

**ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS
ESTUDIANTES EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES
DE RADICALES DEL TERCER AÑO DE LA EDUCACIÓN
MEDIA GENERAL EN EL LICEO “LOS PRÓCERES” DEL
MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO**



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN
EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RADICALES DEL TERCER
AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO “LOS
PRÓCERES” DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO**

AUTORA:

Prof. De Freitas Carmen

Bárbula, Febrero de 2019



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



**ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN
EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RADICALES DEL TERCER
AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO “LOS
PRÓCERES” DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO**

**Trabajo especial de grado presentado ante la Dirección de Postgrado de la
Universidad de Carabobo para optar al título de: Magister en Educación
Matemática**

**TUTOR:
Msc. Fernández Einys**

**AUTORA:
Prof. De Freitas Carmen**

Bárbula, Febrero de 2019



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



VEREDICTO

Nosotros, miembros del jurado designado para la evaluación del trabajo de Grado,
TITULADO: ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RADICALES DEL TERCER AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO “LOS PRÓCERES” DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO. Presentado por la ciudadana, titular de la cedula de identidad 12.142.661, para optar al título de Maestría en Educación Matemática, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como _____

| NOMBRE | APELLIDO | CÉDULA | FIRMA |
|---------------|-----------------|---------------|--------------|
| Einys | Fernández | 17.067.645 | _____ |
| Kris | Castillo | 15.979.069 | _____ |
| Marcos | Sánchez | 11.659.945 | _____ |

Bárbula, Febrero de 2019

AGRADECIMIENTO

Le doy gracias a Dios por bendecirme con salud para poder llevar adelante mis metas y culminar con este trabajo de investigación.

A mí familia por ser la motivación día a día de seguir adelante, a mi madre por sus principios y valores inculcados, a mis hermanos por su ejemplo de constancia y dedicación a pesar de las dificultades.

Muy en especial a mi esposo e hijos que sin ellos esto no hubiese sido posible, gracias por su paciencia y apoyo incondicional, siempre me alentaron cuando perdía las fuerzas espero retribuirles su amor y apoyo siempre.

Por último estoy muy agradecida con mi tutora la Msc. Einys Fernández por no permitirme detenerme a pesar de los conflictos por su paciencia y colaboración fue un pilar fundamental para poder culminar.

A todos gracias.

ÍNDICE GENERAL

| | pp. |
|--------------------------------------------------------------|------|
| VEREDICTO | iv |
| AGRADECIMIENTO | v |
| INDICE GENERAL | vi |
| INDICE DE TABLAS | viii |
| INDICE DE GRÁFICOS | x |
| RESUMEN | xii |
| ABSTRAC | xiii |
| | |
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| | |
| 1.- EL PROBLEMA | |
| 1.1- Planteamiento y Formulación del Problema..... | 3 |
| 1.2- Objetivos de la Investigación..... | 8 |
| 1.3- Justificación de la Investigación..... | 9 |
| | |
| 2.- MARCO TEÓRICO | |
| 2.1- Antecedentes de la Investigación..... | 12 |
| 2.2- Base Teórica de la Investigación..... | 15 |
| 2.3- Base Legal de la Investigación..... | 28 |
| 2.4- Definición de Términos Básicos..... | 31 |
| 2.5- Operacionalización de la Variable..... | 32 |
| | |
| 3.- MARCO METODOLÓGICO | |
| 3.1- Tipo y Diseño de la Investigación..... | 33 |
| 3.2- Sujetos de la Investigación..... | 34 |
| 3.2.1- Población..... | 34 |
| 3.2.2- Muestra..... | 34 |
| 3.3- Instrumento de Recolección de Datos | |
| 3.3.1- Técnica e Instrumento..... | 35 |
| 3.3.2- Validez del Instrumento..... | 36 |
| 3.3.3- Confiabilidad del Instrumento..... | 37 |
| 3.4- Procedimiento de la Investigación..... | 39 |
| 3.5- Técnica de Análisis de los Datos..... | 40 |
| | |
| 4.- ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS | 41 |
| | |
| 5.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 80 |
| 5.1 Conclusiones..... | 80 |
| 5.2 Recomendaciones..... | 81 |

| | |
|----------------------------------------|-----------|
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 83 |
| ANEXOS..... | 87 |
| Anexo A..... | 88 |
| Anexo B..... | 89 |
| Anexo C..... | 92 |
| Anexo D..... | 94 |

INDICE DE TABLAS

| | pp. |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Tabla N° 1 Operacionalización de la Variable..... | 32 |
| Tabla N° 2 Datos obtenidos del instrumento en el Test-retest..... | 38 |
| Tabla N° 3 Datos para la confiabilidad del instrumento..... | 39 |
| Tabla N° 4 Criterios de Decisión para la Confiabilidad de un Instrumento..... | 39 |
| Tabla N° 5 Tipología de los Errores..... | 41 |
| Tabla N° 6 Clasificaciones obtenidas por cada estudiante..... | 42 |
| Tabla N°7 Frecuencia de estudiantes aprobados y aplazados..... | 43 |
| Tabla N°8 Distribución de frecuencia de respuestas correctas, incorrectas y no Respondió en todos los ítems..... | 44 |
| Tabla N°9 Distribución de frecuencia del ítem n° 1 según la dimensión e Indicador de la variable conceptual..... | 45 |
| Tabla N°10 Distribución de frecuencia del ítem n° 2 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 47 |
| Tabla N°11 Distribución de frecuencia del ítem n° 3 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 49 |
| Tabla N°12 Distribución de frecuencia del ítem n° 4 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 51 |
| Tabla N°13 Distribución de frecuencia del ítem n°5 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 53 |
| Tabla N°14 Distribución de frecuencia del ítem n° 6 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 55 |
| Tabla N°15 Distribución de frecuencia del ítem n° 7 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 57 |
| Tabla N°16 Distribución de frecuencia del ítem n° 8 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 59 |
| Tabla N°17 Distribución de frecuencia del ítem n° 9 según la dimensión e indicador de la variable conceptual..... | 61 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla N°18 Distribución de frecuencia del ítem n° 10 según la dimensión e indicador de la variable procedimental..... | 63 |
| Tabla N°19 Distribución de frecuencia del ítem n° 11 según la dimensión e indicador de la variable procedimental..... | 65 |
| Tabla N°20 Distribución de frecuencia del ítem n° 12 según la dimensión e indicador de la variable procedimental..... | 67 |
| Tabla No21 Distribución de frecuencia del ítem n° 13 según la dimensión e indicador de la variable procedimental..... | 69 |
| Tabla N°22 Distribución de frecuencia del ítem n° 14 según la dimensión e indicador de la variable procedimental..... | 71 |
| Tabla N°23 Distribución de frecuencia del ítem n° 15 según la dimensión e indicador de la variable procedimental..... | 73 |
| Tabla N°24 Descripción de los Errores de los estudiantes por la taxonomía de Astolfi (1999)..... | 75 |
| Tabla N°25 Distribución de frecuencia de los Errores por la taxonomía de Astolfi (1999)..... | 77 |

INDICE DE GRÁFICOS

| | pp. |
|-------------------|-----|
| Grafico N° 1..... | 42 |
| Grafico N°2..... | 43 |
| Grafico N°3..... | 44 |
| Grafico N°4..... | 45 |
| Grafico N°5..... | 45 |
| Grafico N°6..... | 47 |
| Grafico N°7..... | 47 |
| Grafico N°8..... | 49 |
| Grafico N°9..... | 49 |
| Grafico N°10..... | 51 |
| Grafico N°11..... | 51 |
| Grafico N°12..... | 53 |
| Grafico N°13..... | 53 |
| Grafico N°14..... | 55 |
| Grafico N°15..... | 55 |
| Grafico N°16..... | 57 |
| Grafico N°17..... | 57 |
| Grafico N°18..... | 59 |
| Grafica N°19..... | 59 |
| Grafico N°20..... | 61 |
| Grafico N°21..... | 61 |
| Grafico N°22..... | 63 |
| Grafico N°23..... | 63 |
| Grafico N°24..... | 65 |
| Grafico N°25..... | 65 |
| Grafico N°26..... | 67 |

| | |
|---------------------------|----|
| Grafico N°27 | 67 |
| Grafico N°28 | 69 |
| Grafico N°29 | 69 |
| Grafico N°30 | 71 |
| Grafico N°31 | 71 |
| Grafico N°32 | 73 |
| Grafico N°33 | 73 |
| Grafico N°34 | 77 |



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN
EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RADICALES DEL TERCER
AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO MILITAR
“LOS PRÓCERES” DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO
CARABOBO

Autora: De Freitas Carmen
Tutora: Msc. Fernández Einys
Año: 2018

RESUMEN

La presente investigación tuvo como finalidad analizar los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones con radicales del tercer año de Educación Media General en el Liceo Militar “Los Próceres” del Municipio San Diego del Estado Carabobo, este estudio estuvo fundamentado en la teoría Constructivista Piaget (1978) y la Tipología de Astolfi (1999), este último sostiene que los errores cometidos sistemáticamente son una ampliación no rectificadora de la solución aprendida en el año anterior. La metodología empleada fue un estudio descriptivo de campo no experimental, mientras que la muestra fueron veintiocho (28) discentes cursantes de tercer año de la Educación Media General de la institución antes mencionada, a los cuales se les aplicó un instrumento constituido por un cuestionario de quince (15) ítems que corresponde a cinco (05) dimensiones y doce (12) indicadores. De acuerdo a la tabla de operacionalización de la variable, el instrumento fue validado por tres (03) expertos, su confiabilidad se analizó y se estimó por la Correlación de Pearson. De los resultados obtenidos categorizados por la Tipología de Astolfi (1999) un 30% de los sujetos presentaron el error E_3 denominado “Errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes”. Demostrando con esto las dificultades de los aprendices al no lograr determinar las jerarquías de resolución del problema de radicales. Asociación y decodificación incorrecta de las leyes de la potencia, del Mínimo común múltiplo siendo estos conocimientos indispensables para el estudio de la radicación y sus propiedades.

Palabras clave: Error, Cálculo, Radicales.

Línea de investigación: Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación de la Educación Matemática.

Temática: Enseñanza y Aprendizaje en los diferentes Subsistemas, Niveles y Modalidades en la Educación Matemática.

Subtemática: Obstáculos, Errores y Dificultades.



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Analyze the mistakes of the students in the calculate operations radicals of the third years of the Middle General Education in the Military High School “Los Próceres” Municipality San Diego Carabobo State.

Autora: De Freitas Carmen
Tutora: Msc. Fernández Einys
Año: 2018

ABSTRAC

The objective of this investigations was analyze the mistakes of the students in the calculate operations radicals of the third years of the Middle General Education in the Military High School “Los Próceres” Municipality San Diego Carabobo State, This study was foundation in the constructivist theory of Piaget (1978) and the Typology of Astolfi (1999), This said the mistakes assignment systemic is extension of the solution isn't rectify the learning last year. The methodology was descriptive study not experimental, while that sample was twenty eight (28) students of the third year Middle General Education of this institution, at this students doing a cuestionary about fifteen (15) items, in five (05) dimensions and twelve (12) indicator accord with a table operational of the fickler, the instrument was validated for three experts and theirs confidence by Pearson Correlation. The result was categorical for the Typology of Astolfi (1999) at 30% the subjects had the mistakes E3 denominate: “Mistakes with results of the students”. Demonstrate with this, the difficulty of the apprentice because they not obtain determinate hierarchy of the radicals problems. Association and codification incorrect of the potency laws of the minimum common multiple are indispensable knowledge to the studio the radical and property.

Key word: Mistake, Calculate, Radicals.

Investigation Line: Teaching, Learning and Evaluation Mathematic Education.

Thematic: Teaching and Learning in the different Subsystems, Levels and Modalities in Mathematics Education.

Sub thematic: Obstacles, Errors and Difficulties.

INTRODUCCIÓN

En los diferentes sistemas educativos el que hacer matemático de los estudiantes permite evidenciar errores en la organización, desarrollo y ejecución de las distintas actividades, hasta el incumplimiento de las asignaciones; por lo que, el análisis de estos han sido orientados por distintas corrientes pedagógicas y psicológicas predominantes. De ahí que, la existencia de diferentes teorías psicológicas y de aprendizaje, permiten explicar cómo se da el proceso de construcción del conocimiento en el individuo por lo que la ausencia de resultados positivos tienen relación con el desconocimiento de sus premisas fundamentales.

Es por ello que, en la siguiente investigación, se tenga la inferencia de que durante el proceso de construcción de conocimiento en todas sus etapas escolares es frecuente la aparición de errores, estos como resultado de una aprehensión equivocada de la información, pero el error debería posesionar al estudiante en un rol activo que le permita comprender y darle sentido a los objetos matemáticos, donde las ideas que se forman en el proceso no se vayan convirtiendo en conflictos y traigan como consecuencia, fallos y obstáculos potenciales los cuales lleven al estudiante a ser generador de errores en todas las actividades, producciones escritas que realice.

El papel del docente es actuar como facilitador de actividades que provoquen conflictos y que hagan repensar y reajustar las ideas erróneas que se han formado en la estructura cognitiva errónea que se ha generado en los estudiantes, provocando de esta manera eliminar en los discentes los conceptos falsos y procedimientos fallidos que ellos han construido durante su proceso de aprendizaje.

De ahí que, en esta disertación se tenga la premisa de que la Educación debe reexaminar las prácticas de las matemáticas desde el estudio de los errores en donde las pautas del crecimiento del conocimiento no son solo los continuos cálculos sino también tiene relevancia las formas de hacerlos.

Es importante señalar que, desde hace décadas en la Educación Media General de Venezuela se viene evidenciando en el aprendizaje de las matemáticas errores tanto conceptuales como procedimentales, en temas tan elementales como son la factorización, simplificación, fracciones, potenciación, entre otros. Tales errores dependiendo de su origen pueden consolidar el conocimiento si son tratados correctamente, razón por la cual no pueden ser obviados por los docentes al momento de organizar y/o desarrollar una actividad pedagógica.

En este sentido, el presente estudio pretende analizar los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones de radicales del tercer año de la Educación Media General en el liceo “Los Próceres” del Municipio San Diego del estado Carabobo; donde los mismos serán categorizados según la taxonomía de Astolfi (1999) el cual sostiene que “aprender es arriesgarse a errar”, (p.21).

En virtud de lo anterior, la presente investigación está estructurada de la manera siguiente: Capítulo I, sostiene el planteamiento del problema, los objetivos de la investigación y la justificación. El Capítulo II, muestra el marco teórico con antecedentes y bases teóricas; mientras que en el Capítulo III, se define la orientación metodológica a utilizar, donde se establece el tipo de investigación, los sujetos a encuestar, la técnica para la recolección y análisis de los datos, en el capítulo IV se reportó y analizó los resultados obtenidos y en el Capítulo V se desarrolló las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento y Formulación del Problema

La educación es un proceso multidireccional de transferencia cultural del cual se vale el individuo para poder transmitir una serie de valores y conocimientos científicos, permite y ayuda al desarrollo académico de una sociedad e inclusive a la interacción del mismo con el mundo exterior, permitiendo así el enriquecimiento propio del sujeto.

Por otro lado, la Educación proporciona a los hombres una serie de estrategias, técnicas y/o herramientas necesarias para fortalecer las características propias de cada uno, facilitando así su integración con la sociedad. Al respecto, Pérez (2013), escribe que la educación:

Es considerada por la sociedad como un instrumento indispensable para que los seres humanos en su dimensión personal, interpersonal, profesional y social, puedan convertirse en ciudadanos que sirvan de sostén de la misma y agentes de cambio comprometidos con la transformación social de la humanidad por un camino seguro y sustentable hacia ideales, el progreso, justicia social, paz y libertad (p.22).

En este orden de ideas, todo individuo dentro de su proceso pedagógico de enseñanza y aprendizaje para la formación académica y cultural debe cumplir con las exigencias del sistema educativo. Sin embargo, actualmente el desarrollo de este se ha convertido en una estructura de relaciones muy complejas, donde se ha evidenciado que los estudiantes adquieren conflictos internos al verse enfrentados con

asignaturas como matemática, física y química, las cuales se han caracterizado por ser unidades curriculares con fundamentos teóricos, procedimentalistas y rígidos. Pero, no obstante, ellas a lo largo de la historia educativa se han convertido en cursos obligatorios e indispensables para la formación académica en todos los niveles y modalidades de la educación, por lo que han sido insertas como disciplinas esenciales en la praxis educativa.

Acevedo y García (2007) citado por Servelión (2012) expresa que:

La matemática escolar debe potenciar al estudiante para aplicar su conocimiento en la resolución de problemas tanto al interior de la matemática misma, como en otras disciplinas, debe además desarrollar habilidades para: Usar el lenguaje matemático y comunicar ideas, razonar y analizar, cuestionarse, interpretar críticamente información y tomar decisiones consecuentes, en fin, enriquecer y ampliar constantemente su conocimiento (p.120).

De acuerdo con lo anterior, el estudio de la matemática en el sistema educativo venezolano ha sido de carácter obligatorio desde la primaria hasta la Educación Media General, e inclusive a nivel universitario, ya que permite el desarrollo del pensamiento lógico y fortalece las habilidades del individuo, las cuales influyen directamente en la resolución de problemas tanto numéricos como su interrelación con otras ciencias, e inclusive con la sociedad.

Sin embargo, el desarrollo pedagógico en las instituciones de la Educación Media General en Venezuela se ha caracterizado por ser unidimensional, es decir, el proceso de enseñanza y aprendizaje se ha desenvuelto únicamente de forma vectorial como un transmitir de conocimientos de docentes a estudiantes, en donde es el profesor quien da las instrucciones, la información, las teorías, los saberes científicos, mientras que el aprendiz la recibe de manera pasiva. Pero, ¿será que ese proceso de transmisión de definiciones, propiedades y procedimientos cubre las expectativas de los escolares?.

Respecto a lo anterior, Mora (2013) sostiene que:

Las matemáticas no pueden reducirse simple y llanamente a una acumulación o colección de técnicas y procedimientos especializados, particularmente algorítmicos, sino que deben verse como parte esencial de una forma de pensamiento y acción, así como una capacidad de resolución de problemas de connotación local y universal (p.69).

Por su parte, Barrera (1998) plantea que “los estudiantes deben construir la racionalidad crítica, entendida esta, como la característica que tenemos los seres humanos para vivir en comunidad y hacer aportes a la comunidad para que esta sea más competente”, (p.18).

En este sentido, es durante la transición de saberes donde el estudiante adquiere, manifiesta y/o refleja aspectos negativos como errores conceptuales y procedimentales, los cuales podrían deberse a una comprensión deficiente de los contenidos. Tal situación, se evidencia con mayor significado en el aprendizaje de la matemática, esta problemática no es nueva, sino que la misma ha estado presente desde los orígenes de su enseñanza, pero se ha venido haciendo cada vez más crítico por las consecuencias que se derivan de un aprendizaje errado en dicha asignatura.

En este orden de ideas, es preocupante observar que a pesar de los cambios que se están dando en el sistema educativo venezolano a través de la propuesta curricular denominada Currículo Nacional Bolivariano (2007), el cual tiene el fin de mejorar el proceso pedagógicos de todos los entes que forman parte del mismo, se continúa aun demostrando con el transcurrir de los años escolares dificultades tanto conceptuales como procedimentales que tienen los educandos en relación al estudio de la matemática, típicamente se manifiestan errores de cálculos, pero con especial énfasis en operaciones con potencias, fracciones e inclusive despejes, esta situación conlleva a que el aprendiz no culmine satisfactoriamente con el tema en estudio.

En este entorno, Briceño (2011) enfatiza que:

Desde la perspectiva constructivista y cognitivista, el error es una importante fuente de aprendizaje en cuanto sirva como catalizador de la duda, la autocrítica y la reflexión, el desequilibrio cognitivo y la toma de conciencia acerca de las contradicciones, tanto el error como el fracaso son elementos concomitantes en el aprendizaje y la adquisición de nuevos conocimientos, puesto que un error visto más como un gestor de conocimiento u organizador didáctico reflexivo, que como un elemento negativo sinónimo del fracaso, es un elemento positivo generador de nuevos aprendizajes, (p.121).

En este contexto, los errores matemáticos que arrastran los estudiantes desde años anteriores se van afirmando a través del tiempo, los cuales pueden ser por falta de dominio y ejecución de estrategias por parte del docente, carencia de hábitos de estudios en el educando, problemas en relación a las estructuras mentales, información recibida de forma inadecuada. Por consiguiente, la construcción del conocimiento es un proceso de elaboración en el sentido de que el alumno selecciona, organiza y transforma la información recibida, estableciendo relaciones entre dicha información y sus conocimientos previos.

Es por ello que Coll (1988) citado por Llovera (2005) señala que:

La concepción constructivista del aprendizaje escolar se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte en las instituciones educativas es promover los procesos de crecimiento personal del alumno en el marco de la cultura del grupo que pertenece. Estos aprendizajes no se producirán de manera satisfactoria a no ser que se suministre una ayuda específica a través de la participación del alumno en actividades intencionales, planificadas y sistemáticas, que logren propiciar en este una actividad mental constructiva (p.103).

De acuerdo con esto, a mediados del siglo XX se planteaba que el manejo de las operaciones aritméticas suponía de ciertos niveles de razonamiento, relacionados con el desarrollo intelectual del estudiante, como proponía Piaget (2005), haciendo

referencia a las características cognitivas en el último estadio del desarrollo intelectual que comienza alrededor de los 11 a 12 años en donde se da el manejo de las operaciones formales y se pone de manifiesto el razonamiento hipotético-deductivo.

Por otro lado, los estudiantes en el estado Carabobo específicamente los del Liceo “Los Próceres” en San Diego siendo esta una institución privada, la cual cuenta con dos (2) secciones de tercer año de Educación Media General, presenta una similitud de la problemática descrita previamente en relación al estudio de los cálculos matemáticos, ya que con frecuencia se repite errores conceptuales y procedimentales durante la disertación del tema números reales, sistema de ecuaciones, inecuaciones, radicales entre otros, donde los escolares no concluyen la resolución de los ejercicios planteados.

De igual manera, se ha evidenciado a través de la observación empírica que durante el estudio del tema de radicación a través de diferentes estrategias empleadas por el docente, los estudiantes no logran alcanzar las competencias del mismo, quedando inconclusos o incorrectos los ejercicios planteados, demostrando errores de cálculo para poder descomponer una cifra mediante la simplificación con potencias, además se ha evidenciado fallas en el uso de las propiedades de la potenciación, la suma y división de fracciones, la simplificación de expresiones matemáticas entre otros procedimientos que han sido aprendido en años anteriores.

Para Brousseau (s.a) citado por Barrantes (2006) “el error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado”, (p.12). Por su parte González, Luque y Ríos (2006) señalan que “el error adquiere el estatus de indicador y analizador de los procesos intelectuales puestos en juego, se trata de profundizar en la lógica del error y sacarle provecho en el aprendizaje del estudiante”, (p.38). Mientras que para Astolfi (1999), “los errores cometidos sistemáticamente, son una ampliación no rectificadas de la solución aprendida el año anterior, donde son los profesores quienes contribuyen

involuntariamente a esta generalización abusiva del error, esto por la falta de profundidad en el análisis del contenido”, (p.81).

Así mismo, Astolfi (1999) establece unos indicadores para categorizar el origen de los errores durante el estudio de unidades temáticas, donde a su vez permite en gran parte evaluar las causas por las cuales los estudiantes manifiestan errores conceptuales y de cálculos, por tal razón y en función de lo expuesto anteriormente, surge la siguiente inquietud ¿A qué se deben los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones de raíces del tercer año de la Educación Media General en el liceo “Los Próceres” del Municipio San Diego del estado Carabobo?

1.2 Objetivos de la Investigación

1.2.1 Objetivo General

Analizar los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones de radicales del tercer año de la Educación Media General en el liceo “Los Próceres” del Municipio San diego del estado Carabobo.

1.2.2 Objetivos Específicos

1.2.2.1 Diagnosticar los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones de radicales del tercer año de la Educación Media General en el liceo “Los Próceres” del Municipio San diego del estado Carabobo.

1.2.2.2 Describir los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones de radicales del tercer año de la Educación Media General en el liceo “Los Próceres” del Municipio San diego del estado Carabobo.

1.2.2.3 Clasificar los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones de radicales del tercer año de la Educación Media General en el liceo “Los Próceres” del Municipio San diego del estado Carabobo, según Astolfi (1999).

1.3 Justificación de la Investigación

Las matemáticas dentro del sistema educativo son consideradas como una asignatura que propicia la flexibilidad del pensamiento, espíritu crítico, utilización de las capacidades para investigar y resolver problemas tanto de manera individual como colectiva, donde su principal objetivo escolar es contribuir a la formación cognitiva, ética y cultural del individuo. Al respecto, Pérez (2013) plantea que “un sistema educativo eficaz y eficiente debe proporcionar a los estudiantes los valores, conocimientos, habilidades, destrezas, capacidades y todas las herramientas que les permitan una inserción social y profesional” (p.23).

Por consiguiente, en el transitar educativo el conocimiento que se enseña en el aula de clases, y aún más en lo que respecta a la matemática es el resultado de un proceso histórico de construcción socio-cultural; de ahí que el sistema educativo debe proporcionar no solo conocimientos sino también valores, habilidades y destrezas en los individuos que se encuentran en constante formación dentro de los salones de clases, los cuales inclusive ayuden a desarrollar un espíritu crítico y reflexivo necesario para progresar en el siguiente año académico.

Sin embargo, es pertinente reconocer y hacer énfasis en las dificultades y/u obstáculos académicos que están manifestando los educandos durante el estudio de las asignaturas del sistema educativo y aún más en lo que respecta a la matemática, física y química; ya que los errores que comenten los mismos durante la resolución de problemas en el caso de las matemáticas podría ser una herramienta de vital importancia en el proceso pedagógico del docente, ya que a partir de ellos el profesor puede indagar en su origen, además si los categoriza podría reorganizar sus estrategias didácticas a fin de contribuir en el logro de un aprendizaje significativo.

Briceño (2011) sugiere que “la aparición del error es una constante en la evolución del aprendizaje sistemático y el profesor debe ser capaz de enfrentar su aparición, calificando los errores, identificando sus causas y corrigiéndolos de la manera más indicada y oportuna”, (p.36).

Dentro de esta perspectiva, es pertinente realizar un estudio acerca de los errores que incurren los estudiantes de tercer año del Liceo “Los Próceres” del Municipio San Diego del Estado Carabobo, ya que ellos presentan fallas durante la resolución de problemas en el tema de radicación; particularmente cuando deben aplicar conocimientos previos como operaciones con fracciones, potenciación, ley de los signos tanto para la suma como multiplicación, cálculo del mínimo común múltiplo, donde en diferentes ocasiones no llegan a la solución deseada.

De acuerdo con esto y con el propósito de la presente investigación la cual es analizar los errores que manifiestan los estudiantes en la resolución de problemas en el tema de radicación de tercer año del Liceo “Los Próceres” permitirá que los docentes e inclusive los mismos estudiantes conozcan las causas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Abrate, Pochulu y Vargas (2006) sostienen que:

Todas las recomendaciones metodológicas acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de señalar que se identifiquen los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinando sus causas y organizando la enseñanza teniendo en cuenta esa información, donde el profesor tiene que ser sensible a las ideas previas de los estudiantes y debe valerse de estrategias adecuadas para lograr el progreso en el aprendizaje, (p.11).

En este orden de ideas, el estudio de los errores en temas particulares de la matemática dentro de la educación formal venezolana debe influir en el desarrollo integral del ciudadano, donde a través de ella y su integración con otras disciplinas del sistema educativo, se puede crear el nuevo perfil del republicano y que el mismo logre convivir con los demás, crear e innovar, valorar todo lo que esté en su entorno e inclusive reflexione en el quehacer diario. Pero sin dejar a un lado el estudio y análisis de los errores, de ahí que la presente disertación resulto de gran pertinencia para otros investigadores ya que va de la mano con otras teorías científicas, las cuales se fundamentan e integran con procesos experimentales.

Finalmente, los resultados de la presente investigación busca orientar a los profesores para que sepan cómo enfrentarse a la presencia de los errores de los estudiantes, con el propósito de que ambos docentes-discentes mejoren el proceso pedagógico que se da en el aula de clases en lo que respecta al estudio de los contenidos matemáticos, contribuyendo así a disminuir el índice de aplazados en la asignatura. Es por ello, que este proyecto de investigación se enmarca en la línea de investigación “Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación de la Educación Matemática”, orientada en la temática “Procesos de Enseñanza y Aprendizaje en los Diferentes Niveles y Modalidades de la Educación Matemática” y sub-temática “Dificultades, Obstáculos y Errores en Aprendizaje de la Matemática”.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de la Investigación

Escobar, A y Escobar B (2015) en su trabajo titulado *El error en el uso de los números racionales e irracionales, como evidencia de obstáculo epistemológico, en estudiantes del noveno grado*, tuvo como objetivo general analizar el error en el uso de los números racionales e irracionales en estudiantes del grado noveno de los Institutos Educativos Ignacio Botero Vallejo y Villa del Socorro, como punto de partida para una propuesta de mejoramiento para su enseñanza.

En esta investigación los autores realizan una reflexión crítica de los errores en el uso y manejo de los números racionales e irracionales en estudiantes del noveno grado en dos institutos de Antioquia (Colombia) y las consecuentes dificultades que estos generan en la construcción de los números reales. Afirman que "es necesario detectarlos y categorizarlos con el propósito de reflexiones en vía de la comprensión del aprendizaje y de la enseñanza de los mismos, en la etapa escolar", (p. II).

Entre sus conclusiones resaltan que las dificultades manifestadas de los estudiantes en el aula y evidenciadas en los errores observados, dan cuenta de lo problemático que resulta el aprendizaje de los números racionales e irracionales, no como resultado de su incapacidad e ignorancia de los estudiantes, sino más bien como evidencia de posibles obstáculos rastreados de manera persistente a lo largo de la historia.

En este enfoque Martínez, J (2015) en su investigación de grado denominada *Errores en el Aprendizaje de Algoritmos Matemáticos en la resolución de problemas Numéricos y Algebraicos en estudiantes Neo-Tomasinos de ciencias administrativas y económicas*, tuvo como objetivo fundamental identificar algunos errores frecuentes en el Aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas

numéricos y algebraicos en los estudiantes aplicando la prueba al inicio del curso de nivelación en matemáticas de Ciencias Administrativas y Económicas.

En este trabajo el autor realizó cuatro instrumentos que permitieron evidenciar que las categorías propuestas para la investigación lograron satisfacer los referentes teóricos planteados, además logró detectar los errores matemáticos en la resolución de problemas aritméticos y algebraicos. Entre las conclusiones principales resaltó la naturaleza y clasificación del concepto de error, ya que los estudiantes demostraron un vacío en el concepto y manejo de las propiedades de la potencia así como de los radicales y en las propiedades de adición y multiplicación en expresiones algebraicas, es por ello que se debe orientar a los estudiantes de acuerdo a los resultados en temas y estrategias para enfrentar esta problemática en su formación.

Por su parte, Escudero, A y Domínguez, J (2014), profesoras pertenecientes al Departamento de Didáctica de la matemática Universidad de Sevilla, en su artículo publicado en la revista números; *De los errores identificados en la investigación a los errores encontrados en un aula de primero de bachillerato*. Ellas proponen identificar los errores matemáticos cometidos por los alumnos en Bachillerato para conocer su tipología, además de indagar sobre las particularidades de los mismos, reflexionando sobre sus incidencias en el contexto educativo. Las autoras concluyen que, las diferentes categorías obtenidas pueden ser utilizadas como herramientas que ayuden a identificar a otros y a seleccionar estrategias adecuadas para superar las dificultades.

Por su parte, Torrealba, J (2014) en su trabajo especial de grado denominado *Taxonomía de Radatz: “Errores cometidos en la resolución de inecuaciones de primer grado por estudiantes del primer semestre de la FaCE-UC”*. Cuyo objetivo principal fue analizar los errores cometidos en la resolución de inecuaciones de primer grado, fundamentado en la teoría psicopedagógica de Radatz. Entre sus conclusiones sostiene que los sujetos en estudio presentan dificultades en la resolución de inecuaciones de primer grado, ya que no poseen en sus estructuras cognitivas la información correcta, por lo que constantemente distorsionan los

contenidos y manifiestan con frecuencia diversos tipos de errores en la producción escrita.

Es por ello, que el detectar a tiempo los errores de los estudiantes constituyen un antecedente significativo para mejorar su aprendizaje en cada etapa de su formación académica.

De igual manera, Padilla, J (2013), en la investigación realizada sobre *la transposición didáctica del objeto matemático radicación*, sugiere que es necesario que el docente realice una transposición didáctica efectiva que contribuya a la calidad de los aprendizajes o saber aprendido por parte de los estudiantes, esta debe ocurrir en un espacio en que los educandos y profesores se relacionan para alcanzar el mejor logro, considerando los medios, los objetos de enseñanza, de aprendizaje y los procedimientos de transformación. Por consiguiente, el autor se refiere a que no se puede tener una comprensión en matemática si no se distingue un objeto matemático de su representación (símbolos, signos, códigos). La confusión entre el objeto y su representación produce una pérdida de comprensión.

Esta situación ocasiona en los estudiantes a través de su proceso de aprendizaje concepciones erradas de conceptos, procedimientos que se evidencian en la resolución de problemas matemáticos en los temas de su programa, en los cuales se detectan los errores en las diferentes actividades realizadas.

En este orden, Herrera, M (2011) en su trabajo de investigación *Obstáculos y errores en el aprendizaje de los números irracionales*, se fundamentó en las tipologías de errores de Booth (1984), Socas (1997), Astolfi (1999) y Radatz (1979), donde concluye que el docente debe propiciar en el estudiante la autorreflexión, a fin de que él mismo se percate de la presencia del error y corrija de manera franca su proceso de aprendizaje, de esta manera se estaría generando en el propio escolar espacios para la reflexión y metacognición. Los errores lejos de ser considerados un problema deben ser apreciados como elementos motivadores.

La autora también concluye, que muchos han sido los esfuerzos por comprender y dar respuestas al sin número de problemas, tanto prácticos como

teóricos en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, y es el profesor, en su carácter de formador o transmisor de conocimiento quien no debe dejar pasar por alto las fallas de los estudiantes, solo para completar una evaluación sumativa, sino más bien debe usar esa falla para propiciar el verdadero aprendizaje significativo en los discentes.

2.2 Base teórica de la Investigación

2.2.1 Fundamento Psicológico y Pedagógico del error desde la teoría constructiva de Piaget (1998)

La base psicológica que fundamentan este trabajo es el constructivismo, como proceso multidisciplinario de alta complejidad que aporta a la psicología como fenómeno de aprendizaje y desarrollo personal integral del estudiante; el cual postula que cada persona, con la orientación adecuada debe ser capaz de construir su propio conocimiento, tomando los elementos necesarios de su ambiente de acuerdo a la estructura cognoscitiva que sea posible asimilar.

En este sentido, el constructivismo se alimenta del pensamiento de tres grandes psicólogos y cuyas obras principales fueron: La equilibración de las estructuras cognitivas Piaget (1998), La Pedagogía Socio-Cultural de Vygotsky (1978) y el Aprendizaje Significativo de Ausubel, (1983); los cuales cada uno desde su enfoque conciben el conocimiento como resultado de la interacción entre la nueva información y la información previa y los mecanismos como ocurre dicho proceso.

Según, Papalia, D y Olds, S (1988), la teoría constructivista parte del Postulado:

“el conocimiento no se descubre, se construye”. Básicamente puede decirse que el constructivismo es el modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores, (p.175).

En consecuencia, el aprendizaje constructivista supone una construcción que se realiza a través de un proceso mental que conlleva a la adquisición de un conocimiento nuevo, pero, en este proceso no es sólo el nuevo saber que se ha adquirido sino también la posibilidad de construirlo y adquirir una nueva competencia que le permitirá generalizar, es decir, aplicar lo ya conocido a una situación nueva.

Por otra parte, en las instituciones educativas principalmente en las aulas de clases, la enseñanza debe ser individualizada en el sentido de permitir a cada estudiante trabajar con independencia y a su propio ritmo, para ello, es necesario promover la colaboración y trabajo grupal. En este sentido, Pimienta (2007) sostiene que “en la actualidad, las teorías constructivistas evolucionistas sobre el aprendizaje fomentan el interés en la colaboración y el aprendizaje cooperativo”, (p.9).

En este sentido, el aprendizaje o construcción del conocimiento se logra cuando existe interacción social en el dialogo activo entre los interlocutores en este caso docentes y estudiantes sobre el contenido en la asignatura, lo cual proporciona a los alumnos oportunidades de participación en discusiones de alto nivel sobre los métodos posibles de resolución e interpretación de los temas por aprendidos y por aprender.

Del mismo modo, para Vigotsky (1978) aprendizaje no se considera como una actividad individual, sino más bien social, por lo que se valora la importancia de la interacción grupal en el aprendizaje donde según el autor, se ha comprobado que el estudiante aprende más eficazmente cuando lo hace de forma cooperativa. Al respecto, Pimienta (2007) indica que:

Los constructivistas que apoyan la teoría dialéctica de Vigotsky del aprendizaje y el desarrollo opinan que el trato social es importante para el aprendizaje porque las funciones mentales superiores (como razonamiento, comprensión y pensamiento crítico) se originan en las relaciones sociales y luego son internalizadas por los individuos, (p.10).

Por consiguiente, el desarrollo de la psicología como ciencia proporciona importantes aportes a la pedagogía en aspectos como la construcción del pensamiento

y la educación de la memoria, ya que, en el proceso de aprendizaje en el estudiante se empiezan a organizar las estructuras mentales cada vez que obtiene una información asociada con un conocimiento previo, lo cual permite en el individuo un aprendizaje significativo.

Desde este enfoque, se conoce que el origen del aprendizaje significativo está centrado en el interés que tiene Ausubel por conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, las cuales son siempre un punto de partida que está presente en el dialogo de docentes, diseñadores de curriculum, investigadores en educación, los cuales tienen como objetivo fundamental permitir al que aprende una mejor comprensión y aplicación del constructo en el aula de clases.

Es por ello que, Fumero (2009) sostiene que:

Uno de los autores que más ha influido en el aprendizaje significativo es Ausubel, en donde su aporte fundamental a consistido en la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el aprendiz (p.15).

Por lo tanto, los que apoyan a las teorías constructivistas sostienen que la realidad está más en la mente del sujeto y que se construye o por lo menos es interpretado tomando como base las experiencias individuales, donde el conocimiento humano no se recibe de forma pasiva sino que es un proceso que se construye activamente. En este sentido, Fumero (2009) cita de Piaget (1984) que el constructivismo plantea que “nuestro mundo es un mundo humano, producto de la interacción humana con los estímulos naturales y sociales que se ha alcanzado a procesar desde nuestras operaciones mentales”, (p.19).

Para Piaget (2005), el desarrollo cognitivo es el conjunto de transformaciones que se producen en las características y capacidades del pensamiento en el transcurso de la vida, aumentando los conocimientos y habilidades para percibir, pensar,

comprender y manejarse en la realidad. Este autor dividió el desarrollo cognoscitivo del niño en cuatro etapas: etapa sensoriomotora (0-2 años aprox), etapa preoperacional (2-7 años aprox), etapa de las operaciones concretas (7-11 años aprox) y etapa de las operaciones formales (11-15 años aprox); Cada una de las cuales representa la transición a una forma más compleja y abstracta de conocer.

A partir de la etapa de las operaciones concretas el niño desarrolla la habilidad de inventar mentalmente las operaciones y va adquiriendo la capacidad de aplicar la lógica para abordar los problemas de forma sistemática. Este teórico clasificó tres tipos de operaciones mentales o esquemas con que el infante organiza e interpreta el mundo durante esta etapa que son: seriación, clasificación y conservación. Al finalizar este periodo de las operaciones concretas el individuo ya ha logrado la capacidad de resolver problemas y cuenta con las herramientas cognoscitivas necesarias para comprender las relaciones conceptuales entre las operaciones matemáticas.

Posteriormente, Piaget (2005), propone que es durante la etapa de las operaciones formales que el niño desarrolla la capacidad de pensar en forma abstracta, en donde el estudiante pasa de establecer relaciones numéricas a relaciones simbólicas abstractas; Este autor propuso cuatro características del pensamiento en esta etapa: la lógica proposicional, el razonamiento científico, el razonamiento combinatorio y el razonamiento sobre probabilidades y proporciones. También deduce que los componentes principales en el proceso cognitivo son la asimilación o incorporación de un elemento exterior en un esquema sensorio-motor o conceptual del sujeto y la acomodación que es tener en cuenta las particularidades propias de cada elemento a integrar en el proceso de la asimilación.

Por otra parte, Piaget (1998) sostiene que, la equilibración de las estructuras cognitivas explica como una de las fuentes del progreso en el desarrollo de los conocimientos debe buscarse en los desequilibrios como tales, los únicos que obligan a un sujeto a superar su estado actual. La evolución de los esquemas en el transcurso del desarrollo está relacionada con los desequilibrios que producen las interacciones

del niño con la experiencia y con el medio, y sobre todo, con los reequilibrios que se obtienen como consecuencia

Entre los tipos de equilibración se encuentra la denominada equilibración progresiva es considerada fundamental en el desarrollo cognitivo, ya que es un proceso que se va modificando en cada estadio en búsqueda de un mejor equilibrio tanto en su estructura cualitativa como en su campo de aplicación. Durante ese proceso ocurren perturbaciones que son obstáculos que se generan durante la asimilación; la primera forma de perturbación es cuando se busca la llegada a un objetivo, obstáculos para las asimilaciones recíprocas de esquemas o de subsistemas; constituyendo las causas de fracasos o errores en la medida que el sujeto se hace consciente de ello y la segunda clase de perturbación son las lagunas que se convierten en fuentes de desequilibrios cuando se trata de la ausencia de un objeto o de unas condiciones de una situación que serían necesarias para realizar una acción, o incluso de la carencia de un conocimiento que sería indispensable para resolver un problema.

El hecho de que los estados de equilibrios sean siempre superados se debe, por el contrario, a una razón muy positiva, ya que, todo conocimiento consiste en suscitar nuevos problemas a medida que resuelve los precedentes. Desde la actividad de los esquemas de acción elementales se manifiesta la estrecha relación entre la construcción y la comprensión para generar una asimilación renovada, pero, cuando el objeto no es asimilado inmediatamente constituye un obstáculo (pudiendo seguir siendo menor o aumentar según los casos) para esta asimilación inmediata; en toda etapa de la construcción del conocimiento en el sujeto también conlleva a un proceso de regulación en el cual todo sistema cognitivo se apoya en el siguiente para extraer de él una guía y la realización de su regulación. Con esta condición se constituye poco a poco una autorregulación.

Esta colaboración de las regulaciones y de las abstracciones reflexivas, trabajando las dos en conjunto, explican el proceso central del desarrollo cognitivo, es decir, la formación independiente de operaciones sobre operaciones como ocurre en

las que se producen en el producto de reflexiones de diferentes potencias, en donde es evidente que en un sistema operatorio dado siempre será posible aplicar nuevas operaciones, extraídas de otros sistemas y sobretodo extraídas de los precedentes en el seno mismo del sistema, como las adiciones de adiciones que son origen de las multiplicaciones.

De forma general, Piaget (1998) explica que los sistemas cognitivos obedecen a tres clases leyes de equilibrio, entre los esquemas del sujeto y los objetos, entre los esquemas o subsistemas del mismo rango y entre los sistemas parciales y sus diferenciaciones, la equilibración tarde o temprano constituye un proceso de superación tanto como de estabilización cognitiva.

Desde el punto de vista estructural se sabe que uno de los principales intereses estuvo centrado en conocer la génesis y las características comunes de las estructuras lógico-matemáticas del pensamiento en sujetos del mismo nivel, en donde el desarrollo cognoscitivo se genera progresivamente y es en este paso durante la etapa escolar que el proceso no se da tan espontáneamente, lo que en algunos momentos causa la aparición de errores y fracaso en el aprendizaje.

La base pedagógica del estudio de los errores se fundamenta en la interacción constructiva como criterio pedagógico, de esta manera se pretende redimensionar al acto educativo como un proceso interactivo constructivo en el cual se relacionan docente y estudiantes conjuntamente con el contenido. Desde este punto de vista, el constructivismo tiene como fin que el educando construya su propio aprendizaje, por lo que, el maestro en su rol de mediador debe apoyar al educando para enseñarle a pensar, enseñarle sobre el pensar y enseñarle sobre la base del pensar; y aún más en lo que respecta al error en matemática.

En este contexto, el papel del maestro desde la perspectiva constructivista se orienta bajo la figura de guía y provocador de situaciones de aprendizaje, en las cuales el estudiante dude de sus propias ideas y sienta la necesidad de buscar nuevas explicaciones, nuevos caminos que vuelvan a satisfacer esos esquemas mentales, donde se plantee la interacción con su medio natural y social.

Por otra parte, desde hace varios años se evidencia en los Planteles Educativos en Venezuela el bajo rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura de matemática en especial en la Educación Media General, donde se detectan constantemente errores tanto conceptuales, como procedimentales en las diferentes actividades que los estudiantes desarrollan durante su proceso de aprendizaje.

En virtud de lo anterior, en estos últimos años han existido cambios muy profundos en la enseñanza de la matemática, puesto que la mayor parte de los docentes de esta ciencia se han formado en escuelas o facultades universitarias donde la interacción con otras disciplinas no se ha dado. Por consiguiente, es preciso partir del análisis específico de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, del generalizado rechazo y temor hacia ella, existente en la sociedad, en particular los estudiantes. Orton (1998), afirma que:

El objeto de la enseñanza es el aprendizaje. Sin embargo, la enseñanza se produce a veces sin que ella resulte un aprendizaje y es conveniente considerar si puede mejorarse y lograr optimizar el aprendizaje como consecuencia de una mejor utilización de cuanto se sabe respecto a su proceso, (p. 209).

Es por ello que, la didáctica de la matemática debe sufrir una serie de adecuaciones, donde deje de ser un objeto de conocimiento y se transforme en un objeto de enseñanza, por lo que es pertinente buscar estrategias que promuevan una enseñanza constructiva de las matemáticas, la cual respondan a la racionalidad del individuo, donde además se rompa que con la idea de rechazo que los mismos tienen hacia esta ciencia, e inclusive donde se pueda asignar roles a cada uno de los sujetos que en este proceso participan, pero siempre teniendo en consideración el origen y categorización de todos los errores de cálculos que emergen a lo largo del proceso pedagógico de esta ciencia.

2.2.2 Fundamento teórico para la clasificación del Error desde la Tipología de Astolfi (1999)

Existen diferentes teorías sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que coinciden en la necesidad de identificar los errores de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y reorganizar la enseñanza teniendo en cuenta esta información, por lo que el error es considerada como parte de toda actividad humana, la cual está vinculado al proceso pedagógico, ya que constituyen una manifestación del aprendizaje deficiente de conocimientos previos, de un escaso manejo de destrezas elementales y como la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el educando.

Los errores cuando están interiorizados involuntariamente son difíciles de detectar y corregir por el individuo, es por ello que el profesor debe provocar en los aprendices conflictos en su mente a partir de inconsistencias, de tal manera que sus propios errores se convierten en un ente activo de la praxis educativa y por ende factor fundamental para la reflexión y metacognición.

De acuerdo con lo anterior, Piaget (1998) considera el error como parte misma de dicho proceso, como el producto de conjeturas que confirman una actividad del pensamiento, también subraya la importancia de la acción del aprendiz en el sentido de la resolución de problemas. Por su parte Vigotsky (1978) explica de qué manera el aprendiz mediante la ayuda de otra persona quien entiende más, aprende saberes más complejos y le permite corregir errores.

El aprendizaje en la etapa escolar es la actividad más compleja que el individuo realiza, ya que tiene que partir del entrenamiento de su pensamiento, pasando por el desarrollo de un patrón conceptual, perceptual, afectivo y cognitivo de manera simultánea, en donde se enfrenta con las constantes modificaciones de la información agregando nuevos conceptos a los ya adquiridos, es decir debe ocurrir un equilibrio en la construcción del conocimiento; según Piaget (1998), se basa en una tendencia a un equilibrio creciente entre los procesos de asimilación y acomodación.

Cuando esto no ocurre en el proceso de enseñanza-aprendizaje es cuando se genera el error y con ello el fracaso en dicho proceso.

Igualmente, Vigotsky (1978) considera que las funciones mentales como la atención, la memoria y el pensamiento tienen una organización dinámica entre el sujeto y el ambiente donde este ocurre, es decir es una construcción social que permite el acceso a funciones psíquicas superiores, en donde el aprendiz es el protagonista en la construcción y reconstrucción de sus conocimientos, el cual puede errar y equivocarse y reconstruir así sus saberes, siempre y cuando esté consciente de ellos.

En este sentido, en Venezuela y otros países, se han realizado estudios sobre los errores que producen los alumnos en las distintas áreas del conocimiento a lo largo de su formación académica, donde el desacierto se encuentra ligado a la práctica docente. Sin embargo, a través de diversas investigaciones, de Socas (1997), Astolfi (1999) entre otros, aportan sus visiones constructivistas para el análisis de las características específicas y clasificación de los errores, según su tipología.

Durante el proceso de enseñanza de las matemáticas, la función principal del docente es la realización de actividades y estrategias de evaluación que permitan dar lugar a la detección y corrección de los errores que cometen los aprendices. Astolfi (1999) lo explica exponiendo que “el error aparece en estas condiciones como la huella de una auténtica actividad intelectual, actividad que evita la reproducción estereotipada y guiada con estrechez, como acompañante de una verdadera elaboración mental”, (p. 40).

En este mismo orden de ideas Astolfi (1999), afirma que “los errores no son faltas condenables ni fallo de programa” (p.14), los explica como síntomas de los pensamientos a los que se enfrentan los estudiantes y plantea que el estatus didáctico que el docente otorga al error está en concordancia con el modelo pedagógico en el aula. Esos errores como fallo en el aprendizaje los clasifica según la representación de los desaciertos que solo pueden ser fallos de un sistema que no ha funcionado correctamente lo cual se traduce a tres percepciones:

- Cuando se percibe un error, el reflejo es subrayar y tachar la falta en cuaderno o en el control.
- Las aberraciones de los estudiantes hacen dudar a los docentes de si mismo haciendo pensar en lo ineficaz de la enseñanza impartida.
- El vértigo ante la idea de sumergirse en la mente de los alumnos.

En este sentido, se puede comprender que en situaciones los aprendices evitan en lo posible cruzarse con las aberraciones en su camino, cuando esto pasa reaccionan siguiendo dos actitudes simétricas, bien sea por el castigo o por el medio del esfuerzo del replanteamiento de la programación, la primera actitud carga el error en la cuenta del educando así como también en los esfuerzos de adaptación a la situación didáctica, mientras la segunda corresponde a las dificultades en la programación, en la falta de capacidad para adaptarse a los nuevos contenidos. De acuerdo con esto, Astolfi (1999) plantea la siguiente serie de indicadores los cuales permiten clasificar los errores de acuerdo a su tipología:

| TIPOLOGÍA DE LOS ERRORES |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Errores debidos a la redacción y comprensión de las instrucciones. |
| Errores resultados de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas. |
| Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos. |
| Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas. |
| Errores en los procesos adoptados, entre otros. |

Fuente: tomado de Astolfi (1999).

En cada uno de estos errores existen características particulares que deben tenerse en cuenta las cuales se especifican a continuación:

- Errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas a la clase, en la medida en que los términos empleados para introducir ejercicios y problemas no son tan “transparentes” como imaginamos, y es que la comprensión del léxico de cada disciplina está sembrada de “emboscadas”. Estas se relacionan con dificultades en la lectura de los enunciados de problemas y de textos escolares,

que suelen ocasionar malentendidos para quien la lee, en este caso los discentes, que son a quien va dirigida la enseñanza.

- Errores que provienen de las costumbres escolares o de una mala interpretación de las expectativas, que tienen un papel esencial en la actividad cotidiana de la clase y en el “oficio de alumno”. Las herramientas didácticas al momento de ser diseñada la actividad en aula debe estar dirigida y orientada de manera que la redacción de las mismas puedan ser interpretada por los estudiantes para provocar en ellos el trabajo crítico.
- Errores que dan testimonio de las concepciones alternativas de los alumnos, de las que ya hemos visto hasta qué punto perduran a lo largo de la escolaridad y cómo afloran en las producciones y respuestas de forma inesperada. Estas, están relacionadas con los obstáculos epistemológicos que vienen a cohabitar con los saberes escolares y que han interferido con la comprensión de las representaciones, formando ideas equivocadas en los alumnos, y que se ponen de manifiesto cada vez que debe utilizar lo aprendido en contextos más sencillos.
- Errores relacionados con las operaciones intelectuales implicadas, que pueden no estar disponibles en los alumnos y que, sin embargo, parecen “naturales” al enseñante. Están vinculadas a las prácticas pedagógicas, las cuales el profesor debe tomar en cuenta, ya que el estudiante cree que todos los problemas tienen procedimientos equivalentes, esto puede deberse por falta de concentración o interés y para ello se deben proponer planteamientos similares o problemas parecidos para poder corregir el error.
- Errores en los recorridos empleados, que pueden ser muy diversos, ya que el docente espera el uso de un procedimiento estándar, no llegando a comprender el camino o la intención del alumno, entre otros.

Todas y cada de una de ellas proporcionan una serie de herramientas para categorizar los errores o fallos de los estudiantes en la resolución de problemas, originando un instrumento valioso que permite mejorar o corregir los procedimientos del aprendizaje para evitar futuras equivocaciones y lograr de esta manera mejorar el

aprendizaje. En esta investigación la categorización de los errores constituye instrumento didáctico como base para la resolución de problemas, ya que una vez detectado y analizado, se podrá proceder al diseño de una actividad didáctica el cual permita la corrección del error, y poder culminar con el logro deseado en la adquisición de conocimiento y destreza para el o los estudiantes.

2.2.3 Fundamento Filosófico-social

Dentro del nuevo currículo de los Liceos Bolivarianos (2007) la base filosófica, estructura y orienta en gran parte los objetivos perseguidos por la educación venezolana, establecido de igual forma en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (CRBV, 1999) y en la Ley Orgánica de Educación (LOE, 2009), donde se pretende como fin del sistema educativo que el niño y adolescente internalice los valores morales que le permitan el desarrollo y desenvolvimiento personal y social. Es por ello, que dentro de lo que se entiende como desarrollo personal se procura que el nuevo individuo de hoy en día construya su propio conocimiento a partir de la realidad que lo rodea, teniendo en consideración que todos los problemas existen, persisten y cambian continuamente, y por lo tanto el conocimiento también cambia como consecuencia de ello.

En virtud de lo anterior, las tendencias curriculares más recientes para la enseñanza de las matemáticas han insistido en la necesidad de situar en un primer plano las capacidades de los estudiantes, es decir, las que están ligadas a la identificación y resolución de problemas, al pensamiento crítico y al uso de estrategias de naturaleza metacognitiva. Los nuevos objetivos requieren una modificación significativa de la naturaleza de las actividades de aprendizaje que han sido dominantes en el aula, lo que a su vez implica una modificación en la propia concepción de lo que significa aprender matemáticas.

Parece una perspectiva más amplia de la que considera que el principal objetivo es pensar matemáticamente colocando en un primer plano un conjunto de

procesos característicos de la actividad matemática como formular, probar y demostrar conjeturas, argumentar, usar procedimientos de naturaleza metacognitivas; desde este punto de vista, puede alcanzar una gran importancia, como por ejemplo, la realización por parte del estudiantado de exploraciones e investigaciones.

Por otra parte, la evaluación de estos fundamentos, dejará de ser un instrumento de castigo, para convertirse en un estímulo, reconocimiento, regocijo y motivación a la convivencia, donde un sistema educativo eficaz y eficiente proporcione a los estudiante los valores, conocimientos, habilidades, destrezas, capacidades y herramientas para desenvolverse en la sociedad, es allí en donde la Reforma del Currículo Nacional Bolivariano (2007) señala que “ La educación Bolivariana se define como un proceso político y socializador que se genera de las relaciones entre escuela, familia y comunidad, la interculturalidad, la práctica del trabajo liberador y el contexto histórico social” (p.15).

Es por ello que, el Curriculum Nacional Bolivariano (2007) tiene entre sus objetivos fundamentales generar un proceso educativo que permita desde la construcción de los conocimientos, caracterizar, reflexionar y analizar la realidad para transformarla y promover la independencia cognitiva y la apropiación de los conocimientos que permitan un pensamiento autocrítico, crítico y reflexivo, entre otros. Es que durante el proceso de aprendizaje la aparición del error en contenidos matemáticos deben ser usados como fuentes para la construcción del conocimiento y no como un castigo, por parte del docente.

De acuerdo con esta perspectiva, Astolfi (1999) sostiene: “en el mismo momento en que se percibe un error, el reflejo casi pavloviano es subrayar, tachar, materializar la falta en el cuaderno o en el control. Antes de pararse a pensar en si tendrá alguna utilidad en términos didácticos, se siente la incapacidad de actuar de otro modo”, (p.11). Esto quiere decir, que el error puede y debe ser utilizado como herramienta didáctica en la construcción del conocimiento y no dejarlo como fallo en el proceso de aprendizaje.

Los distintos documentos programáticos de esta época la resolución de problemas es entendida en un sentido amplio destacando el trabajo entorno a situaciones problemáticas como experimentar, matematizar, probar, generalizar y discutir; en donde se considera el trabajo de los estudiantes como fundamento para la construcción de una verdadera y significativa experiencia matemática, con valor propio y no como mera preparación para estudios posteriores.

Es por ello que, en el proceso de enseñanza-aprendizaje según Astolfi (1999) “debe existir un sentimiento de obligación moral”, (p.11), en la fase de revisión de dicho proceso da lugar a la detección de errores y a la corrección de los mismos. Se debe potenciar que los aprendices puedan construir su conocimiento de forma correcta estableciendo sus propios pensamientos con relación a situaciones planteadas dando lugar y espacio para que los mismos puedan hacer sus correcciones.

2.3 Base legal de la Investigación

Todo trabajo de investigación debe estar sustentado por una base legal que apoyan a un tema en estudio, en este caso las referencias legales se encuentran en las principales leyes y reglamentos de la República Bolivariana de Venezuela, que velan por el bienestar, mejoras del Sistema Educativo, en pro de la constante actualización de los planes y programas educacionales, para asegurar una excelente educación y formación del niño venezolano, que estimule la motivación del desarrollo personal del niño y adolescente como meta principal, y su integración al campo laboral, producto nacional en consciente relación con su comunidad y sociedad. Por consiguiente, leyes y reglamentos que fundamentan la presente disertación son:

Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999), establece en su:

Artículo 102: La educación es un derecho humano y un deber social fundamental, es democrática, gratuita y obligatoria. El Estado la asumirá como función indeclinable y de máximo interés en todos los niveles y modalidades, y como instrumento del conocimiento científico, humanístico y tecnológico al servicio de la sociedad. La

educación es un servicio público y está fundamentada en el respeto a todas las corrientes del pensamiento, con la finalidad de desarrollar el potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad en una sociedad democrática basada en la valoración del trabajo y en la participación activa, consciente y solidaria en los procesos de transformación social consustanciados con los valores de la identidad nacional, y con una visión latinoamericana y universal. El Estado, con la participación de las familias y la sociedad, promoverá el proceso de educación ciudadana de acuerdo con los principios contenidos de esta constitución y en la ley.

Este artículo destaca que la educación debe ser democrática, gratuita y obligatoria, en este sentido la formación del hombre en Venezuela es un derecho indeclinable; por lo que las instituciones educativas tienen el deber y la corresponsabilidad de promover dentro de las aulas de clases un ambiente activo, democrático; donde exista la libertad de pensamiento, además de promover la reflexión. De ahí que, el estudio de los errores en matemática no escape de este momento, los cuales al ser evidenciado por el docente, este debe promover actividades que lleven al estudiante a desarrollar un pensamiento reflexivo, lógico matemático, en pro de mejorar su formación académica. Relacionado a lo anterior, se plantea que en él:

Artículo 103: Toda persona tiene derecho a una educación integral, de calidad, permanente, en igualdad de condiciones y oportunidades, sin más limitaciones que las derivadas de sus aptitudes, vocación y aspiraciones. La educación es obligatoria en todos sus niveles, desde el maternal hasta el nivel medio diversificado. La impartida en las instituciones del Estado es gratuita hasta el pregrado universitario. A tal fin, el Estado realizará una inversión prioritaria, de conformidad con las recomendaciones de la Organización de las Naciones Unidas. El Estado creará y sostendrá instituciones y servicios suficientemente dotados para asegurar el acceso, permanencia y culminación en el sistema educativo. La ley garantizará igual atención a las personas con necesidades especiales o con discapacidad y a quienes se encuentren privados de su libertad o carezcan de condiciones básicas para su incorporación y permanencia en el sistema educativo.

En este artículo se mantiene que el Estado creará y sostendrá instituciones y servicios suficientemente dotados para asegurar el acceso a la educación, además que todos los venezolanos tienen derecho a una educación de calidad, en igualdad de

condiciones y oportunidades. Permitiendo una variedad de experiencias prácticas y proponiendo espacios de acción donde tiene lugar la enseñanza. En lo que respecta a los temas matemáticos, en el desarrollo de las actividades formativas, cuando aparece el error, no dejarlo pasar, sino a partir de allí impulsar en el individuo el espíritu de investigador, para que indague el porqué de su falla y así proponer herramientas que impulsen los cambios correspondientes, para mejorar el proceso de aprendizaje en el estudiante. Por otro lado, cabe mencionar que en:

Ley Orgánica de Educación (2009), establece en su:

Artículo 15: La educación, conforme a los principios y valores de la Constitución de la república y de la Ley, tiene como fines:

1. Desarrolla el potencial creativo de cada ser humano para el pleno ejercicio de su personalidad y ciudadanía, en una sociedad democrática basada en la valoración ética y social del trabajo liberador y en la participación activa, consciente, protagónica, responsable y solidaria, comprometida con los procesos de transformación social, consustanciada con los principios de soberanía y autodeterminación de los pueblos, con los valores de la identidad local, regional, nacional, con una visión indígena, afrodescendiente, latinoamericana, caribeña y universal.

Es por ello que, la educación debe fomentar la formación en el adolescente de cualidades creativas, investigativas, valorando los aspectos sociales y democráticos, para así potenciar la solidaridad, participación, ciudadanía, la complejidad del pensamiento, y poder resolver problemas y/o transformar la realidad a través del desarrollo de proyectos, ya que se considera que la fase del desarrollo cognitivo está ligada a la influencia cultural y social donde se desenvuelve el individuo y su forma de concebir el conocimiento. En el caso de la aparición del error en matemática, se considera necesario hacerle entender al individuo las ventajas que tiene el desarrollo del pensamiento lógico matemático como herramienta en un futuro cambiante y permitirle aportar elementos que contribuyan a determinar las causas de la problemática y las posibles soluciones.

2.4 Definición de Términos Básicos

Cálculo: Son procedimientos propios de las representaciones simbólicas algebraicas, están ligadas a la forma y no al contenido, se rigen por un conjunto de reglas y algoritmos, (Quispe, 2011).

Error: No son faltas condenables ni fallos de programa, sino más bien son síntomas de los obstáculos con los que se enfrentan el pensamiento de los alumnos, (Astolfi, 1999).

Pedagogía: Ciencia que estudia la metodología y las técnicas que se aplican a la enseñanza y a la educación, (Larousse, 2009).

Radicación: Es la operación inversa de la potencia, (Ruiz, 2010).

Tipología: Es la ciencia que estudia los tipos o clases, la diferencia intuitiva y conceptual de las formas de modelo o de las formas básicas, la misma se utiliza en muchos términos de estudios sistemáticos para diversos campos de estudio a fin de definir diferentes categorías, (Laurosse, 2009).

2.5 Tabla1: Operacionalización de la Variable

| OBJETIVO GENERAL | Analizar los errores que presentan los estudiantes en el cálculo de las operaciones de radicales del tercer año de la Educación Media General en el liceo “Los Próceres” del Municipio San diego del estado Carabobo. | | | | |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| VARIABLE | DEFINICIÓN CONCEPTUAL DE LA VARIABLE | DEFINICIÓN PROCEDIMENTAL DE LA VARIABLE | DIMENSIÓN | INDICADORES | ITEM |
| Errores en el Cálculo de las Operaciones con Radicales | Los errores no son faltas condenables ni fallos de programas, sino más bien son síntomas de los obstáculos con los que se enfrenta el pensamiento de los alumnos (Astolfi, 1999) | Los errores es ocurrencia de dificultades, deficiencias, y técnicas inapropiadas que manifiestan los estudiantes al momento de aplicar la definición, propiedades para resolver operaciones con raíces. | Errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas | Definición de la raíz n-ésima de un número real. Identifica la racionalización y sus tipos. Reconoce el mínimo común múltiplo para simplificar una raíz | 1 2,3,4 5 |
| | | | Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas | Transforma las potencias con exponente racional a raíz. Reconoce las partes de la potencia con exponente racional a raíz. | 6 7 |
| | | | Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes | Realiza el cálculo de la raíz de un número real positivo Diferencia las leyes de la potencia para simplificar una raíz. Amplifica y simplifica una raíz | 8 9 10,11 |
| | | | Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas | Realiza la suma algebraica de raíces. Resuelve las operaciones de raíces | 12 13 |
| | | | Errores debidos a los procesos adoptados, entre otros | Realiza ejercicios combinando las operaciones de raíces Resuelve los ejercicios hasta la mínima expresión | 14 15 |

CAPITULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Tipo y Diseño de la Investigación

En todo tipo de estudio el investigador debe organizar las ideas y procedimientos que le permitan elaborar un plan estratégico de actividades, con el fin de dar respuestas a la interrogante planteada y así poder obtener los aportes necesarios para verificar los objetivos propuestos en el planteamiento del problema.

Arias (2006) cita que “el nivel de investigación se refiere al grado de profundidad con que se aborda un fenómeno u objeto de estudio”, (p.23). Mientras que, “una indagación descriptiva consiste en la caracterización de un hecho, de un fenómeno, individuo o grupo, con el fin de establecer su estructura o comportamiento”, (p.24).

Es por ello que, el presente trabajo estuvo enmarcado en una investigación cuantitativa de campo no experimental de tipo descriptivo, porque se tomaron ciertas características comunes de la variable en estudio para abordarlo y describirlo, a fin de aportar las debidas soluciones satisfactorias para los sujetos en exploración.

Por su parte, Tamayo (2001) señala que:

Una investigación de campo se lleva a cabo cuando los datos se recogen directamente de la realidad, por lo cual lo denominamos primarios, su valor radica en que permiten cerciorarse de las verdaderas condiciones en que se han obtenido los datos, lo cual facilita su revisión o modificación en caso de surgir dudas (p.110).

Por consiguiente, se desarrolló el objeto de investigación a fin de proporcionar las informaciones necesarias con la visión de afrontar la problemática planteada en un principio.

3.2 Sujetos de la Investigación

3.2.1 Población

Arias (2006), cita que la población “es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación. Esta queda delimitada por el problema y por los objetivos de estudio”, (p.81). Para el presente trabajo, se tuvo como población a treinta y cuatro (34) estudiantes de la Educación Media General cursantes del tercer año en el turno de la mañana del liceo “Los Próceres” ubicado en el sector la Cumaca del Municipio San Diego en el Estado Carabobo, Venezuela.

3.2.2 Muestra

De acuerdo con, Hernández., Fernández, y Baptista (2014) la muestra “es un subgrupo de la población de interés sobre el cual se recolectarán datos, y que tiene que definirse y delimitarse de antemano con precisión, además de que debe ser representativa de la población”, (p.173).

Por su parte, Arias (2006) define a una muestra representativa a “aquella que por su tamaño y características similares a las del conjunto, permite hacer inferencias o generalizar los resultados al resto de la población con un margen de error conocido”, (p.83). En función de lo expuesto, la muestra fue seleccionada mediante la siguiente ecuación propuesta por Sierra (1991) citado por Arias (2006):

$$n = \frac{N \cdot Zc^2 \cdot p \cdot q}{(N - 1) \cdot e^2 + Zc^2 \cdot p \cdot q}$$

Para la cual los criterios son los siguientes:

n: Tamaño de la muestra

Zc: Valor determinado por el nivel de confianza adoptado. Para ello los grados de confianza son: 95% el Zc=2 y 99% el Zc = 3

N: Total de la población

e: Error muestral oscila entre 1% y 5%

p: Proporción de elementos con una misma características

q: Proporción de elementos que no presentan las características investigadas. (P=i/N)

i= población con la misma característica.

Utilizando la ecuación descrita para un Zc=2 con un grado de confianza del 95% y un error muestral del 5%, donde p= 32/103 y q=1-p, de ahí se realizaron los cálculos obteniendo que la muestra son veintiocho (28) estudiantes del tercer año de Educación Media General.

3.3 Instrumento de Recolección de Datos

3.3.1 Técnica e Instrumento

Para Hernández, Fernández y Baptista (2014) un instrumento de medición “es un recurso que utiliza el investigador para registrar información o datos sobre las variables que tiene en mente”, (p.199). Es por ello que una vez seleccionado el diseño de investigación y la muestra apropiada, se planifico cual será la técnica e

instrumento más conveniente para comprobar la interrogante planteada. Por su parte, Arias (2006) expresa que “se entenderá por técnica, el procedimiento o forma particular de obtener datos o información”, (p.67).

En este orden de ideas, el instrumento que se empleó para la siguiente disertación fue una prueba, la cual Palella y Martins (2010) define como “un instrumento de investigación, cuyas preguntas formuladas pueden ser cerradas, abiertas o semiabiertas, procurando que la respuesta no sea ambigua”, (p.131). De acuerdo con esto el instrumento se diseñó con quince (15) ítems para dar respuesta a las cinco (5) dimensiones y a los doce (12) indicadores, el cual constó de dos partes, la primera parte de siete (7) ítems de selección simple y la segunda parte con ocho (8) ítems de desarrollo y selección.

Por consiguiente, este instrumento permitió dar respuesta a la variable en estudio definida como Errores en el Cálculo de las Operaciones con Radicales, este proceso de análisis abarcó los objetivos establecidos previamente pero fundamentados en la Tipología de Errores de Astolfi (1999).

3.3.2 Validez del Instrumento

La validez de un instrumento en una investigación es un requisito indispensable para verificar la redacción, consistencia y coherencia adecuada de los ítems que lo conforman, el cual permitirá recolectar la información necesaria para lograr el objetivo general de la disertación. De acuerdo con esto Hernández, Fernández y Baptista (2014) Sostiene que la validez es “el grado en que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir”, (p.200).

En este sentido, el presente cuestionario fue validado por tres expertos estratificados de la siguiente forma, un especialista en Metodología de la Investigación en Educación, un Magister en Educación Matemática y un investigador en la subtemática “Dificultades, Obstáculos y Errores en Aprendizaje de la

Matemática” de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. Es importante destacar que los mismos realizaron una revisión profunda del instrumento en función de los objetivos y tabla de operacionalización para poder aprobar o mejorar el recurso, por lo que los indicadores de la evaluación están en relación a la elaboración, concordancia, redacción, inducción a la respuesta y pertinencia de los ítems, lo cual posteriormente será anclaje para proceder a la confiabilidad del instrumento.

3.3.3 Confiabilidad del Instrumento

En toda investigación cuantitativa a una muestra de la población se le realiza una prueba piloto del instrumento a utilizar mediante el método que más se ajuste para dar fe que dicho instrumento es confiable y permita dar respuesta a los objetivos planteados.

Según, Hernández, Fernández y Baptista (2014) “la confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto produce resultados iguales”, (p.200). Para obtener el grado de confiabilidad del mismo se empleó el método del test-retest a una parte de la población que no pertenece a la muestra. Lauriola (2006) citado por Hernández, Fernández y Baptista (2014) explica “en este procedimiento un mismo instrumento de medición se aplica dos o más veces a un mismo grupo de personas o casos, después de cierto periodo”, (p.294). A la muestra que se le aplicó la técnica fue de seis (06) discentes que pertenecen a la población y no a la muestra, los cuales desarrollaron el instrumento en dos momentos con quince días entre uno y el otro, de acuerdo con esto se presentan los resultados obtenidos en donde la leyenda que se utilizó para reportar la información obtenida fue la siguiente: Correcta: 1 Incorrecta: 0, Sin responder: SR.

Tabla N° 2: Datos obtenidos del instrumento en el Test-retest

| | | Ítems | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|-------|----|----|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| Sujetos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | X | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | SR | 0 | 3 | |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | SR | SR | SR | SR | 0 | SR | SR | 1 | |
| 3 | 0 | 0 | SR | SR | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | SR | 1 | 1 | SR | SR | 7 | |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | SR | 0 | 0 | SR | SR | SR | SR | 5 | |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | SR | 0 | 0 | 0 | 5 | |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | SR | 0 | 0 | 1 | SR | SR | SR | 7 | |
| Total | | | | | | | | | | | | | | | | 28 | |

| | | Ítems | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|---|-------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|
| Sujetos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | Y | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | SR | 0 | SR | 0 | 0 | 0 | 0 | SR | 0 | 0 | 0 | |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | SR | SR | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | SR | SR | 0 | |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | SR | 1 | 1 | SR | SR | 7 | |
| 4 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | SR | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 10 | |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | SR | SR | SR | 0 | 1 | 7 | |
| 6 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | SR | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | SR | 11 | |
| Total | | | | | | | | | | | | | | | | 35 | |

Fuente: De Freitas, C. (2018).

Después de aplicado el método y revisado los resultados cuantitativamente se procedió a obtener el grado de la confiabilidad mediante la Correlación de Pearson, para lo cual la variable “x” son los sujetos en el test primer momento de aplicado el instrumento y la variable “y” segundo momento y cuya ecuación utilizada es la siguiente:

$$r_{xy} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{(n-1) s_x s_y} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

Los cálculos realizados fueron los siguientes:

Tabla N° 3: Datos para la confiabilidad del instrumento

| | TEST | RETEST | | | |
|---------|------|--------|-----|-----------------|-----------------|
| Sujetos | x | y | xy | x ² | y ² |
| 1 | 3 | 0 | 0 | 9 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 7 | 7 | 49 | 49 | 49 |
| 4 | 5 | 10 | 50 | 25 | 100 |
| 5 | 5 | 7 | 35 | 25 | 49 |
| 6 | 7 | 11 | 77 | 49 | 121 |
| n | Σx | Σy | Σxy | Σx ² | Σy ² |
| 6 | 28 | 35 | 211 | 158 | 319 |

De acuerdo a los datos recolectados para la submuestra en relación al análisis de la confiabilidad se obtuvo como resultado 0,85, desde este valor y comparado con el criterio de decisión que ofrece Palella y Martin (2010, p.169) se tiene que el instrumento es altamente confiable, de tal manera que puede ser aplicado a la muestra seleccionada.

Tabla N° 4: Criterios de Decisión para la Confiabilidad de un Instrumento

| Rango | Confiabilidad (Dimensión) |
|--------------|----------------------------------|
| 0,81 – 1 | Muy Alta |
| 0,61 – 0,80 | Alta |
| 0,41 – 0,60 | Media* |
| 0,21 – 0,40 | Baja* |
| 00 – 0,20 | Muy baja* |

* Se sugiere repetir la validación del instrumento puesto que es recomendable que sea mayor o igual a 0,61

3.4 Procedimiento de la Investigación

El procedimiento que se llevó a cabo en la investigación fue el siguiente:

- Se realizó el estudio de la confiabilidad del instrumento a una parte de la población que no fue la muestra, utilizando el método del test/retest, el cual se hizo en un periodo de tiempo de quince días entre un momento y otro.

- Después se verificó la confiabilidad del instrumento y se aplicó a la muestra en estudio.
- Se procedió con el análisis estadístico a los datos recogidos, de acuerdo a cada uno de los objetivos específicos, para así reportar las debidas conclusiones y recomendaciones, siempre orientado en la taxonomía de Astolfi, (1999).

3.5 Técnica de Análisis de los Datos

Después que se realizó la validez y confiabilidad del instrumento, se procedió a aplicar el mismo a fin de poder recolectar los datos pertinentes que dieron respuesta a la variable en estudio, en este sentido se analizaron los resultados aportados por los sujetos en disertación en base a la Tipología de Astolfi (1999).

El análisis, presentó un estudio estadístico descriptivo de los resultados obtenidos por la muestra, donde posteriormente se especificó y clasificó mediante una descripción cuantitativa de los errores manifestados, a través de la tabulación de los mismos donde se evidenció la frecuencia del origen de su ocurrencia, reiterando que la misma fue abordada desde la teoría de Astolfi (1999). Es importante destacar, que cada tratamiento de los ítems que conformó al instrumento fue codificado, tabulado y luego representado a través de sus respectivas gráficas de barras, sin dejar a un lado su debida interpretación.

El objetivo fue aportar una descripción cuantitativa de los errores que manifestaron los estudiantes de tercer año del liceo “Los Próceres” del municipio San Diego en el estado Carabobo, además de detallar la clasificación del origen de su presencia en los estudiantes desde las dimensiones: errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas; errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas; errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes; errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas y errores debidos a los procesos adoptados, entre otros, (Astolfi, 1999).

CAPITULO IV

4.1 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

Una vez aplicado el instrumento a los veintiocho (28) estudiantes del tercer año del Liceo “Los Próceres” del Municipio San Diego del Estado Carabobo se procedió a realizar el análisis e interpretación correspondiente de la información obtenida, apoyado en la Taxonomía de Astolfi (1999). Los resultados fueron estructurados en tres partes dando respuesta a los objetivos planteados en la investigación de la manera siguiente; en la primera se reporta la calificación obtenida de los alumnos con su respectivo análisis estadístico, en la segunda se realizó la interpretación descriptiva por ítems y por último el estudio de los errores cometidos de acuerdo a las dimensiones e indicadores de la tabla de operacionalización.

Tabla N° 5: Tipología de los Errores

| Código del Error | Tipología del Error |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| E ₁ | Errores debido a la Redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas |
| E ₂ | Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas |
| E ₃ | Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes |
| E ₄ | Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas |
| E ₅ | Errores debidos a los procesos adoptados, entre otros |

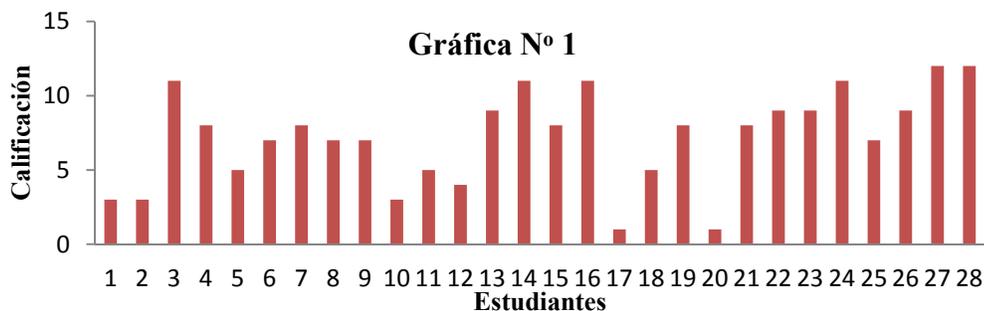
Fuente: Astolfi (1999)

En virtud de lo expuesto anteriormente se presenta el resultado del diagnóstico, descripción y clasificación de los errores cometidos por la muestra en estudio.

Tabla N° 6: Calificaciones obtenidas por cada estudiante

| Estudiantes | Calificación del 0 al 20 | Estudiantes | Calificación del 0 al 20 |
|-------------|--------------------------|-------------|--------------------------|
| 1 | 3 | 15 | 8 |
| 2 | 3 | 16 | 11 |
| 3 | 11 | 17 | 1 |
| 4 | 8 | 18 | 5 |
| 5 | 5 | 19 | 8 |
| 6 | 7 | 20 | 1 |
| 7 | 8 | 21 | 8 |
| 8 | 7 | 22 | 9 |
| 9 | 7 | 23 | 9 |
| 10 | 3 | 24 | 11 |
| 11 | 5 | 25 | 7 |
| 12 | 4 | 26 | 9 |
| 13 | 9 | 27 | 12 |
| 14 | 11 | 28 | 12 |

Fuente: De Freitas, C. (2018).



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

| Media | Moda | Mediana | Desviación Estándar |
|-------|------|---------|---------------------|
| 7 | 8 | 8 | 3,18 |

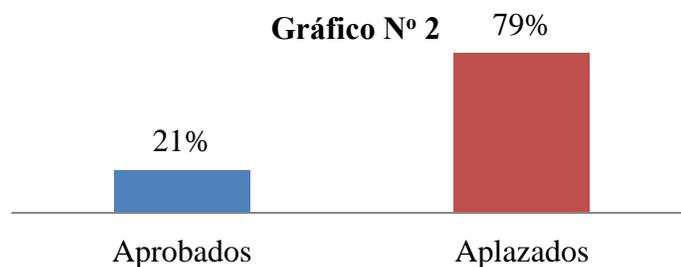
Fuente: De Freitas, C. (2018).

Interpretación: En virtud del análisis estadísticos de las medidas de tendencia central se encontró que la ponderación máxima fue de doce (12) puntos y la mínima de uno (1), con una media de siete (7) puntos, una moda y mediana de ocho (8), ambas respectivamente, y una desviación estándar de 3,18. De acuerdo con Astolfi, (1999) indica que el análisis de las evaluaciones “se utilizan con mayor frecuencia, para situar los rendimientos individuales de los alumnos, o de las distintas clases, pero bastante poco para examinar las diferencias de éxito entre los diferentes ítems”, (p. 68).

Tabla N° 7: Frecuencia de estudiantes aprobados y aplazados

| Aprobados | | Aplazados | | Total | |
|-----------|----|-----------|----|-------|-----|
| f | % | f | % | f | % |
| 6 | 21 | 22 | 79 | 28 | 100 |

Fuente: De Freitas, C. (2018).



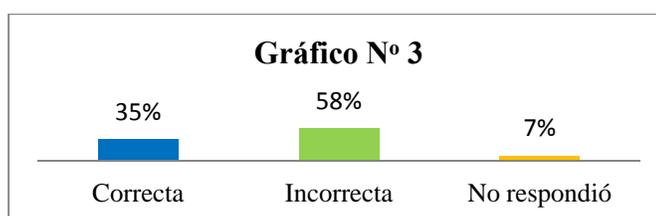
Interpretación: De acuerdo con los resultados estadísticos obtenidos del estudio realizado a la muestra conformada por veintiocho (28) estudiantes de tercer año del liceo “Los Próceres” del estado Carabobo, municipio San Diego, se encontró que 21% de ellos aprobaron y el resto conformado por 79% no fue así, de allí se infiere que tales sujetos tienen dificultades para la resolución de planteamientos de ejercicios de radicación, donde de igual forma puede presentarse que no resuelvan nada procedimental o en su defecto manifiesten errores en el cálculo operacional, debido al desconocimiento teórico, confusiones en los enunciados, entre otros.

Según Astolfi, (1999) “Un primer tipo de errores está relacionado con la dificultad de los alumnos en la comprensión de las instrucciones de trabajo que les dan, oralmente, o por escrito”, (p. 50). A su vez, este mismo autor señala que “son numerosos los casos en que los alumnos dudan entre responder a la pregunta planteada o al maestro que se la plantea”, (p. 56). En este sentido, es pertinente no sólo tomar en cuenta los resultados finales de las evaluaciones diagnósticas, sino que también se debe hacer un análisis detallado de cada uno de los ítems a fin de poder describir y clasificar esos errores que tienen los estudiantes en relación a un objeto en particular, en este caso al de radicación.

Tabla N° 8: Distribución de frecuencia de respuestas correctas, incorrectas y no respondida en todos los ítems

| Ítems | Respuestas | | | | | | Total | |
|--------------|------------|----|------------|----|--------------|----|-------|-----|
| | Correcta | | Incorrecta | | No respondió | | f | % |
| | f | % | f | % | f | % | | |
| 1 | 5 | 18 | 23 | 82 | 0 | 0 | 28 | 100 |
| 2 | 16 | 57 | 12 | 43 | 0 | 0 | 28 | 100 |
| 3 | 2 | 7 | 24 | 86 | 2 | 7 | 28 | 100 |
| 4 | 10 | 36 | 16 | 57 | 2 | 7 | 28 | 100 |
| 5 | 22 | 79 | 6 | 21 | 0 | 0 | 28 | 100 |
| 6 | 19 | 68 | 8 | 29 | 1 | 4 | 28 | 100 |
| 7 | 17 | 61 | 9 | 32 | 2 | 7 | 28 | 100 |
| 8 | 14 | 50 | 14 | 50 | 0 | 0 | 28 | 100 |
| 9 | 1 | 4 | 20 | 71 | 7 | 25 | 28 | 100 |
| 10 | 3 | 11 | 24 | 86 | 1 | 4 | 28 | 100 |
| 11 | 0 | 0 | 25 | 89 | 3 | 11 | 28 | 100 |
| 12 | 17 | 61 | 10 | 36 | 1 | 4 | 28 | 100 |
| 13 | 14 | 50 | 14 | 50 | 0 | 0 | 28 | 100 |
| 14 | 6 | 22 | 20 | 71 | 2 | 7 | 28 | 100 |
| 15 | 2 | 7 | 18 | 64 | 8 | 29 | 28 | 100 |
| Total | 148 | 35 | 243 | 58 | 29 | 7 | 420 | 100 |

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación : Se evidencia que de los veintiocho (28) estudiantes a los que se les aplicó el instrumento de quince (15) ítems contestaron correctamente sólo en un 35%, destacándose que otro 58% respondieron de forma incorrecta y 7% se abstuvieron de responder. En este sentido, Astolfi (1999) expresa “partiendo de la falta como un fallo del aprendizaje, la consideramos, como el testigo de los procesos intelectuales en curso, como la señal de lo que afronta el pensamiento del alumno durante la resolución de un problema” (p.21). El objetivo de esta investigación fue analizar los errores de los estudiantes del tercer año en el tema de Radicación según la Taxonomía de Astolfi (1999).

definición, de esta muestra se puede deducir apoyados por la taxonomía de Astolfi (1999) que son síntomas de los obstáculos con los que se enfrenta el pensamiento de los estudiantes por no comprender los enunciados de cada disciplina convirtiéndose en fuente de problemas para el entendimiento de las teorías fundamentales de los temas en estudio por parte de los aprendiz.

Por otro lado, se encontró que dentro del porcentaje de estudiantes que cometieron errores, un 64% de ellos indicaron que la opción correcta de la definición de raíz n -ésima es “ la transformación de raíz a potencia de un número real”, siendo este el tipo de error más común cuando el aprendizaje es deficiente de conocimiento, lo cual puede reflejarse al momento de poner en práctica las estrategias adecuadas para resolver los ejercicios propuestos; ya que, en el aula suelen realizarlo de manera mecánica sin detenerse a analizar el procedimiento que están efectuando logrando llegar en algunos casos al resultado esperado, pero con las instrucciones impartidas erróneas.

Por lo tanto, la construcción de conceptos o la identificación de los términos básicos en el estudio del tema permiten al estudiante establecer relación para el momento de llegar a la resolución de los ejercicios o problemas que se le plantean. Para Astolfi (1999) uno de los obstáculos con lo que se enfrentan los alumnos es el vocabulario empleado en cada una de las disciplinas, el cual se convierte en una fuente de problema para la comprensión e interpretación de las herramientas que requiere para diseñar sus propias estrategias de trabajo.

El análisis de los contenidos matemáticos permite prever su grado de dificultad y poder reconocer las variables importantes a la hora de que ocurre el proceso de aprendizaje, ya que el no entenderlo conduce a un fallo en los conocimientos adquiridos ocasionando asociaciones incorrectas entre elementos singulares.

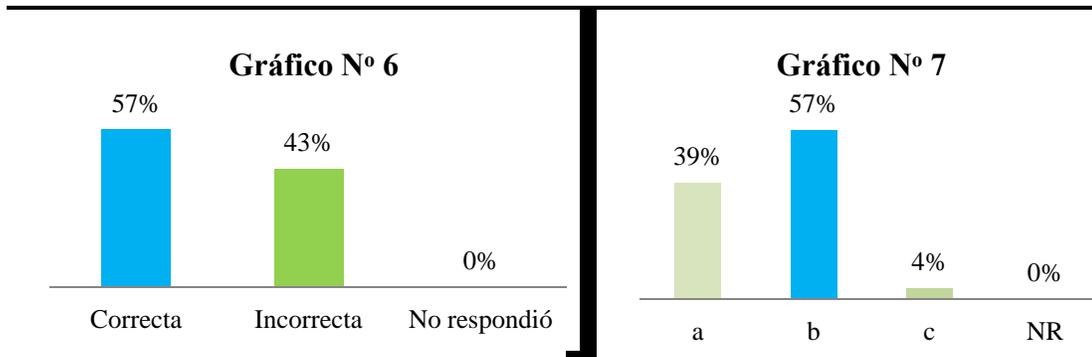
Tabla N° 10: Distribución de frecuencia del ítem n° 2 según la dimensión e indicador de la variable conceptual

| | |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | Errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas |
| Indicador | Identifica la racionalización y sus tipos. |
| Ítem n° 2 | La siguiente operación $\frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ corresponde a la racionalización del: a) Numerador b) Denominador c) Ninguna de las anteriores |

| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|---|-------|-----|----------|----|----|----|---|---|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | B | | c | | N.R | |
| F | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 16 | 57 | 12 | 43 | 0 | 0 | 28 | 100 | 1 | 39 | 16 | 57 | 1 | 4 | 0 | 0 |

C: Correcta I: Incorrecta N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: Se observa que el 57% de la muestra en estudio respondieron correctamente, es decir, identifican la racionalización del denominador, mientras que un 39% no respondieron correctamente al confundirse con la opción a, de tal forma que consideran que el planteamiento $\frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ corresponde a la racionalización del numerador y un 4% no tienen idea como es el procedimiento descrito, ya que ellos señalaron que la racionalización del ejercicio planteado no se realiza con el numerador ni con el denominador, al haber seleccionado, la opción c, ninguna de las anteriores y esto son síntomas de los obstáculos con los que se enfrenta el pensamiento de los estudiantes por no comprender los enunciados de

cada disciplina y los distintos procedimientos que pueden existir para la resolución de ejercicios convirtiéndose en fuente de problemas para el entendimiento de las teorías fundamentales de los temas en estudio por parte de los aprendiz (Astolfi,1999).

En consecuencia, al analizar el resultado obtenido en donde un 39% de los estudiantes respondieron la opción incorrecta, ya que, consideran que una expresión matemática con raíces se puede racionalizar con el numerador; siendo este el error más común cuando el aprendizaje es deficiente de conocimiento produciendo obstáculos que se reflejan al momento de poner en práctica las estrategias adecuadas para resolver los ejercicios propuestos. Las diversas modalidades de error, dan testimonio de los esfuerzos intelectuales reales que hacen los alumnos por adoptar sus representaciones de un fenómeno a una nueva situación didáctica (Astolfi, 1999).

Por consiguiente, se pone en evidencia las deficiencias de conocimientos sobre el contenido estudiado y procedimientos específicos para la realización de la tarea matemática, en donde la deficiencia se debe a los conocimientos inadecuados de hechos básicos, procedimiento incorrecto que permiten la ejecución de la identificación del problema planteado.

En fin, cuando un error es recurrente en un grupo de estudiantes, su origen se debe buscar en los conocimientos requeridos por la asignación que no son captados por los aprendiz en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje, en donde la búsqueda de información en bibliografías autorizadas suelen dificultar aclarar las dudas que en clase se puedan originar lo que se ha denominado dificultades de lectura de los enunciados de problemas y de otros textos escolares, en donde el vocabulario propio de la disciplina y los ejemplos propuestos en los mismos no son claros y ocasionan más incertidumbre y confusión en el pensamiento lógico y construcción de procedimientos para realizar las actividades propias del tema en estudio (Astolfi,1999).

no diferencian el numerador de un denominador siendo este contenido de otro tema trayendo como consecuencias las dificultades para resolver los problemas planteados, en donde ese conocimiento previo es fundamental para entender el tema que se está abordando.

Al comparar el resultado obtenido en donde el 60% no reconoce el procedimiento descrito en el ítem y el error es recurrente en un grupo de estudiantes, los cuales se confunden al pensar que una raíz en un numerador no se puede racionalizar, identifican este procedimiento solo para el denominador. El origen de este error se debe buscar en los conocimientos requeridos por la asignación que no son captados por los aprendices en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje, en donde la búsqueda de información en bibliografías autorizadas suelen dificultar aclarar las dudas que en clase se puedan originar lo que a denominado dificultades de lectura de los enunciados de problemas y de otros textos escolares, en donde el vocabulario propio de la disciplina y los ejemplos propuestos en los mismos no son claros y ocasionan más incertidumbre y confusión en el pensamiento lógico y construcción de procedimientos para realizar las actividades propias del tema en estudio (Astolfi,1999).

Desde este punto de vista, el análisis de los contenidos matemáticos permite prever su grado de dificultad y poder reconocer las variables importantes a la hora de que ocurre el proceso de aprendizaje, cuando el esfuerzo de los estudiantes se plasma en las actividades de los temas y esto conduce a un fallo en los conocimientos adquiridos permite evidenciar las asociaciones incorrectas.

Por lo tanto, los diversos tipos de error, dan testimonio de los esfuerzos intelectuales reales que hacen los alumnos por adoptar sus representaciones de un fenómeno a una nueva situación didáctica, en donde estos obstáculos pueden emplearse como instrumento de motivación y convertirlos en un punto de partida para explorar la creatividad matemática para poder lograr proporcionar una comprensión más completa de los contenidos.

Tabla N° 12: Distribución de frecuencia del ítem n° 4 según la dimensión e indicador de la variable *conceptual*

| | |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | Errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas |
| Indicador | Identifica la racionalización y sus tipos |
| Ítem n° 4 | El procedimiento denominado la conjugada del denominador se debe aplicar a: <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">a) $\frac{3}{1+\sqrt{2}}$</div> <div>b) $2/\sqrt{3}$</div> <div>c) $1+\frac{2}{\sqrt{5}}$</div> </div> |

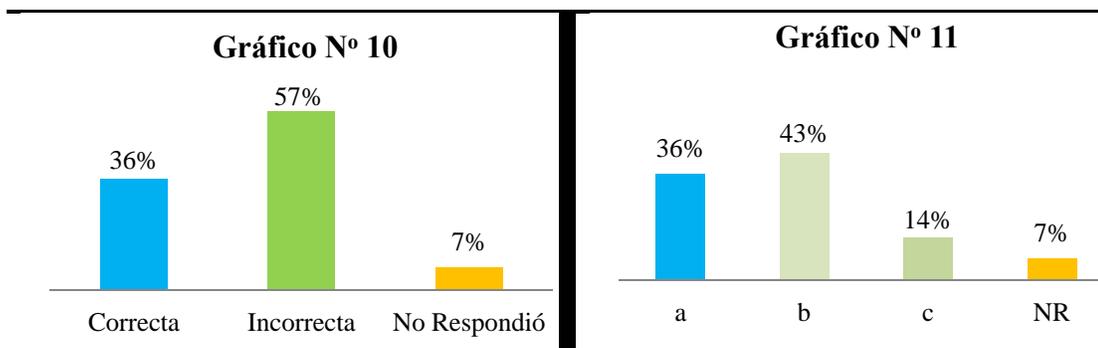
| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|---|-------|-----|----------|----|----|----|---|----|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| F | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 10 | 36 | 16 | 57 | 2 | 7 | 28 | 100 | 10 | 36 | 12 | 43 | 4 | 14 | 2 | 7 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: Se evidencian en este estudio que un 57% contestaron de forma incorrecta en donde se les indicaba identificar cuál de los planteamientos descritos es el de la conjugada del denominador, solo un 36% reconocieron la opción correcta, un 14% se confunden cuando aplicar el procedimiento y un 7% no tiene idea del procedimiento descrito ya que no respondieron, esto según Astolfi (1999) son errores debido a que no comprenden las instrucciones de trabajo dadas en clases, provocadas porque los estudiantes no entienden los enunciados propuestos, no diferencian el numerador de un denominador siendo este contenido de otro tema

trayendo como consecuencias las dificultades para resolver los problemas planteados, cuando ese conocimiento es indispensable para el tema en estudio.

Al comparar el resultado obtenido en donde el 57% no reconoce el procedimiento descrito en el ítems y el error es recurrente en un grupo de estudiantes, su origen se debe buscar en los conocimientos requeridos por la asignación que no son captados por los aprendiz en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje, en donde la búsqueda de información en bibliografías autorizadas suelen dificultar aclarar las dudas que en clase se puedan originar lo que Astolfi (1999) a denominado dificultades de lectura de los enunciados de problemas y de otros textos escolares, en donde el vocabulario propio de la disciplina y los ejemplos propuestos en los mismos no son claros y ocasionan más incertidumbre y confusión en el pensamiento lógico y construcción de procedimientos para realizar las actividades propias del tema en estudio.

Lo anterior muestra que cuando se desarrolla una clase o actividad en aula el conocimiento teórico que se imparte y los ejemplos que se desarrollan suelen en algunos casos no ser internalizados por los estudiantes lo que se evidencia con el 7% que no respondieron el ítems en donde debieron identificar el procedimiento planteado.

Es por ello, que el análisis de los contenidos matemáticos permite prever su grado de dificultad y poder reconocer las variables importantes a la hora de que ocurre el proceso de aprendizaje, ya que el no entenderlo conduce a un fallo en los conocimientos adquiridos ocasionando asociaciones incorrectas entre elementos singulares.

Por lo tanto, Astolfi (1999) al respecto sostiene que las diversas modalidades de error, dan testimonio de los esfuerzos intelectuales reales que hacen los alumnos por adoptar sus representaciones de un fenómeno a una nueva situación didáctica, en donde estos fallos pueden emplearse como instrumento de motivación y convertirlos en un punto de partida para explorar la creatividad matemática para poder lograr proporcionar una comprensión más completa de los contenidos, sobre todos aquellos que generalmente resultan más difíciles en el proceso de aprendizaje.

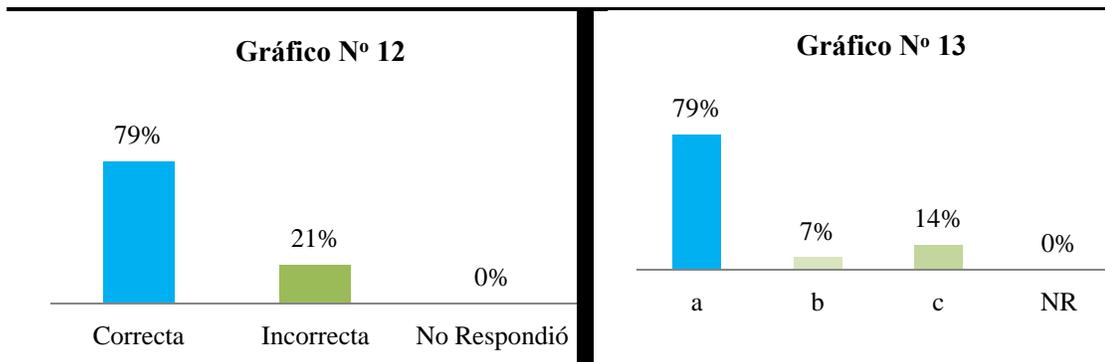
Tabla N° 13: Distribución de frecuencia del ítem n° 5 según la dimensión e indicador de la variable conceptual

| | |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | Errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas |
| Indicador | Reconoce el mínimo común múltiplo para simplificar una raíz |
| Ítem n° 5 | Si se quiere llevar a la mínima expresión $\sqrt{264}$ se debe aplicar el: a) Mínimo Común Múltiplo b) Máximo común divisor c) Otro procedimiento |

| RESPUESTAS | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | | |
|------------|----|---|----|-----|---|-------|----------|----|----|---|---|---|-----|---|---|
| C | | I | | N.R | | Total | a | | b | | c | | N.R | | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 22 | 79 | 6 | 21 | 0 | 0 | 28 | 100 | 22 | 79 | 2 | 7 | 4 | 14 | 0 | 0 |

C: Correcta I: Incorrecta N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: De acuerdo con los resultados obtenidos en este análisis estadístico se puede evidenciar que el 79% de los estudiantes reconocen al mínimo común múltiplo como el procedimiento adecuado para simplificar una raíz, mientras que un 21% respondieron de forma errónea, de los cuales un 7% piensa que el método adecuado para simplificar raíces es el máximo común divisor y un 14% creen que es otro procedimiento adecuado y esto según Astolfi (1999) son síntomas de los obstáculos con los que se enfrenta el pensamiento de los estudiantes por no comprender los enunciados y los distintos procedimientos que pueden existir para

la resolución de ejercicios convirtiéndose en fuente de problemas para el entendimiento de las teorías fundamentales de los temas en estudio por parte de los aprendiz.

Por consiguiente, se pone en evidencia la carencia de conocimiento sobre el contenido estudiado y procedimientos específicos para la realización de la tarea matemática, en donde la deficiencia se debe a las ejecuciones inadecuados de hechos básicos, procedimiento incorrecto que permiten la elaboración del problema planteado, por lo tanto, el analizar los contenidos matemáticos permite prever su grado de dificultad y poder reconocer los puntos importantes que conduce a un obstáculo en los aprendizajes adquiridos ocasionando asociaciones incorrectas entre elementos singulares que marcan los procedimientos lógicos que se deben seguir para identificar la estrategia adecuada para llegar a la respuesta requerida.

Cuando un error es frecuente, se debe indagar sobre los términos o condiciones exigidas por la asignación y que no son captados por los aprendiz en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje, en donde la búsqueda de información en bibliografías autorizadas suelen dificultar aclarar las dudas que en clase se puedan originar, Astolfi (1999) a denominado a todos estos obstáculos como dificultades de lectura de los enunciados de problemas y de otros textos escolares, los cuales son consecuencia del vocabulario propio de la disciplina y en donde los ejemplos propuestos no son claros y ocasionan más incertidumbre y confusión en el pensamiento lógico y construcción de procedimientos para realizar las actividades propias del tema en estudio.

En consecuencia el material de apoyo que se les facilita a los estudiantes con ejemplos ilustrados que para el docente pueden ser sencillos tienden en algunos casos a confundir e incita a una construcción nocional equivocada de un procedimiento evidenciándose en el error en la realización de las actividades; Astolfi (1999) lo analiza como “la consecuencia de todo ello es que los errores solo se pueden reconocer después de cometidos, una vez que los obstáculos han podido ser franqueados” (p.39) y es en esas ocasiones que el estudiante puede corregir su propio aprendizaje.

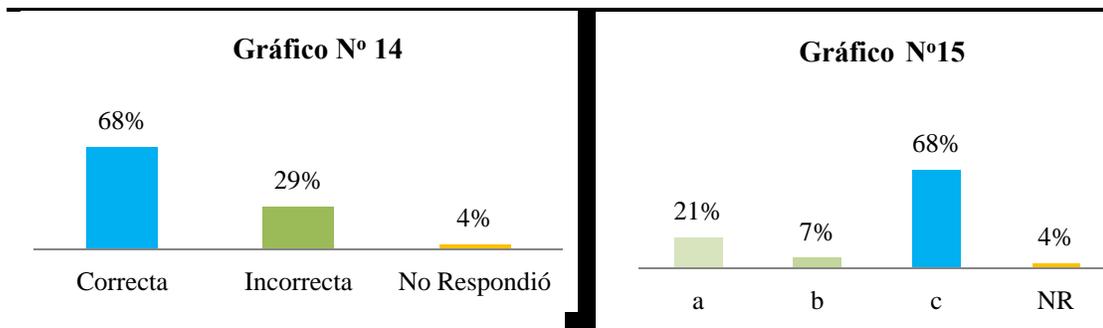
Tabla N° 14: Distribución de frecuencia del ítem n° 6 según la dimensión e indicador de la variable *conceptual*

| | |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas</i> |
| Indicador | Transforma la potencia con exponente racional a raíz |
| Ítem n° 6 | Dadas la expresión siguiente: $2^{1/2}$ ¿Cuál es la representación en forma de radical? : a) $\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[4]{2}$ c) $\sqrt{2}$ |

| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|---|----|-----|---|-------|-----|----------|----|---|---|----|----|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 19 | 68 | 8 | 29 | 1 | 4 | 28 | 100 | 6 | 21 | 2 | 7 | 19 | 69 | 1 | 4 |

C: Correcta I: Incorrecta N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: De acuerdo con este análisis se obtuvo que un 68% reconocen la transformación de potencia con exponente racional a raíz, mientras que un 29% no tienen claro este concepto, los cuales no identifica en el exponente racional cual es el índice de la raíz para realizar la transformación a radicación de la potencia y un 4% no tienen idea del procedimiento ya que no respondieron, esto según Astolfi (1999) son errores que provienen de las costumbres escolares o de una mala interpretación de las expectativas, las cuales tienen un papel esencial en las actividades que deben realizar los estudiantes durante las clases, ya que muchas veces son realizados de manera mecánica y no de forma deductiva por parte de los aprendices.

El 29% que contestaron indicando la forma incorrecta de una potencia transformada en una expresión radical, causado por una mala interpretación de las expectativas que son originadas cuando en la realización de las actividades en clases los estudiantes las elaboran de manera mecánica llegando en algunas ocasiones al resultado correcto, pero sin el análisis lógico que se requiere y esto para Astolfi (1999) “es el indicador y el testimonio de la lentitud, de la regresión, de las analogías, que caracterizan todo pensamiento que se está construyendo” (p.40).

Esto se debe a que los estudiantes no tienen una comprensión teórica y práctica de los contenidos tratados, una mala comprensión de los enunciados planteados en las actividades, una concepción equivocada de la estructura matemática o interpretación errónea, es decir, infinidad de circunstancias que impiden que el aprendizaje se desarrolle adecuadamente.

De igual manera, las dificultades de aprendizaje durante el desarrollo de una clase se hacen visibles al momento de realizar un ejercicio o problema en donde se evidencia el error cometido del aprendiz lo que para Astolfi (1999) sostiene que “muchos errores provienen de las dificultades que encuentran los alumnos para entender los aspectos implícitos de la situación” (p.56), es decir, un conocimiento teórico que no fue internalizado en el momento adecuado del proceso.

No obstante, los hábitos escolares de los estudiantes influyen potencialmente en el desenvolvimiento en aula cuando este no relaciona en el momento adecuado sus conocimientos con los nuevos, ya que solamente están allí para escuchar y no para aprender, ocasionando obstáculos para el momento de realizar una producción de un problema planteado lo que a su parecer Astolfi (1999) narra “si bien las costumbres escolares llevan a este tipo de resolución cotidiana que ahorra la construcción nocional, también producen construcciones, ciertamente erróneas”; (p.57); las cuales se evidencian al momento de ser evaluados.

Tabla N° 15: Distribución de frecuencia del ítem n° 7 según la dimensión e indicador de la variable conceptual

| | |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas</i> |
| Indicador | Reconoce las partes de la potencias con exponente racional a Raíz |
| Ítem n° 7 | La expresión $X^{m/n}$ se expresa como: a) \sqrt{x} b) $\sqrt{x^m}$ c) $\sqrt[n]{x^m}$ |

| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|---|----|-----|---|-------|-----|----------|----|---|----|----|----|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| F | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | F | % | f | % |
| 17 | 61 | 9 | 32 | 2 | 7 | 28 | 100 | 3 | 11 | 6 | 21 | 17 | 61 | 2 | 7 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).

Gráfico N° 16

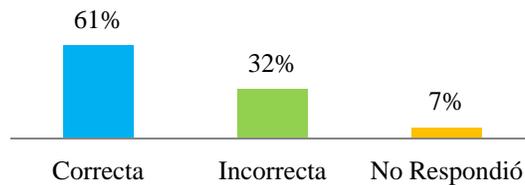
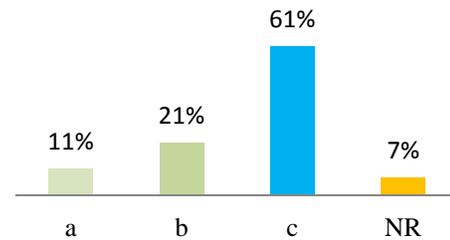


Gráfico N°17



Interpretación: De acuerdo con este análisis se obtuvo que un 61% reconocen la transformación de potencia con exponente racional a raíz, mientras que un 32% no tienen claro este concepto, los cuales no identifica en el exponente racional cual es el índice de la raíz para realizar la transformación a radicación de la potencia y un 7% no tienen idea del procedimiento ya que no respondieron, esto según Astolfi (1999) son errores que provienen de las costumbres escolares o de una mala interpretación de las expectativas, las cuales tienen un papel esencial en las actividades que deben realizar los estudiantes durante las clases, ya que muchas veces son realizados de manera mecánica y no de forma deductiva por parte de los aprendices.

El 32% que contestaron incorrectamente donde no asemejaron los elementos de una potencia con exponente racional en una raíz, lo cual es causado por una mala interpretación de las expectativas que son originadas cuando en la realización de las actividades en clases los estudiantes las elaboran de manera mecánica llegando en algunas ocasiones al resultado correcto, pero sin el análisis lógico que se requiere, para Astolfi (1999) “es el indicador y el testimonio de la lentitud, de la regresión, de las analogías, que caracterizan todo pensamiento que se está construyendo” (p.40).

Esto se debe a que los estudiantes no tienen una comprensión teórica y práctica de los contenidos tratados, una mala comprensión de los enunciados planteados en las actividades, una concepción equivocada de la estructura matemática o interpretación errónea, es decir, infinidad de circunstancias que impiden que el aprendizaje se desarrolle adecuadamente.

De igual manera, las dificultades de aprendizaje durante el desarrollo de una clase se hacen visibles al momento de realizar un ejercicio o problema en donde se evidencia el error cometido del aprendiz lo que para Astolfi (1999) sostiene que muchos errores provienen de las dificultades que encuentran los alumnos para entender los aspectos implícitos de la situación, es decir, un conocimiento teórico que no fue internalizado en el momento adecuado del proceso.

No obstante, los hábitos escolares de los estudiantes influyen potencialmente en el desenvolvimiento en aula cuando este no relaciona en el momento adecuado sus conocimientos con los nuevos, ya que solamente están allí para escuchar y no para aprender, ocasionando obstáculos para el momento de realizar una producción de un problema planteado lo que a su parecer Astolfi (1999) narra si bien las costumbres escolares llevan a este tipo de resolución cotidiana que ahorra la construcción nocional, también producen construcciones ciertamente erróneas; las cuales se evidencian al momento de ser evaluados.

Parte II: Consta de ocho (8) ítems y siete (7) indicadores, en la cual el estudiante debe realizar el desarrollo para poder indicar la opción correcta, aplicando sus conocimientos adquiridos en el tema de Radicación, en virtud de esta información se realizó la descripción y clasificación de los errores según la Taxonomía de Astolfi (1999).

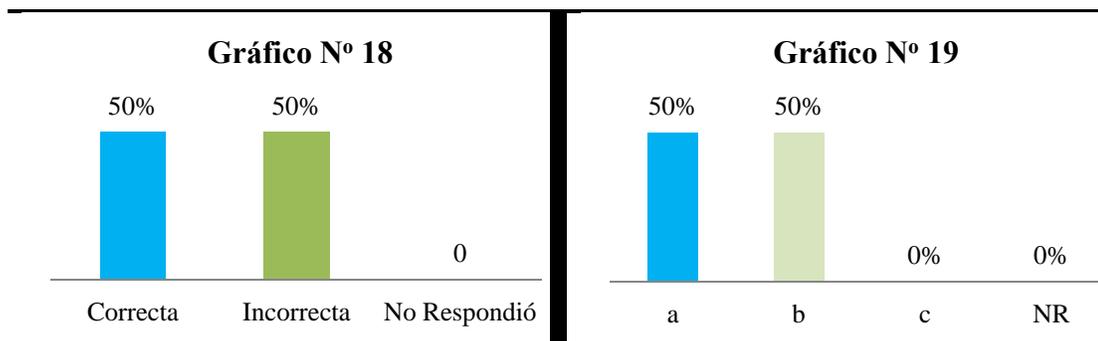
Tabla N° 16: Distribución de frecuencia del ítem n° 8 según la dimensión e indicador de la variable *procedimental*

| | |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes</i> |
| Indicador | Realiza el cálculo de la raíz de un número real positivo |
| Ítem n° 8 | La raíz $\sqrt[3]{27}$ es: a) 3 b) 9 c) 6 |

| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|---|-------|-----|----------|----|----|----|---|---|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 14 | 50 | 14 | 50 | 0 | 0 | 28 | 100 | 14 | 50 | 14 | 50 | 0 | 0 | 0 | 0 |

C: Correcta I: Incorrecta N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: Se observa en las respuestas obtenidas de la muestra en estudio que un 50% realizaron correctamente el cálculo para hallar la raíz cúbica de veintisiete (27) mientras que del otro 50% de los estudiantes no realizaron los procedimientos adecuados para hallar la solución correcta, de tal manera que no reconocieron los términos de la raíz y realizaron cálculos incorrectos; lo cual son testimonios de las concepciones alternativas que surgen y perduran a lo largo de la

escolaridad debido a los conocimientos previos errados que arrastran los estudiantes durante todo el proceso de aprendizaje, las cuales afloran en las producciones y respuestas erradas, (Astolfi,1999).

Se evidencia en el ítem que el 50% no lograron hallar la raíz cúbica para lo cual se requiere el conocimiento del mínimo común múltiplo y simplificación de potencia, lo cual indica que en el proceso de aprendizaje no hubo una adecuada construcción del conocimiento por parte de los estudiantes cuando deben reorganizar y ampliar los conocimientos previos con el nuevo contenido, para lo que Astolfi (1999) expresa como “si didácticamente no se tiene en cuenta estas concepciones que hemos visto que están estructuradas de forma subyacente por obstáculos epistemológicos, éstas vienen a “cohabitar” con saberes escolares que quedan como adquisiciones superficiales” (p.62), por lo que producen errores en las resoluciones de los ejercicios planteados.

En consecuencia, cuando los contenidos se van profundizando y van requiriendo que el individuo desarrolle destrezas matemáticas y deben interrelacionar contenidos los aprendices han demostrado con los errores cometidos en este caso que tienen desconocimiento en el tema.

No obstante, durante el proceso de aprendizaje en donde se van ejecutando una serie de tareas a medidas que el docente va incorporando las estrategias matemáticas a desarrollar, si el estudiante no se encuentra inmerso en ese saber las consecuencias son el fracaso en las asignaciones intelectuales en las que debe reflexionar trayendo consigo los obstáculos, errores y fallos que se desencadenan día tras día; Astolfi (1999) lo describe como “el obstáculo consiste en actuar y reflexionar con los medios de los que se dispone, mientras que el aprendizaje consiste en construir medios mejor adaptados a la situación” (p.18).

Es por ello, que este debe buscar o plantear su propio modelo de aprendizaje apoyándose en las herramientas que le permiten profundizar en los contenidos o métodos matemáticos para corregir los errores que van surgiendo en el camino recorrido durante el proceso, de no ser así cada día serán mayores estos errores trayendo como consecuencia el fracaso académico.

Tabla N° 17: Distribución de frecuencia del ítem n° 9 según la dimensión e indicador de la variable *procedimental*

| | |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes</i> |
| Indicador | Diferencia las leyes de la potencia |
| Ítem n° 9 | Al resolver $(3/4 \sqrt[3]{3a})^3$ se puede obtener unos de los resultados siguientes: a) 12 b) 81/64 a c) $4^a \sqrt[3]{a}$ |

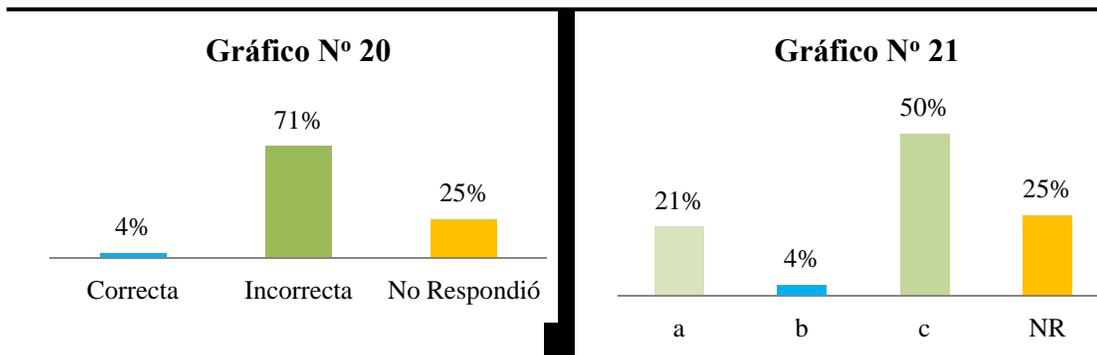
| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|---|----|----|-----|----|-------|-----|----------|----|---|---|----|----|-----|----|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 1 | 4 | 20 | 71 | 7 | 25 | 28 | 100 | 6 | 21 | 1 | 4 | 14 | 50 | 7 | 25 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: En este análisis estadístico se pudo comprobar que solo un 4% de la muestra respondió correctamente, un 71% lo hizo de forma errónea evidenciándose que no reconocen los términos de una potencia ni los procedimientos para resolverla cuando están combinados con las raíces y un 25% no tienen los conocimientos adecuados en el problema ya que no respondieron, para Astolfi (1999) cuando no se tienen en cuenta didácticamente dicha concepciones que están estructuradas de forma subyacente por obstáculos epistemológicos, estas vienen a cohabitar con saberes escolares y se convertirán posteriormente en una

fuente errada de conocimiento para los estudiantes cuando tiendan a relacionarla con los problemas o actividades.

Se evidencia en el ítem que de ese 71% , que no lograron simplificar la expresión para lo cual las estrategias matemáticas a emplear requerían del conocimiento del desarrollo de la potencia, del mínimo común múltiplo y simplificación de potencia, lo cual indica que las dificultades residen en la construcción progresiva de los contenidos que se van vinculando en los temas, Astolfi (1999) lo interpreta como “Sin pensarlo, hablar de requisitos previos introduce una cierta norma en los aprendizajes, y supone una jerarquía en las adquisiciones: “esto debe enseñarse antes que aquello”” (p.87), por lo que la planificación de los programas lleva una secuencia en donde el aprendiz va adquiriendo las destrezas e información necesaria para resolver los problemas.

Es preocupante, que de ese grupo encuestado hubo un 25% que no respondieron, lo que indica que no fueron capaces de plantear una estrategia para llegar a la solución, es decir, no se sienten capaces de buscar o plantear su propio modelo de aprendizaje apoyándose en las herramientas que le permiten profundizar en los contenidos o métodos matemáticos para corregir los errores que van surgiendo en el camino recorrido durante el proceso, de no ser así cada día serán mayores estos errores trayendo como consecuencia el fracaso académico, Astolfi (1999) lo describe como el obstáculo consiste en actuar y reflexionar con los medios de los que se dispone, mientras que el aprendizaje consiste en construir medios mejor adaptados a la situación (p.18).

En consecuencia, cuando los contenidos se van profundizando y van requiriendo que el individuo desarrolle destrezas matemáticas en donde deben interrelacionar contenidos para los cuales no se sienten capaces, Astolfi (1999) expresa “si didácticamente no se tiene en cuenta estas concepciones que hemos visto que están estructuradas de forma subyacente por obstáculos epistemológicos, éstas vienen a cohabitar con saberes escolares que quedan como adquisiciones superficiales” (p82), por lo que producen errores en las resoluciones de los ejercicios planteados.

Tabla N° 18: Distribución de frecuencia del ítem n° 10 según la dimensión e indicador de la variable *procedimental*

| | |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes</i> |
| Indicador | Amplifica y Simplifica una raíz |
| Ítem n° 10 | Al simplificar $\sqrt{125}$ se obtiene: a) $\sqrt[3]{5}$ b) $5\sqrt{5}$ c) $\sqrt{5}$ |

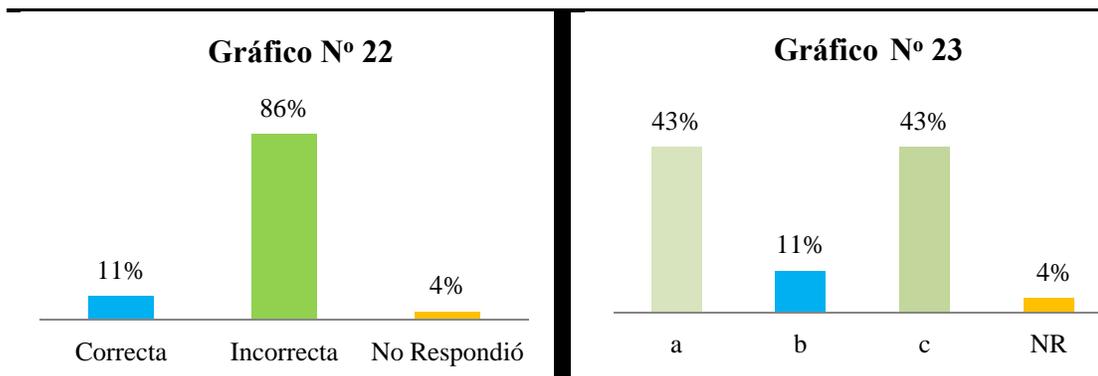
| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|---|-------|-----|----------|----|---|----|----|----|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 3 | 11 | 24 | 86 | 1 | 4 | 28 | 100 | 12 | 43 | 3 | 11 | 12 | 43 | 1 | 4 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: De acuerdo con los resultados estadísticos solo el 11% de la muestra respondieron correctamente evidenciándose que saben simplificar la raíz cuadrada de un número real, mientras que un 86% no respondieron correctamente ya que no usaron los procedimientos adecuados para simplificar una raíz, en otros casos aplicaron bien el mínimo común múltiplo pero no lograron reconocer como extraer los términos en una raíz y en otros casos no reconocen las partes de la misma y un 4% no respondieron, por todas estas razones Astolfi (1999) sostiene que comprender el significado de las representaciones es un desvío indispensable encaminado a modificar el estatus que se le da a ciertos errores de los estudiantes

que no son tomados en cuenta didácticamente, siendo testimonio de los conocimientos previos equivocados que traen los estudiantes que afloran en las producciones y respuestas erradas.

Se observó en el ítem que el 86% no lograron simplificar la raíz cuadrada para lo cual se requiere el conocimiento del mínimo común múltiplo y simplificación de potencia, lo que indica que en el proceso de aprendizaje no hubo una adecuada construcción del conocimiento por parte de los estudiantes cuando deben reorganizar y ampliar los conocimientos previos con el nuevo contenido, lo que Astolfi (1999) expresa que “si didácticamente no se tiene en cuenta estas concepciones que hemos visto que están estructuradas de forma subyacente por obstáculos epistemológicos, éstas vienen a cohabitar con saberes escolares que quedan como adquisiciones superficiales” (p.62), por lo que producen errores en las resoluciones de los ejercicios planteados.

En consecuencia, cuando los contenidos se van profundizando y van requiriendo que el individuo desarrolle destrezas matemáticas y deben interrelacionar contenidos los aprendices han demostrado con los errores cometidos en este caso que tienen desconocimiento en el tema.

No obstante, durante el proceso de aprendizaje en donde se van ejecutando una serie de tareas a medidas que el docente va incorporando las estrategias matemáticas a desarrollar, si el estudiante no se encuentra inmerso en ese saber las consecuencias son el fracaso en las asignaciones intelectuales en las que debe reflexionar trayendo consigo los obstáculos, errores y fallos que se desencadenan día tras día; Astolfi (1999) lo describe como “el obstáculo consiste en actuar y reflexionar con los medios de los que se dispone, mientras que el aprendizaje consiste en construir medios mejor adaptados a la situación” (p.18).

Es por ello, que este debe buscar o plantear su propio modelo de aprendizaje apoyándose en las herramientas que le permiten profundizar en los contenidos o métodos matemáticos para corregir los errores que van surgiendo en el camino recorrido durante el proceso, de no ser así cada día serán mayores estos errores trayendo como consecuencia el fracaso académico.

Tabla N° 19: Distribución de frecuencia del ítem n° 11 según la dimensión e indicador de la variable *procedimental*

| | |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes</i> |
| Indicador | Amplifica y Simplifica una raíz |
| Ítem n° 11 | Al introducir dentro de la raíz los términos siguientes $2.3 \sqrt[4]{2}$ se obtiene: a) $\sqrt[4]{2596}$ b) $\sqrt[4]{2592}$ c) ninguna de las anteriores |

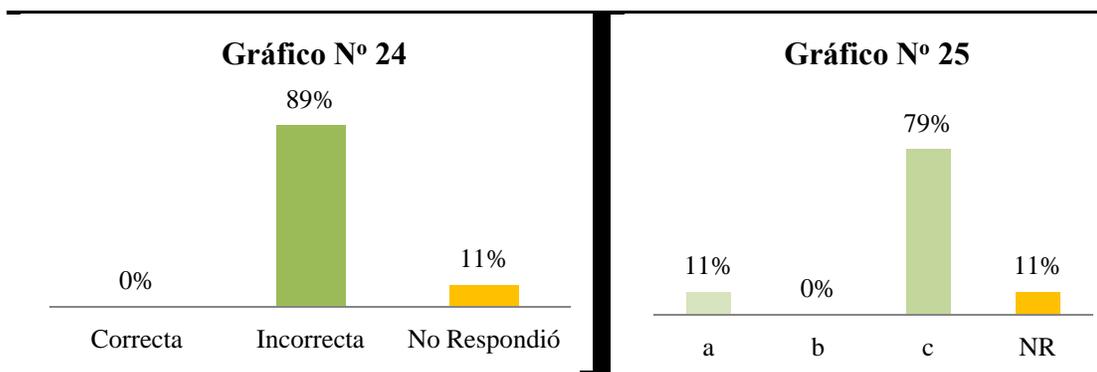
| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|---|----|----|-----|----|-------|-----|----------|----|---|---|----|----|-----|----|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 0 | 0 | 25 | 89 | 3 | 11 | 28 | 100 | 3 | 11 | 0 | 0 | 22 | 79 | 3 | 11 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: De acuerdo con este análisis estadísticos un 89% de la muestra respondieron incorrectamente ya que no usaron los procedimientos adecuados para introducir términos en una raíz, en otros casos aplicaron bien el procedimiento pero no lograron realizar el cálculo de potencias correctos y en otros casos no reconocen las partes de la misma y 11% demostraron no tener el conocimiento al respecto ya que no respondieron, es por ello que Astolfi (1999) sostiene que comprender el significado de las representaciones es un desvío indispensable encaminado a modificar el estatus que se le da a ciertos errores de los estudiante, que no son

tomados en cuenta didácticamente, siendo testimonio de los conocimientos previos equivocados que traen los estudiantes que afloran en las producciones y respuestas erradas.

Se evidencio en este ítem que ninguno de los sujetos encuestado realizó correctamente la actividad para lo cual debería incorporar los términos en la raíz , lo cual indica que en el proceso de aprendizaje no hubo una adecuada construcción del conocimiento por parte de los estudiantes cuando deben reorganizar y ampliar los conocimientos previos con el nuevo contenido, para lo que Astolfi (1999) expresa “Sin pensarlo, hablar de requisitos previos introduce una cierta norma en los aprendizajes, y supone una jerarquía en las adquisiciones: “esto debe enseñarse antes que aquello” (p.87).

En consecuencia, se van ejecutando una serie de tareas a medidas que el docente va incorporando las estrategia a desarrollar, y el desempeño del estudiante se refleja en la ejecución de las actividades para lo cual el fracaso en las asignaciones intelectuales en las que debe reflexionar se evidencia trayendo consigo los obstáculos, errores y fallos que se desencadenan en el transcurso de las clases; Astolfi (1999) lo describe como “la cuestión del error abandona su “nicho” didáctico y se convierte en la piedra angular de problemas más amplios” (p.93).

En definitiva, se pudo identificar y reconocer los errores que presentan un grupo de estudiantes para introducir términos dentro de una raíz y poder calcular la cantidad subradical que estaba planteada en el ejercicio propuesto, por lo tanto, el déficit que existe cuando se pone a prueba el razonamiento e intelecto de los alumnos es considerado una verdadera “apuesta intelectual” para el docente, en donde el contrato pedagógico se debe basar en el trabajo sobre estos errores para dar sentido al aprendizaje y no ser la fuente de crítica para los aprendices.

Por lo tanto, una mejor instrucción y control de ésta permite entender cómo se procesa la información y proporciona una idea al docente de cómo se pueden corregir los errores o fallos que van arrastrando los alumnos a través de su paso por la etapa escolar.

Tabla N° 20: Distribución de frecuencia del ítem n° 12 según la dimensión e indicador de la variable *procedimental*

| | |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas</i> |
| Indicador | Resuelve la suma algebraica de raíces |
| Ítem n° 12 | Al resolver $2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5}$ se tiene como resultado: a) $\sqrt[3]{5}$ b) $5\sqrt[3]{5}$ c) $3\sqrt[3]{4}$ |

| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|---|-------|-----|----------|----|----|----|---|----|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 17 | 61 | 10 | 36 | 1 | 4 | 28 | 100 | 7 | 25 | 17 | 61 | 3 | 11 | 1 | 4 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).

Gráfico N° 26

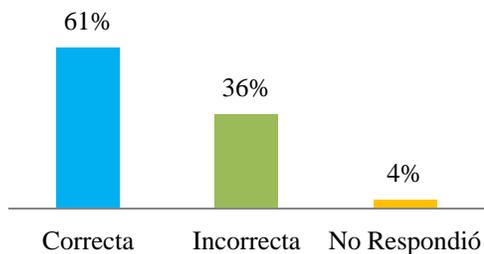
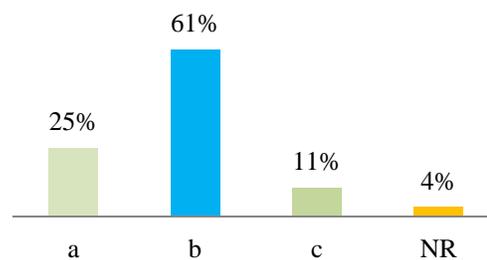


Gráfico N° 27



Interpretación: Los resultados del análisis estadístico de este ítem se evidencia que un 61% realizaron correctamente la suma algebraica de raíces ya que respondieron correctamente, un 36% no tienen claro dicho procedimiento ya que realizaron cálculos errados como sumaron las cantidades subradicales y otros sumaron los índices de las raíces y hubo un 4% que no tienen el conocimiento del procedimiento ya que no respondieron, para Astolfi (1999) esta son faltas en la formación del educando en donde este cree que todos los problemas se resuelven

de forma equivalente, lo cual suele ocurrir por falta de concentración o interés por parte del estudiante durante las clases.

En cuanto al 36% de los aprendices que no realizaron la suma algebraica de las raíces siendo comprensible este resultado, ya que desde que ellos empiezan a estudiar las operaciones algebraicas a las cuales se les atribuye términos semejantes los resultados obtenidos son por lo general erróneos; esto para el punto de vista de Astolfi (1999) lo explica exponiendo que a la misma operación aritmética pueden corresponder operaciones lógicas extremadamente diferentes desde el punto de vista del esfuerzo de abstracción que implican.

Ahora bien, el 4% que no realizó la actividad, demostrando no tener el conocimiento lógico matemático que se requiere Astolfi (1999) lo define como una dificultad que reside en la construcción progresiva de los conceptos de suma y sustracción. Esto se puede explicar cómo una falta de formación o de interés por parte del estudiante en el momento que se están profundizando los contenidos en el tema o también podría ser la falta de identificación de la variable involucrada durante el proceso de aprendizaje que en este caso es la suma de radicales.

Dicho de otro modo, las operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división son aprendizajes que empiezan en la primera etapa escolar y que se van profundizando durante el paso de los años en la vida escolar, en algún momento de ese camino, se empiezan a manifestar errores que los estudiantes no le van dando importancia que se merece; Astolfi (1999) lo explica diciendo sería razonable considerar, tanto el dominio de la suma como el de la lectura, como aprendizajes que deben continuar a lo largo de todas las enseñanzas medias, en lugar de considerarlos como un “todo o nada” y renunciar ante la tarea que hay que realizar.

Por lo tanto, el saber dónde y en qué momento es más frecuente que el estudiante presente dificultades en el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas, ayuda al docente a plantear las actividades que indiquen los progresos o fracasos en los temas estudiados y es en las evaluaciones donde se arrojan los errores que estos arrastran en el camino.

Tabla N° 21: Distribución de frecuencia del ítem n° 13 según la dimensión e indicador de la variable *procedimental*

| | |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas</i> |
| Indicador | Resuelve las operaciones de raíces |
| Ítem n° 13 | Al resolver $2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5}$ se tiene como resultado: a) $\sqrt[3]{5}$ b) $5\sqrt[3]{5}$ c) $-\sqrt[3]{5}$ |

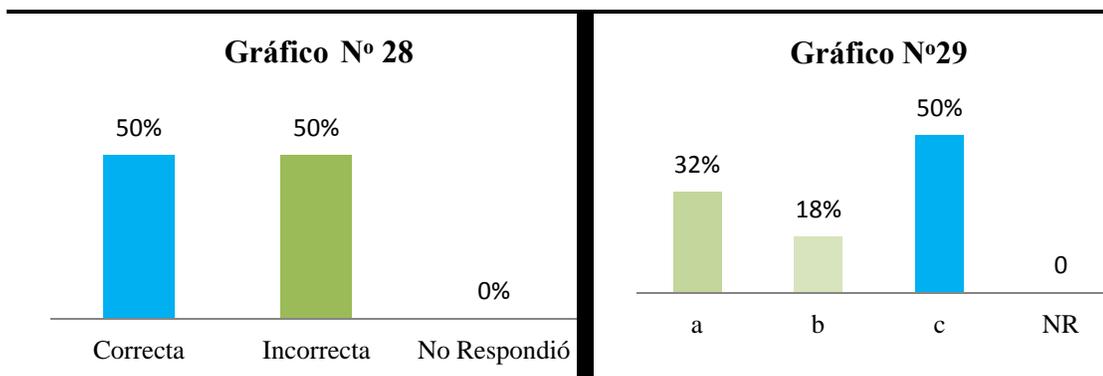
| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|---|-------|-----|----------|----|---|----|----|----|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| F | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 14 | 50 | 14 | 50 | 0 | 0 | 28 | 100 | 9 | 32 | 5 | 18 | 14 | 50 | 0 | 0 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: Los resultados del análisis estadístico de este ítem se evidencia que un 50% realizaron correctamente la suma algebraica de raíces ya que respondieron correctamente, mientras que un 50% no tienen claro dicho procedimiento, ya que realizaron la resta pero se les olvidó la ley de los signos, otros sumaron los coeficientes algebraicos, para Astolfi (1999) esta son faltas en la formación del educando en donde este cree que todos los problemas se resuelven de forma equivalente, lo cual suele ocurrir por falta de concentración o interés por parte del estudiante durante las clases y por no tener claros los conocimientos previos que son necesarios en los temas de estudios posteriores.

En este sentido, el 50% de los aprendices que no realizaron la suma algebraica de las raíces, este resultado se debe a las debilidades cognitivas que persisten en el proceso de aprendizaje en la concepción de una definición, propiedad u operación matemática y esto para el punto de vista de Astolfi (1999) lo explica exponiendo que a la misma operación aritmética pueden corresponder operaciones lógicas extremadamente diferentes desde el punto de vista del esfuerzo de abstracción que implican.

Ahora bien, los errores en la actividad demostraron la falta de conocimiento y manipulación de las operaciones en el proceso lógico matemático que se requiere, por lo que Astolfi (1999) lo define como una dificultad que reside en la construcción progresiva de los conceptos de suma y sustracción. Esto se puede explicar cómo una falta de formación o de interés por parte del estudiante en el momento que se están profundizando los contenidos en el tema o también podría ser la falta de identificación de la variable involucrada durante el proceso de aprendizaje que en este caso es la suma de radicales.

Es por ello que, las operaciones básicas al igual que el uso de la ley de los signos y la jerarquización que se debe respetar a la hora de resolver un problema son aprendizajes que se van profundizando durante el paso de los años en la vida escolar y en algún momento de ese camino, se empiezan a manifestar errores que los estudiantes no le van dando importancia que se merece; Astolfi (1999) lo explica diciendo sería razonable considerar, tanto el dominio de la suma como el de la lectura, como aprendizajes que deben continuar, a lo largo de todas las enseñanzas medias, en lugar de considerarlos como un “todo o nada” y renunciar ante la tarea que hay que realizar.

En consecuencia, en dicho proceso las operaciones mentales y el desarrollo de algoritmos lógicos a medida que el estudiante va avanzando durante la etapa escolar; ayuda al docente a perfilar sus actividades didácticas y en este sentido antes de evaluar al estudiante debe plantear actividades para afianzar lo aprendido, todo el proceso trae como resultado el éxito en el aprendizaje o el cumulo de errores del estudiante en donde cree que logro alcanzar el conocimiento adecuado.

Tabla N° 22: Distribución de frecuencia del ítem n° 14 según la dimensión e indicador de la variable *procedimental*

| | |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Errores debidos a los procesos adoptados, entre otros</i> |
| Indicador | Realiza ejercicios combinando las operaciones de raíces |
| Ítem n° 14 | <p>El resultado de la operación $\sqrt{2} - \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}$ es:</p> <p>a) $2\sqrt{8}$</p> <p>b) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$</p> <p>c) Ninguna de las anteriores</p> |

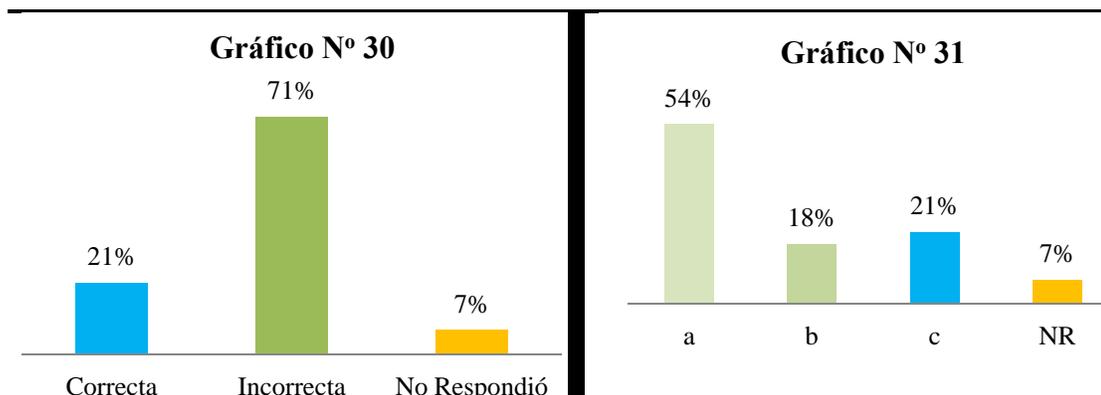
| RESPUESTAS | | | | | | OPCIONES | | | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|---|----------|----|----|----|---|----|---|----|-----|---|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| F | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 6 | 21 | 20 | 71 | 2 | 7 | 28 | 99 | 15 | 54 | 5 | 18 | 6 | 21 | 2 | 7 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: De acuerdo con este análisis estadísticos un 71% de la muestra respondieron incorrectamente ya que no usaron los procedimientos adecuados para resolver las operaciones combinadas con raíces, mientras que un 21% aplicaron bien el procedimiento contestando correctamente y un 7% demostraron no tener el conocimiento al respecto ya que no respondieron, es por ello que Astolfi (1999) sostiene que a menudo se consideran erróneas las propuestas cuando se apartan del

método-tipo que se ha imaginado, y más si se acompañan de fallos puntuales que enmascaran la lógica del recorrido.

Esto trae como consecuencia, que al resolver problemas el número de operaciones mentales que deben desarrollarse son cada vez mayores a medida que un tema se torna más complejo, por lo que en muchos casos las estrategias que el aprendiz puede diseñar para su resolución también aumenta, esto en el marco en donde el aprendizaje es eficiente.

Se sabe, que al resolver problemas el número de operaciones mentales que deben efectuarse son cada vez mayores a medida que se profundizan los contenidos y a pesar que se van diversificando las estrategias que el aprendiz puede ir desarrollando para efectuar una actividad no lo logra; Astolfi (1999) lo plantea como que estos procedimientos multiplican las ocasiones de fallar; pero, sin embargo, tienen más sentido a sus ojos. La mayoría de los contenidos matemáticos se van relacionando o van requiriendo de conocimientos previos como parte de su desarrollo lo que ocasiona que dicha disciplina sea más exigente que otras.

En el caso del tema radicación, requiere el conocimiento de potencia, fracciones, operaciones algebraicas, mínimo común múltiplo, simplificación entre otros contenidos que el estudiante debe recordar y razonar para lograr su aprendizaje; Astolfi (1999) lo describe como algunos estudios ya habían mostrado que el éxito escolar global de los alumnos está más relacionada con las “disciplinas de contenidos” (como Biología y Geografía) que con las disciplinas de razonamiento (como las matemáticas). El resultado se manifiesta en un sin fin de errores que se observan en el instrumento aplicado a los estudiantes en donde fue un porcentaje elevado de respuestas incorrectas y en algunos casos hubo una abstención porque no respondieron.

Astolfi (1999) lo explica como en estas condiciones, todos los momentos escolares que permiten a los alumnos ampliar y hacer densa esta trama, en lugar de acumular detalles sin sentido, serán muy valiosos; es decir; el razonamiento lógico para un estudiante cuando trata de resolver un problema da pie para poder evidenciar su error y así ayudarlos a mejorar.

Tabla N° 23: Distribución de frecuencia del ítem n° 15 según la dimensión e indicador de la variable procedimental

| | |
|-------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dimensión | <i>Errores debidos a los procesos adoptados, entre otros</i> |
| Indicador | Resuelve el ejercicio hasta la mínimo expresión |
| Ítem n° 15 | <p>Verifica la siguiente igualdad:</p> <p>a) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$</p> <p>b) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} = 1$</p> <p>c) Ninguna de las anteriores.</p> |

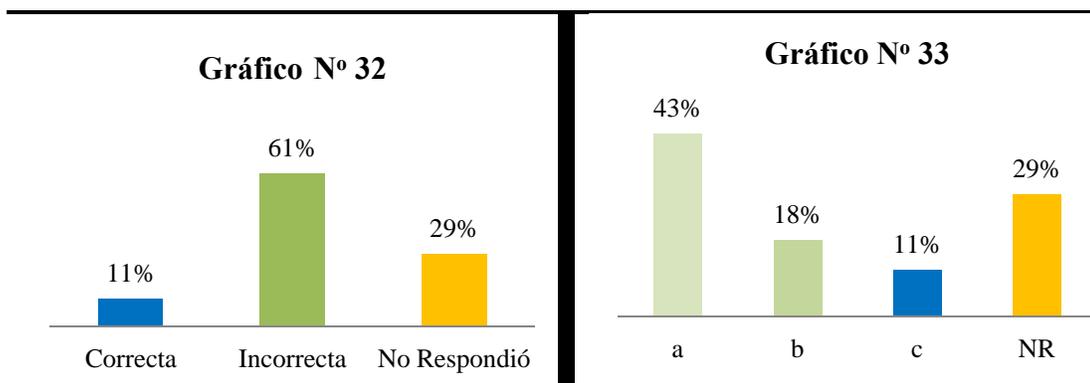
| RESPUESTAS | | | | | | | | OPCIONES | | | | | | | |
|------------|----|----|----|-----|----|-------|---|----------|----|---|----|---|----|-----|----|
| C | | I | | N.R | | Total | | a | | b | | c | | N.R | |
| f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % | f | % |
| 3 | 11 | 17 | 61 | 8 | 29 | 2 | 8 | 12 | 43 | 5 | 18 | 3 | 11 | 8 | 29 |

C: Correcta

I: Incorrecta

N.R: No respondió

Fuente: De Freitas, C. (2018).



Interpretación: De acuerdo con este análisis estadísticos un 61% de la muestra respondieron incorrectamente ya que no usaron los procedimientos adecuados para resolver las operaciones combinadas con raíces, mientras que un 11% aplicaron bien el procedimiento contentando correctamente y un 29% demostraron no tener el conocimiento al respecto ya que no respondieron, es por ello que Astolfi (1999) sostiene que a menudo se consideran erróneas las propuestas cuando se apartan del

método-tipo que se ha imaginado, y más si se acompañan de fallos puntuales que enmascaran la lógica del recorrido.

En cualquier parte del proceso a menudo se debe desarrollar actividades experimentales o estrategias didácticas que ayuden a la confrontación del pensamiento de los estudiantes que los ayude a llegar por caminos distintos al mismo resultado, en donde por ensayo y error se fomenta su propio avance y desarrollo y no se evidenciara el resultado alarmante en este ítems en donde un 61% respondieron equivocadamente en un ejercicio combinado de operaciones algebraica de radicación; Astolfi (1999) lo plantea como que estos procedimientos multiplican las ocasiones de fallar; pero, sin embargo, tienen más sentido a sus ojos.

La mayoría de los contenidos matemáticos se van relacionando o van requiriendo de conocimientos previos como parte de su desarrollo lo que ocasiona que dicha disciplina sea más exigente que otras, es por ello que la revisión de dicho proceso da lugar a la detección de errores y a la corrección oportuna de los mismos.

El desarrollo de ejercicios cada vez más difíciles de realizar ayuda a los aprendices a interiorizar y a dar prioridad a los pasos respetando las leyes matemáticas de resolución de problemas en donde se involucra ley de los signos, fracciones, racionalización entre otros y en donde se evidencia las dificultades de aprendizaje causadas por factores cognitivos, internos, así como por factores contextuales en el proceso, Astolfi (1999) lo explica como en estas condiciones, todos los momentos escolares que permiten a los alumnos ampliar y hacer densa esta trama, en lugar de acumular detalles sin sentido, serán muy valiosos; es decir; el razonamiento lógico para un estudiante cuando trata de resolver un problema da pie para poder evidenciar su error y así ayudarlos a mejorar.

Hay que destacar que las dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se centran principalmente en el cálculo y ejecuciones de las operaciones básicas y a la resolución de problemas en donde el desarrollo del pensamiento lógico, la comprensión de las instrucciones y las representaciones adecuadas de los procesos se suelen mantener en el tiempo y con ello a una deficiencia en el desarrollo de las actividades académicas.

Tabla N° 24: Descripción y clasificación de los Errores de los estudiantes por la Tipología de Astolfi (1999)

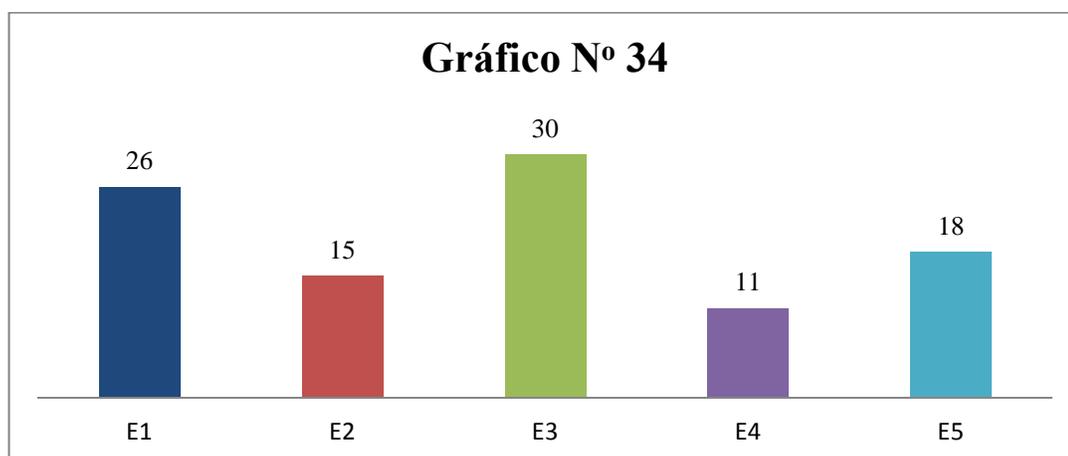
| Indicador | Frecuencia de Errores | Tipo de Errores, según Astolfi (1999) |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Definición de la raíz n-ésima de un número real | -Desconocimiento de la definición de raíz n-esima. -Identificación inadecuada del concepto. | E ₁ |
| Identifica la racionalización y sus tipos | -Asociación incorrecta de la información. - Inadecuada identificación de los términos para aplicar la conjugada en la racionalización. - Identificación incorrecta de términos para aplicar el procedimiento. | E ₁ |
| Identificación los números reales | -Desconocimiento del procedimiento para hallar la raíz cuadrada de un número real. -Inadecuada asociación para identificar el procedimiento para hallar la raíz cuadrada de un número real. | E ₁ |
| Conoce las propiedades de la potencia con exponente racional | -No reconocen los elementos de una raíz. -Asumen equivocadamente que toda potencia con exponente racional forma una raíz n-ésima. | E ₂ |
| Transforma las potencias con exponente racional a raíz | -Inapropiada trasposición de términos. -Desconocimiento de las propiedades de los números racionales. | E ₂ |
| Realiza el cálculo de la raíz de un número real positivo | -Decodifican incorrectamente la descomposición en mínimo común múltiplo. -No reconocen el método para extraer números reales | E ₃ |

| | | |
|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| | de una raíz. | |
| Diferencia las leyes de la potencia | -No logran determinar jerarquía para resolver el problema planteado. -Realizan traducción incorrecta de la expresión. -Establecen un resultado numérico erróneo. | E ₃ |
| Amplifica y simplifica una raíz | -Desconocimiento de las leyes de la potencia para incorporar términos en una raíz. -Decodifican incorrectamente como extraer términos de una raíz. -Asociación incorrecta de las propiedades de la potencia. | E ₃ |
| Realiza la suma algebraica de raíces | -Asumen inadecuadamente la suma de radicales. | E ₄ |
| Resuelve las operaciones de raíces | -Asociación incorrecta de la suma algebraica. -Desconocimiento de las leyes de los signos para la suma. | E ₄ |
| Realiza ejercicios combinando las operaciones de raíces | -No logran determinar jerarquía para resolver la suma de radicales. -Desconocimiento de la simplificación de raíces. | E ₅ |
| Resuelve los ejercicios hasta la mínima expresión | -No logran interpretar coherentemente la información que deviene en el problema. -Trasposición incorrecta de términos. -Desconocimiento de la resolución de la suma de radicales expresados como racionales. | E ₅ |

Fuente: De Freitas, C. (2018).

Tabla N° 25: Distribución de frecuencia de los Errores por la Tipología de Astolfi (1999)

| Código del Error | Tipología del Error | f | % | |
|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----|------|
| E ₁ | Errores debido a la Redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas | 7 | 26 | |
| E ₂ | Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas | 4 | 15 | |
| E ₃ | Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes | 8 | 30 | |
| E ₄ | Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas | 3 | 11 | |
| E ₅ | Errores debidos a los procesos adoptados, entre otros | 5 | 18 | |
| Fuente: De Freitas, C. (2018). | | Total | 27 | 100% |



Interpretación: De acuerdo con los resultados obtenidos y clasificando los errores por la Taxonomía de Astolfi (1999) se obtuvo que el error predominante con un 30% es el E₃ llamado por el autor “Errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes”, resultados que los aprendices demostraron en la resolución de algunos ítems y en los cuales se observaron que no reconocieron el método de cálculo para obtener el valor de una raíz, del mismo modo realizaron traducciones incorrectas de la expresión, aplicaron inadecuadamente las propiedades de la potencia al momento de introducir o extraer términos en una raíz

dependiendo el caso; estos resultados pueden tener su causa debido que al momento en que ocurrió el aprendizaje de los contenidos las representaciones numéricas, el pensamiento lógico y la internalización de esos contenidos programáticos de años escolares anteriores no se dio o se obstaculizó de alguna manera y esto lo explica Astolfi (1999) como “ una objeción, frecuentemente encuadrada, en contra de los modelos pedagógicos que toman en cuenta las representaciones, es aquella sobre la gestión del tiempo didáctico en relación con los programas cargados” (p.65).

En este sentido, el docente encargado del proceso de enseñanza y aprendizaje en su respectivo momento se pudo haber concentrado en cumplir con el programa sin detenerse en las fallas que se iban evidenciando en las actividades realizadas o evaluaciones a los estudiantes, ocasionando que los procesos de desarrollar los diferentes métodos para resolver un problema no se internalizara adecuadamente y Astolfi (1999) lo explica “ En definitiva, el acento que se pone en las representaciones de los alumnos, en su evolución positiva, lleva a no considerar a los conocimientos únicamente como “cosas” que deben adquirirse y memorizarse” (p.65).

En este mismo orden de ideas, el error E_1 con un 26% fue el segundo error obtenido del análisis de los resultados de los estudiantes en el instrumento realizado por ellos, denominado por el autor como “Errores debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo dadas”, esto ocurre cuando los individuos no interpretan adecuadamente las teorías, definiciones y procedimientos que deben realizar en la resolución de problemas, hecho que se comprobó cuando los aprendices no identificaron la definición de radical, método apropiado para los distintos tipos de racionalización y el método adecuada para hallar la raíz n -ésima de un número real. El proceso de aprendizaje de cualquier disciplina en donde todos los conocimientos adquiridos en el recorrido de las distintas etapas escolares son esenciales y en muchos casos se vinculan los nuevos saberes con los ya adquiridos y en donde las matemáticas no se escapa de esta realidad, es fundamental que los conocimientos teóricos así como las estrategias adecuadas para resolver un problema sean engranados en ese proceso de enriquecimiento de aprendizaje en el

individuo, en donde el desarrollo del pensamiento lógico sea el adecuado, para la interpretación de lo que se quiere que este realice, al respecto Astolfi (1999) lo interpreta “ Globalmente, deben ser capaces de distinguir en el ejercicio lo que es relevante, tener en cuenta los datos y saber cuál es la pregunta a la que se debe contestar” (p.52).

Siguiendo con los resultados obtenidos, con 18% está el error E_5 nombrado por el autor como “Errores debido a los procesos adoptados”, los cuales se evidenciaron en el instrumento aplicado cuando los estudiantes no lograron determinar la jerarquía para resolver la suma algebraica de radicales, llevar un resultado a la mínima expresión, simplificar el resultado; lo que implica que la resolución de problemas es una acumulación de variables teóricas, prácticas y técnicas que el individuo debe de madurar con los contenidos aprendidos. Capacidades y destrezas que se deben ir logrando durante su recorrido por las matemáticas.

Astolfi (1999) lo describe “Extraer de él un procedimiento es identificar un conocimiento o una habilidad más transversal y facilitar su neutralización sin cambios” (p.71); es decir, que si la internalización de los conceptos y métodos se da en el individuo de manera segura y correcta, no dudara en ponerlos en práctica con la certeza de que no se equivocara y por lo contrario un aprendizaje inseguro y con acumulación de dudas, incertidumbres es la que lleva al individuo a la manifestación de los errores y fallos que impiden la resolución de las actividades.

Continuando con el análisis obtenido se tiene al error E_2 proveniente de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas en donde las dificultades de aprendizaje causadas tanto por factores cognitivos internos se demuestran en la realización de las actividades o evaluaciones y en el tema de radicación los estudiantes no escapan de esta realidad al observar que los mismo no reconocieron aspectos fundamentales como las partes de un radical, no reconocen al exponente racional como generador de una raíz n -ésima, no reconocieron las propiedades de los números racionales, por lo que el resultado fueron en conclusión causas por las cuales no dominan el tema de radicación y operaciones.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

El análisis de la información que se derivó de la aplicación del instrumento a los veintiocho (28) estudiantes en el cálculo de los radicales permitió determinar los errores de los estudiantes y poder realizar la clasificación y categorización según la tipología de Astolfi (1999) para exponer las siguientes conclusiones:

- ✚ De acuerdo con el diagnóstico realizado en las correcciones de las respuestas de los estudiantes se detectaron las equivocaciones por lo que la ponderaciones obtenidas en línea general fueron bajas, con un valor mínimo de un (1) punto y un máximo de doce (12) puntos, con una media de siete (7) puntos y una mediana y moda de ocho (8) puntos.
- ✚ En suma a lo anterior se encontró que solo un 21% de los discentes aprobaron y un 79% aplazaron, de ahí se dedujo que un 58% respondieron incorrectamente, un 35% correctamente y el 7% no contestaron, demostrando estos resultados las dificultades que muestran en temas donde se vinculan con la resolución de radicales obstaculizando el dominio de los contenidos.
- ✚ De lo anterior se infiere que los estudiantes tienen dificultades con la resolución de contenidos como potenciación, suma algebraica y fracciones entre otros que influyen en la resolución de los radicales y el dominio correcto de los contenidos a los que están involucrados en el tema de estudio, siendo generadora de los distintos tipos de errores.

- ✚ Con base a los resultados obtenidos en la investigación queda en evidencia que el error como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes con un 30% fue el que predominó, demostrando que los mismos no reconocen las leyes de la potencia, no establecen jerarquías en la resolución de un ejercicio combinado, asocian incorrectamente la información entre los aspectos más resaltantes.
- ✚ De igual manera siguiendo con la categorización de la Tipología de Astolfi se ubican los errores siguientes según los resultados obtenidos: con un 26% se ubica el error debido a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajos dadas, evidenciándose que no aplican adecuadamente el mínimo común múltiplo ni reconocen los casos de racionalización, 18% errores debido a los procesos adoptados, 15% en el tema de radicales errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas, como es la transformación de potencia al radical y con 11% sus errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas, en donde no realizaron las operaciones algebraicas de radicales.
- ✚ Las dificultades manifestadas de los estudiantes y evidenciadas en los errores observados, permiten explicar lo complicado que es el tema de radicación donde requiere conocimientos amplios de temas que ya deberían ser dominados por los mismos para llevar a cabo los procedimientos de resolución y han conllevado a una ruptura en el proceso de aprendizaje.

5.2 Recomendaciones

De acuerdo a las conclusiones generadas en la investigación y con los resultados obtenidos por la Tipología de Astolfi (1999) se realizan las sugerencias siguientes:

- ✚ El diagnóstico antes el comienzo de cada tema permite al docente ubicarse ante las debilidades del grupo de estudiante y poder de esta manera reforzar

los conocimientos para evitar que los errores que cometen con mayor frecuencia eviten el dominio de los nuevos conceptos.

- ✚ Se sugiere que los docentes deben profundizar las estrategias didácticas para que los estudiantes asocien los contenidos curriculares a medida que avanzan en la etapa escolar con los conocimientos previos para evitar la existencia de errores que producen el fracaso en los temas en la asignatura.
- ✚ Se propone incorporar los errores como parte del proceso de aprendizaje y ser tratados al momento que se detectan como herramienta para el propio aprendizaje de los discentes y de esta forma se pueda bajar el alto índice de aplazados en los contenidos matemáticos.
- ✚ El docente debe analizar las dificultades en temas como potenciación, sumas algebraicas, el cálculo del mínimo común múltiplo, leyes de los signos y simplificación de expresiones que son importantes en el estudio de los radicales, mediante la creación de distintas estrategias metodológicas haciéndole ver al estudiante sus errores y como superarlos.
- ✚ Se deben profundizar más investigaciones que motiven a los discentes a avanzar en los contenidos matemáticos en la esta etapa escolar, en donde el aprendizaje de los nuevos contenidos y la relación con los conocimientos previos son fundamentales para evitar los errores y distorsiones en los temas en estudio y de esta forma se logra mejorar el rendimiento académico en las instituciones educativas.
- ✚ El docente debe desarrollar la capacidad y potencialidades de los estudiantes para resolver problemas enfocado en los distintos procedimientos que este pueda utilizar para elaborar su propia estrategia de resolución y no encasillar los temas en una sola dirección.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemáticas. Análisis de causas y sugerencia de trabajo*. Editado por la Universidad de Villa María. (1^{era} edición). Buenos Aires.
- Arias, F (2006). *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica*. (5^{ta} edición). Episteme. Caracas.
- Astolfi, J (1999). *El “error”, un medio para enseñar*. (1^{era} edición). Diata editora. España.
- Ausubel, D (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Disponible: <http://www.ctascon.com/Teoria%20del%20Aprendizaje/%20significativo/%20Ausubel.pdf>.
- Barrantes, H. (2006). *Cuadernos de investigación y formación en educación Matemática*. Año 1. Número 2. Disponible: www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes. [Consulta: 2014, noviembre 15].
- Barrera, M. (1998). *Didáctica para la enseñanza de las ciencias experimentales y formales*. Disponible: <http://www.Icfes.gov.co/es/fomento/gcfom/docs/fordoce/comcatins/catANC/MARIABarrera.doc>. [Consulta: 2014, Octubre 10]. Colombia.
- Briceño, T. (2011). *El uso del error en el aprendizaje: Una posible Construcción pedagógica argumentativa*. Universidad de Carabobo. 1^{era} Edición. Valencia. Venezuela.
- Constitución Bolivariana de la República Bolivariana de Venezuela (Diciembre 20, 1999). Gaceta oficial N° 36.860 (extraordinaria).
- Currículo Nacional Bolivariano (2007). Ministerio del Poder Popular para la Educación. *Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano*. S/Editorial. Caracas. Venezuela.
- Escobar, A. y Escobar B. (2015). *El error en el uso de los números racionales e irracionales, como evidencia de obstáculos epistemológicos, en estudiantes del grado noveno*. Universidad de Medellín. Disponible: [http:// T_MEM_22 \(1\).pdf](http://T_MEM_22(1).pdf). [Consulta: 2016, Septiembre 29]. Colombia.

- Escudero, A. y Domínguez, J. (2014), en su artículo publicado en la revista de didáctica de la matemática *Números*, titulado: *De los errores identificados en la investigación a los errores encontrados en un aula de primero de bachillerato*. Disponible: <http://www.sinewton.org/numeros..> [Consulta: 2016, Marzo05]. Venezuela.
- Fumero, F. (2009). *Estrategias didácticas para la comprensión de textos. Una propuesta de investigación acción participativa en el aula*. [Revista en línea]. <http://revistas.upel.edu.ve/index.php/revinpost/article/view/909>. [Consulta: 2014, Octubre 10].Venezuela.
- González, M., Luque, R. y Ríos, Y. (2006). *Habilidades y destrezas matemáticas en alumnos que ingresan a la Escuela de Educación*. Disponible: http://www.serbi.luz.edu.ve/scielo.php?script=sci.ISSN_1315-4079. [Consulta: 2014, Octubre 10].Venezuela.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014) *Metodología de la investigación*. (6^{ta} edición).McGraw-Hill Interamericana, México.
- Herrera, M. (2011). *Obstáculos y errores en el aprendizaje de los números irracionales*. Universidad de Carabobo.
- Larousse (2009). Diccionario Enciclopédico Vol 1. © .Editorial, S.L. Disponible :<http://es.thefreedictionary.com/tipolog%c3%ada>. . [Consulta: 2015, Noviembre 10].Venezuela.
- Ley Orgánica de Educación (2009, Agosto15). Gaceta Oficial No 5.929, Asamblea Nacional de la República Bolivariana de Venezuela.
- Llovera, A. (2005). *Desarrollo de procesos cognitivos*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Miranda. Venezuela.
- Martínez, J. (2015).*Errores en el Aprendizaje de Algoritmos Matemáticos en la resolución de problemas numéricos y algebraicos en estudiantes Neo-Tomasinos de ciencias administrativas y económicas*. Universidad Santo Tomas. Disponible: <https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/.../Martinezjose2015.pdf?...1..>
- Mora, D. (2013). *Educación matemática crítica*. Ministerio del poder popular para la Educación. 1^{era} edición. Venezuela.

- Orton, A. (1998). *Didácticas de las matemáticas*. (3^{era} edición). Editorial Morata. Madrid España.
- Padilla, J. (2013). *La transposición didáctica del objeto matemático Radicación: Un estudio en el tercer año de Educación Media General del liceo bolivariano Los Potreros*. Universidad de Carabobo.
- Palella, S. y Martins, F. (2010). *Metodología de la investigación cuantitativa*. (3^{era} edición). FEDUPEL. Caracas. Venezuela.
- Papalia, D. y Olds, S. (1988). *Psicología educativa*. Editorial McGraw-Hill. México.
- Pérez, E. (2013). *Cómo evaluar aprendizaje por competencia*. Universidad de Carabobo .Biblioteca ciencias de la educación. 1^{era} edición. Valencia. Venezuela.
- Piaget, J. (1984). *El nacimiento de la inteligencia en el niño*. Barcelona. España.
- Piaget, J. (1998). *La equilibración de las estructuras cognitivas. Problema central del desarrollo*. 5^{ta} edición. Madrid. España.
- Piaget, J. (2005). *Inteligencia y afectividad/* con prólogo de: Mario Carretero. 1^a ed. 1^a. reimp- Buenos Aires: Aique Grupo Editor. 2005
- Pimienta, J. (2007). *Metodología constructivista .Guía para la planeación docente*. (2^{da} edición). Pearson Educación. México.
- Quispe, W. (2011). *La comprensión de los significados del Número Racional Positivo y su Relación con sus operaciones básicas y propiedades elementales*.
- Ruiz, V. (2010). Historia de la matemática. [Artículo en línea]. Disponible: <http://es.scribd.com/eso3b22/d/439494-historia-de-las-matemáticas>. [Consulta: 2015-Octubre 04].
- Servelión, J. (2012). *Hablando sobre enseñanza de la matemática con estudiantes Futuros profesores de matemática*. Revista de didáctica de la matemática. Vol. 80. [Revista en línea]. Disponible: <http://www.sinewton.org/números>. [Consulta: 2015, Febrero 05].
- Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria*. Barcelona. España.
- Tamayo, M. (2001). *El proceso de la investigación científica*. (4^{ta} edición). Editorial Limusa. México.

Torrealba, J. (2014). *Taxonomía de Radatz: “Errores cometidos en la resolución de inecuaciones de primer grado por estudiantes del primer semestre de la FaCE-UC.”* Universidad de Carabobo.

Vigotsky, L. (1978). *El Desarrollo de los procesos cognitivos*. Barcelona. España.

ANEXOS

Anexo A



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Profesor(a): _____

Estimado docente:

Ante todo reciba un cordial saludo; sirva la presente para participarle que usted ha sido seleccionado (a) en calidad de experto para la validación del instrumento que fue elaborado con el fin de recolectar la información necesaria para la investigación titulada **“ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RAÍCES DEL TERCER AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO “LOS PRÓCERES” DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO”**, la cual es realizada por la Profesora Carmen De Freitas, como requisito para la aprobación de la Maestría en Educación Matemática.

Esperando su valiosa colaboración y de antemano muchas gracias.

Atentamente
Prof. Carmen De Freitas
C.I.:12.142.661

Se anexa:

- Título
- Objetivos de la investigación
- Tabla de Operacionalización de la Variable
- Instrumento de Validación
- Formato de validación
- Constancia de Validación

Anexo B



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Instrucciones: Lea cada una de las siguientes preguntas y responda según la que usted considere correcta, de ser necesario, aplique operaciones para hallar la respuesta.

Tiempo de desarrollo: 90 minutos

PARTE I

Encierre en un círculo la respuesta que considere correcta en cada Ítems:

1. Cuál de las definiciones siguientes es la de Radicación:
 - a) Es la transformación de potencia a raíz de un número real
 - b) Es la transformación de raíz a potencia de un número real.
 - c) Ninguna de las anteriores
2. La siguiente operación $\frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ corresponde a la racionalización del:
 - a) Numerador
 - b) Denominador
 - c) ninguna de las anteriores.
3. Que condición se debe cumplir para racionalizar un numerador:
 - a) Que haya una raíz en el denominador
 - b) Que haya una raíz en el numerador
 - c) Que en el numerador sea un número real y en el denominador una raíz.
4. El procedimiento denominado la conjugada del denominador se debe aplicar a:
 - a) $\frac{3}{1+\sqrt{2}}$
 - b) $2/\sqrt{3}$
 - c) $1+\frac{2}{\sqrt[3]{5}}$

Para simplificar la expresión $\sqrt{264}$ se debe aplicar el:

- a) Mínimo Común Múltiplo
 - b) Máximo común divisor
 - c) otro procedimiento
6. Dada la potencia siguiente: $2^{1/2}$ cuál es la representación en forma de radical:
- a) $\sqrt[3]{2}$
 - b) $\sqrt[4]{2}$
 - c) $\sqrt{2}$
7. La expresión $X^{m/n}$ se expresa como:
- a) $n\sqrt{x}$
 - b) $\sqrt{x^m}$
 - c) $\sqrt[n]{x^m}$

PARTE II: Efectué los cálculos necesarios en los Ítems siguientes y encierre en un círculo la opción correcta:

8. La raíz $\sqrt[3]{27}$ es:
- a) 3
 - b) 9
 - c) 6
9. Al resolver $(3/4 \sqrt[3]{3a})^3$ se puede obtener unos de los resultados siguientes:
- a) 12
 - b) $(81/64)a$
 - c) $4^a \sqrt[3]{a}$
10. Al simplificar $\sqrt{125}$ se obtiene:
- a) $\sqrt[3]{5}$
 - b) $5\sqrt{5}$
 - c) $\sqrt{5}$

11. Al introducir dentro de la raíz los términos siguientes $2.3 \sqrt[4]{2}$ se obtiene:

a) $\sqrt[4]{2596}$

b) $\sqrt[4]{2592}$

c) ninguna de las anteriores

12. Al efectuar $2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5}$ se obtiene como resultado:

a) $\sqrt[3]{5}$

b) $5\sqrt[3]{5}$

c) $3\sqrt[3]{4}$

13. Al resolver $2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5}$ se obtiene como resultado:

a) $\sqrt[3]{5}$

b) $5\sqrt[3]{5}$

c) $-\sqrt[3]{5}$

14. El resultado de la operación $\sqrt{2} - \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}$ es:

a) $2\sqrt{8}$

b) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$

c) Ninguna de las anteriores.

15. Verifica la siguiente igualdad:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

b) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} = 1$

c) Ninguna de las anteriores.

Anexo C



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**



Instrumento de Validación

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente cada ítem
2. Indique el nivel de pertinencia que tienen cada ítem, marque con una equis la opción que usted considere: alta, mediana, baja o ninguna
3. Marque con una equis si el ítem tiene o no coherencia en su estructura gramatical
4. Seleccione la opción que usted considere correcta, sí o no induce a la respuesta del ítem evaluado
5. Si tiene alguna observación del ítem escríbalo a un lado, de ser necesario utilice los espacios en blanco de la parte de atrás pero indique el número del ítem

| ITEMS | La redacción del ítem es clara | | El ítem tiene coherencia interna | | El ítem maneja el lenguaje adecuado al nivel de aplicación | | El ítem posee pertinencia con los objetivos a medir | | El ítem mide lo que se pretende | | Observaciones |
|-------|--------------------------------|----|----------------------------------|----|------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------------|----|---------------------------------|----|---------------|
| | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | |
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | |

OBSERVACIONES: _____

Validez:

| | | |
|------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Aplicable | <input type="checkbox"/> No aplicable | <input type="checkbox"/> Aplicable atendiendo a las observaciones |
| Validado por: | Email: | |
| CI: | TLF: | |
| Firma: | Fecha: | |

Anexo D



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN

Quien suscribe _____
C.I. N° _____, experto en _____, mediante la presente hago constar que las técnicas e instrumento para la recolección de datos son pertinentes de ser aplicado a los estudiantes de tercer año de Educación Media General, del municipio San Diego en el estado Carabobo, del Trabajo de Grado de la Maestría en Educación Matemática presentado por la estudiante Carmen De Freitas, C.I. v-12.142.661, titulado: **“ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RAÍCES DEL TERCER AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO “LOS PRÓCERES” DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO”**; esto con la finalidad de dar continuidad y culminar su disertación para así optar al Título de Magíster en Educación Matemática. Por lo tanto, el instrumento reúne los requisitos suficientes y necesarios para ser considerado válido y apto para ser aplicados en el logro de los objetivos que se desean obtener.

Constancia que se expide a solicitud de la parte interesada a los _____ días del mes de _____ del _____.

Atentamente

C.I:



Instrumento de Validación

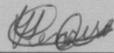
Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente cada ítem
2. Indique el nivel de pertinencia que tienen cada ítem, marque con una equis la opción que usted considere: alta, mediana, baja o ninguna
3. Marque con una equis si el ítem tiene o no coherencia en su estructura gramatical
4. Seleccione la opción que usted considere correcta, si o no induce a la respuesta el ítem evaluado
5. Si tiene alguna observación del ítem escríbalo a un lado, de ser necesario utilice los espacios en blanco de la parte de atrás pero indique el número del ítem

| ITEMS | La redacción del ítem es clara | | El ítem tiene coherencia interna | | El ítem maneja el lenguaje adecuado al nivel de aplicación | | El ítem posee pertinencia con los objetivos a medir | | El ítem mide lo que se pretende | | Observaciones |
|-------|--------------------------------|----|----------------------------------|----|------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------------|----|---------------------------------|----|---------------|
| | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | |
| 1 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 2 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 3 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 4 | | X | | X | | X | | X | | X | |
| 5 | | X | | X | | X | | X | | X | |
| 6 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 7 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 8 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 9 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 10 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 11 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 12 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 13 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 14 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 15 | X | | X | | X | | X | | X | | |

OBSERVACIONES: _____

Validez:

| <input type="checkbox"/> Aplicable | <input type="checkbox"/> No aplicable | <input checked="" type="checkbox"/> Aplicable atendiendo a las observaciones |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Validado por: <i>José TESORERO Castro</i> | | Email: <i>sigmaedu@yahoo.es</i> |
| CI: <i>V-3307303</i> | | TLF: |
| Firma:  | | Fecha: <i>27-01-2016</i> |



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



CONSTANCIA DE VALIDACION

Quien suscribe
JOSE TESORERO CASTRO C.I.
Nº V-3307303, experto en MATEMÁTICA, mediante la
presente hago constar que las técnicas e instrumento para la recolección de datos son pertinentes
de ser aplicado a los estudiantes de tercer año de Educación Media General, del municipio San
Diego en el estado Carabobo, del Trabajo de Grado de la Maestría en Educación Matemática
presentado por la estudiante Carmen De Freitas, C.I. v-12.142.661, titulado: "ANALISIS DE
LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN EL CÁLCULO DE LAS
OPERACIONES DE RAÍCES DEL TERCER AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA
GENERAL EN EL LICEO "LOS PRÓCERES" DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL
ESTADO CARABOBO"; esto con la finalidad de dar continuidad y culminar su disertación
para así optar al Título de Magíster en Educación Matemática. Por lo tanto, el instrumento
reúne los requisitos suficientes y necesarios para ser considerado válido y apto para ser
aplicados en el logro de los objetivos que se desean obtener.

Constancia que se expide a solicitud de la parte interesada a los 02 días del mes
de FEBRERO del 2016.

Atentamente

C.I. V-3307303



Instrumento de Validación

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente cada ítem
2. Indique el nivel de pertinencia que tienen cada ítem, marque con una equis la opción que usted considere: alta, mediana, baja o ninguna
3. Marque con una equis si el ítem tiene o no coherencia en su estructura gramatical
4. Seleccione la opción que usted considere correcta, si o no induce a la respuesta el ítem evaluado
5. Si tiene alguna observación del ítem escríbalo a un lado, de ser necesario utilice los espacios en blanco de la parte de atrás pero indique el número del ítem

| ITEMS | La redacción del ítem es clara | | El ítem tiene coherencia interna | | El ítem maneja el lenguaje adecuado al nivel de aplicación | | El ítem posee pertinencia con los objetivos a medir | | El ítem mide lo que se pretende | | Observaciones |
|-------|--------------------------------|----|----------------------------------|----|------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------------|----|---------------------------------|----|---------------|
| | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | |
| 1 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 2 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 3 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 4 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 5 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 6 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 7 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 8 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 9 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 10 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 11 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 12 | | X | | X | | X | | X | | X | |
| 13 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 14 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 15 | X | | X | | X | | X | | X | | |

OBSERVACIONES: _____

Validez:

| | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> Aplicable | <input type="checkbox"/> No aplicable | <input type="checkbox"/> Aplicable atendiendo a las observaciones |
| Validado por: <i>Xiomara Figueredo</i> | | Email: <i>xfavallanada@gmail.com</i> |
| CI: <i>V-12603569</i> | | TLF: <i>0426 3751112</i> |
| Firma:  | | Fecha: <i>02/02/2016</i> |



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



CONSTANCIA DE VALIDACION

Quien Xiomara Figueredo Avellaneda suscribe
Nº V-1263569, experto en E Matemática, C.I.
presente hago constar que las técnicas e instrumento para la recolección de datos son pertinentes de ser aplicado a los estudiantes de tercer año de Educación Media General, del municipio San Diego en el estado Carabobo, del Trabajo de Grado de la Maestría en Educación Matemática presentado por la estudiante Carmen De Freitas, C.I. v-12.142.661, titulado: "ANALISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RAÍCES DEL TERCER AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO "LOS PRÓCERES" DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO"; esto con la finalidad de dar continuidad y culminar su disertación para así optar al Título de Magister en Educación Matemática. Por lo tanto, el instrumento reúne los requisitos suficientes y necesarios para ser considerado válido y apto para ser aplicados en el logro de los objetivos que se desean obtener.

Constancia que se expide a solicitud de la parte interesada a los 02 días del mes de Febrero del 2016.

Atentamente

[Firma]
C.I: 12603564.



Instrumento de Validación

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente cada ítem
2. Indique el nivel de pertinencia que tienen cada ítem, marque con una equis la opción que usted considere: alta, mediana, baja o ninguna
3. Marque con una equis si el ítem tiene o no coherencia en su estructura gramatical
4. Seleccione la opción que usted considere correcta, si o no induce a la respuesta el ítem evaluado
5. Si tiene alguna observación del ítem escribalo a un lado, de ser necesario utilice los espacios en blanco de la parte de atrás pero indique el número del ítem

| ITEMS | La redacción del ítem es clara | | El ítem tiene coherencia interna | | El ítem maneja el lenguaje adecuado al nivel de aplicación | | El ítem posee pertinencia con los objetivos a medir | | El ítem mide lo que se pretende | | Observaciones |
|-------|--------------------------------|----|----------------------------------|----|------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------------------------|----|---------------------------------|----|---------------|
| | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO | |
| 1 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 2 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 3 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 4 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 5 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 6 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 7 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 8 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 9 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 10 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 11 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 12 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 13 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 14 | X | | X | | X | | X | | X | | |
| 15 | X | | X | | X | | X | | X | | |

OBSERVACIONES: _____

Validez:

| | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> Aplicable | <input type="checkbox"/> No aplicable | <input type="checkbox"/> Aplicable atendiendo a las observaciones |
| Validado por: Alejandro Contreras | Email: COMATEJ06@gmail.com | |
| Ci: 14173539 | TLF: 01120422631 | |
| Firma:  | Fecha: 05-02-2016 | |



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



CONSTANCIA DE VALIDACION

Quien Alejandro Contreras suscribe
C.I. 17173539, experto en Matemática y Física mediante la presente hago constar que las técnicas e instrumento para la recolección de datos son pertinentes de ser aplicado a los estudiantes de tercer año de Educación Media General, del municipio San Diego en el estado Carabobo, del Trabajo de Grado de la Maestría en Educación Matemática presentado por la estudiante Carmen De Freitas, C.I. v-12.142.661, titulado: "ANÁLISIS DE LOS ERRORES QUE PRESENTAN LOS ESTUDIANTES EN EL CÁLCULO DE LAS OPERACIONES DE RAÍCES DEL TERCER AÑO DE LA EDUCACIÓN MEDIA GENERAL EN EL LICEO "LOS PRÓCERES" DEL MUNICIPIO SAN DIEGO DEL ESTADO CARABOBO"; esto con la finalidad de dar continuidad y culminar su disertación para así optar al Título de Magister en Educación Matemática. Por lo tanto, el instrumento reúne los requisitos suficientes y necesarios para ser considerado válido y apto para ser aplicados en el logro de los objetivos que se desean obtener.

Constancia que se expide a solicitud de la parte interesada a los 08 días del mes de Junio del 2016.

Atentamente
Alejandro Contreras
C.I. 17173539