adaptarse al método de transposición didáctica mediante una guía teórico-práctica que permita optimizar la enseñanza de las secciones cónicas, lo que facilitará el cumplimiento de los objetivos.

2. **Factibilidad técnica:** En el aspecto técnico, no se cuenta con especialistas en transposición didáctica, no obstante, se tomará la presente propuesta como punto

de partida mientras se contrata este profesional para lograr las metas de enseñanza de las secciones cónicas.

3. **Factibilidad operativa:** se cuenta con el apoyo y la colaboración del personal directivo y docente para la puesta en marcha de la nueva metodología de enseñanza de las secciones cónicas que fortalezca y mejore el rendimiento de los estudiantes de 5º año.

4. **Factibilidad organizacional:** es posible realizar la propuesta porque la propia institución tiene la voluntad y disposición para implementar la nueva metodología y el uso de la guía teórico-práctica mediante la transposición didáctica.

5. **Factibilidad económica:** se refiere a la dotación de recursos financieros en los que la empresa está dispuesta a proporcionar los pocos que posee, en este sentido, su ayuda permitirá lograr el propósito general de elaborar la guía teórico-práctica mediante la transposición didáctica.

Para la elaboración de esta propuesta, se estudiaron los costos de los recursos que se necesitan para llevarla a cabo, tales como: equipos electrónicos, materiales de oficina, entre otros. El sitio donde se llevará ejecutará será en las instalaciones de la institución, buscando a su vez, que el tiempo a invertir, no interfiera con el horario de trabajo de los docentes. Asimismo, el presupuesto se realizó con los costos consultados a distintos proveedores, al igual que las horas requeridas por parte del asesor externo, además, se especifica la cantidad de unidades de los demás implementos, como: hojas blancas, bolígrafos, marcadores, reglas y fotocopias, mostrando a la vez, el precio unitario de cada elemento requerido. El tiempo estimado será de dos (2) meses para su diseño y puesta en marcha.

Observación: Los costos que aparecen en esta propuesta tienen una vigencia de tan solo una semana, debido al desequilibrio de los precios en el país, por tanto, no se puede hacer una proyección real del costo total.

Cuadro Nº 4

Estudio de los costos de la Capacitación Docente

CAPACITACIÓN DE LOS DOCENTES: 4 SESIONES 5H C/U				
Concepto	**Unidades**	**Horas**	**Precio Unitario (Bs.)**	**Total (Bs.)**
Asesor externo	1	20	5000,00	20.000,00
Video beam	1	5	2000,00	2.000,00
Laptop (de la institución)	1		------	------
Hojas blancas	50		300,00	1.500,00
Copias	10		500,00	5.000,00
Marcadores	4		600,00	2.400,00
Pizarra acrílica (de la institución)	1		------	-------
			Subtotal	**30.900,00**
ELABORACIÓN DE LA GUÍA TEÓRICO-PRÁCTICA				
Hojas blancas	50		300,00	1.500,00
Tinta negra	1		2.500,00	2.500,00
Tinta de color	1		3.000,00	3.000,00
Impresora (de la institución)	1		-------	-------
Computadora(de la institución)	1		-------	-------
Encuadernado con anillo	1		3.500,00	3.500,00
			Subtotal	**7.000,00**
			Total General	**37.900,00**

Centeno (2018)

Como se observa en el cuadro, los gastos de la capacitación ascienden a Bs. 37.900,00 que cubrirán las 4 sesiones de capacitación en transposición didáctica con una duración de 5 horas cada una.

Cuadro Nº 5

Plan de Acción para la Capacitación

Objetivo	Estrategia	Actividad	Recursos	Tiempo
Capacitar a los docentes para el manejo de la transposición didáctica en la enseñanza.	1. Definir los elementos claves de cada concepto 2. Establecer y revisar periódicamente los indicadores 3. Describir claramente los propósitos y resultados esperados. 4. Potenciar, enseñar, retro-alimentar.	• Presentación visual • Exposición oral • Discusión • Actividades prácticas	Humanos: • Facilitador • Participantes Materiales: • Video beam • Pizarra acrílica • Marcadores • Material fotocopiado • Hojas blancas	5 horas 5 horas 5 horas 5 horas

Centeno (2018)

Fase III: La Propuesta

Objetivos de la Propuesta

Objetivo General

Elaborar una guía teórico-práctica para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica como mediación pedagógica dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S “Monseñor Juan Bautista Scalabrini”.

Objetivos Específicos

- Capacitar a los docentes en la metodología de la transposición didáctica para la enseñanza de las secciones cómicas.

- Efectuar el diseño de la guía teórico-práctica para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica como mediación pedagógica dirigida a los estudiantes de 5° año de Media Técnica en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini".

Justificación

La elaboración y puesta en marcha de esta propuesta está enmarcada dentro de una metodología que es muy poco conocida y aplicada en las aulas venezolanas, especialmente, en la enseñanza de la Geometría y sus diferentes contenidos, como es el caso de las Secciones Cónicas, pues la transposición didáctica, a pesar de no ser un método que se haya inventado recientemente, es poco utilizada por los docentes en sus estrategias de enseñanza.

Es en este sentido, que la propuesta cobra mayor importancia, ofreciendo una manera fácil y de menor complejidad para los estudiantes por medio de una guía de ejercicios y orientaciones para que tanto los estudiantes como los docentes tengan la posibilidad de aplicar la transposición didáctica en los objetos que se encuentran en el mundo circundante y se pueda ver su utilidad en todos los ámbitos de la vida y la cotidianidad.

Además, con la elaboración de esta guía teórico-práctica, los estudiantes que se encuentran actualmente en 5to año, serán beneficiados con un material didáctico que les permitirá comprender más fácilmente las secciones cónicas y sus diferentes usos y representaciones en el plano. Por otra parte, los estudiantes que están en 4to año, también contarán con este material para el próximo año escolar, en vista de que el mismo se mantendrá en la biblioteca de la institución para la consulta y uso de todos aquellos estudiantes y docentes que requieran de él.

A tal efecto, esta propuesta potenciará el desempeño de los docentes del área de matemática, porque podrán aprovechar los elementos abordados en la guía teórico-práctica para complementar sus planificaciones y diseñar estrategias de enseñanza que estén enfocadas en la transposición didáctica como metodología para una enseñanza más fluida y lo más importante, que no será tediosa o muy compleja para los estudiantes.

Por consiguiente, la investigación que se realizó previamente, permitió a la investigadora conocer la realidad que circunda el proceso de enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas en la institución objeto de estudio, dejando al trasluz una serie de debilidades y fortalezas que servirán de punto de partida para la elaboración de la guía teórico-práctica utilizando la transposición didáctica para la enseñanza de las secciones cónicas.

Así, al tener en cuenta que Venezuela no es ajena al proceso de globalización en el que se está inmerso, se hace necesario ahondar en este tipo de metodologías de enseñanza para que para que los estudiantes estén más cónsonos con los nuevos tiempos y las políticas educativas, las cuales impulsan a potenciar, capacitar y fomentar de una manera adecuada que sus ciudadanos se conviertan en la ventaja competitiva del país para lograr grandes resultados no solo a nivel educativo sino a nivel general.

Diseño de la Propuesta

Guía Teórico-Práctica para la Enseñanza y Aprendizaje de las Secciones Cónicas mediante la Transposición Didáctica

La Guía Teórico-Práctica para la Enseñanza y Aprendizaje de las Secciones Cónicas mediante la Transposición Didáctica contiene los puntos de mayor importancia en relación a las secciones cónicas, de manera que todo aquel que lo consulte, pueda acceder fácilmente a sus contenidos, los cuales son:

- Portada
- Presentación de la Metodología Transposición Didáctica
- Contenido
- Secciones Cónicas:

  1. Lugar geométrico en el plano
  1.1. Introducción a las Secciones Cónicas
  1.2. Definición Geométrica de las Secciones Cónicas
  1.3. Definición Algebraica de las Secciones Cónicas
  2. La Circunferencia Terrestre
  2.1. Definición Geométrica de la Circunferencia
  2.2. Definición Algebraica de la Circunferencia
  2.3. Intersección de Cónicas
  2.4. Fórmulas de la Circunferencia
  2.5. Ejercicios
  3. Órbitas Planetarias: La Elipse
  3.1. Definición Geométrica de la Elipse
  3.2. Definición Algebraica de la Elipse
  3.3. Intersección de Cónicas
  3.4. Fórmulas de la Elipse
  3.5. Ejercicios
  4. Matemática Griega: La Parábola
  4.1. Definición Geométrica de la Parábola
  4.2. Definición Algebraica de la Parábola
  4.3. Intersección de Cónicas
  4.4. Fórmulas de la Parábola
  4.5. Ejercicios $\boldsymbol{L_1}$

5. Tráfico Aéreo: La Hipérbola
5.1. Definición Geométrica de la Hipérbola
5.2. Definición Algebraica de la Hipérbola
5.3. Intersección de Cónicas
5.4. Fórmulas de la Hipérbola
5.5. Ejercicios
6. Respuesta de los Ejercicios

Portada: Es la primera cara de la guía en donde se presenta el material con el nombre de la autora, el nombre de la guía y la fecha de elaboración con un diseño de unas figuras cónicas que representan el contenido de la misma.

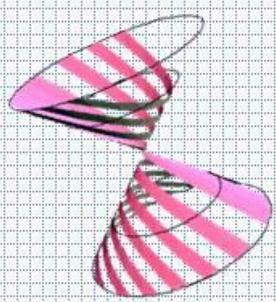
Presentación de la Metodología Transposición Didáctica: En esta parte, la autora hace una breve descripción de lo que trata el método de la transposición didáctica y la forma en la que se emplean los contenidos de la guía.

Contenido: En este se indican la estructura y los contenidos de la guía.

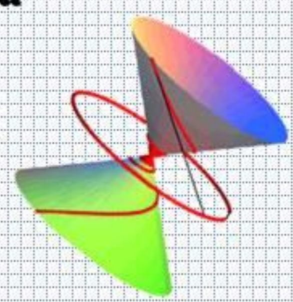
Secciones Cónicas: Es aquí donde se presenta realmente el material didáctico que sirve de orientación tanto al estudiante como al docente, para implementar el estudio y la práctica de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica, dando respuesta a las interrogantes: ¿Cómo surgieron?, ¿Qué son?, ¿Cómo nos relacionamos con ellas?, ¿Cómo pueden reconocerse?, ¿Para qué sirven?, ¿Qué expectativas de aprendizaje tenemos? Cada una de estas preguntas se van respondiendo en la medida que se va profundizando en los contenidos de: Secciones cónicas, Circunferencia, Elipse, Hipérbola y Parábola.

A continuación, se presenta la Guía Teórico-Práctica para la Enseñanza y Aprendizaje de las Secciones Cónicas mediante la Transposición Didáctica.

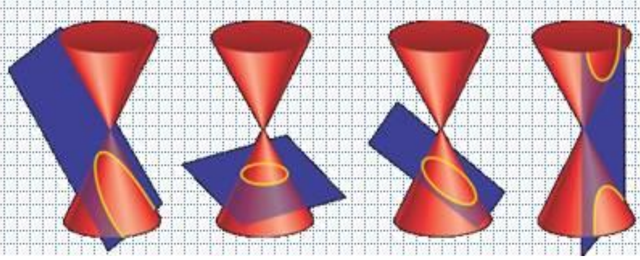
Secciones Cónicas a través de Transposición Didáctica



Guía Teórico-Práctica



Autora
Carolina Centeno



Presentación

La enseñanza de la Geometría requiere de algo más que el mero conocimiento de las fórmulas y los procedimientos, más aún cuando este conocimiento va dirigido a estudiantes de bachillerato. En la actualidad, se requiere de métodos motivadores que inviten al estudiante a reflexionar y a comprender desde su propio entorno, en qué forma pueden aprovechar los conocimientos adquiridos en las aulas

En esta Guía Teórico-Práctica de Secciones Cónicas a través de Transposición Didáctica, se presenta una nueva forma de ver el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría que facilitará la comprensión y adquisición de nuevos conocimientos al poder identificar su utilidad en el mundo cotidiano.

La transposición didáctica es una metodología en la cual el contenido del saber sabio que se designa como saber a enseñar sufre una serie de transformaciones de parte del enseñante para convertirse en un objeto de enseñanza, de acuerdo con la teoría planteada por Chevallard (1985). Es por ello que la presente guía tiene la finalidad de mostrar la forma en que se pueden enseñar las Secciones Cónicas aplicando la Transposición Didáctica.

En sus manos, dejo un material didáctico realizado con el apoyo de la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini" y con mucho esmero y dedicación que espero se convierta en un apoyo fundamental para los docentes de Física y Matemática y para los estudiantes que están en el proceso de aprender un poco de Geometría.

Contenido

pp.

Presentación.. 2

1. Secciones Cónicas. Lugar geométrico en el plano.................. 4

1.1. Introducción a las Secciones Cónicas. 1.2. Definición. 1.3. Definición Algebraica de las Secciones Cónicas

2. La Circunferencia Terrestre.. 8

2.1. Definición Geométrica de la Circunferencia. 2.2. Definición Algebraica de la Circunferencia. 2.3. Intersección de Cónicas. 2.4. Fórmulas de la Circunferencia. 2.5. Ejercicios

3. Órbitas Planetarias: La Elipse.. 20

3.1. Definición Geométrica de la Elipse. 3.2. Definición Algebraica de la Elipse. 3.3. Intersección de Cónicas. 3.4. Fórmulas de la Elipse. 3.5. Ejercicios

4. Matemática Griega: La Parábola.. 32

4.1. Definición Geométrica de la Parábola. 4.2. Definición Algebraica de la Parábola. 4.3. Intersección de Cónicas. 4.4. Fórmulas de la Parábola. 4.5. Ejercicios.

5. Tráfico Aéreo: La Hipérbola.. 43

5.1. Definición Geométrica de la Hipérbola. 5.2. Definición Algebraica de la Hipérbola. 5.3. Intersección de Cónicas. 5.4. Fórmulas de la Hipérbola. 5.5. Ejercicios

6. Respuesta de los Ejercicios.. 57

Bibliografía.. 60

1. Secciones Cónicas. Lugar geométrico en el plano

1.1. Introducción a las Secciones Cónicas

El descubrimiento de las secciones cónicas estuvo íntimamente ligado a uno de los tres problemas clásicos de la geometría griega, la Duplicación del Cubo o Problema de Delos.

Fue Hipócrates quien demostró que se podría conseguir la Duplicación del Cubo, siempre que se pudiera encontrar curvas que cumplieran $\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$

y Menecmo halló dichas curvas como secciones de conos circulares rectos (ortotoma), agudos (oxitoma) y obtusos (amblitoma).

Ortotoma Oxitoma Amblitoma

Pero es Apolonio de Pérgamo quien hace un tratamiento tan exhaustivo que desplaza a todos los anteriores, y quien da una formulación definitiva.

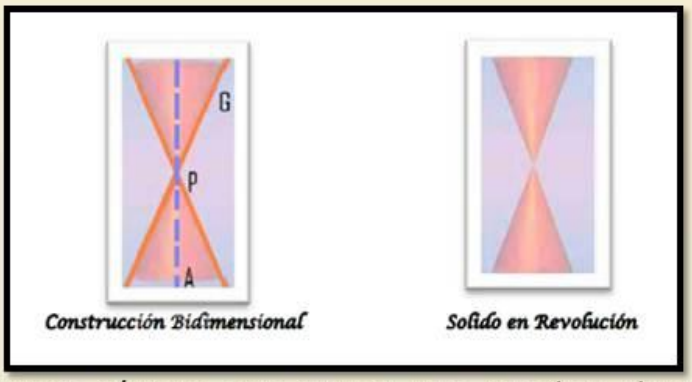
Todo este estudio de estas formulaciones se encuentra en "Las Cónicas", que son ocho libros dedicados al estudio de las cónicas. Dicho tratado fue considerado como el corpus más completo que recogía los conocimientos sobre tales curvas de toda la Antigüedad. Con posterioridad el rastro de los ocho libros de Las Cónicas de Apolonio se perdió, de tal modo que su legado ha llegado hasta nosotros de diversas formas. Sólo los cuatro libros primeros se conservan en griego.

El octavo desapareció en su totalidad, pero, gracias a la traducción al árabe de los libros V al VII que realizara Thabit ibn Qurra, se conservaron los siete primeros. Todos ellos traducidos al latín en los siglos XVI y XVII por Johanms Baptista Memus en 1537 y Abraham Echellencis y Giacomo Alfonso Borelli en 1661.

En cuanto a la obtención de Las Cónicas se conoce que, residiendo en Alejandría, Apolonio fue visitado por un geómetra llamado Naucrates, y, a petición de este último, escribió un apresurado borrador de Las Cónicas en ocho libros. Más tarde, ya en Pérgamo, perfeccionó y afinó el contenido de su primera obra.

1.2. Definición Geométrica de las Secciones Cónicas

Si tomamos una recta móvil G que corta a otra recta fija A en un punto P, formando con ella un ángulo constante, dicha recta G al girar genera una superficie tridimensional llamada Cono Circular Recto. La recta G, se denomina recta generatriz, la recta A es el eje vertical, mientras que el punto P representa el vértice del cono; y las porciones del cono que poseen en común el vértice reciben el nombre de hojas. Y la línea de la curva de los extremos (circunferencia) se denomina directriz.

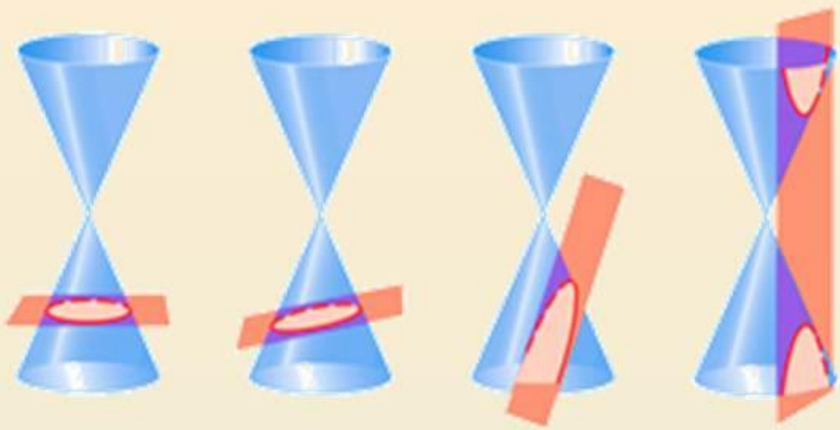


Las secciones cónicas son curvas que pueden obtenerse con la intersección de dicho cono circular recto o sólido en revolución con un plano, y dicha intersección no debe contener al vértice del cono.

Es decir, las distintas cónicas aparecen dependiendo de la inclinación del plano respecto al eje del cono. Si el plano se intercepta perpendicularmente al eje A paralelo a la base se tiene una circunferencia; si se inclina ligeramente, se obtiene una elipse; cuando es paralelo a una generatriz del cono se tiene una parábola y si es paralelo al eje central,

6

corta a ambas ramas del cono la curva es una hipérbola. Obsérvese en cada gráfica el lugar geométrico según la inclinación del plano:



Círculo Elipse Parábola Hipérbola

1.3. Definición Algebraica de las Secciones Cónicas

Desde un punto de vista algebraico se puede definir cónica como la curva que responde a una ecuación del tipo:

$$\boxed{Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0}$$

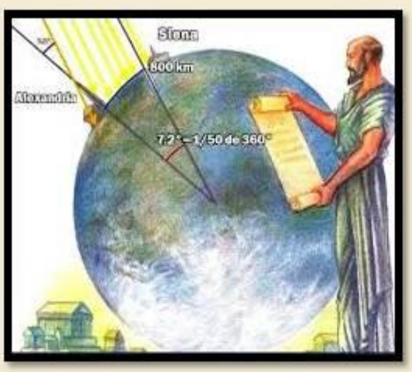
Los valores que toman A, B, C, D y E, determinan el tipo de la cónica y su posición en el plano. Permitiendo que dichos coeficientes tomen valores cualesquiera, además de los cuatro tipos de cónicas y los tres casos de cónicas degeneradas, se obtienen incluso cónicas imaginarias.

2. La Circunferencia Terrestre

Ya en la antigua Grecia, se creía que la Tierra era una esfera perfecta. Y es Aristóteles quien aporta evidencias al observar que en los eclipses lunares, la sombra proyectada sobre la Luna tenía forma circular.

Pero las preguntas continuaban, y llegó el turno del tamaño. Eratóstenes, fue el primero en determinar la circunferencia de la Tierra, y debido a que vivió en el siglo III a.C ., sus herramientas sólo fueron palos, ojos, pies y su cerebro. Siendo director de la biblioteca de Alejandría, leyó en un papiro que en Siena, actualmente Asuán, Egipto, en el mediodía del 21 de Junio un palo vertical no proyectaba sombra. Pero en Alejandría no sucedía esto, la primera conclusión que determinó fue que definitivamente la Tierra no podía ser plana, porque si así lo fuera, el Sol produciría sombras de igual longitud para ambos palos.

Luego quiso determinar la circunferencia de la Tierra. Sabía que la distancia entre Siena y Alejandría era de aproximadamente unos siete grados, por la diferencia entre las longitudes de las sombras de los palos; si imaginamos los palos prolongados hasta llegar al centro de la Tierra, formaran un ángulo de siete grados. Pero le faltaba un dato, la distancia entre Siena y Alejandría, por lo que contrató a un hombre para que lo midiera a pasos. El resultado era aproximadamente 5040 estadios egipcios, es decir, 792,29 km. Entonces multiplicando ambos, 39614,4 km. Esta debía ser la circunferencia de la Tierra.



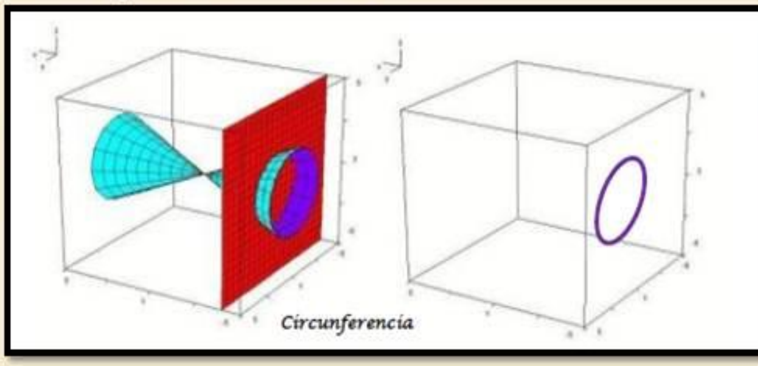
Responde

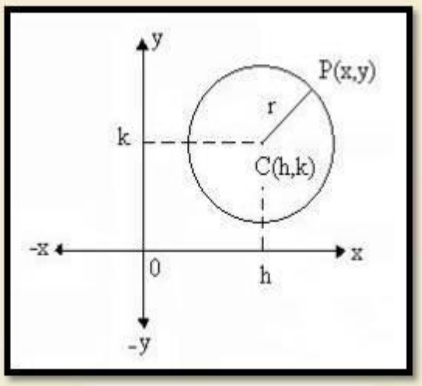
¿Cuánto mide la circunferencia de la tierra hoy día con todos los avances tecnológicos e indica el porcentaje de error que obtuvo Eratóstenes?

2.1. Definición Geométrica de la Circunferencia

Si se corta una superficie cónica con un plano que no pase por su vértice y llamamos β al ángulo que forma el plano con el eje del cono, y dicho ángulo es de 90º, entonces la cónica se le denomina: Circunferencia.

En el plano cartesiano una circunferencia es aquella curva que se forma por todos los puntos equidistantes a un punto fijo denominado centro.





En la gráfica se observa el punto C denominado Centro, el punto P y la distancia entre el centro y el punto de la circunferencia llamado radio.

Diámetro

Es el segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro.

Se expresa analíticamente $di\acute{a}metro = 2 * radio$

Existen elementos de la circunferencia que forman un apoyo a las construcciones analíticas, por ejemplo el diámetro; otro elemento fundamental de la sección cónica es la excentricidad, donde su relación genera una constante igual a cero.

10

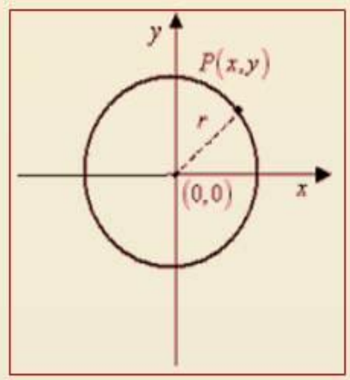
2.3. Definición Algebraica de la Circunferencia

La circunferencia cuyo centro es el punto (h,k) y cuyo radio es la constante r; se puede escribir su ecuación ordinaria de la siguiente manera:

$$\boxed{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

Dicha ecuación surge de la fórmula para determinar distancia entre dos puntos $d_{\overline{CP}} = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$

donde $d\overline{\overline{C}}\overline{P}$ se conoce como el radio. Sin embargo existe otra ecuación denominada canónica; es cuando la circunferencia tiene como centro el origen del plano cartesiano, quedando expresada de la siguiente manera: $x^2 + y^2 = r^2$



Por otra parte se tiene la ecuación general que se obtiene al desarrollar los productos notables e igualar a cero, quedando de la siguiente manera:

$$\boxed{Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0}$$

Donde A, B, C, D y E son números reales y además A=B, aunque de preferencia estos últimos coeficientes se expresan igual a la unidad, para encontrar la distancia del radio con mayor facilidad, resultando:

$$\boxed{x^2+y^2+Cx+Dy+E=0}$$

Donde surgen los siguientes casos:

1) *Si* $C^2+D^2-4E>0$ *, la circunferencia es real con centro* $\left(-\frac{C}{2},-\frac{D}{2}\right)$ *y radio* $r=\frac{1}{2}\sqrt{C^2+D^2-4E}$.
2) *Si* $C^2+D^2-4E=0$ *, el radio es cero y la ecuación representa un punto* $\left(-\frac{C}{2},-\frac{D}{2}\right)$
3) *Si* $C^2+D^2-4E<0$ *, la circunferencia es imaginaria o no real por la propiedad de radicales.*

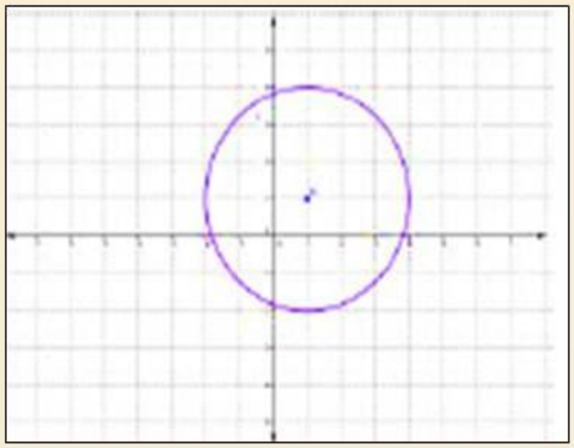
Propiedad

$\sqrt[n]{a}\in\mathbb{R}$ *cuando n es par y a es un numero real negativo.*

Todo esto sugiere un método para obtener la ecuación o lugar geométrico de una circunferencia en cualquier problema dado; donde todo lo que se necesita hallar es la longitud del radio y las coordenadas de su centro.

EJERCICIO Nº 1

Dada la siguiente gráfica, hallar su ecuación general.



Solución

C(1,1) y el radio=3**unidades**	; Datos observados en la gráfica
$(x-1)^2+(y-1)^2=(3)^2$	; Se sustituyen los datos en la ecuación ordinaria
$(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)=9$	; Resolviendo el cuadrado de una diferencia y potencia
$x^2+y^2-2x-2y+2-9=0$	; Ordenando los términos en el primer miembro
$x^2+y^2-2x-2y-7=0$	; Resolviendo las operaciones correspondientes

La ecuación general es $\boldsymbol{x^2+y^2-2x-2y-7=0}$

13

EJERCICIO Nº 2

Dada la ecuación general $\boldsymbol{x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0,}$ encontrar su gráfica en el plano cartesiano.

Solución

$(x^2 + 6x) + (y^2 + 2y) - 6 = 0$; Agrupación de los términos que contengan la misma variable.

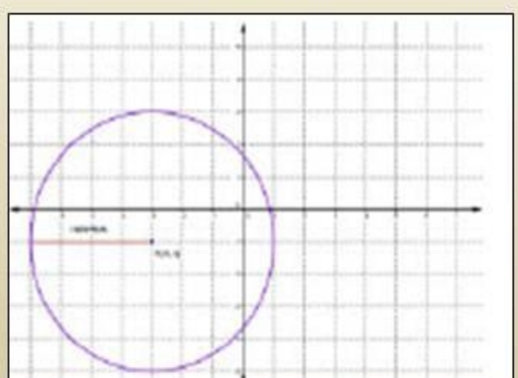
$(x^2 + 6x) + (y^2 + 2y) = 0 + 6$; Igualando al término independiente

$(x^2 + 6x + 9) + (y^2 + 2y + 1) = 0 + 6 + 9 + 1$; Completando términos $2xb = 6x \quad y \quad 2yb = 2y$

$(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 16$; Factorizando por trinomio cuadrado perfecto y realizando operaciones básicas

$C(-3,-1)$ *y el radio* $= 4$; Extrayendo de cada binomio y calculando raíz cuadrada del término independiente

La circunferencia posee un radio de 4 unidades y centro (-3,-1)



14

2.3. Intersección de Cónicas

Para encontrar las intersecciones solamente se hace uso de sistemas de ecuaciones y se resuelven haciendo uso de métodos ya conocidos como sustitución de ecuaciones.

EJERCICIO Nº 3

Dada las ecuaciones $\boldsymbol{x^2 + y^2 + 5x + y - 26 = 0}$ y $\boldsymbol{x^2 + y^2 + 2x - y - 15 = 0}$

Encontrar la intersección de ambas circunferencias.

Solución

$$\begin{array}{r} 1 \\ -1 \end{array}\begin{cases} x^2 + y^2 + 5x + y = 26 \\ x^2 + y^2 + 2x - y = 15 \end{cases}$$: Se construye un sistema de ecuación

$$\begin{cases} \cancel{+x^2} \cancel{+y^2} + 5x + y = 26 \\ \cancel{-x^2} \cancel{-y^2} - 2x + y = -15 \end{cases}$$: Reduciendo la ecuación a los términos básicos de la circunferencia

$$3x + 2y = 11$$: Despejando la variable y

$$y = \frac{11-3x}{2}$$

$$x^2 + \left(\frac{11-3x}{2}\right)^2 + 5x + \left(\frac{11-3x}{2}\right) = 26$$: Sustituir en la primera ecuación

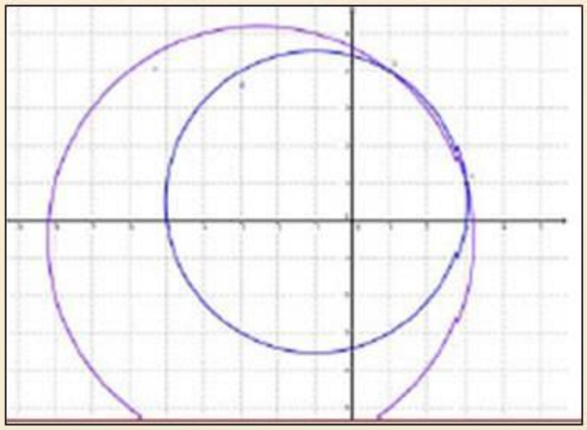
$$13x^2 - 52x + 39 = 0$$: Resolver todas las operaciones básicas

$$x_1 = 3 \quad y \quad x_2 = 1$$: Al resolver la ecuación de segundo grado

$$A(3,1) \quad y \quad B(1,4)$$: Sustituyendo los valores de x en la segunda ecuación.

15

Los puntos de Intersección de ambas circunferencias son $\boldsymbol{A(3,\ 1)\ y\ B(1,\ 4)}$



2.4. Fórmulas de la Circunferencia

Ecuación Ordinaria Canónica	$\mathbf{x^2 + y^2 = r^2}$
Ecuación Ordinaria con Centro $(h,\ k)$	$\boldsymbol{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$
Ecuación General	$\boldsymbol{x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0}$
Excentricidad	$e = 0$
Diámetro	$\boldsymbol{2\ radio = diametro}$

16

Ejercicio Modelo

La señal de una estación de radio tiene un alcance circular de 50Km. Una segunda estación, ubicada a 100Km al este y 80Km al norte de la primera, cubre 80Km. ¿Hay lugares que cubren ambas señales?. Hallar sus ecuaciones, gráfica y explica su respuesta.

Solución

$(x-0)^2+(y-0)^2=(50)^2$; Se construye la ecuación de la señal de la primera estación de radio usando como punto de referencia el origen del sistema de coordenadas rectangulares.

$x^2+y^2-2500=0$; Resolviendo el producto notables y las operaciones

La ecuación de la circunferencia que genera la señal de la primera estación de radio es $\boldsymbol{x^2+y^2-2500=0}$

$(x-100)^2+(y-80)^2=(80)^2$; Se construye la ecuación de la señal de la segunda estación de radio, usando las indicaciones del enunciado.

$x^2+y^2-200x-160y-10000=0$; Resolviendo los productos notables y las operaciones básicas

La ecuación de la circunferencia que genera la señal de la segunda estación de radio es

$$\boldsymbol{x^2+y^2-200x-160y+10000=0}$$

17

Luego se hallan los Puntos de intersección en Circunferencias

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \quad x + \quad y = 2500 \\ x^2 + y^2 - 200x - 160y = 10000 \end{cases}$$

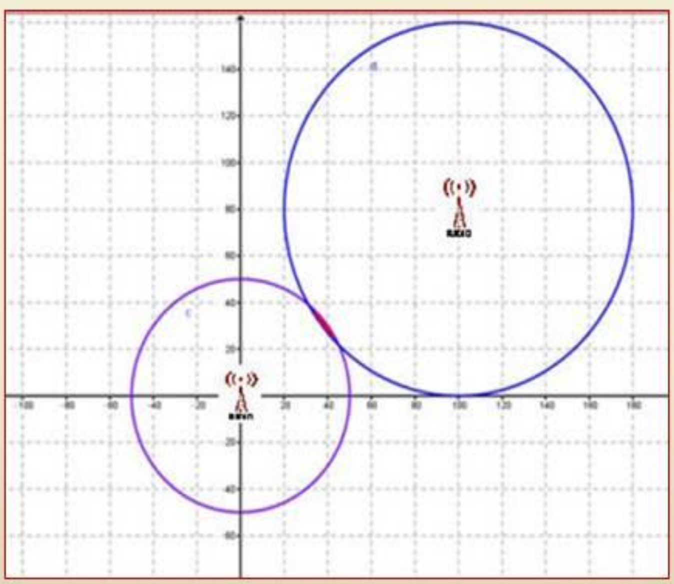
;Estableciendo un sistema de ecuación para verificar la intersección entre las circunferencias

$$A\left(\frac{25(4\sqrt{31}+125)}{82};\frac{-125(\sqrt{31}-20)}{80}\right)$$

; obteniendo los puntos de intersección, es decir, ambas circunferencias se interceptan y tienen áreas comunes.

$$B\left(\frac{-25(4\sqrt{31}-125)}{82};\frac{125(\sqrt{31}+20)}{80}\right)$$

Se grafica ambas circunferencias en el sistema de coordenadas rectangulares.

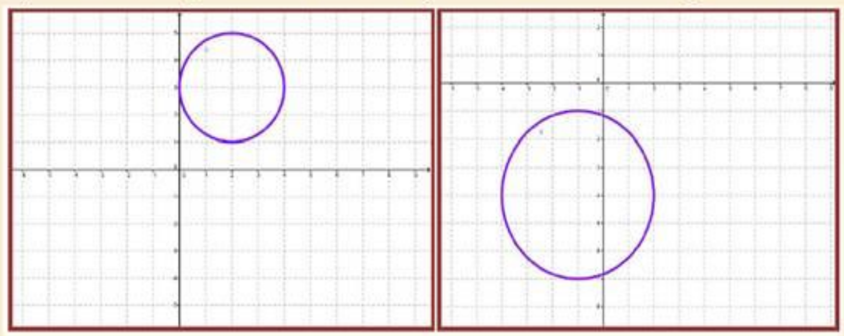


Sí hay una zona que recibe ambas señales de radio, ya que ambas circunferencias se intersectan. En la gráfica se muestran marcadas en rojo.

18

2.5. Ejercicios

1) Dadas las gráficas construye las ecuaciones generales.



2) Dadas las ecuaciones generales construye su gráfica

$$a)\ x^2 + y^2 - 18x + 12y - 40 = 0$$

$$b)\ x^2 + y^2 - 8x - 4y - 10 = 0$$

3) Determine la ecuación de la circunferencia que contiene a los puntos A(2,3) , B(-1,1) y cuyo centro se encuentra sobre la recta definida por la ecuación $x - 3y - 11 = 0$

4) Hallar la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo cuyos lados son las rectas:

$L1$: $x - y - 8 = 0$, $L2$: $2x + y - 14 = 0$ y $L3$: $3x + y - 22 = 0$.

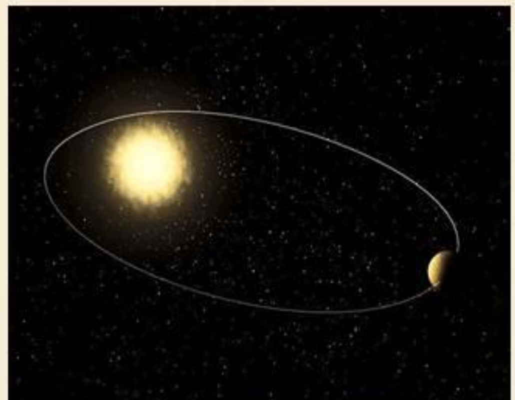
5) Un satélite S(-9,5) gira alrededor de un planeta de forma circular de ecuación $x2 + y2 - 8x - 6y = 0$. Dicho satélite envía señales tangenciales al planeta. Determina las ecuaciones que indican la trayectoria de las señales y grafica.

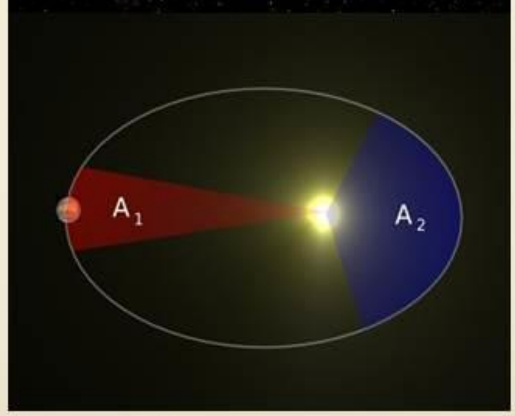
3. Órbitas Planetarias: La Elipse

Johannes Kepler fue un astrónomo que estudió las observaciones del planeta Marte hechas por Tycho Brahe. Después de innumerables tanteos y de interminables cálculos realizados durante muchos años, llegó a deducir sus famosas tres leyes.

Primera

Esta ley se refiere al tipo de órbita que poseen los planetas del sistema solar: los planetas describen órbitas elípticas ocupando el sol uno de sus focos. En la órbita de cualquier planeta se reconocen dos puntos: el punto más distante al sol, que se llama afelio, y el más cercano al sol, llamado perihelio.





Segunda

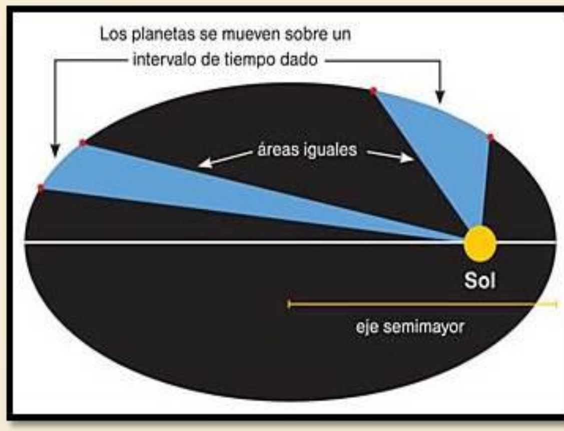
Plantea que al considerar la posición del planeta para diferentes intervalos de tiempo, se cumple que la recta que une cualquier planeta con el sol (radio vector) describe áreas iguales en tiempo iguales. Por esto un planeta que se encuentra más cercano al sol (perihelio) se moverá con mayor rapidez que cuando se encuentre mas alejado de este (afelio).

Tercera

Esta ley permite obtener una constante para todos los planetas que relaciona el periodo de revolución con el radio de la órbita. Esta ley plantea que el cuadrado del periodo de revolución de un planeta en torno al sol es proporcional al cubo del radio medio de la órbita.

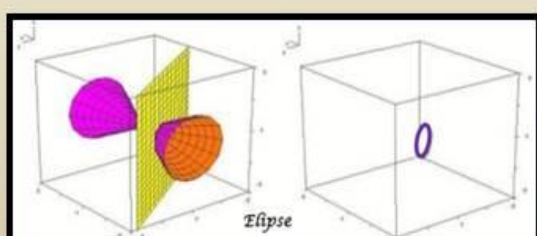
Responde

¿En qué basó Kepler sus tres leyes?

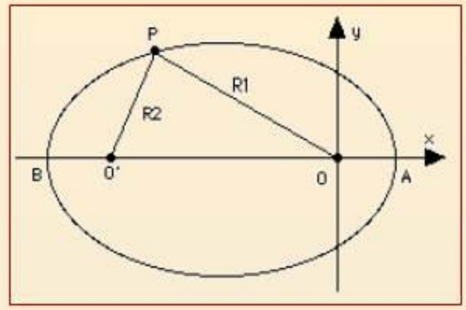


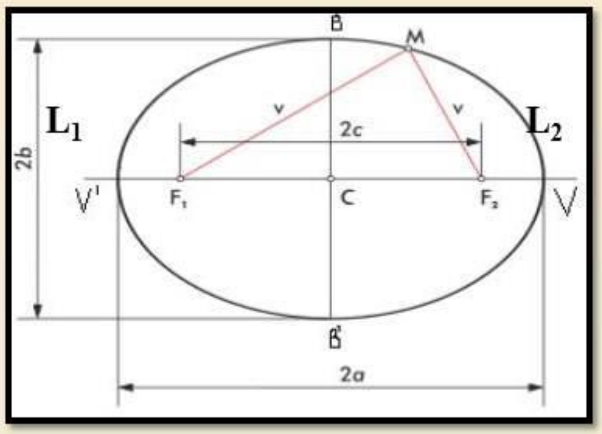
3.1. Definición Geométrica de la Elipse

La elipse es la curva que se obtiene interceptando un cono circular recto y un plano, si el plano está inclinado y no es paralelo a una de sus generatrices y corta a una sola rama del cono.



En el plano cartesiano una elipse es aquella curva que se forma por todos los puntos de un plano, participantes de la propiedad relativa: que la suma de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.





Los elementos que se observan son los indispensables para encontrar dicho lugar geométrico: C es el centro de la elipse, el segmento $\overline{V'V}$ es el eje mayor y está incluido en la recta que constituye el eje de la elipse, el segmento $\overline{B'B}$ corresponde al eje menor, el eje focal está constituido por $\overline{F'F}$ y las rectas L1 y L2 denominadas directrices, las cuales van a formar parte de la curva construida.

Otro elemento fundamental de la elipse es la excentricidad, la cual debe ser menor a 1, como propiedad para la existencia del lugar geométrico.

3.2. Definición Algebraica de la Elipse

La elipse de centro $(h,\ k)$ con su eje paralelo al eje de las abscisas, tiene como estructura algebraica, la siguiente:

$$\boxed{\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1}$$

Donde a y b son números reales que corresponden a los semiejes de la elipse.

También consideramos como elipse de centro $(h,\ k)$ pero con su eje perpendicular al eje de las abscisas a la siguiente ecuación ordinaria:

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$

Es decir, "a" corresponde al semieje mayor y "b" al semieje menor. Sea cualquiera su estructura tiene como regla general la ubicación del semieje mayor como "a" y ambas fracciones algebraicas positivas.

Sin embrago, existe otra ecuación denominada canónica; y es cuando la elipse tiene como centro el origen del plano cartesiano:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad \frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$$

Por otra parte y no menos importante, se tiene la ecuación general que se obtiene al desarrollar las operaciones básicas, productos notables y despeje, quedando de la siguiente manera:

$$\boxed{Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0}$$

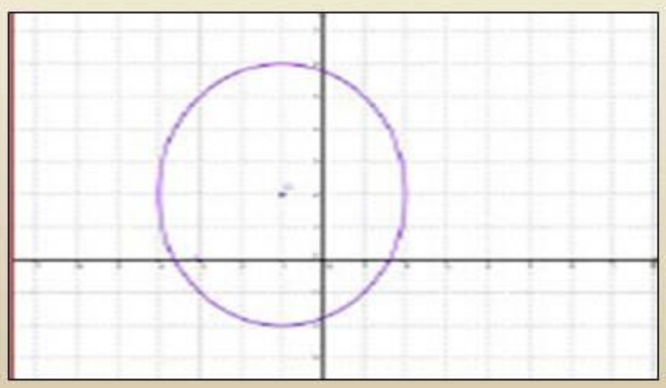
Donde A, B, C, D y E son números reales y además se cumple que A y B son distintos y positivos.

Otra fórmula poco mencionada, pero que permite relacionar todos los semiejes presentes en la curva de la elipse es la Pitagórica, la cual se muestra de la siguiente manera:

$$\boxed{c^2 = a^2 - b^2}$$

EJERCICIO Nº 1

Dada su gráfica, hallar su ecuación general.



24

Solución

C(-1,2) , a=4, b=3 ; Datos observados en la gráfica

$$\frac{[x-(-1)]^2}{(3)^2}+\frac{(y-2)^2}{(4)^2}=1$$; Se sustituyen los datos en la ecuación ordinaria

$$\frac{x^2+2x+1}{9}+\frac{y^2-4y+4}{16}=1$$; Resolviendo el producto notable y las potencias

$$16x^2+32x+16+9y^2-36y+36=144$$; Aplicando el M.C.M.

$$16x^2+9y^2+32x-36y-92=0$$; Resolviendo las operaciones correspondientes y ordenando los términos

La ecuación general de la elipse presente en la gráfica, posee como ecuación general

$$\mathbf{16x^2+9y^2+32x-36y-92=0}$$

EJERCICIO Nº 2

Dada la ecuación general $x2+4y2+2x-24y+33=0$, hallar su gráfica con todos sus elementos.

Solución

$$(x^2+2x)+(4y^2-24y)=-33$$; Agrupamos los términos semejantes

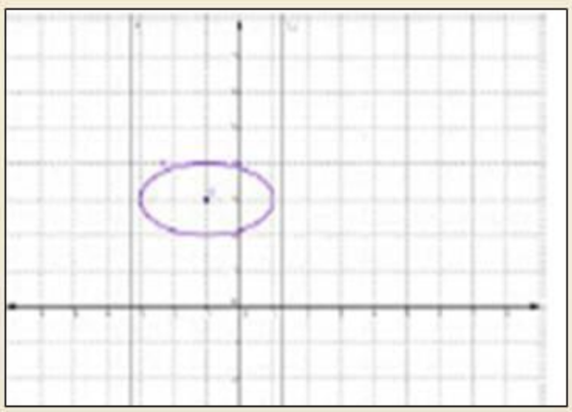
$$(x^2+2x+1)+4(y^2-6y+9)=4$$; Completando cuadrados

$(x+1)^2 + 4(y-3)^2 = 4$; Factorizando

$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{1} = 1$; Igualando a la unidad

$C(-1,3), \quad a = 2, \quad b = 1$; Extrayendo centro y ejes de la ecuación ordinaria

La elipse tiene centro en (-1,3), sus semiejes son
$a = 2$, $b = 1$, $c = \sqrt{3}$,
mientras que sus directrices son
$\sqrt{3}x - (4 - \sqrt{3}) = 0$ y $\sqrt{3}x + (4 + \sqrt{3}) = 0$



3.3. Intersección entre Cónicas

Para encontrar el o los puntos comunes entre cónicas es necesario establecer un sistema de ecuación y reducirlo, para luego realizar todas las operaciones básicas en las ecuaciones obtenidas y hallar las coordenadas reales de intersección.

EJERCICIO Nº 3

Dadas las ecuaciones generales $x^2 + 9y^2 - 9 = 0$ y $9x^2 + y^2 - 9 = 0$, hallar el o los puntos de intersección y su gráfica:

Solución

Calculamos el o los puntos de intersección

$$\begin{cases} x^2 + 9y^2 - 9 = 0 \\ 9x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$

; Estableciendo un sistema de ecuación

$$\begin{cases} -\cancel{9x^2} - 81y^2 = -81 \\ \cancel{9x^2} + \quad y^2 = \quad 9 \end{cases}$$

; Reduciendo los términos

$$-80y^2 = -72$$

; Despejando

$$y = \pm\sqrt{\frac{9}{10}}$$

; Hallando el valor de la y.

$$x^2 + 9\left(\sqrt{\frac{9}{10}}\right)^2 - 9 = 0$$

; Sustituyendo $y = -\sqrt{\frac{9}{10}}$ y $y = \sqrt{\frac{9}{10}}$

$$x = \pm\sqrt{\frac{9}{10}}$$

;Resolviendo la ecuación de segundo grado

Por lo tanto tiene cuatro puntos de intersección

$$A\left(\sqrt{\frac{9}{10}}, \sqrt{\frac{9}{10}},\right) \; B\left(\sqrt{\frac{9}{10}}, -\sqrt{\frac{9}{10}},\right) \; C\left(-\sqrt{\frac{9}{10}}, \sqrt{\frac{9}{10}},\right) \; D\left(-\sqrt{\frac{9}{10}}, -\sqrt{\frac{9}{10}},\right)$$

Calculamos los elementos de la elipse 1

$x^2 + 9y^2 = 9$; Igualando al término independiente

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$; Hallando la ecuación ordinaria

$C(0{,}0), \quad a = 3, \; b = 1$; Extrayendo centro y ejes de la ecuación ordinaria.

La elipse 2 tiene centro en (0,0), sus semiejes son a=3 y b=1

Calculamos los elementos de la elipse 2

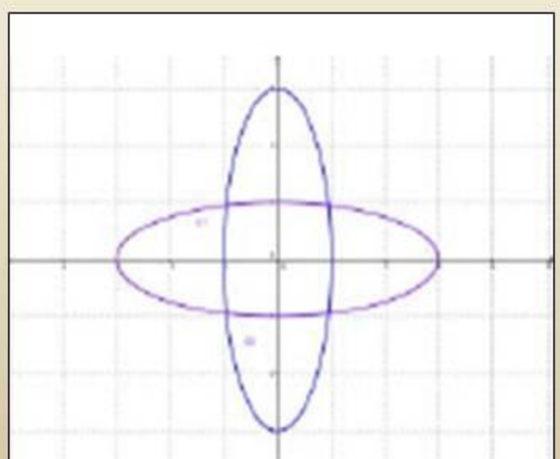
$9x^2 + y^2 - 9 = 0$; Igualando al término independiente

$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$; Hallando la ecuación ordinaria

$C(0{,}0), \quad b = 1, \quad a = 3$; Extrayendo centro y ejes de la ecuación ordinaria

La elipse 2 tiene centro en (0,0), sus semiejes son b=1 y a=3

Gráfica de las Elipses



28

3.4. Fórmulas de la Elipse

Constantes		$2a = eje\,mayor$ $2b = eje\,menor$ $2a = eje\,focal$
Ecuación Ordinaria Canónica	Eje focal paralelo al eje de las abscisas	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
	Eje focal perpendicular al eje de las abscisas	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$
Ecuación Ordinaria con Centro (h, k)	Eje focal paralelo al eje de las abscisas	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
	Eje focal perpendicular al eje de las abscisas	$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$
Longitud del lado Recto		$Lr = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad		$e = \frac{c}{a} < 1$
Relación entre Semiejes		$c^2 = a^2 - b^2$
Directrices		$x = \pm\frac{a^2}{c} + h$ ó $y = \pm\frac{a^2}{c} + k$
Ecuación General		$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ Donde $A \neq B$ y ambos $\in \mathbb{R}^+$

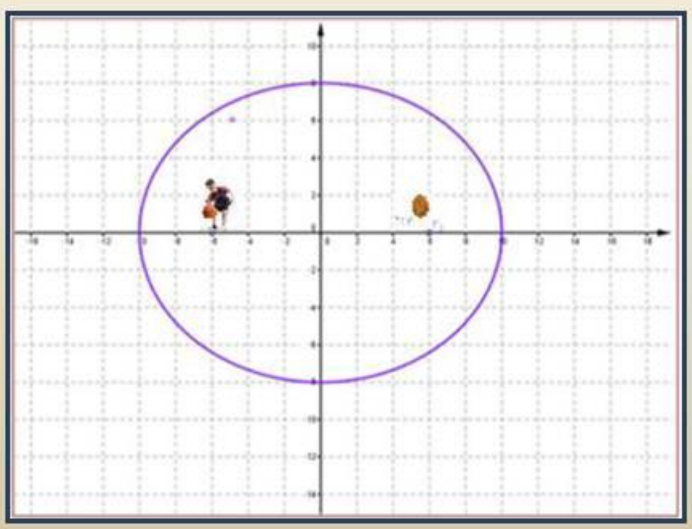
Ejercicio Modelo

La altura máxima de un auditorio cuyo techo tiene forma semielíptica es de 8m y tiene 20m de longitud. Si cae una pelota sobre un foco, el ruido que produce se escucha claramente en el otro foco. ¿A qué distancia está un foco del otro?

Solución

$a^2 - b^2 = c^2$	; Formula Pitagórica que relaciona los tres semiejes.
$c = \sqrt{(10)^2-(8)^2}$	; Sustituyendo los valores
$c = 6$	; Distancia del semieje focal
$2c = 12$	; Distancia del eje focal

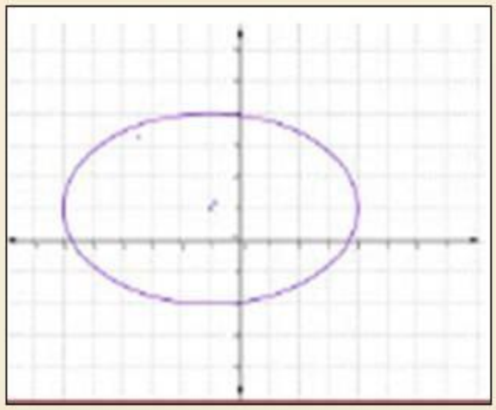
La distancia de un foco al otro es de 12m.



30

3.5. Ejercicios

1) Dada la gráfica construye la ecuación general.



2) Dadas las ecuaciones generales construye la elipse y todos sus elementos.

$$\text{a) } 3x^2 + 4y^2 - 30x - 16y + 79 = 0$$

$$\text{b) } 9x^2 + 25y^2 + 18x - 50y - 191 = 0$$

3) Encuentra los puntos de intersección de la elipse $9x^2 + 16y^2 - 2 = 0$ con la recta $3x + 4y = 0$.

4) Un objeto se mueve en forma elíptica alrededor de un punto fijo que está en uno de los focos de la elipse. Si la excentricidad es de 0,5 y el eje mayor de la elipse es de 8m, encuentra la distancia máxima a la que se puede encontrar el objeto del punto fijo.

4. Matemática Griega: La Parábola

Los problemas de cuadraturas son problemas geométricos que consisten en lo siguiente: dada una figura, construir un cuadrado con área igual a la de la figura dada. Esta construcción debía hacerse con regla no graduada y compás, siguiendo unas normas precisas.

En la antigua Grecia ya era cotidiano, y se sabía cuadrar cualquier polígono o figura. Y es así como surgió la cuadratura de un segmento de parábola.

Esta demostración aparece en una carta que escribe Arquímedes a su amigo Dositheus, obra que se conoce con el nombre de "Sobre la Cuadratura de la Parábola". La demostración consiste en hacer una descomposición exhaustiva del segmento parabólico por medio de triángulos de una forma muy ingeniosa.

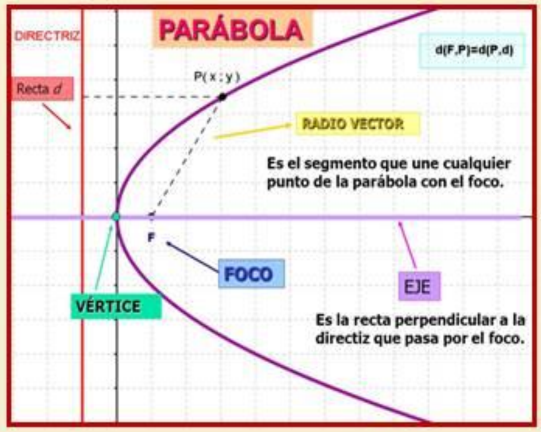
Arquímedes, empleó la llamada propiedad arquimediana o axioma de Arquímedes: "Si de cualquier magnitud sustraemos una parte no menor que su mitad, y si del resto sustraemos de nuevo una cantidad no menor que su mitad, y si continuamos repitiendo este proceso de sustracción, terminaremos por obtener como resto una magnitud menor que cualquier magnitud del mismo tipo dada de antemano".

Este axioma aparece en el libro de Arquímedes La Esfera y el Cilindro, así como en "Sobre la Cuadratura de la Parábola y en Espirales". Al parecer, dicho axioma fue ya formulado por Eudoxo.

32

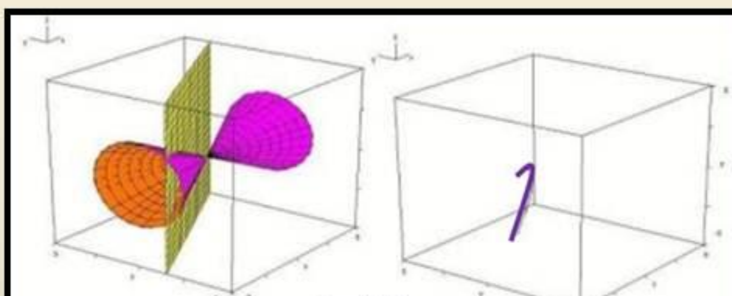
Responde

¿Cuáles otros problemas de cuadraturas tienen relevancia durante la historia?



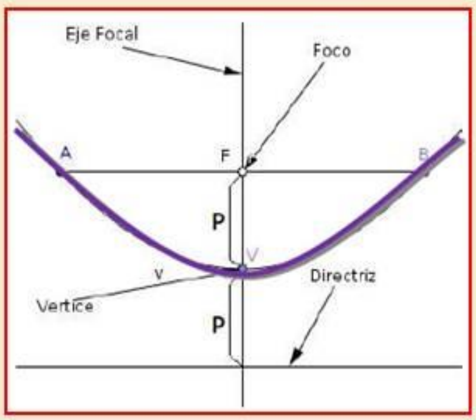
4.1. Definición Geométrica de la Parábola

Si se corta una superficie cónica con un plano que no pase por su vértice con un ángulo inclinado de tal manera que sea paralelo a una sola generatriz, entonces dichos puntos generan una parábola.


Parábola

Mientras que en el plano cartesiano se denomina parábola a todos los puntos de un plano que equidistan de una recta dada, llamada directriz, y de un punto exterior a ella, llamado foco.

En la gráfica se observan los elementos indispensables para encontrar el lugar geométrico los cuales son: el vértice V, foco F, el eje de la parábola donde contiene el eje focal, el segmento que uno los punto A y B denominado como lado recto, la directriz y el parámetro que es la distancia del foco al vértice y del vértice al punto donde se intercepta la directriz y el eje de la parábola.



4.2. Definición Algebraica de la Parábola

El lugar geométrico de una parábola con centro en el origen del plano cartesiano, se puede escribir algebraicamente y clasificarlos según el paralelismo del eje de la parábola:

1) $y^2 = 4px$, cuando el eje de la parábola es paralelo al eje de las abscisas.

2) $x^2 = 4py$, cuando el eje de la parábola es perpendicular con el eje de las abscisas.

34

Mientras su vértice coincide con el origen del plano cartesiano y si es trasladado a cualquier parte del plano, es decir, se reconoce el vértice con coordenadas generalizadas con el punto (h, k), entonces tenemos las siguientes ecuaciones:

1) $(y - k)^2 = 4p(x - h)$, cuando el eje de la parábola es paralelo al eje de las abscisas.

2) $(x - k)^2 = 4p(y - k)$, cuando el eje de la parábola es perpendicular con el eje de las abscisas.

Por otra parte se tiene la ecuación general de la parábola que se obtiene desarrollando distributivas y productos notables e igualando a cero, quedando generalizada siguiente manera:

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

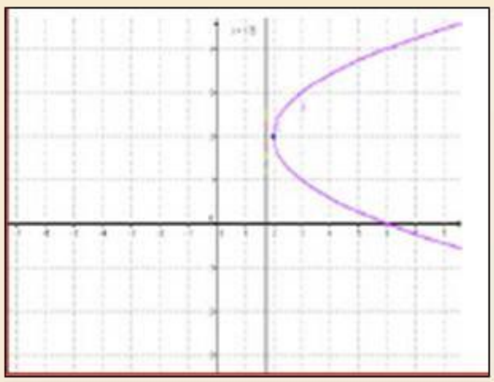
Pero con la condición necesaria de que $A = 0 \vee B = 0$, para que quede determinada por una y solo una variable cuadrática:

$$Ax^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad \text{ó} \quad By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

Todo esto resume como conclusión que la variable cuadrática es la que determina el sentido de la concavidad (horizontal o vertical), mientras que el parámetro es el que indica la dirección (derecha, izquierda, arriba o abajo).

EJERCICIO Nº 1

Dada la gráfica, encontrar su ecuación general.



Solución

$V(2,2)$ Directriz $x = \frac{7}{4}$; Extrayendo datos de la gráfica.

Calcular el Parámetro

$$x - 2 = \frac{7}{4} - 2$$: Sustrayendo la abscisa en cada miembro de la directriz

$$x - 2 + \frac{1}{4} = 0$$: Corresponde al parámetro

36

El parámetro de la parábola es $p = \frac{1}{4}$

$(y-2)^2 = 4\left(\frac{1}{4}\right)(x-2)$; Sustituyendo en la ecuación ordinaria

$y^2 - x - 4y + 6 = 0$; Desarrollando el producto notable y las operaciones pertinentes

La ecuación general de la parábola es $\boldsymbol{y^2 - x - 4y + 6 = 0}$

EJERCICIO Nº 2

Dada la ecuación general $\boldsymbol{x^2 + 2x + 4y - 7 = 0}$, encontrar su gráfica.

Solución

$x^2 + 2x + 1 = -4y + 7 + 1$; Agrupando términos semejantes y completando cuadrados

$(x+1)^2 = -4(y-2)$; Desarrollando la factorización y las operaciones básicas

El vértice de la parábola es $V(-1,2)$ y la directriz es paralela al eje de las abscisas.

Calculamos la directriz de la parábola

$4p = -4$; Extrayendo el valor del parámetro

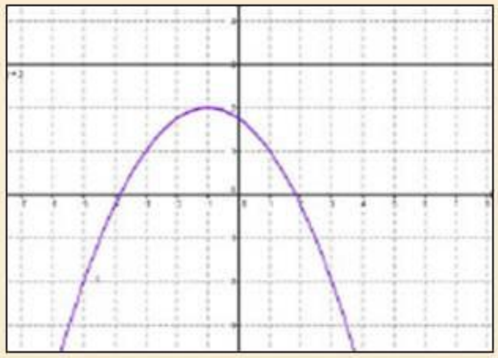
$y - 2 - 1 = 0$; Ecuación de la directriz

$y = 3$; Desarrollando las operaciones básicas

La directriz de la parábola es $y = 3$

37

La Gráfica de la Parábola



4.3. Intersección de Cónicas

Para interceptar parábolas con otras cónicas, solo es necesario establecer un sistema de ecuaciones, reducirlas a una misma ecuación para luego ser sustituidas en otra ecuación del mismo sistema.

EJERCICIO Nº 3

Dadas las ecuaciones generales $\boldsymbol{y^2 - 6x - 18 = 0}$ y $\boldsymbol{x^2 + y^2 - 9 = 0}$, hallar el o los puntos de intersección y su gráfica.

Solución

Calculamos el o los puntos de intersección

$$\begin{cases} y^2 - 6x - 18 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$; Estableciendo un sistema de ecuación

$$\begin{cases} \cancel{y^2} - 6x = 18 \\ \cancel{y^2} + x^2 = 9 \end{cases}$$; Reduciendo los términos

---

$-x^2 - 6x = 9$; Despejando

$x = 3$; Resolviendo la ecuación de segundo grado

$y^2 - 6(3) = 18$; Sustituyendo $x = 3$, en la primera ecuación.

$y = 36$;Resolviendo las operaciones básicas

Por lo tanto tiene un punto de intersección $\boldsymbol{A(3,\ 36)}$

Calculamos los elementos de la parábola

$y^2 - 6x = 18$; Ecuación de la parábola

$(y-0)^2 = 6(x+3)$; Hallando la ecuación ordinaria

$V(-3{,}0),\ x = -\frac{9}{2}$; Extrayendo vértice y directriz

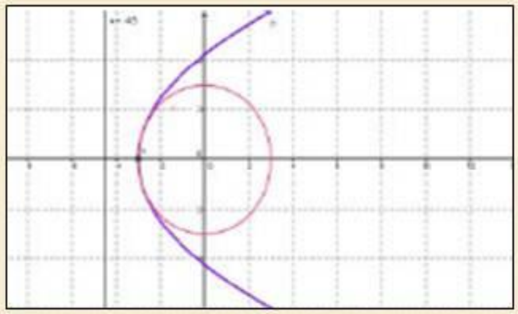
Calculamos los elementos de la circunferencia

$x^2 + y^2 - 9 = 0$; Ecuación de la circunferencia

$x^2 + y^2 = (3)^2$; Despejando

$C(0{,}0), \quad radio = 3$; Extrayendo centro y radio

Gráfica



4.4. Fórmulas de la Parábola

Constantes		$p = parametro$
Ecuación Ordinaria Canónica	Eje focal paralelo al eje de las abscisas	$x^2 = 4py$
	Eje focal perpendicular al eje de las abscisas	$y^2 = 4px$
Ecuación Ordinaria con Centro (h, k)	Eje focal paralelo al eje de las abscisas	$(x - h)^2 = 4p(y - k)$
	Eje focal perpendicular al eje de las abscisas	$(y - k)^2 = 4p(x - h)$
Longitud del lado Recto		$Lr = 4p$
Excentricidad		$e = 1$
Directrices		$x + (h \pm p) = 0$
		$y + (k \pm p) = 0$
Ecuación General		$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ Donde $A = 0 \veebar B = 0$

Ejercicio Modelo

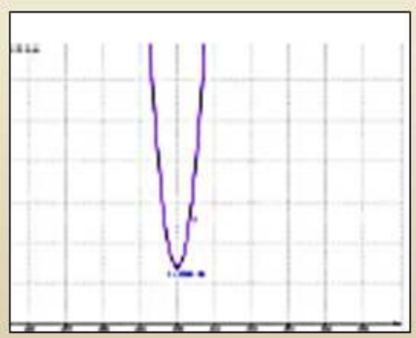
El rendimiento de gasolina en millas por galón de un vehículo deportivo depende de su peso, de acuerdo con la fórmula $\boldsymbol{E = 0,0000016x2 - 0,016x + 54}$ para $\boldsymbol{1800 \leq x \leq 5400}$, donde x es el peso en libras de un vehículo deportivo. Según el modelo, ¿Cuál es el peso del vehículo deportivo de menor rendimiento de combustible?

Solución

$E = 0,0000016x^2 - 0,016x + 54$; Ecuación de la parábola

$(x - 5\,000)^2 = \dfrac{1}{0,0000016}(E - 14)$; Completando cuadrados y factorizando

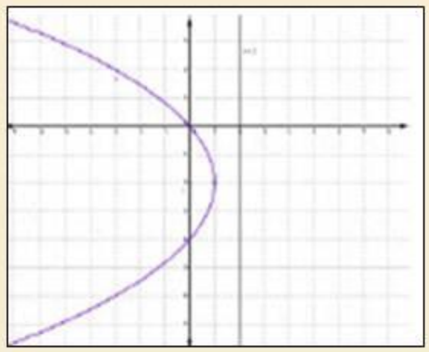
El vehículo deportivo de menor rendimiento de combustible pesa 5.000 libras con un consumo de 14 galones por milla.



41

4.5. Ejercicios

1) Dada la gráfica, encuentra su ecuación general.



2) Dada la ecuación $x^2 + 4x - y - 6 = 0$, grafica con todos sus elementos.

3) Encontrar los puntos de intersección de las siguientes curvas $y^2 - 6x - 18 = 0$ y $x^2 + y2 - 5 = 0$.

4) Calcular la ecuación de la parábola cuyo vértice es el centro de la elipse $x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 13 = 0$ y tiene su foco en el centro de la circunferencia $x^2 + y$ $2 - 8x - 4y + 19 = 0$.

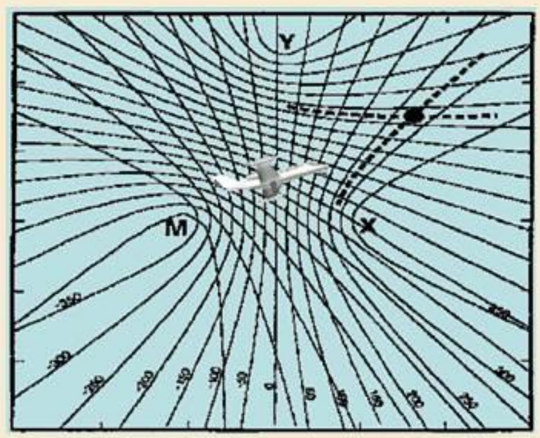
5) Un túnel en forma de arco parabólico tiene una altura de 20m y un ancho de 36m en la base. En el punto más alto está el vértice. ¿A qué altura de la base se tiene un ancho de 18m para colocar una traba?

42

5. Tráfico Aéreo: La Hipérbola

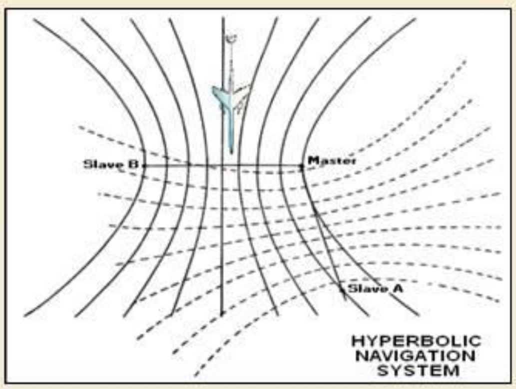
El tráfico aéreo se ha incrementado en un cincuenta por ciento durante la última década y de no tomarse las medidas necesarias, podría presentarse una grave saturación en las rutas aéreas, retrasos en los vuelos y lo más preocupante es que aumentaría el número de accidentes fatales.

Para enfrentar estos problemas, nació el sistema CNS/ATM (Comunicación, navegación, vigilancia y gestión del tráfico aéreo) como una solución para ser adoptada en todos los países y líneas aéreas del mundo, que tendrían los mismos sistemas de navegación y comunicación por satélite.



Los sistemas de navegación por satélite determinan la posición de cualquier aeronave según las tres coordenadas de posición, espacio y tiempo. Uno de estos sistemas es el LORAN: es un sistema de navegación hiperbólica radioeléctrico e largo alcance, que opera en baja y media frecuencia.

Para navegar con el sistema LORAN es necesario sintonizar dos grupos de estaciones en tierra. Cada uno de ellos está constituido por dos equipos emisores que reciben el nombre de estación primaria y estación secundaria, y ambas ondas dibujan una trayectoria en forma de hipérbola hasta llegar al avión conociendo así su ubicación exacta.

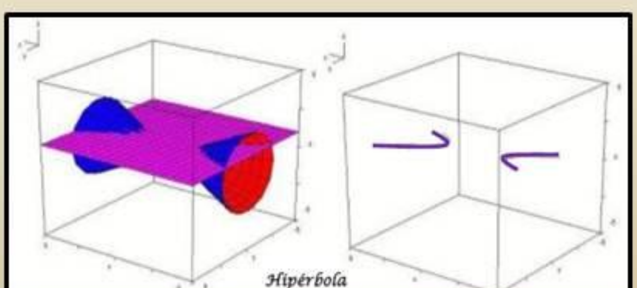


Responde

¿Quién concibió el sistema CNS/ATM?

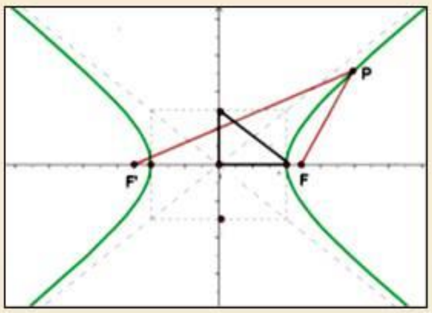
5.1. Definición Geométrica de la Hipérbola

Si un plano corta a los dos mantos del cono, como se encuentra en la siguiente figura, entonces estamos en presencia de una curva denominada Hipérbola.

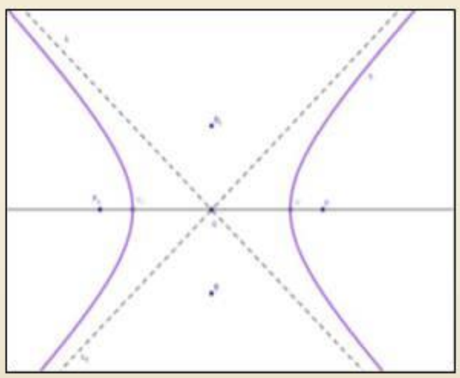


44

Sin embargo en el plano cartesiano se denomina Hipérbola al lugar geométrico donde todos los puntos del plano cartesiano tales que el valor absoluto de las diferencias de su distancia a dos puntos fijos, llamados focos, es contante.



Es decir, el valor absoluto de la diferencia entre el segmento $\overline{F'P}$ y el segmento $\overline{FP}$, es igual a una constante positiva y menor que la distancia entre los focos.



Los elementos de una hipérbola se muestran en la figura las cuales son: el centro C, los vértices reales V y V1, los vértices conjugados B y B1, los focos F y F1 , las asíntotas que son las dos rectas que limitan la abertura de cada rama de la curva, mientras que la línea recta que contiene el eje focal se le denomina eje de la hipérbola.

5.2. Definición Algebraica de la Hipérbola

La hipérbola se define algebraicamente igual que las anteriores secciones cónicas con la diferencia que existe dos ramas y el centro de ambas ramas no genera soluciones en el Conjunto $\mathbb{R}$. De esta manera surgen las siguientes ecuaciones ordinarias canónicas de la hipérbola:

1) Cuando el eje de la hipérbola es paralelo al eje de las abscisas $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

2) Cuando el eje de la hipérbola es perpendicular al eje de las abscisas $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$

Las ecuaciones mencionadas son cuando el centro de la hipérbola se encuentra en el origen del sistema de coordenadas rectangulares, mientras que si trasladamos el centro a cualquier parte del plano, se construyen las siguientes ecuaciones:

1) Cuando el eje de la hipérbola es paralelo al eje de las abscisas $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$

2) Cuando el eje de la hipérbola es perpendicular al eje de las abscisas.

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

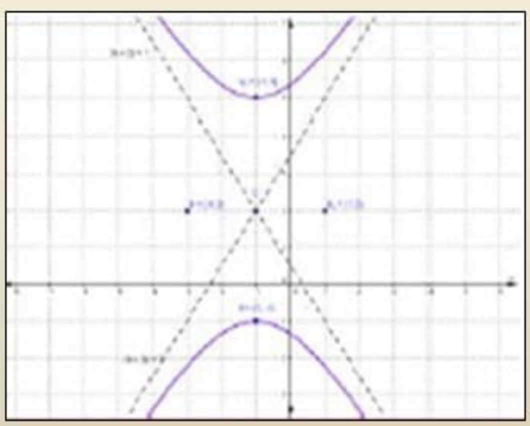
Al desarrollar ambas ecuaciones queda comprobada la ecuación general de la hipérbola de la siguiente manera:

$$\boxed{Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0}$$

Pero con la condición necesaria de A y B de distinto signos, es decir, debe cumplirse como axioma $A \in \mathbb{R}+ \wedge B \in \mathbb{R}-$ ó por el contrario $A \in \mathbb{R}- \wedge B \in \mathbb{R}+$, para que pueda generar una hipérbola en su grafica.

EJERCICIO Nº 1

Dada su gráfica, encontrar su ecuación general de la hipérbola y de sus asíntotas.



Solución

C(-1,2) , a=3, b=2	; Datos observados en la gráfica
$\frac{[y-(2)]^2}{(3)^2}-\frac{(x-(-1))^2}{(2)^2}=1$	; Se sustituyen los datos en la ecuación ordinaria
$\frac{(y^2-4y+4)}{9}-\frac{(x^2-2x+2)}{4}=1$	; Resolviendo el producto notable y las potencias
$4y^2-16y+16-9x^2-18x-18=36$	; Aplicando el M.C.M.
$4y^2-9x^2-16y-18x-38=0$	; Resolviendo las operaciones correspondientes y ordenando los términos

La ecuación general es $\mathbf{4y^2 - 9x^2 - 16y - 18x - 38 = 0}$

Calculando las asíntotas de la hipérbola.

$\frac{y-2}{3} \pm \frac{x-1}{2} = 0$	; Igualando a cero la ecuación y determinando la raíz cuadrada de cada fracción
$3x + 2y = 1 \quad y \quad 3x + 2x = 7$	; Despejando e igualando al término independiente.

Las ecuaciones de las asíntotas son:

$$L: 3x + 2y = 1 \text{ y } L_1: 3x + 2x = 7$$

EJERCICIO Nº 2

Dada la ecuación general $\boldsymbol{x^2 - 4y^2 + 2x + 24y - 31 = 0}$, hallar su gráfica.

Solución

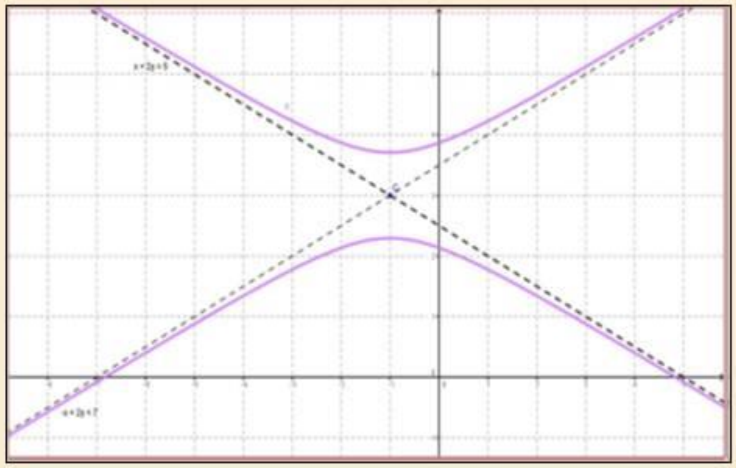
$(x^2 + 2x) - (4y^2 - 24y) = 31$	; Agrupamos los términos semejantes
$(x^2 + 2x + 1) - 4(y^2 - 6y + 9) = -4$	; Completando cuadrados
$4(y - 3)^2 - (x + 1)^2 = 4$	; Factorizando
$\dfrac{(y-3)^2}{1} - \dfrac{(x+1)^2}{4} = 1$	; Igualando a la unidad
$C(-1{,}3), \quad a = 1, \ b = 2$	; Extrayendo centro y ejes de la ecuación ordinaria

La hipérbola tiene centro en (-1,3), sus semiejes son a=1 y b=2

Calculando las asíntotas de la hipérbola.

$\dfrac{y-3}{1} \pm \dfrac{x+1}{2} = 0$	; Igualando a cero y determinando la raiz cuadrada de cada fracción
$-x + 2y = 7 \quad y \quad x + 2y = 5.$	; Despejando e igualando al término independiente.

Gráfica



5.3. Intersección de Cónicas

Para interceptar una hipérbola con otras cónicas es necesario establecer un sistema de ecuación y despejar para luego sustituir en una ecuación perteneciente al sistema, y encontrar el o los puntos comunes.

Se establece al igual de las anteriores cónicas presentadas, usando los métodos del algebra que considere más eficaces.

EJERCICIO Nº 3

Dadas las ecuaciones generales de la hipérbola $4y^2 - x^2 - 4 = 0$ y *la elipse* $2x^2 + y^2 - 10 = 0$, hallar el o los puntos de intersección.

50

Solución

Calculamos el o los puntos de intersección

$$\begin{cases} 4y^2 - x^2 = 4 \\ 2x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$; Estableciendo un sistema de ecuación

$$\begin{cases} 8y^2 - \cancel{2x^2} = 8 \\ y^2 + \cancel{2x^2} = 10 \end{cases}$$; Reduciendo los términos

$$9y^2 = 18$$; Despejando

$$y = \pm\sqrt{2}$$; Hallando el valor de la y.

$$4\left(+\sqrt{2}\right)^2 - x^2 = 4$$; Sustituyendo $y = -\sqrt{2}$ y $y = \sqrt{2}$

$$x = \pm 2$$;Resolviendo la ecuación de segundo grado

Por lo tanto tiene cuatro puntos de intersección

$$\boldsymbol{A}(2, \sqrt{2},)\ \boldsymbol{B}(-2, \sqrt{2},)\ \boldsymbol{C}(2, -\sqrt{2},)\ \boldsymbol{D}(-2, -\sqrt{2},)$$

Calculamos los elementos de la elipse 1

$$2x^2 + y^2 = 10$$; Igualando al término independiente

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{10} = 1$$; Hallando la ecuación ordinaria

$C(0.0)$. $a = \sqrt{10}$, $b = \sqrt{5}$; Extrayendo centro y ejes de la ecuación ordinaria

La elipse tiene centro en (0,0) y sus semiejes son

$$a = \sqrt{10} \text{ y } b = \sqrt{5}$$

Calculamos los elementos de la hipérbola

$4y^2 - x^2 - 4 = 0$	; Igualando al término independiente
$\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1$	; Hallando la ecuación ordinaria
$C(0{,}0), \quad a = 1, \quad b = 2$	; Extrayendo centro y ejes de la ecuación ordinaria

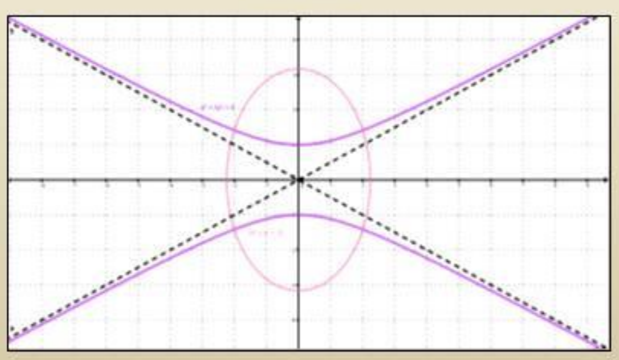
La hipérbola tiene centro en (0,0), sus semiejes son

$$a = 1 \text{ y } b = 2$$

Calculando las asíntotas de la hipérbola.

$\frac{y}{1} \pm \frac{x}{2} = 0$	; Igualando a cero la ecuación.
$x - 2y = 0 \quad y \quad x + 2y = 0$	; Las ecuaciones de las asíntotas.

Gráfica



5.4. Fórmulas de la Hipérbola

Constantes		$2a = eje\ transverso$ $2b = eje\ conjugado$ $2a = eje\ focal$
Ecuación Ordinaria Canónica	Eje focal paralelo al eje de las abscisas	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
	Eje focal perpendicular al eje de las abscisas	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$
Ecuación Ordinaria con Centro (h, k)	Eje focal paralelo al eje de las abscisas	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
	Eje focal perpendicular al eje de las abscisas	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
Longitud del lado Recto		$Lr = \frac{2b^2}{a}$
Excentricidad		$e = \frac{c}{a} > 1$
Relación entre Semiejes		$c^2 = a^2 + b^2$
Ecuación de las Asíntotas		$\frac{x-h}{a} \pm \frac{y-k}{b} = 0$
		$\frac{y-k}{a} \pm \frac{x-h}{b} = 0$
Ecuación General		$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ Donde A y B, son de $\neq$ signos.

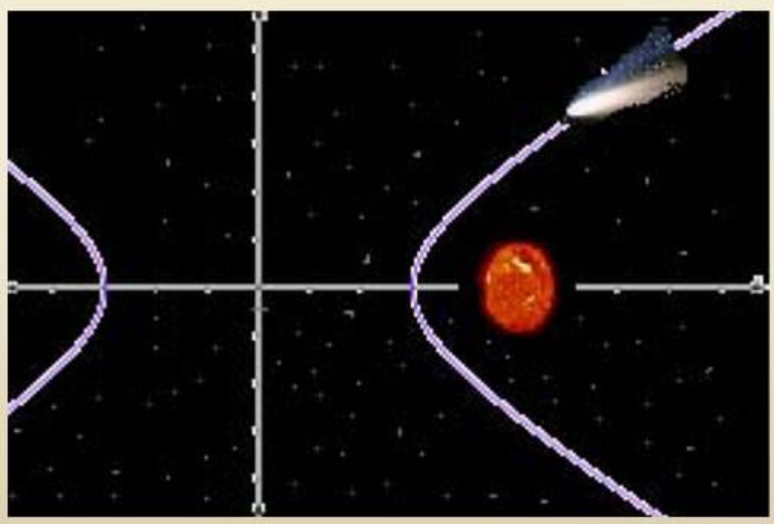
53

Ejercicio Modelo

Los cometas pueden moverse en trayectorias elípticas, parabólicas o hiperbólicas alrededor del sol. Si un cometa se desplaza en una trayectoria hiperbólica dentro de nuestro sistema solar, pasara por el sol una vez y nunca regresará (una rama de la hipérbola). Supongamos que las coordenadas de un cometa (en millas) se describe mediante la ecuación:

$$\frac{x^2}{25 \cdot 10^{14}} - \frac{y^2}{16 \cdot 10^{14}} = 1 \qquad para\ x > 0$$

Donde el sol se ubica en un foco, como se muestra en la figura. Calcular las coordenadas del sol y la distancia mínima entre el cometa y el Sol.



54

Solución

Calculamos los Semiejes de la Hipérbola

$$\frac{x^2}{25*10^{14}}-\frac{y^2}{16*10^{14}}=1$$; Ecuación de la Hipérbola

$a = 5*10^7 \quad b = 4*10^7$; Calculando la raíz cuadrada

$c^2 = (5*10^7)^2 + (4*10^7)^2$; Utilizando la formula pitagórica

$c = \sqrt{25*10^{14} + 16*10^{14}}$; Resolviendo las potencias y despejando

$c = \sqrt{41}*10^7$; Resolviendo las operaciones básicas

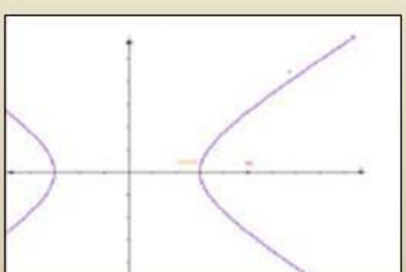
Las coordenadas de la ubicación del Sol es

$$F(6, 4*107 ; 0)$$

Calculando la distancia entre el Sol y el Cometa

$d = c - a$; Distancia entre el foco y el vértice

$d = \left(\sqrt{41}-5\right)*10^7$; Resolviendo las operaciones básicas

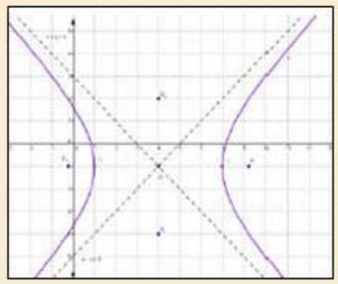


1,4*107millas

55

5.5. Ejercicios

1) Dada la grafica, encuentra su ecuación general.



2) Dada la ecuación $x^2 - y^2 - 6x + 2y + 4 = 0$, encontrar su gráfica con todos sus elementos.

3) Determinar las coordenadas de los puntos de intersección de

$$9x^2 + 25y^2 - 225 = 0 \text{ y } 3x^2 - y^2 - 12 = 0.$$

4) Dos faros LORAN están en una costa recta a 100Km de distancia entre ellos. Un barco navega en una trayectoria recta paralela a la costa, y a una distancia de 50Km de ellos. Si recibe señales de los faros con una diferencia de 0,0002 segundos, ¿cuál es la posición del barco?

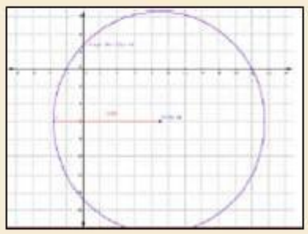
6. Respuesta de los Ejercicios

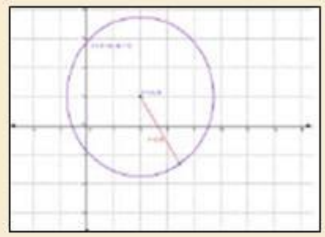
Circunferencia

1) $a)\ x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$

$b) x^2 + y^2 + 2x + 8y + 8 = 0$

2)

a.- 

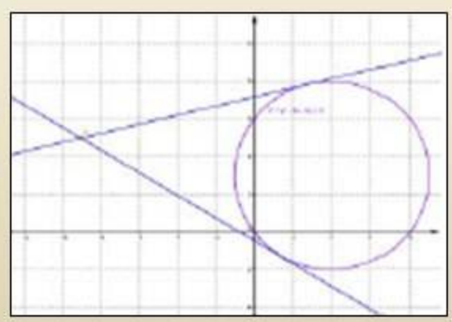
b.- 

3) $x^2 + y^2 - 7x + 5y - 14 = 0$

4) $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$

5) $\left(5\sqrt{37} + 13\right)x + 72y - 9\left(5\sqrt{37} - 27\right) = 0$

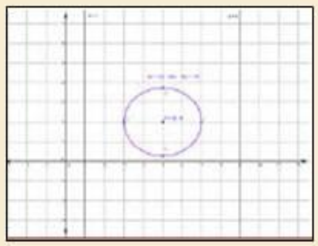
$\left(5\sqrt{37} - 13\right)x - 72y + 9\left(5\sqrt{37} + 27\right) = 0$

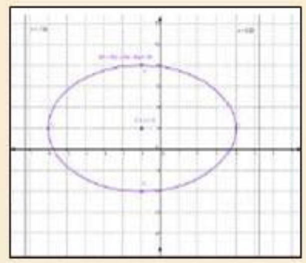


Elipse

1) $9x^2 + 25y^2 + 18x - 50y - 191 = 0$

2)

a.- 

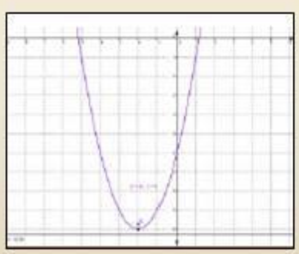
b.- 

3) $A\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$ y $B\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$

4) Distancia máxima 6m.

Parábola

1) $y^2 + 4x + 4y = 0$

2) 

3) No tiene puntos comunes.

4) $y^2 - 12x - 4y + 16 = 0$

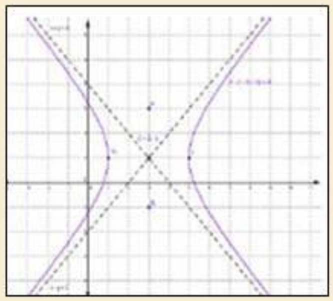
5) 15m

58

Hipérbola

1) $9x^2 - 9y^2 - 72x - 18y + 126 = 0$

2)



3) $A\left(\frac{5}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(\frac{5}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $C\left(-\frac{5}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ y $D(-\frac{5}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$

4) $B(48, 50)$, $80x^2 - 45y^2 - 72\,000 = 0$

59

Bibliografía

Benítez R. y Zaldívar F. (2011). Geometría Analítica Plana. Primera Edición. México: Trillas.

Flores, R. (2015). Diseño instruccional para el aprendizaje de secciones cónicas. Trabajo de grado de Maestría. No publicado. Universidad de Carabobo. Venezuela.

Kindle, J. (2007). Teoría y Problemas de Geometría Analítica Plana y del Espacio. Serie de Compendios Schaum. México: McGraw-Hill.

Larson, R., Hostetler, R. y Bruce, E. (2006). Calculo con Geometría Analítica. (8ª ed.). México.

Lehmann, C. (1980). Geometría Analítica. México: Grupo Noriega. Editorial Limusa.

Secciones Cónicas a través de Transposición Didáctica

Guía Teórico-Práctica

Esta guía teórico-práctica, va dirigida a los docentes de Matemática y Física y a los estudiantes que se encuentran actualmente en 5to año, la cual les permitirá comprender y enseñar más fácilmente las Secciones Cónicas y sus diferentes usos y representaciones en el plano mediante la Transposición Didáctica

Un Agradecimiento muy especial a la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini". Por todo el apoyo y la colaboración prestadas para que este material pudiera ser elaborado

REFERENCIAS

Arias, F. (2012). **Antecedentes de la Investigación.** (5ª. Ed.) Editorial Trillas. México.

Balestrini, D. (2006). **Cómo se elabora el proyecto de investigación.** (7ª Edición). Caracas.

Bavaresco, A. (2006). **Proceso metodológico en la investigación, cómo hacer un tipo de investigación.** Editorial de la Universidad del Zulia. Maracaibo.

Briones, G. (2002). **Epistemología de las Ciencias Sociales.** Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES. Bogotá.

Bronckart, J. y Schneuwly, B. (2006). **La didáctica de la lengua materna: el nacimiento de una utopía imprescindible.** Textos de Didáctica de la Lengua y la Literatura 9. pp. 61- 80.

Castro, E. (2002). **Investigación en el aula de Matemáticas. Resolución de problemas.** Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES. Dpto. de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Celemín, J. (2017). **Transposición didáctica de los conceptos de análisis combinatorio y probabilidad, en Educación Básica y Media de la Institución Educativa Francisco José de Caldas de Santa Rosa de Cabal, Risaralda Año 2016.** Tesis de Maestría. No publicada. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia.

Chevallard Y. (1985) **La transposition didactique; du savoir savant au savoir enseigné.** Paris, La Pensée Sauvage.

Chevallard, Yves. (1998). **La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado.** Claudia G. (trad.). Editorial Aique. Argentina.

D'Amore, B. (2017). **¿Cuál es la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana?** [Artículo en línea]. Disponible: https://www.semana.com/educacion/articulo/cual-es-la-utilidad-de-las-matematicas-en-la-vida-cotidiana/527936 [Consulta: 2018, marzo 10].

Flores, R. (2015). **Diseño instruccional para el aprendizaje de las secciones cónicas de los estudiantes del sexto semestre de Geometría II de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo.** Tesis de Maestría. No publicada. Universidad de Carabobo, Venezuela.

Gaceta Oficial No. N° 5.908 (1999). **Constitución de la República Bolivariana de Venezuela.** Extraordinario. Febrero 09.

Gaceta Oficial No. N° 5.929 (2009). **Ley Orgánica de Educación.** Extraordinario. Agosto 15.

García, E. (2001). **Piaget: la formación de la Inteligencia.** (2ª. Edición). Ediciones 2.001. México.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003). **Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.** Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. [Libro en línea]. Disponible: http://www.ugr.es/local/jgodino/ [Consulta: 2018, junio 15].

Gonzáles, C. (2008). **Secciones cónicas. Una mirada desde la derivación implícita.** Instituto Tecnológico Metropolitano. Lemoine Editores. Bogotá.

Gualdrón, W. (2016). **Propuesta metodológica para la enseñanza de secciones cónicas en el grado décimo de la institución educativa Villas de San Ignacio de Bucaramanga.** Tesis de Maestría. No publicada. Universidad Nacional de Colombia. Colombia.

Guzmán, M. (2007). **Lo que está sucediendo en las ciencias matemáticas.** [Artículo en línea]. Disponible: http://www.mat.ucm.es/cosasmdg/cdsmdg/07leyendolibros/ciprasaberleer/cipra.htm [Consulta: 2018, abril 12].

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2012). **Metodología de la investigación.** (4ª. Edición) México: McGraw-Hill.

Jerez, S. (2012). Fundamentos didácticos para la enseñanza de la matemática. [Blog en línea]. Disponible: http://saryensst.blogspot.com/2012/05/fundamentos-didacticos-para-la.html [Consulta: 2018, junio 14].

Linares (2015). **Transposición didáctica: saberes disciplinares que fundamentan conceptualmente la configuración didáctica de una práctica de enseñanza de la lengua en Educación Básica Primaria.** Tesis de Maestría. No publicada. Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia

López, F. y Fernández, F. (2012). **Matemáticas con mucho arte: Edad Media y Moderna. Las cónicas.** [Página en línea]. Disponible: http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas2/las-conicas/ [Consulta: 2018, junio 15].

Martínez, M. (2010). **Ciencia y arte en la metodología cualitativa** (2ª. edición). México: Trillas.

Monroy, O. (2017). **Las Matemáticas en la vida diaria y la Ciencia.** [Página en línea]. Disponible: https://www.oei.es/historico/divulgacioncientifica/?Las-Matematicas-en-la-vida-diaria-y-la-Ciencia [Consulta: 2018, mayo 8].

Morales, C. (2012): **Metodología. Diseño y desarrollo del proceso de investigación.** Bogotá: McGraw-Hill.

Palella, S. y Martins, F. (2007). **Metodología de la investigación cuantitativa.** Ediciones FEDUPEL. Caracas.

Panchí Vanegas, V. (2009). **La guía didáctica. Componentes estructurales.** Dirección de Educación a Distancia. Universidad Autónoma del Estado de México.

Porlan, A. y Rivero, A. (1998). **El conocimiento de los profesores.** Editorial Díada. Sevilla.

Rosero (2012). **Secuencias didácticas para la enseñanza de áreas de regiones poligonales: un enfoque para docentes de educación media en formación.** [Página en línea]. Disponible: http://www.bdigital.unal.edu.co/10718/1/7815011.2012.pdf [Consulta: 2018, agosto 27]

Sabino, C. (2010). **El Proceso de investigación.** Editorial Panapo. Caracas.

Tamayo, M (2010). **El Proceso de investigación en Ciencias Sociales.** Ediciones Limusa. México.

Verret M. (1975) **Le temps des études,** Paris, Librairie Honoré Champion.

ANEXOS

ANEXO 1: CUESTIONARIO ESTUDIANTES

ÍTEM	PLANTEAMIENTO	SÍ	NO
Conocimientos acerca de la transposición didáctica en el aprendizaje de las secciones cónicas			
1	Conoce el significado e importancia de las secciones cónicas		32
2	Puede identificar claramente la ecuación de la circunferencia	3	29
3	Calcula sin inconvenientes la mediatriz en un lugar geométrico		32
4	Reconoce una bisectriz en un plano		32
5	Tiene una concepción sobre el significado de lugar geométrico	5	27
6	Es capaz de realizar rectas en superficies cónicas	5	27
7	Identifica una generatriz con certeza		32
Métodos de transposición didáctica como mediación pedagógica			
8	Conoce el significado de la palabra noosfera		32
9	Comprende las instrucciones para resolver los problemas de secciones cónicas ofrecidas por el docente	5	27
10	El docente domina completamente los contenidos acerca de las secciones cónicas	32	
11	El docente utiliza estrategias que facilitan la comprensión de los contenidos relacionados a las secciones cónicas	3	29
12	Entiende e interioriza los contenidos explicados por el docente sobre las secciones cónicas	3	27
13	El docente transmite los contenidos específicos de las secciones cónicas como aparecen en el libro	32	
14	El docente emplea un lenguaje sencillo y diferentes técnicas para transmitir los contenidos de las secciones cónicas	3	27
Guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica			
15	Disfrutaría contar con un material didáctico que contenga actividades matemáticas sobre secciones cónicas	32	
16	Le agradaría que este material didáctico contara con instrucciones sencillas para el proceso de estudio de las secciones cónicas	32	
17	El proceso de enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas debería plasmarse de forma flexible y adaptable a las necesidades del estudiante	32	
18	Los enunciados de los problemas sobre hipérbole, circunferencia, elipse y parábola, deben redactarse de forma comprensible para el estudiante	32	
19	Los problemas para el cálculo de la bisectriz, generatriz, mediatriz y superficies cónicas, deben plantearse concretamente y permitir la utilización efectiva de una técnica matemática para resolverlos	32	
20	Los estudiantes deben alcanzar el dominio total de las técnicas previamente exploradas y explicar la que están utilizando	32	
21	La mediación del docente permite fortalecer las técnicas aprendidas y aplicadas sobre secciones cónicas en el material didáctico	32	
22	Al final de cada contenido debe realizarse una evaluación teórico-práctica para institucionalizar los saberes aprendidos por el estudiante	25	12

ANEXO 2: CUESTIONARIO PROFESORES

ÍTEM	PLANTEAMIENTO	SÍ	NO
Conocimientos acerca de la transposición didáctica en el aprendizaje de las secciones cónicas			
1	Los estudiantes conocen el significado e importancia de las secciones cónicas		2
2	Puede decirse que los estudiantes identifican claramente la ecuación de la circunferencia		2
3	Considera que los estudiantes calculan sin inconvenientes la mediatriz en un lugar geométrico		2
4	Los estudiantes reconocen una bisectriz en un plano		2
5	Se infiere que los estudiantes tienen una concepción sobre el significado de lugar geométrico	1	1
6	Se podría decir que los estudiantes son capaces de realizar rectas en superficies cónicas	2	
7	Los estudiantes identifican una generatriz con certeza		2
Métodos de transposición didáctica como mediación pedagógica			
8	Explica en clase el significado de la palabra noosfera		2
9	Ofrece instrucciones detalladas para resolver los problemas de secciones cónicas a los estudiantes	2	
10	Conoce completamente los contenidos acerca de las secciones cónicas	2	
11	Utiliza estrategias que facilitan la comprensión de los estudiantes sobre los contenidos relacionados con las secciones cónicas	2	
12	Explica los contenidos sobre las secciones cónicas para que los estudiantes los entiendan e interioricen	2	
13	Transmite los contenidos específicos de las secciones cónicas como aparecen en el libro	1	1
14	Emplea un lenguaje sencillo y diferentes técnicas para transmitir los contenidos de las secciones cónicas a los estudiantes	2	
Guía para la enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas mediante la transposición didáctica			
15	Disfrutaría contar con un material didáctico que contenga actividades matemáticas sobre secciones cónicas	2	
16	Le agradaría que este material didáctico contara con instrucciones sencillas para el proceso de estudio de las secciones cónicas	2	
17	El proceso de enseñanza y aprendizaje de las secciones cónicas debería plasmarse de forma flexible y adaptable a las necesidades del estudiante	2	
18	Los enunciados de los problemas sobre hipérbole, circunferencia, elipse y parábola, deben redactarse de forma comprensible para el estudiante	2	
19	Los problemas para el cálculo de la bisectriz, generatriz, mediatriz y superficies cónicas, deben plantearse concretamente y permitir la utilización efectiva de una técnica matemática para resolverlos	2	
20	Los estudiantes deben alcanzar el dominio total de las técnicas previamente exploradas y explicar la que están utilizando	2	
21	La mediación del docente permite fortalecer las técnicas aprendidas y aplicadas sobre secciones cónicas en el material didáctico	2	
22	Al final de cada contenido debe realizarse una evaluación teórico-práctica para institucionalizar los saberes aprendidos por el estudiante	2	

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCION GENERAL DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ANEXO 3: CONSTANCIA DE CONFIABILIDAD

El instrumento de recolección de datos para los Estudiantes, del trabajo de investigación titulado "**Transposición Didáctica como Mediación Pedagógica para el aprendizaje de Secciones Cónicas en los estudiantes de 5° Año en la U.E.O.S. "Monseñor Juan Bautista Scalabrini",** presentado por la ciudadana **Carolina Centeno**, como requisito para obtener el título de **Magíster en Educación Matemática,** se ha sometido al procedimiento de confiabilidad conocido como KR-20 Kuder-Richardson, para los ítems cuya medición es de escala ordinal.

Para este procedimiento se utilizaron veinte (20) instrumentos seleccionados aleatoriamente del total aplicados a una muestra con características homogéneas. Se procesaron los datos en un formato diseñado para tal fin (ver cuadro anexo) y se calculó la fórmula correspondiente, obteniéndose un coeficiente de 0,83912.

Considerando el resultado obtenido en la muestra seleccionada, el instrumento aplicado "ES CONFIABLE", para la recolección de los datos. Sin embargo, el procedimiento señalado permite medir el grado en que los ítems del instrumento son comprendidos desde un enfoque común por las personas encuestadas, garantizando un criterio de respuesta en una población, con características similares, evitando de esta manera la disposición en la información suministrada, causada por interpretaciones erróneas.

Asimismo, el referido procedimiento no está diseñado para determinar si los ítems contenidos en él den respuesta a los objetivos planteados en la investigación, por lo tanto, el resultado de “confiabilidad”, es independiente de los resultados obtenidos en el proceso de validación conocido como “Juicio de Expertos”.

Constancia que se expide a petición de la parte interesada, a los veinticinco (25) días del mes de julio del año 2018.

Atentamente

PROFA. JUDITH CALDERÓN O.

Profesora en Educación Integral.
Diplomado en Investigación.
Diplomado en Educación Universitaria.

Sujetos/ítems	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1		26
2	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1		22
3	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1		24
4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0		23
5	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0		21
6	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0		17
7	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0		17
8	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0		18
9	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0		18
10	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1		21
11	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1		21
12	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1		23
13	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1		21
14	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0		18
15	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0		16
16	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0		16
17	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0		16
18	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0		17
19	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1		17
20	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1		16
P	0,15	0,65	0,15	0,6	0,85	1	0,15	0,95	0,75	0,75	0,85	0,75	0,75	0,25	0,3	0,75	0,25	0,35	0,45	0,25	0,25	0,45	Vt	**12,48**
q= (1-p)	0,85	0,35	0,85	0,4	0,15	0	0,85	0,05	0,25	0,25	0,15	0,25	0,25	0,75	0,7	0,25	0,75	0,65	0,55	0,75	0,75	0,55		
P*q	0,128	0,23	0,13	0,24	0,13	0	0,13	0,05	0,19	0,19	0,13	0,19	0,19	0,19	0,21	0,19	0,19	0,23	0,25	0,19	0,19	0,25	2,29	

$$KR-20=(\frac{k}{k-1})*(1-\frac{\sum p.q}{Vt})$$

$$\left(\frac{32}{32-1}\right) \quad x \quad \left(\frac{32\ -(12,48)}{12,48}\right)$$

Kr (20) = 0,83912

ANEXO 4: VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCION GENERAL DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

JUICIO DE EXPERTO

Yo, Hipocrates Ochoa M, titular de la cédula de identidad V- 9822569, profesor activo de la Escuela de Educación, adscrito a la Cátedra de Geometría y Física por medio de la presente hago constar que revisé, analicé y evalué el Instrumento de Recolección de Datos diseñado para desarrollar el trabajo de grado titulado **TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA COMO MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE SECCIONES CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 5° AÑO EN LA U.E.O.S "MONSEÑOR JUAN BAUTISTA SCALABRINI",** presentado por la Profa. CAROLINA CENTENO, C.I. V-19.366.203. Dicho instrumento puede ser considerado como VÁLIDO, ya que reúne las condiciones necesarias para el cumplimiento del objetivo planteado.

FIRMA

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCION GENERAL DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

JUICIO DE EXPERTO

Yo, José Gregorio López, titular de la cédula de identidad V- 10.269.791, profesor activo de la Escuela de Educación, adscrito a la Cátedra de Lógica Matemática por medio de la presente hago constar que revisé, analicé y evalué el Instrumento de Recolección de Datos diseñado para desarrollar el trabajo de grado titulado **TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA COMO MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE SECCIONES CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 5° AÑO EN LA U.E.O.S "MONSEÑOR JUAN BAUTISTA SCALABRINI"**, presentado por la Profa. CAROLINA CENTENO, C.I. V-19.366.203. Dicho instrumento puede ser considerado como VÁLIDO, ya que reúne las condiciones necesarias para el cumplimiento del objetivo planteado.

FIRMA

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCION GENERAL DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

JUICIO DE EXPERTO

Yo, Marcos. Sanchez, titular de la cédula de identidad V-11.659.745, profesor activo de la Escuela de Educación, adscrito a la Cátedra de Lay Matemati por medio de la presente hago constar que revisé, analicé y evalué el Instrumento de Recolección de Datos diseñado para desarrollar el trabajo de grado titulado **TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA COMO MEDIACIÓN PEDAGÓGICA PARA EL APRENDIZAJE DE SECCIONES CÓNICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 5° AÑO EN LA U.E.O.S "MONSEÑOR JUAN BAUTISTA SCALABRINI"**, presentado por la Profa. CAROLINA CENTENO, C.I. V-19.366.203. Dicho instrumento puede ser considerado como VÁLIDO, ya que reúne las condiciones necesarias para el cumplimiento del objetivo planteado.

FIRMA

ANEXO 5: CONSENTIMIENTO DE APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
POSTGRADO: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Ciudadano (a):
Prof. (a): Hilda Zulay Zea

Reciba un cordial saludo

Por medio de la presente me dirijo a usted en la oportunidad de solicitar su consentimiento en la aplicación de un instrumento de investigación cuya finalidad es analizar la "Transposición Didáctica como mediación Pedagógica en el Aprendizaje del estudio de Secciones Cónicas, en estudiantes de 5to año "U" de Media Técnica en la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", la información será utilizada sólo con fines académicos, por lo que se garantizara estricta confiabilidad.

Gracias por su colaboración, atentamente

Carolina Centeno
Lcda. Carolina Centeno

Yo, Hilda Zulay Zea portadora de la C.I.:7.143.810 en mi condición de directora de la U.E.O.S "Monseñor Juan Bautista Scalabrini", concedo el permiso para la aplicación del instrumento propuesto por la Lcda. Carolina Centeno.

Lcda. Hilda Zulay Zea

23/03/2018
Fecha

Sello de la institución