



Universidad de Carabobo
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Industrial



**DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE CAPACIDAD BIVARIADO
DEL SISTEMA DE MEDICIÓN CONJUNTO BLANCURA-
BRILLANTEZ DEL PAPEL HIGIÉNICO DE LUJO.**

Trabajo presentado ante la Ilustre Universidad de Carabobo para
optar al Título de Ingeniero Industrial.

Tutor Académico:

Teodoro García.

Tutor Empresarial:

José Rodolfo García.

Autores:

Br. Julymar C., Salamanca L.

C. I.:17.246.323

Br. Luis A., Villarroel Da C.

C. I.: 18.266.710

Valencia, Octubre de 2.008.



Universidad de Carabobo
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Industrial



**DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE CAPACIDAD BIVARIADO
DEL SISTEMA DE MEDICIÓN CONJUNTO BLANCURA-
BRILLANTEZ DEL PAPEL HIGIÉNICO DE LUJO.**

Tutor Académico:

Teodoro García.

Tutor Empresarial:

José Rodolfo García.

Autores:

Br. Julymar C., Salamanca L.

C. I.:17.246.323

Br. Luis A., Villarroel Da C.

C. I.: 18.266.710

Valencia, Octubre de 2.008.



Universidad de Carabobo
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Industrial



CERTIFICADO DE APROBACIÓN

Nosotros los abajo firmantes, Miembros del Jurado, designados por el Consejo de Escuela para evaluar el Trabajo Especial de Grado titulado “DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE CAPACIDAD BIVARIADO DEL SISTEMA DE MEDICIÓN CONJUNTO BLANCURA-BRILLANTEZ DEL PAPEL HIGIÉNICO DE LUJO”, realizado por el Br. Julymar C. Salamanca, C.I. 17.246.323, y el Br. Luis A. Villarroel, C.I. 18266710, hacemos constar que hemos revisado y aprobado dicho trabajo, obteniendo una calificación de DIECINUEVE (19) PUNTOS y MENCIÓN HONORÍFICA.

Prof. Teodoro García.

Tutor.

Prof. Ángel Carnevali.

Jurado.

Prof. Tomás Martínez.

Jurado



AGRADECIMIENTO.

Agradecimiento de Julymar.

Agradezco inicialmente a Dios, ya que sin el nada sería posible, por estar presente cada día de mi vida.

A la Universidad de Carabobo por ser mi casa de estudio, por formarme y brindarme los conocimientos necesarios para lograr ser un profesional integro.

Al profesor, tutor académico Ing. Teodoro García, por el apoyo, la ayuda y la dedicación brindada para culminar con éxito este trabajo especial de grado.

Al Ing. José Rodolfo García, tutor empresarial, por todo su apoyo, paciencia y contribución.

A toda mi familia en general porque cada uno de ellos ha contribuido en la realización de mis metas.

A todos mis amigos y hermanos con los que he compartido y vivido hasta ahora los mejores años de mi vida.

Julymar Salamanca.



Agradecimiento de Luis.

Primeramente me gustaría agradecer a mis padres, por su apoyo en todos los aspectos posibles, fueron los pilares fundamentales para la construcción de mi carrera, sin su apoyo no hubiese sido posible para mí alcanzar esta gran meta. No encontraré manera para agradecerles lo suficiente todos los sacrificios que hicieron por mí.

A mi tutor académico Teodoro García por ser una fuente inagotable de conocimientos y a la ilustre Universidad de Carabobo, quienes me permitieron llevar a cabo este trabajo de grado.

A mi hermana, gracias por la paciencia y por tu apoyo, aún en tu silencio se que estás orgullosa de mi.

A mi “mamabuelita” por todo ese cariño y amor, por estar siempre al pendiente de mí y de mi carrera, entendiendo que todos los momentos de ausencia fueron para ver juntos este día.

A toda mi familia, mis tíos, tías, primos y primas; gracias por todo el apoyo.

A Elisa, Jose Antonio, July, Annita, Jose Ángel, Jose Manuel, Débora, Dahyi, David y a todos mis amigos con los que compartí tantos años en la universidad, y que siempre estuvieron junto a mí en las buenas, las malas y en las peores, dándome fuerza y ánimo siempre que fué necesario.



DEDICATORIA.

Dedicatoria de Julymar.

A mis padres Luis A. Salamanca. y Aixa L. Liendo, ya que gracias a ellos soy lo que soy hoy en día. Les dedico todo el empeño y esfuerzo utilizado para el logro satisfactorio de este trabajo especial de grado.

A mis familiares, amigos y seres queridos que de una u otra forma han influido en mi vida.

Julymar Salamanca.



Dedicatoria de Luis.

Éste trabajo está dedicado a tu memoria papá, que aunque ya no estés conmigo físicamente, me has guiado a lo largo de todo este largo camino hasta llegar a este día en donde veo realizado mi sueño, nuestro sueño, espero que en donde sea que te encuentres estés muy orgulloso de mí, no hay cosa que anhele más que tenerte a mi lado y compartir contigo este momento y hacerte saber que este triunfo es tanto tuyo como mío. “Por Ti Lucharé”.

Luis Antonio Villarroel



ÍNDICE DE CONTENIDO.

Contenido.	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. LA EMPRESA	
1.1. Ubicación de la Empresa.	6
1.2. Organización de la Empresa.	7
1.3. Proceso Productivo.	10
1.3.1. Planta de Molinos.	10
1.4. Productos Fabricados.	17
1.5. Mercado.	20
1.6. Misión de la Empresa.	20
1.7. Visión de la Empresa.	21
1.8. Política de la Empresa.	21
1.9.2. Objetivos Específicos de la Empresa.	22
1.9.1. Objetivo General de la Empresa.	22
1.9.2. Objetivos Específicos de la Empresa.	22
CAPÍTULO II. EL PROBLEMA.	
2.1. Planteamiento del Problema.	24
2.2. Objetivos del Estudio.	26



2.2.1. Objetivo General.	26
2.2.2. Objetivos Específicos.	26
2.3. Alcance de la Investigación.	26
2.4. Limitaciones.	27
2.5. Justificación.	27
CAPÍTULO III. MARCO TEÓRICO.	
3.1. Antecedentes.	30
3.1.1. Trabajos Anteriores de Relevancia.	30
3.2. Generalidades Estadísticas.	32
3.2.1. Diagrama de Dispersión.	32
3.2.2. Análisis de Correlación.	32
3.2.2.1. Tamaño Muestral para la Significación del Coeficiente de Correlación.	36
3.2.3. Análisis de Varianza (ANOVA).	37
3.2.4. Análisis Multivariante de Varianzas (MANOVA).	39
3.2.4.1. Prueba del Estadístico Λ de Wilks.	39
3.2.4.2. Prueba Estadística de Roy.	42
3.2.4.3. Prueba Estadística de Pillai.	43
3.2.4.4. Prueba de Lawley-Hotelling.	44
3.2.5. Distribución Normal Multivariante.	44



3.2.5.1. Propiedades Fundamentales.	45
3.2.5.2. Prueba de Mardia.	46
3.3 Sistemas de Medición.	49
3.3.1. Sistemas Univariantes de Medición.	49
3.3.2. Sistemas Multivariantes de Medición.	50
3.4. Estudios de Repetibilidad & Reproducibilidad.	52
3.4.1. Métodos para la Determinación de R&R.	54
3.4.1.1. Método de Análisis de Medias y Rangos.	54
3.4.1.2. Método de ANOVA para Análisis de Estudios R&R.	55
3.4.1.3. Método de MANOVA para Análisis de Estudios R&R.	57
3.5. Criterios de Aprobación para Sistemas de Medición.	62
3.5.1. Razón Precisión-Tolerancia.	63
3.5.2. Razón Señal-Ruido.	66
3.5.3. Porcentaje R&R.	68
CAPÍTULO IV. MARCO METODOLÓGICO.	
4.1. Forma y Tipo de la Investigación.	72
4.2. Diseño de la Investigación.	73
4.3. Recolección de la Data.	73
4.4. Análisis de la Data.	79



4.5. Análisis del Sistema de Medición.	80
--	----

CAPÍTULO V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

5.1. Data Recolectada.	84
------------------------	----

5.2. Análisis Exploratorio de Datos.	86
--------------------------------------	----

5.2.1. Análisis de Distribución Conjunta de las Variables.	86
--	----

5.2.2. Evaluación del Coeficiente de Correlación.	88
---	----

5.2.3. Evaluación de Normalidad Multivariante.	89
--	----

5.3. Análisis del Sistema de Medición.	89
--	----

5.3.1. Determinación del Estadístico Λ de Wilks.	89
--	----

5.3.2. Determinación de los Índices de Capacidad para el Sistema de Medición.	93
---	----

CONCLUSIONES.	101
----------------------	------------

RECOMENDACIONES.	103
-------------------------	------------

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	104
------------------------------------	------------



ÍNDICE DE TABLAS.

Nº de Tabla.	Nombre de la Tabla.	Pág.
Tabla 4. 1	Estudio Sobre los Requerimientos de los Clientes.	75
Tabla 5. 1	Datos de Brillantez-Blancura para estudio R&R.	80
Tabla 5. 2	Correlación entre las variables blancura y brillantez.	84
Tabla 5. 3	Totales para Brillantez.	90
Tabla 5. 4	Totales para Blancura.	91
Tabla 5. 5	Términos de Matriz H_A .	91
Tabla 5. 6	Términos de Matriz H_B .	92
Tabla 5. 7	Términos de Matriz H_{AB} .	92
Tabla 5. 8	Términos de Matriz E .	92
Tabla 5. 9	Matriz MSP .	93
Tabla 5. 10	Matriz MSO .	94
Tabla 5. 11	Matriz $MSPO$.	94
Tabla 5. 12	Matriz MSE .	95
Tabla 5. 13	Matriz Varianza-Covarianza del Factor Parte.	95
Tabla 5. 14	Matriz Varianza-Covarianza para el Error por el Factor Operador.	95



Tabla 5. 15	Matriz Varianza-Covarianza para el Error por el Factor Interacción Parte-Operador.	96
Tabla 5. 16	Matriz Varianza-Covarianza del Error de Medición.	96
Tabla 5. 17	Matriz Varianza-Covarianza para el Error del Sistema de Medición.	98
Tabla 5. 18	Matriz Varianza-Covarianza de los Valores Medidos.	98
Tabla 5. 19	Autovalores para las Matrices Varianza-Covarianza.	99
Tabla 5. 20	Resumen de Índices de Capacidad.	99
Tabla 5. 21	Síntesis de Conclusiones.	100



ÍNDICE DE FIGURAS.

Nº de Fig.	Nombre de la Figura.	Pág.
Figura 1. 1	Ubicación de la Empresa.	6
Figura 1. 2	Área de Oficinas Administrativas.	7
Figura 1. 3	Organigrama de la empresa	9
Figura 1. 4	Bobinado de Papel (Molinos).	15
Figura 1. 5	Almacén de productos terminados.	16
Figura 1. 6	Zona de carga y despacho de productos.	16
Figura 1. 7	Productos Fabricados.	18
Figura 1. 8	Productos Fabricados (Continuación).	19
Figura 4. 1	Bobina	73
Figura 4. 2	Doblado de Muestras.	73
Figura 5. 1	Gráfico de Dispersión Blancura-Brillantez.	83
Figura 5. 2	Gráfico de Porcentajes de Contribución a la Variabilidad Total para la Variable Brillantez.	97
Figura 5. 3	Gráfico de Porcentajes de Contribución a la Variabilidad Total para la Variable Blancura.	97



Universidad de Carabobo
Facultad de Ingeniería
Escuela de Ingeniería Industrial



DETERMINACIÓN DEL ÍNDICE DE CAPACIDAD BIVARIADO DEL SISTEMA DE MEDICIÓN CONJUNTO BLANCURA- BRILLANTEZ DEL PAPEL HIGIÉNICO DE LUJO.

Tutor:

Teodoro García.

Autores:

Julymar C. Salamanca.

Luis A. Villarroel

RESUMEN.

El papel higiénico de lujo esta dentro de la clasificación de los productos de consumo masivo, y en virtud de esto debe ser un producto rigurosamente controlado, este producto posee una serie de variables de calidad asociadas tales como fuerza, blancura, brillantez, suavidad; entre otras. La blancura resulta una característica fácilmente apreciable, por ello forma parte de los principales criterios en el momento de que el cliente elige el producto ya que el mismo lo asocia con higiene, la blancura está relacionada con la brillantez ya que a mayor brillantez mayor blancura visual. El control de estas variables se realiza en el laboratorio de gestión de la calidad mediante el uso de un equipo altamente sensible de marca Data color modelo CS5, en vista de esto los procedimientos deben ser estandarizados. Es imprescindible contar con un sistema de medición que sea capaz de monitorear el proceso de manera correcta, sin que su variabilidad afecte de manera significativa al valor real. Esta investigación tiene como finalidad evaluar el sistema de medición que determina la blancura y la brillantez del papel higiénico de lujo, tomando en cuenta la correlación existente entre ellas. Para evaluarlo se procedió a determinar los índices de capacidad para sistemas de medición multivariante, porcentaje **R&R**, razón señal-ruido y razón precisión-tolerancia. El sistema de medición no resultó apropiado para monitorear el proceso, ya que el índice principal (PTR) se encuentra cercano al límite de rechazo, esto indica que la calidad del sistema de medición es marginal, además de esto no cumple con los criterios de aceptación para los índices complementarios (R&R y SNR).

Palabras Claves: Sistema de medición, índices de capacidad, reproducibilidad, repetibilidad, blancura, brillantez.



INTRODUCCIÓN.

Las empresas están en constante búsqueda de controlar su proceso con la finalidad de ofrecer a sus clientes un producto de excelente calidad, por esta necesidad surgen los procesos de medición, los cuales permiten poseer datos que, transformados en información, pueden ser útiles a la hora de tomar decisiones. Un sistema de medición es un conjunto de operaciones, procedimientos, equipos de medición, software y personal utilizado para asignar un valor a una característica da calidad. Este tipo de sistema tendrá un comportamiento ideal cuando no perturbe la variabilidad del proceso, ya que debe ser capaz de dar una idea acertada del comportamiento del mismo, es decir, la variabilidad del sistema de medición debe ser muy pequeña en comparación a la del proceso evaluado.

Debido a la importancia de mantener el proceso monitoreado y el papel que juega el sistema de medición dentro de éste control, se deben realizar estudios estadísticos para determinar cuáles elementos componen la variabilidad observada al medir la característica de calidad en estudio.

Cuando la variabilidad del sistema de medición y la variabilidad real del proceso productivo no son significativamente diferentes se afirma que el proceso de medición es capaz. Ésta capacidad puede extenderse a un problema donde se desea controlar más de una variable en cuyo caso se hablará de una capacidad conjunta del sistema de medición.



Esta investigación tiene como finalidad determinar la capacidad del sistema de medición conjunto blancura-brillantez del papel higiénico de lujo en una empresa papelería. Se utilizaron criterios de aprobación multivariante ya que se encontró una alta correlación entre las características de calidad estudiadas.

Este Trabajo Especial de Grado consta de 5 Capítulos: El Capítulo I el cual lleva como título “La Empresa” presenta la reseña histórica de la empresa y sus procesos productivos, organización, objetivos y los diferentes productos que se fabrican, el Capítulo II, muestra el problema que fue objeto de estudio, los objetivos perseguidos y las razones que justificaron la realización y las limitaciones asociadas; en el Capítulo III: se exponen las bases teóricas en las que se fundamentó el proyecto, además, de los antecedentes que aportaron al desarrollo de la investigación. El Capítulo IV, definido como “Marco metodológico” proporciona una síntesis del camino seguido para el desarrollo de la investigación. En el Capítulo V, titulado “Resultados y Discusión” se presentan los resultados obtenidos y se hace una breve análisis.

Por último se presentan las conclusiones y recomendaciones con el propósito de obtener el mayor aprovechamiento de las mismas.



CAPÍTULO I

LA EMPRESA



PAPELES VENEZOLANOS C.A. (PAVECA) es una de las pioneras y principales productoras de papel “Tissue”, un tipo de papel suave al tacto, de América Latina, dividiendo su producción en seis categorías: Papel Higiénico, Faciales, Servilletas, Papel para Envolver, Jumbo Roll, Tonel Roll con sus respectivos dispensadores.

PAVECA fué fundada en febrero de 1953, pero no es sino hasta 1956 cuando inicia sus operaciones consolidándose al unirse a dos compañías de gran importancia; la primera de ellas KRUGER, la cual representa la mayor empresa privada del mundo dedicada a la fabricación de papel periódico y la segunda TAMAYO & CIA, empresa fundada en Caracas en 1905, siendo hoy en día una de las más importantes firmas dedicadas a la fabricación de productos alimenticios y de primera necesidad del país.

PAVECA comenzó a operar con un solo molino. En la actualidad cuenta con cinco molinos capaces de producir 106.000 toneladas anuales de papel; también cuenta con 21 celdas convertidoras que pueden producir anualmente 5,4 millones de cajas de papel higiénico, 3,01 millones de cajas de faciales, toallas, servilletas y papel para envolver y con expectativas de llegar en un lapso de diez años a producir 7,43 millones de cajas de papel higiénico y 5,8 millones de cajas de los otros productos, para de esta manera afianzarse en el mercado venezolano. Igualmente brinda empleo a más de 1.662 trabajadores; es líder en el mercado nacional en la fabricación y ventas de este tipo de productos.



En cuanto a facilidades industriales se refiere, la empresa cuenta con tres turbinas para la autogeneración de la electricidad, con calderas para la generación de vapor utilizado en el secado del papel y otros usos. Para el tratamiento de las aguas cuenta con tres sistemas de limpieza denominados clarificadores, los cuales se encargan de separar el agua del lodo por medio de sedimentación, para así aprovechar esta agua clarificada en el proceso nuevamente. PAVECA, a través de los años se ha convertido en la primera empresa en exportaciones no tradicionales, comercializando un 30% de su producción en el Caribe, USA, Inglaterra y Suramérica.

PAVECA además, cuenta con empresas filiales, como es el caso de la empresa Desarrollos Forestales San Carlos S.A (DEFORSA), quien cumple con el objetivo de desarrollar bosques de “Eucalyptus” para ser utilizados como materia prima para la producción del papel.

1.1. UBICACIÓN DE LA EMPRESA.

PAVECA está ubicada en la Carretera Nacional Guacara – San Joaquín, Estado Carabobo, un importante centro industrial situado a 150 Km de Caracas, a sólo 16 Km de Valencia, tercera ciudad en importancia del país, así como también a 70 Km de Puerto Cabello, lo cual facilita las exportaciones a través de este importante puerto venezolano.

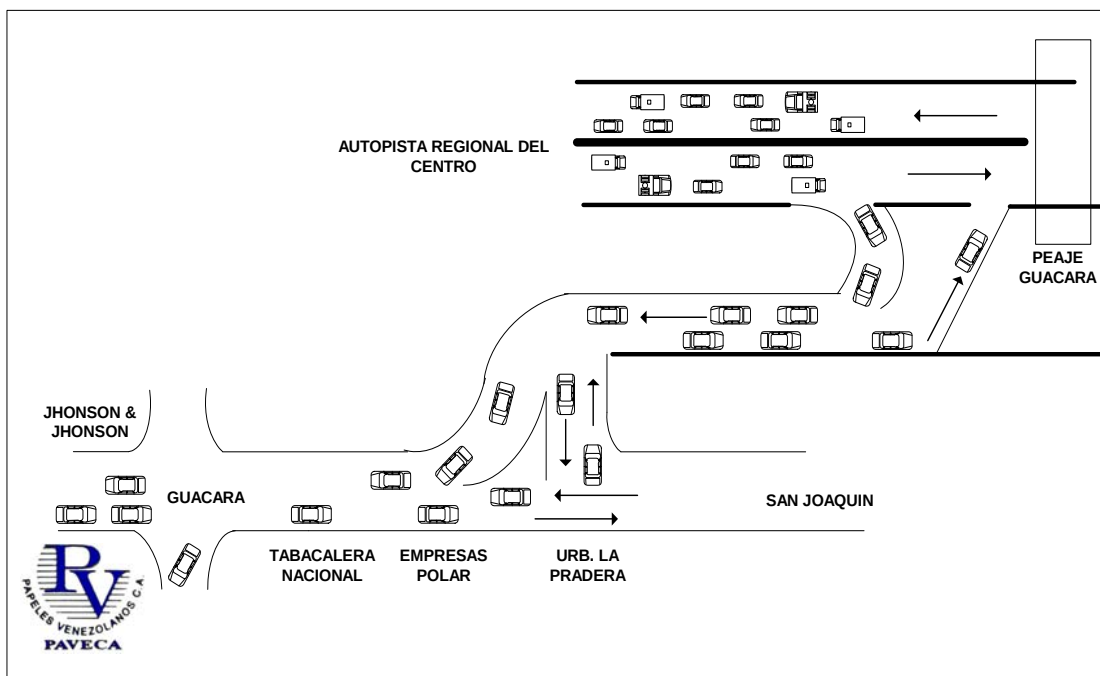


Figura 1. 1. Ubicación de la Empresa.



1.2. ORGANIZACIÓN DE LA EMPRESA.

PAVECA cuenta con una estructura organizativa bien definida, de una manera jerárquica; es decir, los cargos están ubicados según su nivel de autoridad y responsabilidad. Esta muestra las relaciones entre los diferentes niveles de mando, las cuales a su vez se encuentran divididos en diferentes departamentos. El organigrama de la empresa está conformado por un Presidente Ejecutivo o Gerente General, Vicepresidencia de Operaciones, Vicepresidencia de Asuntos Institucionales y Ambientales, Dirección de Recursos Humanos, Dirección de Ventas, Dirección de Mercadeo, Vicepresidencia de Administración y Finanzas, Gerencia de Operaciones Forestales, las cuales tienen a su cargo las diferentes Gerencias que integran la organización.

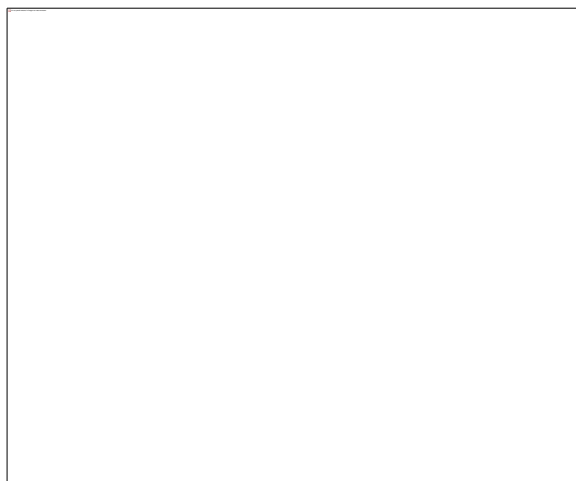


Figura 1. 2. Área de Oficinas Administrativas.



También está constituida por la Gerencia de Planta, de Compras, la Dirección de Recursos Humanos, Dirección de Ingeniería y Proyectos, en donde fué asesorada la investigación, Dirección de Logística y Planificación, Logística de Productos Terminados, Transporte, Protección de Planta, Fibra Secundaria, Conversión, Control de Calidad y Gerencia de DEFORSA, quienes reportan a la Vicepresidencia de Operaciones (ver figura 1.3).

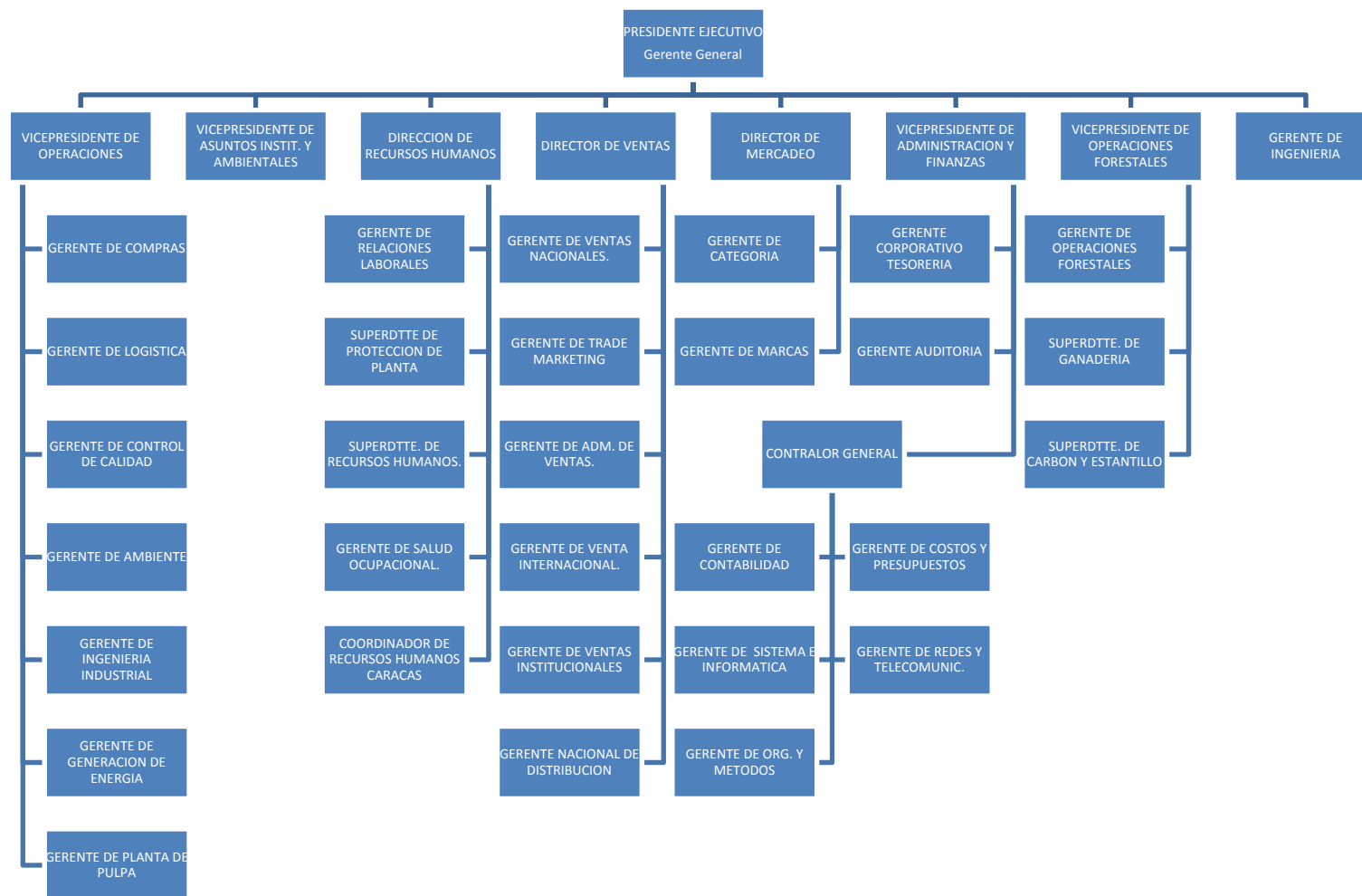


Figura 1. 3. Organigrama de la empresa.



1.3. PROCESO PRODUCTIVO.

El proceso productivo de la empresa tiene sus inicios en el patio de madera; donde se encuentran almacenados los troncos en su mayoría de eucaliptus en condiciones optimas para ser procesados; y finaliza en el almacén de producto terminado, donde el papel ya está listo para la venta. La empresa cuenta con 3 plantas; Planta de pulpa y destintado, molinos y conversión. En planta de pulpa se procesan los troncos hasta ser convertidos en pulpa blanqueada, esta planta está constituida por 3 áreas; impregnación química, refinación y blanqueo; cabe destacar que destintado trabaja solo con fibra secundaria, es decir, papel reciclado. Luego está la planta de molinos en donde la pulpa ya blanqueada es procesada por los molinos hasta obtener bobinas de papel tissue; que luego adoptaran la forma y el tamaño acorde a los requerimientos del cliente en la planta de conversión, para luego ser empaquetada y almacenada.

1.3.1. PLANTA DE MOLINOS.

El proceso productivo que se lleva a cabo en la planta de molinos es descrito a continuación:

- **Recepción de Materia Prima.**

El proceso de elaboración de papel comienza desde el área de recepción de materia prima en donde la pulpa se puede recibir de varias fuentes:



- De fábricas ajenas a la empresa (Proveedores).
- De fábricas integradas a la empresa (Planta de Pulpa).

- **Pulpadoras.**

Una vez que se tiene la materia prima, ésta se mezcla con agua y ciertos químicos (promotores de carga, que permiten estabilizar la carga iónica, ya que afectan directamente la separación de la hoja de papel del secador o preparan el camino para la mejor eficiencia de otros químicos del proceso) en unas pulpadoras, pasando luego al sistema de limpieza.

- **Sistema de Limpieza.**

El sistema de limpieza tiene como objetivo extraer la mayor cantidad de contaminantes presentes en la pasta tratada por las pulpadoras 813, 815 y 816. El proceso de limpieza se inicia cuando la pasta pasa por unos orificios de diámetro 9,525 mm (3/8”) ubicados en el fondo de las pulpadoras donde quedan atrapados los contaminantes con un diámetro mayor, los cuales son removidos por los operarios una vez vaciadas las pulpadoras.

La pasta que pasa por los orificios se almacena en unos tanques mezcladores en donde se tiene la formulación estandarizada del papel que se está elaborando.



- **Acumuladores y Tanques Surtidores.**

La pasta aceptada por todas las etapas de limpieza continúa hacia unos acumuladores de pulpa denominados “DECKERS”, donde es secada y almacenada en los tanques surtidores de los molinos 1, 2, 3 y 4 a través de tuberías y del molino 5 cuando sea necesario. Todo este conjunto de pulpadoras y sistema de limpieza es denominado “Sistema de Preparación de Pasta 813-815-816”.

- **Refinador.**

La pasta proveniente del tanque surtidor pasa a un refinador, el cual mediante un tratamiento mecánico, provoca en la fibra modificaciones morfológicas y se rompen parcialmente las paredes primarias y secundaria externa. Igualmente aumenta la superficie específica y el volumen específico dependiendo del gramaje del papel a elaborar.

- **Caja de Sobre flujo.**

Del refinador, la pasta pasa a una caja de sobre flujo con la finalidad de asegurar un flujo regular de suspensión fibrosa, caudal, consistencia y proporción constante. A esta pasta se le añade agua y luego esta mezcla pasa por un sistema de eliminación de impurezas (pesadas y voluminosas) denominada “PANTALLA”, luego continúa el recorrido hacia la caja de presión o caja de entrada de la máquina papelera. Aquí culmina la fase



húmeda del proceso. Esta caja se encarga de suministrar un chorro de suspensión de geometría laminar y tiene como función:

- Repartición homogénea de la pasta fibrosa a todo lo ancho de la tela de la máquina.
- Imprimir el chorro velocidad y presión definida por gravedad y estable a lo ancho.
- Permitir ajustes del ángulo de incidencia del chorro.

- **Sección Seca del Proceso.**

Una vez que la pasta fibrosa queda extendida sobre la tela, a la misma se le realiza un proceso de filtración de agua de forma continua o discontinua mediante presión, quedando de esta manera las fibras entrelazadas y evitando así que se tapen los poros de la tela para que la pasta no se adhiera a ella; de lo contrario, el papel sale con defectos. El agua filtrada es enviada al recuperador “Save-All” ubicado en la parte superior del tanque principal, con la finalidad de recuperar la fibra existente en ella. A este nivel comienza la fase seca del proceso de fabricación de papel.

- **Sistema de Prensas.**

Después que la hoja ha pasado por este proceso de filtración, se somete a presión con fieltros entre prensas cilíndricas. Parte del agua pasa al fieltro llegándose a sequedades de 40 %; en el fieltro, se inyecta presión de vacío de manera que la hoja de papel se suspenda adherida al fieltro.



La hoja entra en contacto con los cilindros de fundición (Secador “YANKEE”) donde se termina de eliminar el agua utilizando vapor sobrecalentado, hasta alcanzar sequedades de 90 - 95 %. Por otra parte, también se cuenta con un sistema de condensado que opera a través de un intercambiador de calor, en el cual se recupera vapor que es introducido nuevamente al secador “Yankee” y el agua obtenida es enviada a un sistema generador de vapor. A este cilindro se le inyecta a presión compuestos químicos como la resina y el “reléase”, para adherir y separar la hoja respectivamente.

- **Bobinado del Papel.**

Una vez terminado el secado en el “Yankee” (cilindro de vapor), la hoja de papel es separada del mismo a través de cuchillas, dispuestos con una inclinación específica para iniciar la etapa de bobinado. La etapa de bobinado consiste en recoger la hoja de papel secada directamente del secador Yankee y realizar un bobinado a velocidad específica hasta obtener bobinas de papel seco semi-elaborado (ver figura 1.4).

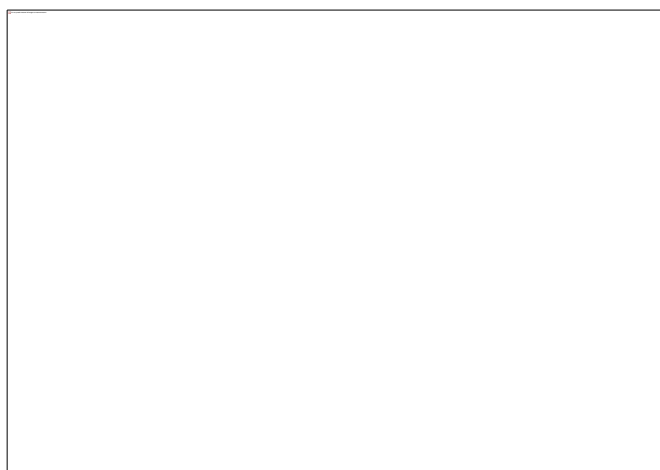


Figura 1. 4. Bobinado de Papel (Molinos).

Ya terminada la bobina de papel semi-elaborado de cada molino, se procede a transformar el papel en el producto elaborado en la presentación específica para cada caso.

Una vez convertido el papel en las distintas presentaciones comercializadas por PAVECA, C.A. el producto final es llevado al almacén de producto terminado en donde es despachado a cada cliente según sea la demanda (ver figura 1.5 y figura 1.6).



Figura 1. 5. Almacén de productos terminados.



Figura 1. 6. Zona de carga y despacho de productos.



1.4. PRODUCTOS FABRICADOS.

Papeles Venezolanos, C.A. cuenta con una extensa gama de productos en el mercado abarcando desde servilletas hasta papel higiénico, pasando desde un papel de clase económica hasta uno de lujo. En el siguiente cuadro se muestran los diferentes productos fabricados (ver figura 1.7).

PRODUCTO.	TIPO	DESCRIPCIÓN	FOTO
FACIALES	Suave 48.	Estuche decorativo de 100 pañuelos blancos doble hoja de 216 x 216 mm	
	Suave 72.	Estuche decorativos de 100 pañuelos blancos doble hoja de 165 x 216 mm,	
	Suave Cubo.	Estuches decorativos en forma de cubo de 75 pañuelos blancos doble hojas de 216 x 216 mm	
	Rosal De Bolsillo.	Paquetes de 10 pañuelos blancos doble hoja de bolsillo	
HIGIENICOS	Suave Ultrasoft	Papel Higiénico blanco de 300 hojas dobles de 109 x 101 mm, suavidad Premium	
	Sedita	Papel higiénico blanco de 300 hojas dobles por rollo de 101 x 114 mm	
	Rosal económico	papel rosado de 300 hojas dobles por rollo de 101 x 114 mm	
	Rosal plus	Papel blanco de 300 hojas dobles por rollo de 101 x 114 mm	
	Spring Soft	Papel blanco de 200 hojas dobles por rollo de 101 x 114 mm	
	Perla	Papel de 300 hojas sencillas de 101 x 114 mm	
	Rosal Chamo.	Papel blanco de 300 hojas dobles por rollo de 101 x 114 mm	
TOALLAS	Toallas de 1 rollo	Toalla blanca de 60 hojas dobles de 280x203 mm por rollo.	

Figura 1. 7. Productos Fabricados.

PRODUCTO.	TIPO	DESCRIPCIÓN	FOTO
SERVILLETAS	Servilletas De Lujo	Doble hoja de lujo de 380 x 380 mm	
	Servilletas Hoja Sencilla De Mesa	blancas de mesa de 340 x 340 mm	
	Mini Napkins	blancas de mesa 248 x 250 mm	
	Z Grande	hoja sencilla de 178 x 340 mm	
	Cafeteria Grande	hoja sencilla de 178 x 340 mm	
PAPEL PARA ENVOLVER	Papel Escudo	Papel de 780 hojas cada caja presentadas en bultos de 4 paquetes	

Figura 1. 7. Productos Fabricados (Continuación).



1.5. MERCADO.

Los diferentes tipos de papel higiénico que produce PAVECA están presentes en miles de hogares en toda Venezuela, lo que quiere decir que sus productos están distribuidos por todo el territorio nacional. Además de producir bobinas de semi-elaborado para la exportación llegando desde las Antillas hasta Europa. PAVECA, es la empresa líder en la comercialización de papel higiénico y domina gran parte del mercado con más de un 60% de la demanda de este producto en todo el país. Entre los clientes de PAVECA se encuentran: Makro, Central Madeirense, Farmatodo, Supermercados CADA, Productos institucionales, Antillas Paper y la Red Nacional de Abastos.

1.6. MISIÓN DE LA EMPRESA.

De acuerdo a fuentes internas de la organización “Mantener elevados niveles de calidad de los productos a plena satisfacción de los clientes con el mejoramiento continuo de las prácticas operativas y organizacionales de nuestra empresa fortaleciendo la investigación, análisis y desarrollo de la industria papelera en el país para garantizar una fuente segura de trabajo estable.”



1.7. VISIÓN DE LA EMPRESA.

“Proporcionar para sus operaciones el autoabastecimiento de la materia prima en un período de diez años, incrementando y desarrollando sus plantaciones forestales, así como también mantener sus niveles operativos que le sustenten como líder del mercado en la industria.”

1.8. POLÍTICA DE LA EMPRESA.

“Mantener una organización actualizada mediante estrategias de vanguardia que garanticen un desarrollo integral de sus miembros, para obtener una rentabilidad adecuada a través de incrementos continuos de productividad, óptima calidad de los productos a la entera satisfacción de los clientes tanto a nivel nacional como internacional.”

Entre los certificados obtenidos por la empresa, se pueden mencionar: Certificado para Control Estadístico de Procesos, otorgado por PIRA, un organismo internacional para Laboratorio de Canadá; La Normativa de Procedimientos y Estándares definidos en fabricación de papel y cartón, otorgado por TAPPI, un organismo internacional de los Estados Unidos; y en el año que transcurre, PAVECA está trabajando para obtener la certificación de calidad bajo las normas ISO 9000.



1.9. OBJETIVOS ESTRATÉGICOS DE LA EMPRESA.

1.9.1. OBJETIVO GENERAL DE LA EMPRESA.

“Lograr una mayor productividad, optimizando la fabricación, mercadeo y ventas de papel tissue.”

1.9.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA EMPRESA.

- Fabricar los productos con mejor calidad.
- Desarrollar e incrementar las plantaciones de pinos y eucaliptos a fin de proveer en su totalidad la madera necesaria para la elaboración de la pulpa.
- Fabricar la pulpa de fibra corta para la elaboración del papel.
- Disminuir la dependencia de los proveedores del exterior.
- Aumentar la competitividad tanto en el mercado interno como en el externo.



CAPÍTULO II

EL PROBLEMA



En esta sección se da a conocer el problema estudiado, incluyendo el objetivo general y los específicos. También se presentan las razones que justifican la investigación, así como sus limitaciones y el alcance de la misma.

2.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los consumidores dentro de cualquier mercado esperan recibir siempre un producto o servicio de excelente calidad y que satisfaga sus necesidades; es por esto que las empresas dentro de todo sector industrial, especialmente aquellas que se dedican a la elaboración de productos de consumo masivo, deben mantener en constante innovación su proceso productivo y mantenerlo controlado mediante un seguimiento continuo. Este es el caso de la industria papelera, la cual abarca en nuestro país desde la producción de pulpa hasta la elaboración de papel y otros productos derivados, siendo los principales sectores que conforman esta industria: tissue, impresión y escritura, envases y envolturas, cartulinas industriales y corrugados.

PAVECA es una de las principales empresas productoras de papel en el sector tissue en Venezuela; y que en estos momentos se encuentra en búsqueda de la certificación ISO 9001:2000, cuyo objetivo principal es lograr la satisfacción del cliente mediante el suministro de productos que cumplan con sus requerimientos; para dar esta garantía la organización debe planificar e implementar los procesos de seguimiento, análisis y mejora que



sean necesarios. Este seguimiento debe hacerse a toda la gama de productos elaborados por la empresa, en especial al papel higiénico debido a su elevado porcentaje de participación en el mercado.

Uno de los principales criterios que influyen al consumidor al momento de seleccionar un papel higiénico es su blancura; la cual se encuentra estrechamente relacionada a la brillantez ya que a mayor brillantez, mayor blancura visual (percibida por el ojo humano), por ello el control de estas características debe ser primordial para la organización. La empresa cuenta con los equipos necesarios para la medición de estas dos variables, los cuales son altamente sensibles, esto sumado a las propiedades físicas del papel que hacen que su superficie no sea totalmente uniforme hacen necesario la normalización del procedimiento para efectuar dicha medición y además evaluar las fuentes de variabilidad presentes, lo cual incluye la variabilidad del producto, del instrumento y de los operadores; es necesario además determinar en qué cantidad afecta la variabilidad asociada al error de medición a la lectura real y en función de esto concluir si el sistema de medición y las condiciones en las que se aplica están en la capacidad de monitorear el proceso.



2.2.OBJETIVOS DEL ESTUDIO.

2.2.1. OBJETIVO GENERAL.

Determinar el índice de capacidad bivariado del sistema de medición conjunto blancura-brillantez del papel higiénico de lujo.

2.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Identificar las variables involucradas en el sistema y los factores asociados a las características de calidad del papel higiénico de lujo.
- Realizar un análisis estadístico exploratorio de las variables involucradas en el sistema.
- Determinar los índices de capacidad relacionados con el sistema de medición.
- Analizar el sistema de medición mediante los índices de capacidad.

2.3.ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN.

La investigación se desarrolló en el Laboratorio de Gestión de la Calidad de Planta de Molinos en el equipo Data color CS-5; el cual es utilizado para medir la blancura y la brillantez del papel, y específicamente cuando se trata del papel higiénico de lujo.



2.4.LIMITACIONES.

La principal limitante en la elaboración de esta investigación fué el tiempo, debido a que se debieron cumplir los periodos otorgados, tanto por la empresa, como por la universidad.

2.5.JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO.

Actualmente PAVECA se encuentra en la búsqueda de la certificación ISO 9001:2000 para lo cual, de acuerdo con el objetivo de la norma, la organización debe demostrar su capacidad para la proporción de productos con un alto nivel de calidad que logren la satisfacción de los requisitos del cliente.

La empresa debe también planificar e implementar los procesos que sean necesarios para alcanzar resultados en cuanto a los requisitos del cliente, de igual forma debe llevar un seguimiento de estos procesos e informar sobre los resultados, y posteriormente tomar las acciones necesarias para un mejoramiento continuo de los mismos.

La blancura y la brillantez son indicadores de la calidad del papel, y son características que están a la simple vista del consumidor, el cliente asocia la blancura con higiene, es por ello que resulta conveniente para la organización el estudio de la capacidad del sistema de medición que les



permita determinar si se está haciendo un monitoreo correcto del proceso y de esta manera controlar el proceso eficazmente.



CAPÍTULO III

MARCO TEÓRICO



3.1. ANTECEDENTES.

3.1.1. TRABAJOS ANTERIORES DE RELEVANCIA.

En el estudio realizado se encontraron distintos trabajos de investigación sobre la determinación de la capacidad de sistemas de medición, relacionados a la industria automotriz y papelera.

- **Karl Majeske (2008);** “Approval criteria for multivariate measurement systems” o “Criterios de aprobación para sistemas de medición multivariantes”, el objetivo de esta investigación es demostrar el uso del modelo multivariante para evaluar un sistema de medición. Este trabajo permite establecer una metodología clara acerca del uso del MANOVA en los casos donde las variables de salida están correlacionadas.
- **Richard Burdick; Connie Borrer; Douglas Montgomery (2003);** “A review of methods for measurement systems capability analysis” o “Una revisión de los métodos para el análisis de capacidad de los sistemas de medición”, esta investigación sugiere el ANOVA como un método eficiente para analizar los sistemas de medición. El aporte de esta investigación sobre el trabajo planteado se verá reflejado en el uso del ANOVA para medir la capacidad del sistema de medición y permite hacer una comparación entre los diferentes diseños de análisis de varianza y ajustar al caso de estudio.



- **Teodoro García; Carmen Montero; Vanessa Ruiz; José García** (2008); “Capacidad del sistema de medición para valorar la blancura del papel higiénico de lujo”, la finalidad de este trabajo es evaluar que tan capaz es el sistema de medición para determinar la blancura del papel higiénico de lujo. Esta investigación forma parte de la base del trabajo a realizar, a pesar de ser univariado establece una metodología clara para el diseño de experimentos a realizar.



3.2. GENERALIDADES ESTADÍSTICAS.

3.2.1. DIAGRAMA DE DISPERSIÓN.

La distribución conjunta de dos variables puede expresarse gráficamente mediante un diagrama de dispersión que resulta una forma sencilla de definir si existe o no una relación causa efecto entre dos variables y que tan firme es esta relación. El Diagrama de Dispersión es de gran utilidad para la solución de problemas de la calidad en un proceso y producto, ya que nos sirve para comprobar que causas (factores) están influyendo o perturbando la dispersión de una característica de calidad o variable del proceso a controlar.

3.2.2. ANÁLISIS DE CORRELACIÓN.

De acuerdo con Martínez Garza y Castillo Morales (1987), el modelo de regresión simple posee la característica de que: para un valor particular de una variable fija X , se observa el valor y que toma una variable aleatoria, Y . En ocasiones, sin embargo, las observaciones consisten de valores (x, y) , de una pareja de variables aleatorias (X, Y) ; es decir, las observaciones son realizaciones de una variable aleatoria bivariada (X, Y) . Para el problema de la correlación se supone que existen los siguientes valores esperados:

$$\begin{aligned} E(X - \mu_x) &= 0; E(Y - \mu_y)^2 = \sigma_y^2 > 0 \text{ y} \\ E[(X - \mu_x) \times (Y - \mu_y)] &= \sigma_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

Donde; $\mu_x = E(X)$, $\mu_y = E(Y)$ y σ_{xy} toma valores dentro del conjunto de números reales. σ_x^2 y σ_y^2 son, respectivamente, las varianzas de X y Y , σ_{xy} es la covarianza entre X y Y , Obsérvese que si X y Y son independientes en el sentido probabilístico, $\sigma_{xy} = 0$, de aquí, una medida del grado de asociación entre X y Y es dado por la covarianza σ_{xy} ; Por otra parte de la desigualdad de Schwartz para integrales es posible demostrar que:

$$\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2 \geq \sigma_{xy}^2 \quad (2)$$

Como una consecuencia de la relación anterior, se obtiene el siguiente resultado:

$$-1 \leq \sigma_{xy} / (\sigma_x \sigma_y) \leq 1 \quad (3)$$

Ahora tanto σ_x como σ_y son números reales positivos; como una consecuencia, $\sigma_{xy} / (\sigma_x \sigma_y)$ es también una medida del grado de asociación probabilística entre X y Y , es un número sin dimensión y por la relación anterior su valor fluctúa entre -1 y +1. El cociente $\sigma_{xy} / (\sigma_x \sigma_y)$ se conoce como el coeficiente de correlación poblacional, y se denotará simbólicamente por ρ_{XY} . Además, dado que $\sigma_{XY} = \sigma_{YX}$, $\rho_{XY} = \rho_{YX}$ resulta más conveniente denotar a ρ_{XY} simplemente por ρ .

El uso más importante que puede dársele a ρ es encontrar los puntos de significancia para la prueba de la hipótesis $H_0: \rho = 0$, contra una

alternativa de dos colas o de una cola. En particular, resulta más sencillo aprovechar el hecho de que la variable $T = \sqrt{n-2}R/\sqrt{1-R^2}$, se distribuye como una t de Student con $(n-2)$ grados de libertad, puesto que los puntos críticos de la prueba se definen en términos de esta distribución. Así como ejemplo, si se desea probar la hipótesis $H_0: \rho = 0$, contra la alternativa $H_1: \rho \neq 0$, al nivel α significancia, la prueba se realizará como se describe a continuación:

Sea $\{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ el conjunto de n realizaciones de las n observaciones de la variable normal bivariada (x, y) . Se calcula el valor actual del coeficiente de correlación R , el cual es:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4)$$

Calcúlese el valor actual de T , digamos t , con la relación (ignorando el signo):

$$t = \frac{\sqrt{n-2}r}{\sqrt{1-r^2}} \quad (5)$$

Comparese este valor con $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ la t tabulado que separa $\alpha/2$ del área a la derecha de la distribución t de student con $(n-2)$ grados de libertad. H_0



se rechaza a favor de H_1 , si el valor del valor calculado de t es igual o mayor que $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

El valor del coeficiente de correlación poblacional ρ nos indica si existe o no correlación entre las variables X y Y :

- Si $\rho = 0$, no existe ninguna correlación. El coeficiente indica, por tanto, una independencia total entre las dos variables, es decir, que la variación de una de ellas no influye en absoluto en el valor que pueda tomar la otra.
- Si $\rho = 1$, existe una correlación positiva perfecta. El coeficiente indica una dependencia total entre las dos variables denominada *relación directa*: cuando una de ellas aumenta, la otra también lo hace en idéntica proporción.
- Si $0 < \rho < 1$, existe una correlación positiva.
- Si $\rho = -1$, existe una correlación negativa perfecta. El coeficiente indica una dependencia total entre las dos variables llamada *relación inversa*: cuando una de ellas aumenta, la otra disminuye en idéntica proporción.
- Si $-1 < \rho < 0$, existe una correlación negativa.



3.2.2.1. TAMAÑO MUESTRAL PARA LA SIGNIFICACIÓN DEL COEFICIENTE DE CORRELACION.

Según Pita Fernández (1997), para llevar a cabo un estudio con el fin de determinar si existe o no una correlación significativa entre dos variables numéricas X y Y , se debe tomar una muestra que sea representativa de la población, por ello se necesita calcular el tamaño necesario de dicha muestra para contrastar la hipótesis de que el correspondiente coeficiente de correlación sea significativamente diferente de cero.

Para realizar el cálculo del tamaño muestral se deben considerar una serie de aspectos:

- La magnitud de la correlación que se desea detectar (r).
- La seguridad con la que se va a trabajar, $1 - \alpha$, o riesgo de cometer un error tipo I. Generalmente se trabaja con una seguridad del 95% ($\alpha = 0,05$).
- La potencia de la prueba, $1 - \beta$, que se quiere para el estudio, o riesgo de cometer un error de tipo II. Es habitual tomar $\beta = 0,02$, equivalente a una potencia del 80%.
- Se debe precisar además si el contraste de hipótesis se va a realizar con un planteamiento unilateral o bilateral. El planteamiento bilateral también es conocido como de dos colas y requiere un mayor tamaño muestral.

Luego de precisar los aspectos anteriores se puede proceder a realizar el cálculo, para el caso del planteamiento bilateral:

$$n = \left(\frac{Z_{1-\alpha/2} + Z_{1-\beta}}{\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right)} \right)^2 + 3 \quad (6)$$

Y para el planteamiento unilateral se tiene:

$$n = \left(\frac{Z_{1-\alpha} + Z_{1-\beta}}{\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+r}{1-r} \right)} \right)^2 + 3 \quad (7)$$

3.2.3. ANÁLISIS DE VARIANZA.

En estadística, análisis de varianza (ANOVA) es una colección de modelos estadísticos y sus procedimientos asociados. El análisis de varianza sirve para comparar si los valores de un conjunto de datos numéricos son significativamente distintos a los valores de otro o más conjuntos de datos. El procedimiento para comparar estos valores está basado en la varianza global observada en los grupos de datos numéricos a comparar. Típicamente, el análisis de varianza se utiliza para asociar una probabilidad a la conclusión de que la media de un grupo de puntuaciones es distinta de la media de otro grupo de puntuaciones.

De acuerdo con Cochran (1947), al momento de preparar un análisis de varianza, por lo general se reconocen tres tipos de efectos:

- Efectos en tratamientos, efectos por procedimientos introducidos deliberadamente por el investigador.
- Efectos del ambiente (este término no es ideal), estos son ciertas características del ambiente que el análisis nos permite medir. Un ejemplo común es el efecto de las replicas en experimentos aleatorios en bloques.
- Errores experimentales, este término incluye todas las causas de variación que no se incluyen en los dos puntos anteriores.

Los supuestos requeridos en el análisis de varianza para las propiedades listadas anteriormente son las siguientes:

- Los efectos de los tratamientos y los efectos del ambiente deben ser aditivos.
- Los errores experimentales deben ser independientes. Esto significa que la probabilidad de que el error de alguna observación tenga un valor particular, no debe depender de los valores de los errores de otras observaciones.
- Los errores experimentales deben tener una varianza común.
- Los errores experimentales deben ser normalmente distribuidos.

3.2.4. ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE VARIANZAS.

El análisis multivariante de varianzas (MANOVA) es una extensión de la prueba ANOVA para cubrir los casos donde hay más de una variable dependiente que no pueden ser combinadas de manera simple. Además de identificar si los cambios en las variables independientes tienen efectos significativos en las variables dependientes, la técnica también intenta identificar las interacciones entre las variables independientes y su grado de asociación con las dependientes, todo esto basándose en un conjunto de pruebas estadísticas.

3.2.4.1. PRUEBA DEL ESTADÍSTICO Λ DE WILKS.

Según Rencher (2002), la prueba de la razón de verosimilitud de $H_0; \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$ esta dada por:

$$\Lambda = \frac{|E|}{|E + H|} \quad (8)$$

La cual es conocida como Λ de Wilks. Se rechaza H_0 si $\Lambda \leq \Lambda_{\alpha, p, v_H, v_E}$. Notese que el rechazo se hace para valores pequeños de Λ . Los parámetros de la distribución Λ de Wilks son:

$$p = \text{Número de Variables (Dimensión),}$$
$$v_H = \text{Grados de Libertad para la Hipótesis,}$$



v_E = Grados de Libertad para el Error.

En donde los grados de libertad del error vienen dados por:

$$v_E = po(r - 1) \quad (9)$$

Mediante el Λ de Wilks se hace una comparación entre la suma de los cuadrados y los productos de la matriz $\mathbf{E}$ con el total de la suma de los cuadrados y productos de la matriz $\mathbf{E} + \mathbf{H}$.

Un MANOVA de dos vías para p variables dependientes puede ser expresado forma de vector de la siguiente manera:

$$m_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad (10)$$

En donde: $i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, o$ y $k = 1, \dots, r$.

En ecuaciones subsiguientes una barra sobre la notación m indicará un promedio tomado a lo largo del subíndice remplazado por un período, de esta manera se obtiene:

$$\bar{m}_{ij.} = \sum_{k=1}^r m_{ijk}/r \quad (11)$$

$$\bar{m}_{i..} = \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^r m_{ijk}/or \quad (12)$$

$$\bar{m}_{.j.} = \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^r m_{ijk}/pr \quad (13)$$

$$\bar{m}_{...} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^r m_{ijk}/por \quad (14)$$

En este caso los términos de las matrices $\mathbf{H}_A$ y $\mathbf{H}_B$ vienen dadas por:

$$h_{Avv} = \sum_{i=1}^o \frac{\bar{m}_{i..v}^2}{pr} - \frac{\bar{m}_{...v}^2}{por} \quad (15)$$

$$h_{Bvv} = \sum_{i=1}^p \frac{\bar{m}_{i..v}^2}{or} - \frac{\bar{m}_{...v}^2}{por} \quad (16)$$

$$h_{Avw} = \sum_{i=1}^o \frac{\bar{m}_{i..v} \times \bar{m}_{i..w}}{pr} - \frac{\bar{m}_{...v} \times \bar{m}_{...w}}{por} \quad (17)$$

$$h_{Bvw} = \sum_{i=1}^p \frac{\bar{m}_{i..v} \times \bar{m}_{i..w}}{or} - \frac{\bar{m}_{...v} \times \bar{m}_{...w}}{por} \quad (18)$$

Para los términos de la matriz $\mathbf{H}_{AB}$ se aplican las ecuaciones:

$$h_{ABvv} = \sum_{ij} \frac{\bar{m}_{ij.v}^2}{r} - \frac{\bar{m}_{...v}^2}{por} - h_{Avv} - h_{Bvv} \quad (19)$$

$$h_{ABvw} = \sum_{ij} \frac{\bar{m}_{ij.v} \times \bar{m}_{ij.w}}{r} - \frac{\bar{m}_{...v} \times \bar{m}_{...w}}{por} - h_{Avw} - h_{Bvw} \quad (20)$$

Y por último obtenemos la matriz $\mathbf{E}$ mediante las ecuaciones:

$$e_{vv} = \sum_{ijk} \bar{m}_{ijkv}^2 - \frac{\bar{m}_{...v}^2}{por} - h_{Avv} - h_{Bvv} - h_{ABvv} \quad (21)$$

$$e_{vw} = \sum_{ijk} \bar{m}_{ijkv} \times \bar{m}_{ijkw} - \frac{\bar{m}_{...v} \times \bar{m}_{...w}}{por} - h_{Avw} - h_{Bvw} - h_{ABvw}. \quad (22)$$

3.2.4.2. PRUEBA DEL ESTADÍSTICO DE ROY.

La prueba de unión-intersección de Roy se utiliza para probar $H_0; \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$ basado en λ_1 . La prueba estadística está dada por:

$$\theta = \frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1} \quad (23)$$

Se rechaza H_0 si $\theta \geq \theta_{\alpha,s,m,N}$. Los parámetros s , m y N están definidos como:

$$s = \min(v_H, p), m = \frac{1}{2}(|v_H - p| - 1), N = \frac{1}{2}(v_E - p - 1) \quad (24)$$

En la prueba de Roy se busca la combinación lineal que maximice la dispersión de las medias transformadas con respecto a la dispersión de los puntos de la muestra.

3.2.4.3. PRUEBA DEL ESTADÍSTICO DE PILLAI.

Existen dos pruebas adicionales para demostrar H_0 ; $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$ basadas en los autovalores $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s$ de $\mathbf{E}^{-1}\mathbf{H}$. La prueba estadística Pillai está dada por:

$$V^{(s)} = \text{tr}[(\mathbf{E} + \mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}] = \sum_{i=1}^s \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i} \quad (25)$$

Rechazamos H_0 para $V^{(s)} \geq V_{\alpha}^{(s)}$.

3.2.4.4. PRUEBA DE LAWLEY-HOTELLING.

El estadístico Lawley-Hotelling está definido como:

$$U^{(s)} = tr(E^{-1}H) = \sum_{i=1}^s \lambda_i. \quad (26)$$

Se rechaza H_0 para valores grandes de la prueba.

3.2.5. DISTRIBUCIÓN NORMAL MULTIVARIANTE.

De acuerdo con Tong (1990), la distribución normal multivariante es indudablemente una de las más conocidas y utilizadas en la estadística, y juega un rol predominante en muchas áreas y aplicaciones. En el análisis multivariante, por ejemplo, la mayoría de los procesos de inferencia existentes para analizar los datos en forma de vector han sido desarrollados asumiendo normalidad. En los problemas de modelos lineales tanto en los análisis de varianza como los de regresión se asume con frecuencia que el vector error sigue una distribución normal por ello el análisis estadístico puede ser realizado usando distribuciones derivadas de la normal. Además de tener aplicaciones en estas áreas, la distribución normal multivariante también aparece en múltiples comparaciones, en los estudios de dependencia de variables aleatorias y en muchas otras áreas relacionadas.

3.2.5.1. PROPIEDADES FUNDAMENTALES.

- Representa una extensión natural de la distribución normal univariante y proporciona un modelo adecuado para muchos problemas de la vida real.
- Aun si en un experimento los datos originales no pueden ser ajustados satisfactoriamente a una distribución normal multivariante, por el teorema del límite central la distribución del vector de las medias es asintóticamente normal. Así, la distribución normal multivariante puede ser usada para la aproximación de la distribución del mismo vector de medias en el caso de muestras grandes.
- La función densidad de una distribución normal multivariante es únicamente determinada por el vector media y la matriz covarianza de la variable aleatoria.
- Correlación cero implica independencia, lo que quiere decir, si todos los coeficientes de correlación entre dos grupos de componentes de una variable normal multivariante son cero, entonces los dos grupos son independientes.
- Las distribuciones de las transformaciones lineales o combinaciones lineales de las distribuciones normales multivariantes son a su vez normales multivariantes.
- La distribución marginal de cada subgrupo de componentes de una variable normal multivariante es también normal multivariante.

- La distribución condicional en una distribución normal multivariante es normal multivariante.
- Para la distribución normal bivariante, las propiedades de dependencia negativa o positiva de los componentes de un vector aleatorio están completamente determinadas por el signo y el tamaño del coeficiente de correlación.

3.2.5.2. PRUEBA DE MARDIA.

De acuerdo con Rencher (2002), la Prueba de Mardia tiene como finalidad evaluar la normalidad multivariante, esta prueba es una generalización de la prueba univariante basada en la asimetría y la curtosis. Asumiendo que X y Y son independientes e idénticamente distribuidos con el vector media μ y la matriz covarianza Σ . La asimetría y la curtosis para poblaciones multivariantes están definidas por Mardia como:

$$\begin{aligned}\beta_{1,p} &= E[(y - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)]^3 \\ \beta_{2,p} &= E[(y - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)]^2,\end{aligned}\tag{27}$$

Si Y se distribuye de acuerdo a una normal p variante con vector de media μ y matriz de varianza covarianza Σ entonces $\beta_{1,p} = 0$ y $\beta_{2,p} = p(p + 2)$ bajo H_0 .

Para estimar $\beta_{1,p}$ y $\beta_{2,p}$ usando una muestra $y_1, y_2, \dots, y_p$, se define primero a:

$$g_{ij} = (y_i - \bar{y})' \hat{\Sigma}^{-1} (y_j - \bar{y}), \quad (28)$$

Donde $\hat{\Sigma} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})' / n$ es el estimador de máxima verosimilitud. Luego se realiza la estimación de $\beta_{1,p}$ y $\beta_{2,p}$ mediante las expresiones:

$$b_{1,p} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n g_{ij}^3, \quad (29)$$

$$b_{2,p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g_{ii}^2 \quad (30)$$

En el apéndice I se encuentra la tabla A.5 que contiene los valores críticos de $b_{1,p}$ y $b_{2,p}$ para $p = 2, 3, 4$, los cuales pueden ser usados para probar la normalidad multivariante. Para otros valores de p o cuando $n \geq 50$, los estadísticos de contraste serán los siguientes:

$$Z_1 = \frac{(p+1)(n+1)(n+3)}{6[(n+1)(p+1)-6]} b_{1,p}, \quad (31)$$

Z_1 se aproxima mediante una X^2 con $\frac{1}{6}p(p-1)(p+2)$ grados de libertad. Se Rechazará la hipótesis de simetría a un nivel de significación fijado α si $Z_1 \geq X^2$ con α y $\frac{1}{6}p(p-1)(p+2)$ grados de libertad. Y:

$$Z_2 = \frac{b_{2,p} - p(p+2)}{\sqrt{8p(p+2)/n}}, \quad (32)$$

que es aproximadamente $N(0,1)$, se tendrán las siguientes consideraciones:

Para valores muy grandes de $b_{2,p}$ (Distribución leptocurtica) se utilizará el valor de Z_2 .

Para valores muy pequeños de $b_{2,p}$ (Distribución platocurtica) se preveen dos casos:

- Cuando $50 \leq n \leq 400$ usamos:

$$Z_3 = \frac{b_{2,p} - p(p+2)(n+p+1)/n}{\sqrt{8p(p+2)/(n-1)}}, \quad (33)$$

la cual es aproximadamente $N(0,1)$.

- Cuando $n \geq 400$, se usara Z_2 .

3.3. SISTEMAS DE MEDICIÓN.

Burdick *et al.* (2005), explican que para monitorear y perfeccionar correctamente un proceso productivo es necesario realizar mediciones de los atributos del producto a la salida del proceso. Para cualquier grupo de mediciones recolectadas con este propósito, al menos una parte de la variabilidad observada es debida al sistema de medición. Esto es porque al realizar repetidas mediciones de una característica en particular no se obtiene siempre el mismo valor. Con el fin de asegurar que la variabilidad del sistema de medición no es peligrosamente grande, es necesario realizarle un estudio de capacidad. El propósito de este estudio es entonces:

- Determinar qué cantidad de la variabilidad existente en la data recogida es debida al sistema de medición empleado.
- Aislar las fuentes de variabilidad en el sistema de medición.
- Evaluar si el sistema de medición es adecuado para su uso en el proceso.

3.3.1. SISTEMAS UNIVARIANTES DE MEDICIÓN.

Cuando se habla de un sistema univariante de medición es porque el instrumento de medición utilizado sólo mide una característica del producto Majeske (2008), indica que Q representa el valor desconocido de la característica de calidad y asumiendo que Q sigue una distribución normal, con media μ_Q y desviación estándar σ_Q . M representa el valor medido o la

data generada por el equipo de medición. En la práctica, en la toma de decisiones se tratara de que el valor M sea una perfecta representación de lo que se mide, cuando en realidad puede contener un error. Considerando que G representa el error (potencial) del sistema de medición, la diferencia entre el valor real y los valores medidos. Las técnicas de análisis de sistemas de medición asumen que el valor medio es el resultado del valor real y el error de medición:

$$M = Q + G. \quad (34)$$

Calibrar un instrumento (removiendo el sesgo mediante el ajuste de la media de las lecturas) da como resultado $\mu_G = 0$. Al asumir que la varianza del sistema de medición o el error del sistema, es independiente del valor dimensional del producto, se puede particionar la varianza de los valores medidos en 2 componentes:

$$\sigma_M^2 = \sigma_Q^2 + \sigma_G^2. \quad (35)$$

3.3.2. SISTEMAS MULTIVARIANTES DE MEDICIÓN.

De acuerdo con Majeske (2008), cuando se tiene un sistema multivariante de medición se considera que, el vector $m = [M_1, M_2, \dots, M_n]$ representa los valores medidos o la data generada por el instrumento, el vector $q = [Q_1, Q_2, \dots, Q_n]$ representa

los verdaderos valores desconocidos de la característica de calidad siendo medida, y el vector $g = [G_1, G_2, \dots, G_n]$ representa los errores de medición. Asumiendo que q sigue una distribución multivariante normal con vector media $\mu_Q = [\mu_{Q1}, \mu_{Q2}, \dots, \mu_{Qn}]$, y una matriz varianza-covarianza:

$$\Sigma_P = \begin{bmatrix} \sigma^2_{Q_1} & \dots & \sigma^2_{Q_{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma^2_{Q_{n1}} & \dots & \sigma^2_{Q_n} \end{bmatrix}$$

Con autovalores $\lambda_{Q_1}, \lambda_{Q_2}, \dots, \lambda_{Q_n}$. Se asume que g sigue una distribución multivariante normal con vector media $\mu_G = [\mu_{G1}, \mu_{G2}, \dots, \mu_{Gn}]$, y una matriz varianza-covarianza:

$$\Sigma_G = \begin{bmatrix} \sigma^2_{G_1} & \dots & \sigma^2_{G_{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma^2_{G_{n1}} & \dots & \sigma^2_{G_n} \end{bmatrix}$$

Con autovalores $\lambda_{Q_1}, \lambda_{Q_2}, \dots, \lambda_{Q_n}$. Luego se asume que la suma del producto geométrico y el error de medición resultan en el valor medido:

$$m = q + g \quad (36)$$

Sin pérdida de generalidad, se puede asumir que el instrumento de medición bajo estudio se encuentra calibrado. Esta calibración implica que

$\mu_G = 0$, resultando en que $\mu_M = \mu_Q$. Al asumir que la varianza del instrumento, o error de medición, es independiente del valor dimensional del producto, la matriz varianza-covarianza de los valores medidos queda de la siguiente forma:

$$\sum M = \begin{bmatrix} \sigma^2_{M_1} & \cdots & \sigma^2_{M_{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma^2_{M_{n1}} & \cdots & \sigma^2_{M_n} \end{bmatrix}$$

Con autovalores $\lambda M_1, \lambda M_2, \dots, \lambda M_n$.

3.4. ESTUDIOS DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD.

De acuerdo con Majeske (2008), las industrias manufactureras emplean el diseño de experimentos como herramienta para la evaluación de los sistemas de medición. El rango estándar de factores para estos diseños va desde uno a tres factores, donde el número de factores depende la aplicación del sistema de medición. Cuando un solo operador utilizará el sistema de medición, se aplica un diseño de un solo factor. Para llevar a cabo un estudio de un-factor, un operador medirá un conjunto de partes múltiples veces. Asumiendo que la parte no cambia de forma durante el estudio, cualquier variación en el valor de las medidas hecha a la parte representa un error de medición.

Cuando el sistema de medición utiliza más de un operador, al estudio se le adiciona al operador como un segundo factor. Para llevar a cabo este estudio se requiere de múltiples operarios para medir cada parte del estudio una serie de veces consecutivas. El diseño de dos-factores es comúnmente llamado estudio Repetibilidad y Reproducibilidad (R&R). Muchos modelos para el diseño de dos-factores incluyen la interacción entre parte y operador como un tercer factor.

Según Gutiérrez Pulido (2007), los estudios de R&R tienen como objetivo, evaluar en forma experimental que parte de la variabilidad total observada en los datos es atribuible al error de medición y cuantificar si este, comparado con la variabilidad del producto y con las tolerancias de las características de calidad que se miden puede afectar al sistema de medición. Las fuentes de variabilidad que se pueden evaluar en un estudio R&R son: Variabilidad del producto, del instrumento y de los operadores. Sean σ^2_{Total} la variabilidad total, σ^2_{prod} la varianza atribuible al producto (partes o piezas), σ^2_{instr} la variabilidad del instrumento de medición y σ^2_{oper} la varianza debida a operadores. Se cumple la siguiente relación:

$$\sigma^2_{Total} = \sigma^2_{prod} + \sigma^2_{oper} + \sigma^2_{instr} \quad (37)$$

Donde,

$$\sigma^2_{instr} = \sigma^2_{repeti}; \sigma^2_{oper} = \sigma^2_{reprod} \quad (38)$$

Por tanto,

$$\sigma^2_{R\&R} = \sigma^2_{repeti} + \sigma^2_{reprod} \quad (39)$$

De acuerdo con Burdick *et al.* (2005), la repetibilidad representa la variabilidad del instrumento cuando es utilizado para medir la misma unidad (por el mismo operador, misma configuración o mismo periodo de tiempo). Mientras que la reproducibilidad de mediciones es definida como la variabilidad derivada de los diferentes operadores, configuración, o periodos de tiempo.

3.4.1. MÉTODOS PARA LA DETERMINACIÓN DE R&R.

Los métodos aceptables para la determinación de estudios de repetibilidad y reproducibilidad se basan en la evaluación estadística de las dispersiones de los resultados, ya sea en forma de medias y rango estadístico o su representación como varianzas o desviaciones estándar, para sistemas univariante de medición, mientras que para sistemas multivariante de medición estas varianzas o desviaciones se expresan en forma matricial.

3.4.1.1. MÉTODO DE ANÁLISIS DE MEDIAS Y RANGOS.

Este método, aplicable solo a sistemas univariantes de medición, permite una estimación tanto de repetibilidad como reproducibilidad, sin embargo, no permite conocer su interacción.

De acuerdo con Gutiérrez Pulido (2007), este método para realizar estudios R&R permite separar de manera explícita la repetibilidad y la reproducibilidad. Este método suele ser el más utilizado. La ventaja de este método es su simplicidad y el hecho de que la información relevante del estudio queda registrada en su formato.

3.4.1.2. MÉTODO DE ANOVA PARA ESTUDIOS R&R.

El análisis obtenido mediante la aplicación del formato de medias y rangos no es tan completo como el q se puede hacer con muchos de los programas estadísticos-computacionales que incluyen la opción de estudios R&R. Con un software se pueden obtener salidas gráficas que proporcionen ayuda adicional en la interpretación de los resultados del estudio. Estos temas computacionales por lo general incluyen el método ANOVA para el análisis de los datos del estudio R&R.

El método de ANOVA es más completo en el sentido de que no supone de antemano la inexistencia de interacción parte x operador, como lo hace el método basado en medias y rangos; cuando esta interacción está presente los resultados de este último son incorrectos, ya que subestiman la verdadera variación de la medición ($\sigma^2_{R\&R}$). El método de ANOVA parte la variación total (σ^2_{Total}) de los datos en la siguiente forma:

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{parte} + \sigma^2_{oper} + \sigma^2_{oper \times parte} + \sigma^2_{instr} \quad (40)$$

Donde se agrega el componente $\sigma^2_{oper \times parte}$ a la descomposición dada en la ecuación original, mismo componente que se considera parte de la reproducibilidad. Es decir, se cumplen las relaciones siguientes:

$$\sigma^2_{repeti} = \sigma^2_{instr}; \sigma^2_{reprod} = \sigma^2_{oper} + \sigma^2_{oper \times parte} \quad (41)$$

Y como antes $\sigma^2_{R\&R} = \sigma^2_{repeti} + \sigma^2_{reprod}$. Estos componentes se estiman mediante la técnica de ANOVA aplicada a un diseño factorial con efectos aleatorios. De los datos del estudio R&R se pueden calcular las llamadas sumas de cuadrados (SC) correspondientes a cada componente de variación dado en la ecuación de la variación total, que cumplan la relación:

$$SC_{total} = SC_{parte} + SC_{oper} + SC_{oper \times parte} + SC_{error} \quad (42)$$

Donde la suma de cuadrados del error SC_{error} corresponde a la repetibilidad. Considerando “ p ” partes, “ t ” ensayos y “ o ” operadores, los grados de libertad correspondientes a cada suma de cuadrados de la ecuación anterior son, respectivamente:

$$pot - 1 = (p - 1) + (o - 1) + (o - 1)(p - 1) + po(t - 1) \quad (43)$$

Al dividir cada suma de cuadrados por sus grados de libertad se obtienen los cuadrados medios (CM), que son las cantidades relevantes de este análisis. Con los cuadrados medios se pueden construir pruebas

estadísticas para verificar diferencias entre las partes, entre los operadores y la presencia del efecto interacción parte x operador. Con esta información se construye la tabla ANOVA. Por otra parte, de los valores esperados de los cuadrados medios se deduce que los estimadores de los componentes de varianza para cada caso están dados por:

$$\hat{\sigma}_{inst}^2 = CM_{error} \quad (44)$$

$$\hat{\sigma}_{parte}^2 = \frac{CM_{parte} - CM_{opera \times parte}}{to} \quad (45)$$

$$\hat{\sigma}_{opera}^2 = \frac{CM_{opera} - CM_{opera \times parte}}{tp} \quad (46)$$

$$\hat{\sigma}_{opera \times parte}^2 = \frac{CM_{opera \times parte} - CM_{error}}{t} \quad (47)$$

Con base en esto se obtiene la repetibilidad, la reproducibilidad, el error de medición, los cuales se expresan como porcentajes de la variación total y de la tolerancia para su interpretación.

3.4.1.3. METODO DE MANOVA PARA ANÁLISIS DE ESTUDIOS R&R.

Majeske (2008), explica que el vector $m = [M_1, M_2, \dots, M_n]$ representa los valores medidos o la data generada por el sistema de medición, como se

mencionó anteriormente; y para el modelo MANOVA de efectos aleatorios, los factores son vectores n -dimensionales. Definiendo estos factores como $p_i, i = 1, \dots, p$ para las partes, $o_j, j = 1, \dots, o$ para los operadores, y $po_{ij}, i = 1, \dots, p, j = 1, \dots, o$, como la interacción parte-operador. Representando a los términos del error $e_{ijk}, k = 1, \dots, r$, que indican las lecturas de la misma parte por el mismo operador. Los valores MS_P, MS_O, MS_{PO} y MS_E , denotan los cuadrados medios para las partes, operadores, interacción parte-operador y el error, respectivamente.

Dependiendo de la aplicación se pueden usar estudios dos o tres factores. En el caso del estudio con 2 factores se hace un ajuste al siguiente modelo:

$$m_{ijk} = p_i + o_j + e_{ik} \quad (48)$$

La matriz de cuadrados medios para el factor parte (**MSP**) se obtiene de:

$$MSP_{ab} = \frac{or}{p-1} \times \sum_{i=1}^p (\bar{m}_{a_i..} - \bar{m}_{a...}) \times (\bar{m}_{b_i..} - \bar{m}_{b...}) \quad (49)$$

Para determinar los valores de la matriz de cuadrados medios para el factor operador (**MSO**) se usa:

$$MSO_{ab} = \frac{pr}{o-1} \times \sum_{j=1}^o (\bar{m}_{a.j.} - \bar{m}_{a...}) \times (\bar{m}_{b.j.} - \bar{m}_{b...}) \quad (50)$$

Y de manera similar a las anteriores, se realiza el cálculo la matriz de cuadrados medio del error (**MSE**):

$$MSE_{ab} = \frac{1}{(por-p-o+1)} \times \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^r (m_{aijk} - \bar{m}_{ai..} - \bar{m}_{a.j.} + \bar{m}_{a...}) \times (m_{bijk} - \bar{m}_{bi..} - \bar{m}_{b.j.} + \bar{m}_{b...}) \quad (51)$$

Luego se hace la estimación de las matrices varianza-covarianza para cada factor utilizando como base las matrices de cuadrados medios.

$$\hat{\Sigma}_Q = \frac{MSP - MSE}{or} \quad (52)$$

La matriz varianza-covarianza para el error del operador viene dada por:

$$\hat{\Sigma}_o = \frac{MSO - MSPO}{pr} \quad (53)$$

Los términos de la matriz varianza-covarianza para el error de medición vienen dada directamente por la matriz de cuadrados medios:

$$\hat{\Sigma}_E = \mathbf{MSE} \quad (54)$$

Por otro lado, para un diseño de 3 factores, se debe utilizar un MANOVA de 2 vías añadiendo el término de la interacción entre las variables.

$$m_{ijk} = p_i + o_j + po_{ij} + e_{ijk} \quad (55)$$

Podemos determinar los elementos de la matriz **MSP** de la siguiente manera:

$$\mathbf{MSP}_{ab} = \frac{or}{p-1} \times \sum_{i=1}^p (\bar{m}_{a_i..} - \bar{m}_{a...}) \times (\bar{m}_{b_i..} - \bar{m}_{b...}) \quad (56)$$

Y en el caso de la matriz **MSO** se aplica la fórmula:

$$\mathbf{MSO}_{ab} = \frac{pr}{o-1} \times \sum_{j=1}^o (\bar{m}_{a..j} - \bar{m}_{a...}) \times (\bar{m}_{b..j} - \bar{m}_{b...}) \quad (57)$$

Para determinar los elementos de la matriz de cuadrados medios para factor interacción entre parte y operador (**MSPO**) utilizamos la ecuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{MSPO}_{ab} = & \frac{r}{(p-1)(o-1)} \times \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^o (\bar{m}_{aij.} - \bar{m}_{a_i..} - \bar{m}_{a..j} - \bar{m}_{a...}) \times \\ & \dots (\bar{m}_{bij.} - \bar{m}_{b_i..} - \bar{m}_{b..j} - \bar{m}_{b...}) \end{aligned} \quad (58)$$

Para hallar los elementos de la matriz **MSE**:

$$MSE_{ab} = \frac{1}{po(r-1)} \times \dots \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^o \sum_{k=1}^r (\bar{m}_{aijk.} - \bar{m}_{a...}) \times (\bar{m}_{bijk.} - \bar{m}_{b...}) \quad (59)$$

Luego se hace la estimación de las matrices varianza-covarianza usando los cuadrados medios. Esta matriz en el caso de las características de calidad se estima como:

$$\hat{\Sigma}_Q = \frac{MSP - MSPO}{or} \quad (60)$$

Para el error entre operadores:

$$\hat{\Sigma}_O = \frac{MSO - MSPO}{pr} \quad (61)$$

En el caso del error de la interacción parte-operador:

$$\hat{\Sigma}_{PO} = \frac{MSPO - MSE}{r} \quad (62)$$

Y la matriz varianza-covarianza para los términos del error de medición coincide con la matriz de los cuadrados medios:

$$\hat{\Sigma}_E = MSE \quad (63)$$

Asumiendo que las varianzas de los errores tanto de la interacción del operador, entre operadores y parte operador son independientes podemos estimar la matriz varianza-covarianza del error del instrumento:

$$\hat{\Sigma}_G = \hat{\Sigma}_O + \hat{\Sigma}_{PO} + \hat{\Sigma}_E \quad (64)$$

Por último, se realiza la suma de las matrices varianza-covarianza del error estimado del instrumento y de las características de calidad para obtener la estimación de la matriz varianza-covarianza de los valores medidos.

$$\hat{\Sigma}_M = \hat{\Sigma}_Q + \hat{\Sigma}_G. \quad (65)$$

3.4. CRITERIOS DE APROBACIÓN PARA SISTEMAS DE MEDICIÓN.

Según Majeske (2008), las industrias manufactureras alrededor del mundo hacen uso de diversos métodos cuantitativos con la finalidad de inferir sobre la calidad de sus productos y procesos. Estas técnicas, como lo son los índices de capacidad de proceso, incorporan un conjunto de datos

dentro del proceso de toma de decisión. Sin embargo, antes de obtener la data, se debe evaluar el instrumento de medición con el cual se obtendrán para asegurar la validez de la data resultante.

3.4.1. RAZÓN PRECISIÓN-TOLERANCIA.

La razón Precisión-Tolerancia (PTR) es un criterio de aprobación comúnmente utilizado en los estudios R&R. Este criterio tiene la finalidad de aprobar o no algún instrumento de medición destinado a medir la conformidad de un producto en particular con respecto a sus especificaciones de diseño.

The Automotive Industry Action Group (AIAG) en su manual sobre Análisis de Sistemas de Medición recomienda las siguientes reglas de uso de la razón P/T al momento de determinar la capacidad de un sistema de medición:

- **$PTR \leq 0.1$** : El Sistema de Medición es capaz.
- **$0.1 < PTR \leq 0.3$** : El Sistema de Medición puede ser capaz dependiendo de factores como la capacidad del proceso y los costos de la mala calificación.
- **$PTR > 0.3$** : El Sistema de Medición no es capaz.

En el caso de los sistemas de medición univariante la razón precisión-tolerancia se calcula mediante el uso de la siguiente ecuación:

$$\frac{P}{T} = \frac{5.15\sigma_G}{TOL}. \quad (66)$$

El cálculo de este índice para los sistemas de medición multivariante resulta un proceso más complicado, ya que se deben tomar en cuenta una serie de factores adicionales.

La densidad del error normal multivariante de $\mathbf{g}$ tiene un volumen infinito, debido a esto dicha distribución debe ser truncada para el análisis, como en el caso de la ecuación PTR que usa el 99% del área total de la densidad normal.

Una PTR multivariante, llamada P/T_m , requiere una comparación entre la distribución multivariante del error y la región multivariante de la tolerancia. Existen dos escenarios para la tolerancia y dos para el error, la combinación de ellos da como resultado cuatro casos. Cuando usamos una tolerancia hipercúbica y asumiendo dependencia entre los términos del error, calculamos la razón precisión-tolerancia de la siguiente manera

$$\frac{P}{T_m} = \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2 \lambda G_i}) \times \pi^{n/2}}{(\prod_{i=1}^n TOL_i) \times \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)} \right)^{1/n} \quad (67)$$

y asumiendo independencia en los términos del error:

$$\frac{P}{T_m} = \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma G_i) \times \pi^{n/2}}{(\prod_{i=1}^n TOL_i) \times \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)} \right)^{1/n} \quad (68)$$

Para el caso de de la tolerancia hiperelipsoidal y una distribución normal, independiente y multivariada del error de medición, la razón precisión-tolerancia es:

$$\begin{aligned} \frac{P}{T_m} &= \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma G_i) \pi^{n/2} / \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)}{(\prod_{i=1}^n \frac{TOL_i}{2}) \pi^{n/2} / \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)} \right)^{1/n} \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma G_i}{TOL_i} \right)^{1/n} \end{aligned} \quad (69)$$

Cuando no asumimos que los términos del error son independientes;

$$\begin{aligned} \frac{P}{T_m} &= \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \lambda G_i) \pi^{n/2} / \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)}{(\prod_{i=1}^n \frac{TOL_i}{2}) \pi^{n/2} / \Gamma\left(1 + \frac{n}{2}\right)} \right)^{1/n} \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sqrt{X_{\alpha,n}^2} \lambda G_i}{TOL_i} \right)^{1/n} \end{aligned} \quad (70)$$

3.4.2. RAZÓN SEÑAL-RUIDO.

The Automotive Industry Action Group (AIAG) en su manual sobre Análisis de Sistemas de Medición define a la razón Señal-Ruido (SNR) como el número de categorías distintas que pueden ser distinguidas por el sistema de medición. Un valor de 5 o más es recomendado, y un valor de menos de 2 indica que el sistema de medición no está en capacidad de monitorear el proceso.

Según Majeske (2008), el cálculo de la razón señal ruido en sistemas de medición univariante está definido por:

$$SNR = \left(\frac{\sigma_Q}{\sigma_G} \right) \sqrt{2} \quad (71)$$

Para la razón señal-ruido en el caso multivariante existen 4 posibles escenarios. En el caso de que las características de calidad están correlacionadas y los errores de medición son independientes usamos la siguiente ecuación:

$$SNR_m = \sqrt{2} \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \lambda Q_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma G_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n}$$

$$= \sqrt{2} \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sqrt{\lambda Q_i}}{\sigma G_i} \right)^{1/n} \quad (72)$$

Para el escenario donde las características de calidad son independientes y los términos del error son independientes se tiene:

$$\begin{aligned} SNR_m &= \sqrt{2} \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma Q_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma G_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n} \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sigma Q_i}{\sigma G_i} \sqrt{2} \right)^{1/n} \end{aligned} \quad (73)$$

En el caso de que exista independencia entre las características de calidad, pero una estructura dependiente entre los términos del error, se usa

$$\begin{aligned} SNR_m &= \sqrt{2} \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma Q_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \lambda G_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n} \\ &= \sqrt{2} \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sigma Q_i}{\sqrt{\lambda G_i}} \right)^{1/n} \end{aligned} \quad (74)$$

Cuando se asume densidad normal multivariante con una estructura de covarianza tanto para el error de medición como para el producto se tiene

$$\begin{aligned} SNR_m &= \sqrt{2} \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2 \lambda Q_i}) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2 \lambda G_i}) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n} \\ &= \sqrt{2} \left(\prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{\lambda Q_i}{\lambda G_i}} \right)^{1/n} \end{aligned} \quad (75)$$

3.4.3. PORCENTAJE R&R.

En el caso de una sola variable, el %R&R es expresado como la razón de desviaciones estándares.

$$\%R\&R = \left(\frac{\sigma_G}{\sigma_M} \right) 100\% \quad (76)$$

Esta razón sirve como una medida del ancho relativo entre 2 distribuciones normales, el error de medición, y los valores medidos.

En el caso multivariante, tomamos la enésima raíz de $(1 - \alpha)100\%$ de la razón de los volúmenes de 2 distribuciones normales multivariantes para obtener la razón multivariante, llamado $\%R\&R_m$.

Cuando se asumen errores de medición independientes y valores medidos independientes, podemos obtener esta razón de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\%R\&R_m &= \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma G_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma M_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n} 100\% \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sigma G_i}{\sigma M_i} \right)^{1/n} 100\% \quad (77)\end{aligned}$$

En el caso donde los errores son dependientes pero los valores medidos tienen una estructura dependiente se usa la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}\%R\&R_m &= \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \sigma G_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2} \lambda M_i) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n} \times 100\% \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sigma G_i}{\sqrt{\lambda M_i}} \right)^{1/n} \times 100\% \quad (78)\end{aligned}$$

Cuando existe dependencia tanto en el vector de los errores de medición como en el vector de los valores medidos se usa:

$$\begin{aligned}\%R\&R_m &= \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2 \lambda G_i}) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2 \lambda M_i}) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n} \times 100\% \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{\lambda G_i}{\lambda M_i}} \right)^{1/n} \times 100\% \end{aligned} \quad (79)$$

Por último, cuando los errores de medición tienen una estructura dependiente y los valores medidos son independientes:

$$\begin{aligned}\%R\&R_m &= \left(\frac{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2 \lambda G_i}) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})}{(\prod_{i=1}^n \sqrt{X_{\alpha,n}^2 \sigma M_i}) \times \pi^{n/2} / \Gamma(1 + \frac{n}{2})} \right)^{1/n} 100\% \\ &= \left(\prod_{i=1}^n \frac{\sqrt{\lambda G_i}}{\sigma M_i} \right)^{1/n} 100\% \end{aligned} \quad (80)$$



CAPÍTULO IV

MARCO METODOLÓGICO



En esta sección se presenta la información de la metodología utilizada para obtener, clasificar, analizar y organizar los datos relevantes de la investigación y las soluciones con los resultados esperados.

4.1. FORMA Y TIPO DE LA INVESTIGACIÓN.

Tamayo y Tamayo (2001), describe que de acuerdo con los propósitos inmediatos que persigue el autor de la investigación, esta se divide en 2 formas; Pura y Aplicada; y en 3 tipos; histórica, descriptiva y experimental; de los cuales se desprenden o pueden incluirse los diferentes estudios de investigación. De acuerdo con esto el estudio está enmarcado dentro de la forma aplicada, ya que se busca confrontar la teoría con la realidad, es decir, se busca la aplicación inmediata de los conocimientos adquiridos.

En cuanto al tipo de investigación, se ubica dentro de la clasificación descriptiva, ya que se ajusta a lo citado por Tamayo y Tamayo (2001), en los siguientes términos: “La investigación descriptiva comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, y la composición de los procesos o fenómenos. La investigación descriptiva trabaja sobre realidades de hecho, y su característica principal es la de presentar la interpretación correcta”.



4.2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.

El presente estudio se considera una investigación de campo ya que los datos son recogidos de la realidad, sin manipular las variables y gracias a ésto es posible cerciorarse de las verdaderas condiciones en las que se han obtenido los datos.

4.3. RECOLECCIÓN DE LA DATA.

La recolección de la data inicia con la identificación de las variables controladas en Planta de Molinos. El proceso de transformar la pulpa en papel higiénico que se lleva a cabo en la planta involucra un gran número de variables que deben ser controladas, algunas presentes a la entrada del proceso y otras a su salida. La identificación de dichas variables se hizo mediante entrevistas a los operarios de la planta, y lectura del Manual del Laboratorio de Gestión de la Calidad de Planta de Molinos. A continuación se listan las variables que se miden a la salida del proceso:

- Brillantez.
- Luminosidad.
- Blancura.
- Longitud de rotura.
- Sucio Visual.
- Suavidad
- Coordenada a .



- Coordenada b .
- Coordenada L .

Las coordenadas están referidas a la ubicación de la muestra en el plano cromático. Para la coordenada a un valor positivo indica que la tendencia de la muestra es hacia el color rojo y negativo indica una tendencia hacia el verde, Coordenada b (Valor positivo Amarillo, Valor negativo Azul) coordenada L (Valor positivo Blanco, Valor negativo negro).

A continuación en la tabla 4.1 se presenta un estudio basado en los requerimientos de los clientes por segmentación social realizado por el departamento de mercadeo de la organización en febrero de 2008 en la región metropolitana del país.



Tabla 4.1. Estudio Sobre los Requerimientos de los Clientes.

Segmento	Rendimiento	Blancura	Suavidad	Bulk	Aroma	Fuerza	Perforación	Presentación	Color	Otros
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
A	12	27	25	10	4	3	2	11	1	5
B	21	22	19	8	6	4	5	8	2	5
C	29	18	15	3	7	5	4	9	1	9
D	38	15	12	2	2	3	10	5	8	4
Promedio	25	20,5	17,75	5,75	4,75	3,75	5,25	8,25	3	5,75



Dentro de las variables controladas en Planta de Molinos observamos que la blancura posee el segundo porcentaje más elevado en los requerimientos de los clientes, y mediante entrevistas a personas vinculadas directamente con el proceso se encontró que la variable brillantez es habitualmente asociada a la blancura del papel. Por ello se establecieron la blancura y brillantez como variables críticas.

Una vez identificadas las variables de mayor relevancia para el proceso se realizó la recolección de muestras de papel higiénico de acuerdo a las especificaciones del Manual del Laboratorio de Gestión de Calidad de Planta de Molinos, descritas a continuación:

- Tomar las unidades de la muestra extendidas uniformemente (para evitar arrugas), protegiendo la muestra de la exposición directa a la luz solar, la humedad de las manos, el contacto con algún líquido u otros agentes dañinos como temperaturas o humedades extremas.
- Verificar que la muestra esté en la posición correcta, es decir, lado liso.
- Tomar una muestra de papel de un pliego cuyas dimensiones correspondan con el ancho del molino. (Ver figura 4.1).
- Plegar la muestra por la mitad en dirección de la máquina (MD) según el ancho de cada molino.
- Doblar nuevamente (seis veces) la muestra en dirección cruzada (CD) tomando como referencia el ancho de la bobina. Al final se obtendrá una muestra con las siguientes dimensiones: 50cm de longitud y 50cm de ancho y 8 pliegos.

- Por último se dobla esta muestra a la mitad una vez (Se obtienen 16 pliegos), luego una segunda vez (32 pliegos). (Ver Figura 4.2).

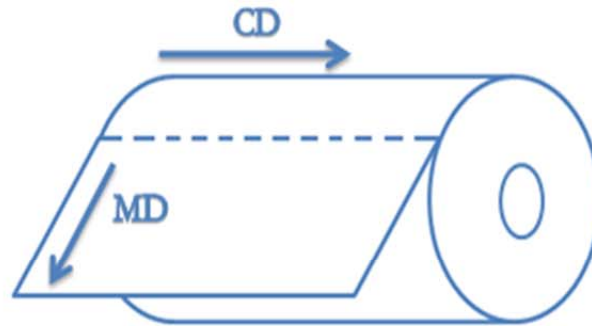
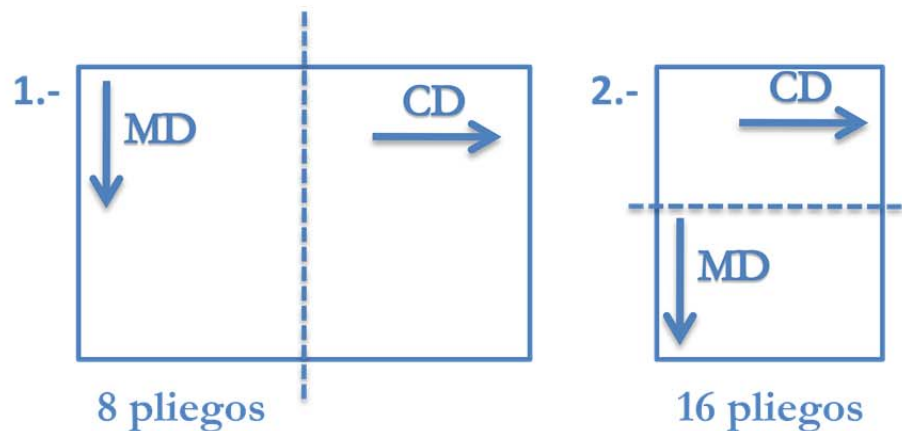


Figura 4.1. Bobina.



. Figura 4.2. Doblado de Muestras.

Para el proceso de medición de la Blancura y Brillantez de las muestras recogidas se utilizó un mismo instrumento, como es requerido por los estudios de sistemas de medición. El equipo utilizado para la medición es marca Data Color International modelo cs-5 con un rango de medición de



400 a 700 nanómetros y error máximo permisible de 0.01. Se debe verificar la calibración del equipo cada 8 horas.

Tomando como base a Gutiérrez Pulido (2004), los pasos seguidos para la obtención de la data fueron los siguientes:

- Se seleccionaron tres operadores para conducir el estudio.
- Se seleccionaron al azar 10 partes para ser medidas varias veces por cada operador.
- Se decidió por un número de ensayos igual a tres, es decir, el número de veces que cada operador medirá la misma pieza.
- Se etiquetó cada parte y se aleatorizó el orden en el cual fueron entregadas a los operadores.
- Se obtuvo en orden aleatorio la primera medición del operador A para todas las piezas seleccionadas.
- Se volvió a aleatorizar las piezas y se obtuvo la primera medición del operador B.
- Se continuó de esta manera hasta que todos los operadores hubiesen realizado la primera medición sobre todas las piezas.
- Se repitieron los 3 pasos anteriores hasta que se completó el número de ensayos elegido.



3.4. ANÁLISIS DE LA DATA.

El exámen previo de los datos es un paso necesario, que lleva tiempo, y que habitualmente es descuidado por parte de los investigadores. Las tareas implícitas en dicho examen pueden parecer insignificantes y sin consecuencias a primera vista, pero son una parte esencial de cualquier estudio estadístico. Para el análisis de la data se llevaron a cabo un conjunto de estudios y pruebas estadísticas que permitió conseguir un entendimiento básico de los datos y de las relaciones existentes entre las variables analizadas.

Como primer paso en el análisis de la data se quiso observar la distribución conjunta de las variables, para lo cual se realizó un gráfico de dispersión Blancura vs. Brillantez.

Seguidamente con el fin de profundizar el análisis se realizó un estudio de correlación; para la obtención del coeficiente de Pearson se empleó el paquete estadístico MINITAB considerando un $\alpha = 0,05$ y $n = 90$. Para determinar si el coeficiente de correlación es significativo de acuerdo a la muestra, se calculó el tamaño necesario de la misma. Los supuestos para el cálculo fueron:

- La seguridad con que se desea trabajar: 95% (Por ser el valor comúnmente usado)
- La potencia de la prueba: 80%

- Se realizó con un planteamiento bilateral, ya que considera las dos colas y por ello necesita un tamaño muestral más grande respecto al unilateral.

Finalmente queriendo comprobar si las variables presentes en la data recogida siguen una distribución normal conjunta se aplicó la prueba de normalidad multivariante de Mardia mediante el uso del software matemático MATLAB.

3.5. ANÁLISIS DEL SISTEMA DE MEDICIÓN.

Para el análisis del sistema de medición se realizó un estudio R&R, el cual permitió estudiar la variabilidad presente en el sistema de medición y posteriormente su capacidad, mediante el cálculo de los índices, razón precisión-tolerancia, razón señal-ruido y el porcentaje R&R.

Para el desarrollo del estudio se escogió en primer lugar el diseño del mismo, para lo cual se determinó si la interacción entre parte y operador es significativa o no; en caso afirmativo se optaría por un diseño de tres factores y en caso contrario el diseño sería de dos factores. Para ésto se aplicó la prueba del estadístico Λ de Wilks.

Una vez seleccionado el diseño del estudio se procedió a la estimación de la matriz de cuadrados medios para cada uno de los factores que intervienen en el sistema de medición (parte, operador y la interacción entre

parte y operador) y el término del error, tomando como base estas matrices se determinaron las respectivas matrices varianza-covarianza.

En este punto de la investigación se establecieron los componentes de la variabilidad total del sistema de medición, variabilidad por diferencias entre partes, reproducibilidad y repetibilidad. La reproducibilidad se obtuvo sumando las matrices varianza-covarianza del operador e interacción entre parte y operador; y la repetibilidad vino dada por la matriz varianza-covarianza del error de medición. Luego se desarrollaron dos gráficos donde se observa los porcentajes de contribución de cada uno de los componentes a la variabilidad del sistema.

Posteriormente se determinaron las matrices varianza-covarianza para error del sistema de medición y valores medidos. Estas dos matrices junto con la matriz varianza-covarianza del producto, o parte, se introducen en el paquete estadístico MINITAB y obtuvieron sus respectivos autovalores, para cada variable. Alimentando los autovalores en las ecuaciones pertinentes se obtuvieron los criterios PTR, SNR y %R&R.

Para la determinación de los índices se consideraron los siguientes aspectos:

- El índice de razón precisión-tolerancia fue utilizado en la investigación como criterio principal en la aprobación del sistema de medición. Para determinar la razón P/T se denotó que ambas características de calidad poseen una tolerancia,

desarrolladas de forma independiente. En esta situación se llegó a la conclusión de que una tolerancia hipercúbica captura de mejor manera la tolerancia multivariante del sistema de medición, asumiéndose también la existencia de dependencia entre los errores de medición de las variables.

- Aun cuando el índice PTR puede usarse a manera de único criterio de aprobación para el sistema de medición, para fines de la investigación el sistema fue evaluado usando también la razón señal-ruido y el porcentaje R&R. Para el cálculo del índice SNR se planteó el escenario donde las densidades poseen una estructura de covarianza para los errores de medición y las características del producto. Mientras que para el cálculo del porcentaje R&R se asumió que existe dependencia en los errores de medición y en los valores medidos.



CAPÍTULO V

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se detallan todos los cálculos y resultados que se obtuvieron a lo largo de la determinación de la capacidad del sistema de medición empleado para la medida de las variables de Blancura y Brillantez del papel higiénico de lujo.

5.1. DATA RECOLECTADA.

El muestreo fue realizado en el Laboratorio de Gestión de la Calidad de Planta de Molinos bajo las condiciones explicadas en el capítulo 4.

A continuación se presentan en la tabla 5.1 los datos recolectados por medio del muestreo.

Tabla 5. 1. Datos de Brillantez-Blancura para estudio R&R.

Parte	Operador	Brillantez	Blancura	Parte	Operador	Brillantez	Blancura
1	1	80,27	68,69	6	1	80,32	68,60
1	1	80,28	68,61	6	1	80,35	68,70
1	1	80,22	68,66	6	1	80,47	68,92
1	2	80,45	68,69	6	2	80,63	68,91
1	2	80,58	68,93	6	2	80,67	69,01
1	2	80,66	69,22	6	2	80,39	68,67
1	3	80,42	68,79	6	3	80,43	68,82
1	3	80,38	68,77	6	3	80,54	68,91
1	3	80,37	68,83	6	3	80,30	68,47
2	1	80,62	69,14	7	1	80,31	68,59
2	1	80,42	68,93	7	1	80,47	68,82
2	1	80,48	69,12	7	1	80,45	69,03
2	2	80,84	69,50	7	2	80,81	69,27
2	2	80,72	69,31	7	2	80,74	69,12



Parte	Operador	Brillantez	Blancura	Parte	Operador	Brillantez	Blancura
2	3	80,58	69,21	7	3	80,47	68,73
2	3	80,58	69,09	7	3	80,64	69,16
2	3	80,49	69,08	7	3	80,48	68,89
3	1	80,66	69,37	8	1	80,48	68,93
3	1	80,52	69,23	8	1	80,54	69,04
3	1	80,53	69,27	8	1	80,50	69,05
3	2	80,75	69,43	8	2	80,59	68,96
3	2	80,77	69,40	8	2	80,62	69,03
3	2	80,51	69,12	8	2	80,69	69,16
3	3	80,44	69,05	8	3	80,49	68,88
3	3	80,53	69,11	8	3	80,44	68,85
3	3	80,47	69,14	8	3	80,43	68,77
4	1	80,17	68,52	9	1	80,27	68,68
4	1	80,04	68,54	9	1	80,43	69,06
4	1	80,12	68,72	9	1	80,52	69,14
4	2	80,41	68,76	9	2	80,70	69,17
4	2	80,36	68,80	9	2	80,71	69,24
4	2	80,16	68,50	9	2	80,61	69,32
4	3	80,17	68,44	9	3	80,30	68,81
4	3	80,21	68,53	9	3	80,43	68,94
4	3	80,09	68,35	9	3	80,51	69,06
5	1	80,19	68,51	10	1	80,41	68,96
5	1	80,32	68,84	10	1	80,48	69,00
5	1	80,16	68,58	10	1	80,61	69,10
5	2	80,64	69,09	10	2	80,88	69,55
5	2	80,54	69,04	10	2	80,82	69,42
5	2	80,44	68,91	10	2	80,70	69,34
5	3	80,29	68,78	10	3	80,66	69,32
5	3	80,48	69,12	10	3	80,71	69,29
5	3	80,24	68,82	10	3	80,59	69,13



5.2. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS.

En esta sección se evaluaron los resultados de un conjunto de pruebas estadísticas aplicadas a la data recolectada.

5.2.1. ANÁLISIS DE LA DISTRIBUCIÓN CONJUNTA DE LAS VARIABLES.

A continuación en la figura 5.1 se muestra la distribución conjunta de las variables de Blancura y Brillantez.

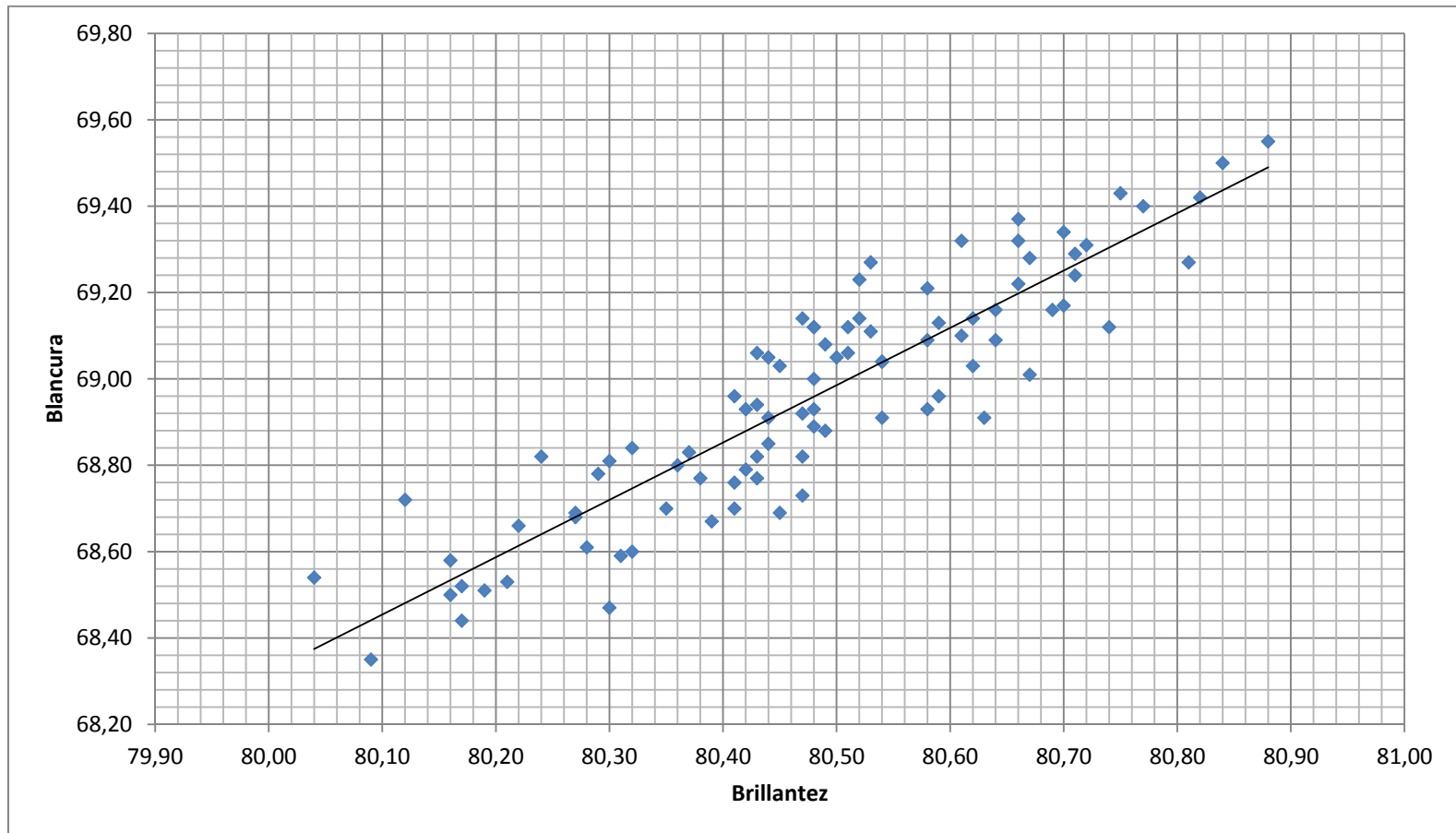


Figura 5.1. Gráfico de Dispersión Blancura Vs. Brillantez.

Al observar el gráfico de dispersión de las variables blancura y brillantez se hace notar la existencia de una posible relación entre ellas ya que la distribución de los puntos se puede ajustar a una recta.

5.2.2. EVALUACIÓN DEL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN.

A continuación en la tabla 5.2 se presentan los resultados arrojados por el estudio de correlación.

Tabla 5. 2. Correlación entre las variables blancura y brillantez.

Correlaciones: Brillantez-Blancura
Correlación de Pearson de Brillantez y Blancura = 0,900 P-Valor = 0,000

Un coeficiente de 0,90 y un P-Valor = 0,000 < 0,05 indica que existe una correlación positiva entre las variables blancura y brillantez.

Al aplicar la fórmula (6) se obtuvo un tamaño muestral de $6,61 \cong 7$, este valor representa el valor mínimo que se debe tener para detectar como significativo un valor del coeficiente de correlación de $r = 0,90$.

Basados en esta información la correlación entre las variables es significativa, entonces sería equivocado tratar a las variables como

características de calidad independientes; por el contrario deben ser tratadas como un vector de variables respuesta.

5.2.3. EVALUACIÓN DE NORMALIDAD MULTIVARIANTE.

La prueba de Mardia arrojó como resultado un valor de $z_1 = 0,9527 \leq X_{0,05}^2 = 9,4877$ lo cual nos indica la existencia de simetría en la variable conjunta. En vista de que $b_{2p} = 6,7292 \leq 8$ (Valor esperado), y por encontrarse el tamaño de la muestra entre $(50 \leq n \leq 400)$ se realizó el cálculo de z_3 , obteniendo como resultado un valor de $-1,81305$; que al estar comprendido en el intervalo $(-1,96; 1,96)$ se puede afirmar que la curtosis no es significativamente diferente a la de una distribución normal multivariante. De acuerdo a esto no se cuenta con suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula y por ello se concluye que las variables siguen una distribución normal multivariante.

5.3. ANÁLISIS DEL SISTEMA DE MEDICIÓN.

5.3.1. DETERMINACIÓN DEL ESTADÍSTICO Λ DE WILKS.

A continuación en las tablas 5.3 y 5.4 se presentan un resumen de los totales para las variables brillantez y blancura.

Tabla 5.3. Totales para Brillantez.

Parte	Operador			
	1	2	3	
1	240,77	241,69	241,17	723,63
2	241,52	242,23	241,65	725,40
3	241,71	242,03	241,44	725,18
4	240,33	240,93	240,47	721,73
5	240,67	241,62	241,01	723,30
6	241,14	241,69	241,27	724,10
7	241,23	241,96	241,59	724,78
8	241,52	241,90	241,36	724,78
9	241,22	242,02	241,24	724,48
10	241,50	242,40	241,96	725,86
	2411,61	2418,47	2413,16	7243,24

Tabla 5.4. Totales para Blancura.

Parte	Operador			
	1	2	3	
1	205,96	206,84	206,39	619,19
2	207,19	208,09	207,38	622,66
3	207,87	207,95	207,30	623,12
4	205,78	206,06	205,32	617,16
5	205,93	207,04	206,72	619,69
6	206,22	206,59	206,20	619,01
7	206,44	207,09	206,78	620,31
8	207,02	207,15	206,50	620,67
9	206,88	207,73	206,81	621,42
10	207,06	208,31	207,74	623,11
	2066,35	2072,85	2067,14	6206,34

Aplicando las ecuaciones (15) y (17) se obtuvieron los términos de la matriz H_A , la misma se presenta a continuación en la tabla 5.5.

Tabla 5.5. Términos de matriz H_A .

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,863	0,846
Blancura	0,846	0,839

En la tabla 5.6 se presenta la matriz H_B obtenida de manera similar.

Tabla 5.6. Términos de la matriz H_B .

	Brillantez	Blancura
Brillantez	1,444	2,161
Blancura	2,161	3,869

Para los términos de la matriz H_{AB} se aplicaron las ecuaciones (19) y (20), estos términos son presentados a continuación en la tabla 5.7.

Tabla 5.7. Términos de la matriz H_{AB} .

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,122	0,205
Blancura	0,205	0,452

La matriz del error E se obtuvo mediante la aplicación de las ecuaciones (21) y (22) y es presentada a continuación en la tabla 5.8.

Tabla 5.8. Términos de la matriz E .

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,570	0,770
Blancura	0,770	1,367

Introduciendo las matrices H_A y E en la ecuación (6) se obtiene un valor de $\Lambda_A = 0,339 < \Lambda_{0,05;2;2;60} = 0,853$ y se concluye que el factor operario tiene un efecto significativo en la brillantez, o en la blancura, o en ambas. De manera similar pero introduciendo esta vez las matrices H_B y E se obtiene un $\Lambda_B = 0,095 < \Lambda_{0,05;2;9;60} = 0,632$, concluyendo que efectivamente el factor parte posee un efecto significativo en una de las variables o en ambas. Por último aplicando la ecuación para las matrices de H_{AB} y E se obtiene un $\Lambda_{AB} = 0,606 < \Lambda_{0,05;2;2;60} = 0,853$, concluyendo de esta manera que la interacción entre parte y operador tiene un efecto significativo en alguna de las variables o en ambas.

5.3.2. DETERMINACIÓN DE LOS ÍNDICES DE CAPACIDAD PARA EL SISTEMA DE MEDICIÓN.

Los términos de la matriz de cuadrados medios para el factor parte se obtuvieron mediante la aplicación de la ecuación (56); y se presentan a continuación en la tabla 5.9.

Tabla 5.9. Matriz MSP.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	1,44436	2,16073
Blancura	2,16073	3,86909

La matriz de cuadrados medios del error por el factor operador se obtuvo mediante la aplicación de la ecuación (57) y es presentada a continuación en la tabla 5.10.

Tabla 5.10. Matriz MSO.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	12,94303	12,68910
Blancura	12,68910	12,57970

A continuación en la tabla 5.11 se presentan los términos de la matriz de cuadrados medios para el error por interacción entre parte y operador, los cuales se obtuvieron mediante la aplicación de la ecuación (58).

Tabla 5.11. Matriz MSPO.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,02026	0,03422
Blancura	0,03422	0,07539

Al aplicar la formula (59) se obtuvieron los términos de la matriz de cuadrados medios para el error de medición, la cual se presenta a continuación en la tabla 5.12

Tabla 5.12. Matriz MSE.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,00887	0,01251
Blancura	0,01251	0,02332

Posteriormente se obtuvieron las matrices de varianza-covarianza para los factores, parte, operador e interacción parte-operador, y error de medición aplicando las ecuaciones (60), (61) y (62), respectivamente. Las cuales son presentadas en las tablas 5.13, 5.14 y 5.15.

Tabla 5.13. Matriz Varianza-Covarianza del Factor Parte.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,15823	0,23628
Blancura	0,23628	0,42152

Tabla 5.14. Matriz Varianza-Covarianza para el Error por el Factor Operador.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,43076	0,42183
Blancura	0,42183	0,41681

Tabla 5.15. Matriz Varianza-Covarianza para el Error por el Factor Interacción Parte-Operador.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,00380	0,00724
Blancura	0,00724	0,01736

La matriz varianza-covarianza del error de medición viene dada por la misma matriz de cuadrados medio; la cual esta presentada a continuación en la tabla 5.16.

Tabla 5.16. Matriz Varianza-Covarianza del Error de Medición.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,00887	0,01251
Blancura	0,01251	0,02332

A continuación en los Figuras 5.2 y 5.3 se muestran los porcentajes de contribución de los tres componentes de la variabilidad total del sistema de medición para las variables Brillantez y Blancura respectivamente.

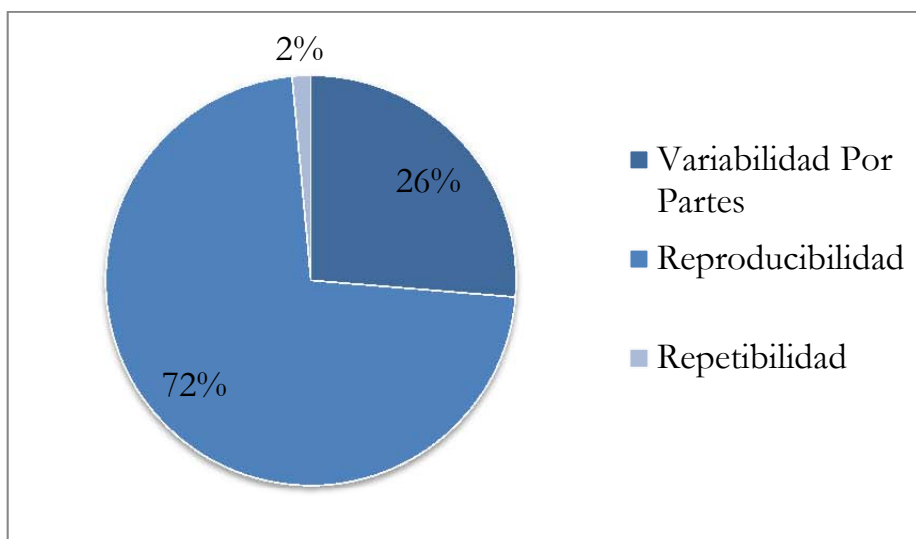


Figura 5.2. Gráfico de Porcentajes de Contribución a la Variabilidad Total para la Variable Brillantez.

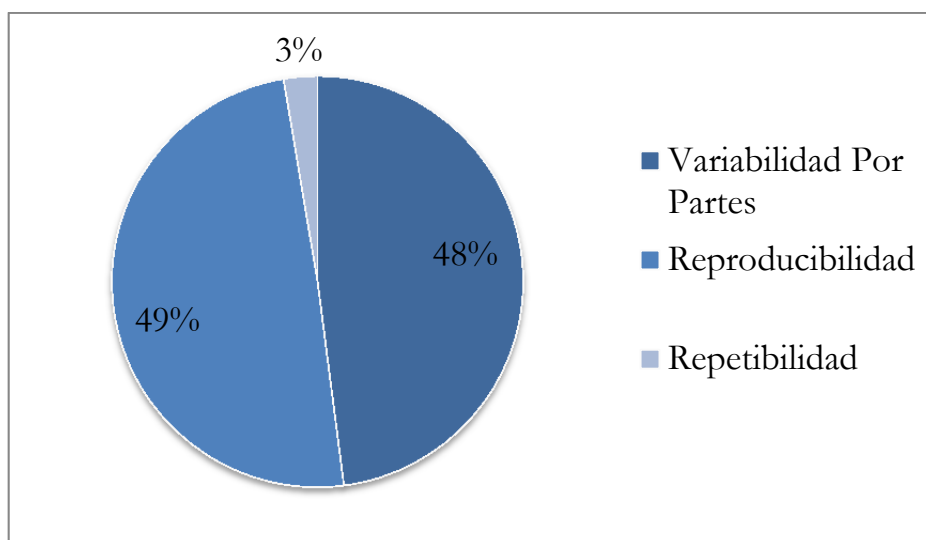


Figura 5.3. Gráfico de Porcentajes de Contribución a la Variabilidad Total para la Variable Blancura.

Seguidamente aplicando la ecuación (64) se obtuvo la matriz varianza-covarianza del error del sistema de medición y se presenta a continuación en la tabla 5.17.

Tabla 5.17. Matriz Varianza-Covarianza del Error del Sistema de Medición

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,44342	0,44157
Blancura	0,44157	0,45749

Posterior a ésto se introdujeron las matrices requeridas en la ecuación (65) dando como resultado la matriz varianza-covarianza de los valores medidos, la cual es presentada a continuación en la tabla 5.18.

Tabla 5.18. Matriz Varianza-Covarianza del Error de los Valores Medidos.

	Brillantez	Blancura
Brillantez	0,60166	0,67785
Blancura	0,67785	0,87901

Por último los autovalores de las matrices varianza-covarianza de las características de calidad, del error del sistema de medición y valores medidos se presentan a continuación en la tabla 5.19.

Tabla 5.19. Autovalores para las Matrices Varianza-Covarianza.

	1	2
Partes	0,01940	0,56035
Error del Sistema de Medición	0,00883	0,89208
Valores Medidos	0,04845	1,43222

Por último, aplicando las ecuaciones (67), (75) y (79) se obtuvieron los valores de 0,2889 para el índice PTR; 1,53 para el índice SNR y un porcentaje R&R de 58,04%. Éstos resultados se muestran a continuación en la tabla 5.20 de manera resumida.

Tabla 5.20. Resumen de Índices de Capacidad.

Índice de Capacidad	Resultado
Razón P/T	0,2889
Razón S/R	1,53
Porcentaje R&R	58,04%

Por último se presenta a continuación en la tabla 5.21 una síntesis de las conclusiones obtenidas con el logro o cumplimiento de cada uno de los objetivos específicos planteados al inicio de la investigación.

Tabla 5.21. Síntesis de Conclusiones.

Objetivo	Conclusión
1.- Identificar las variables involucradas en el sistema y los factores asociados a las características de calidad del papel higiénico de lujo.	Se identificaron las variables Brillantez y Blancura como variables críticas del sistema de medición estudiado.
2.- Realizar un análisis estadístico exploratorio de las variables involucradas en el sistema.	Se determinó que las variables analizadas se encuentran correlacionadas positivamente y que siguen una distribución normal multivariante.
3.- Determinar los índices de capacidad relacionados con el sistema de medición.	Se determinaron los componentes de la variabilidad total del sistema de medición, observándose que gran parte de ésta es aportada por la reproducibilidad. Se establecieron los escenarios que mejor se ajustaban a las características del sistema de medición para el posterior cálculo de los índices multivariante de capacidad.
4.- Analizar el sistema de medición mediante los índices de capacidad.	De acuerdo a los valores obtenidos por el índice de capacidad principal e índices complementarios, se afirma que el sistema de medición es susceptible a mejoras por parte de la organización.

CONCLUSIONES.

- El valor obtenido cuando se realizó el cálculo del índice de capacidad PTR fue de 0.2889, al estar comprendido entre 0.2 y 0.3, demuestra que el sistema de medición conjunto blancura-brillantez tiene una calidad marginal, lo que significa que el proceso de medición está cerca de no poseer la capacidad adecuada para la medición de las variables. Este valor elevado del índice es debido a una alta variabilidad del error en donde se observa que la reproducibilidad contribuye en mayor proporción que la repetibilidad. Para remediar esta situación los esfuerzos se deben enfocar en la estandarización del proceso de medición, ya que a menudo se observa en operadores con falta de entrenamiento el uso de distintos métodos para la medición de las variables.
- Cuando se toma en cuenta el criterio SNR, como un indicador de la capacidad del sistema de medición, éste debe ser mayor a 5 para considerarlo apropiado, un valor menor a 2 como el calculado en la presente estudio muestra que el sistema no es capaz de hacer una adecuada distinción entre partes. Con el fin de aumentar el valor del índice SNR los esfuerzos deben dirigirse, tanto a disminuir la variabilidad del sistema, como a establecer condiciones adecuadas para la conservación de las muestras donde se minimice el efecto de los agentes externos, con la finalidad de mantener las propiedades físicas de las mismas.



- De manera similar a lo sucedido con los índices anteriormente citados el sistema de medición falla al momento de ser evaluado por el porcentaje R&R, arrojando un valor de 58,04%, muy por encima del 30% tolerado, confirmando así que el proceso de medición no cuenta con la capacidad requerida para llevar a cabo su propósito. Para el caso del %R&R, que expresa la razón de desviaciones estándar, la del error y la de los valores medidos, un valor tan elevado como el que se obtuvo en el estudio expresa una gran variación entre las dos distribuciones normales. Para solventar esta situación se deben implementar además de las medidas anteriormente mencionadas, la revisión de las condiciones en las que trabaja el instrumento de medición, su diseño, los métodos empleados, las condiciones ambientales, entre otros; y así disminuir la diferencia de amplitud que existe entre ambas distribuciones.



RECOMENDACIONES.

- Estandarizar el proceso de medición e instruir al personal encargado de la operación del equipo.
- Establecer una rutina de calibración, para disminuir el error asociado al equipo de medición.
- Las mediciones por muestra deben hacerse más de una vez, y obtener un promedio de ellas para aumentar la exactitud.



REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

- Automotive Industries Action Group (AIAG) (2002); “*Measurement systems analysis*”. Tercera edición AIAG.
- Burdick, R.; Borror, C. y Montgomery, D. (2003); “A review of methods for measurement systems capability analysis”. *Journal of quality technology*. Vol. 35, N°4.
- Burdick, R.; Borror, C. y Montgomery, D. (2005); “*Design and Analysis of gauge R&R Studies*”. Editorial Board.
- Cochran, W. (1947); “Some Consequences When the Assumptions for the Analysis of Variance are not Satisfied”. *Biometrics*, Vol. 3, No. 1, pp. 22-38.
- García Rondón, S. (2007); “*Creando calidad y productividad través de la estadística y la participación del trabajador*”.
- García, T.; Montero, C.; Ruiz, V. y García, J. (2008); “Capacidad del sistema de medición para valorar la blancura del papel higiénico de lujo”, *XVIII Simposio de Estadística 2008, Cartagena de Indias. Colombia*.
- Gutiérrez Pulido, H. (2004); “*Control Estadístico de Calidad y Seis Sigma*”, Editorial: McGraw-Interamericana.
- Majeske, K. (2008); “Approval criteria for multivariate measurement systems”. *Journal of quality technology*. Vol. 40, N°2.



-
- Martínez Garza, A. y Castillo Morales, A. (1987); “*Teoría de la Regresión con Aplicaciones Agronómicas*”. Colegio de post-graduados Chapingos. Edo. de México.
 - Pita Fernández, S. (1996); “*Relación entre Variables Cuantitativas*”. Unidad de Epidemiología Clínica y Bioestadística. Complejo Hospitalario Juan Canalejo. La Coruña (España).
 - Rencher, A. (2002); “*Methods of Multivariate Analysis*”. Editorial Wiley-Interscience.
 - Tamayo y Tamayo, M. (2001); “*El Proceso de la Investigación Científica*”. Editorial LIMUSA.
 - Tong, Y. (1990); “*The Multivariate Normal Distribution*”. Editorial Springer-Verlag.