



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



**ANÁLISIS NUMÉRICO DEL CAMPO DE FLUJO A TRAVÉS
DEL DOMINIO FLUIDIZADO IMPULSOR-VOLUTA EN
UNA BOMBA CENTRÍFUGA**

DUARTE ARNALDO
MONTEVIDEO NEHOMAR

VALENCIA, DICIEMBRE DE 2011



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



**ANÁLISIS NUMÉRICO DEL CAMPO DE FLUJO A TRAVÉS
DEL DOMINIO FLUIDIZADO IMPULSOR-VOLUTA EN
UNA BOMBA CENTRÍFUGA**

*Trabajo especial de grado presentado ante la ilustre Universidad de Carabobo
para optar al título de Ingeniero Mecánico*

TUTOR

PROF. CARABALLO GRUBER

DUARTE ARNALDO

MONTEVIDEO NEHOMAR

VALENCIA, DICIEMBRE DE 2011



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



CERTIFICADO DE APROBACIÓN

Los abajo firmantes, miembros del jurado designado para evaluar el proyecto de grado titulado: “*Análisis numérico del campo de flujo a través del dominio fluidizado impulsor-voluta en una bomba centrífuga*”, realizado por los bachilleres **Arnaldo Duarte** y **Nehomar Montevideo**, portadores de la Cédula de Identidad N°: **18.958.869** y **17.587.730**, respectivamente; hacemos constar que hemos revisado y aprobado dicho proyecto.

Prof. Gruber Caraballo

Tutor

Prof. José Velásquez

Jurado

Prof. Nilo Espinoza

Jurado

VALENCIA, DICIEMBRE DE 2011

AGRADECIMIENTOS.

Primeramente a Dios Todopoderoso, por estar presente en nuestras vidas sin abandonarnos, guiándonos en el camino espiritual correcto, perdonando nuestras fallas y continuamente dándonos fuerzas para la superación de las adversidades presentadas en el largo camino de nuestra etapa universitaria.

A nuestro tutor, el Profesor Gruber Caraballo, por su guía acertada y sus consejos oportunos con cada problema presentado, dándonos la inspiración para iniciar el estudio de esta rama de la física, con su ayuda se hizo posible la culminación a tiempo y con los mejores resultados de este trabajo especial de grado, muchas gracias profesor.

A nuestras familias, por darnos el ejemplo de superación diaria, por su confianza, amor, y esfuerzo incansable, para hacer de nosotros unas personas de bien en la vida familiar y profesional.

A Elsire por apoyarnos y motivarnos, diariamente y en todo momento durante todas las etapas de realización de este trabajo; gracias por tu apoyo en los momentos difíciles, eres parte importante en el logro de esta meta propuesta, a ti, especialmente, va dedicado este trabajo.

A la Universidad de Carabobo, nuestra Alma Mater, por ser nuestro segundo hogar durante más de 5 años, donde obtuvimos los conocimientos profesionales, cultivamos amistades, y donde aprendimos los valores y principios, importantes para nuestra vida profesional y familiar.

Gracias a todos.

RESUMEN.

Con la finalidad de estudiar las propiedades físicas y el comportamiento del agua que se desplaza en el campo de flujo de una bomba centrífuga, en este trabajo se lleva a cabo el análisis numérico del campo de flujo a través del dominio fluidizado impulsor-voluta en una bomba centrífuga, específicamente, KSB ETA 32-200 a 3500 rpm; por medio del cual se valida la confiabilidad del método de dinámica de fluidos computacional (CFD), por la aproximación de los resultados arrojados, comparados con los resultados obtenidos de forma experimental y los sugeridos por el fabricante, lo cual es de gran ayuda para prescindir físicamente del equipo que se desee estudiar y analizar sus características funcionales mediante el uso de computadoras, permitiendo afinar el diseño geométrico de la bomba mediante la ubicación de las zonas con presencia de fenómenos como recirculación o cavitación, que pueden llegar a dañar permanentemente el impulsor de la bomba y otros elementos constitutivos, y con todo esto procurando el aumento de su eficiencia global y a su vez implicando un gran ahorro económico ya que se evita la necesidad de construir modelos a escalas que cumplan con las leyes de semejanzas de las bombas y al mismo tiempo se evita la necesidad de construir bancos de ensayos.

NOMENCLATURA.

Símbolo	Descripción	Unidad
b_1	Ancho a la entrada del rodete	m
b_2	Ancho a la salida del rodete	m
α_1	Angulo entre \vec{V}_1 y \vec{U}_1	°
α_2	Angulo entre \vec{V}_2 y \vec{U}_2	°
β_1	Angulo entre \vec{U}_1 y \vec{W}_1	°
β_2	Angulo entre \vec{U}_2 y \vec{W}_2	°
Q	Caudal	m ³ /s
λ	Coefficiente de viscosidad	m ² /s
k	Conductividad térmica	kg·m/s ³ ·k
ρ	Densidad del fluido	kg/m ³
D_1	Diámetro a la entrada de los alabes	m
D_2	Diámetro a la salida de los alabes	m
d_e	Diámetro del eje de la bomba	m
γ	Difusividad de Eddy	N·s/m ²
H_u	Disponibilidad de Euler	m
l_1	Distancia desde el centro del impulsor a \vec{V}_1	m
l_2	Distancia desde el centro del impulsor a \vec{V}_2	m
y_u	Energía específica que el rodete de la bomba comunica al fluido	J
e	Energía interna específica	J/kg
k	Energía cinética de turbulencia	J/kg
h_{Tot}	Entalpía total	J
h	Entalpía de estancamiento	J
τ	Esfuerzo cortante	N/m ²
\dot{m}	Flujo másico	kg/s
ω	Frecuencia de turbulencia	Hz

Símbolo	Descripción	Unidad
S_E	Fuente de energía	kg/ms^3
F	Fuerza aplicada al hilo de corriente al que pertenece una partícula de fluido	N
g	Gravedad	$\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$
M	Momento da la cantidad de movimiento	$\text{N}\cdot\text{m}$
S_m	Momemtum	$\text{kg}/\text{m}^2\cdot\text{s}^2$
P_{rt}	Numero de Prandtl	-
Re	Numero de Reynolds	-
∇	Operador gradiente	-
P_u	Potencia útil	W
P'	Presión modificada	Pa
P	Presión estática	Pa
θ_{EAS}	Sesgo de una celda	-
P_k	Tasa de producción de turbulencia	-
T	Temperatura	$^{\circ}\text{C}$
t	Tiempo	s
\vec{V}_1	Velocidad absoluta de una partícula de fluido a la entrada de un álabe	m/s
\vec{V}_2	Velocidad absoluta de una partícula de fluido a la salida de un álabe	m/s
N	Velocidad angular del impulsor	rpm
\vec{U}_1	Velocidad tangencial del impulsor a la entrada	m/s
\vec{U}_2	Velocidad tangencial del impulsor a la salida	m/s
\vec{W}_1	Velocidad relativa del fluido respecto al alabe en la entrada	m/s
\vec{W}_2	Velocidad relativa del fluido respecto al alabe en la salida	m/s
μ	Viscosidad dinámica	$\text{Pa}\cdot\text{s}$
ν	Viscosidad cinemática	m^2/s
μ_T	Viscosidad Turbulenta o de Eddy	$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$
μ_{eft}	Viscosidad efectiva	$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$

CONSTANTES.

Constante	Descripción	Valor
C_μ	Constante de homogeneidad dimensional de viscosidad dinámica	0,09
$C_{\varepsilon 1}$	Constante homogeneidad dimensional de presión	1,44
$C_{\varepsilon 2}$	Constante homogeneidad dimensional de energía cinética	1,92
σ_k	Constante del modelo de turbulencia k- ω	2
σ_ω	Constante del modelo de turbulencia k- ω	2
σ_ε	Constante del modelo de turbulencia k- ε	1,3
g	Aceleración de gravedad	9,8 m/s ²
α	Constante de homogeneidad dimensional por vórtice	5/9
β	Contante de homogeneidad dimensional para corrección de cantidad de movimiento	0,075
β'	Contante de homogeneidad dimensional para corrección de energía cinética turbulenta	0,04

ÍNDICE GENERAL.

AGRADECIMIENTOS	iv
RESUMEN	v
NOMENCLATURA	vi
CONSTANTES	viii
ÍNDICE GENERAL	ix
ÍNDICE DE FIGURAS	xv
ÍNDICE DE TABLAS	xxi
INTRODUCCIÓN	xxii
CAPÍTULO I	1
El Problema	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	2
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.2.1 OBJETIVO GENERAL DEL TRABAJO.....	3
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
1.3 JUSTIFICACIONES DE LA INVESTIGACIÓN.....	4
1.4 LIMITACIONES.....	5
1.5 ALCANCE.....	6
1.6 ANTECEDENTES.....	6
CAPÍTULO II	11
Marco Teórico	11
2.1 GENERALIDADES DE LAS BOMBAS. [4].....	12
2.2 BOMBAS CENTRÍFUGAS. [3][9][4].....	12
2.2.1 EL IMPULSOR. [3] [4].....	14

2.2.2 EL SISTEMA DIFUSOR. [3] [4].....	15
2.3 ECUACIÓN DE EULER O ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS TURBOMÁQUINAS. [3] ...	17
2.3.1 PLANOS DE REPRESENTACIÓN DE UNA TURBOMÁQUINA. [3].....	17
2.3.2 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE EULER. [3]	18
2.3.3 TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES. [3]	22
2.4 CLASIFICACIÓN DE LOS FLUIDOS. [7]	23
2.4.1 FLUIDOS COMPRESIBLES E INCOMPRESIBLES.....	23
2.4.2 FLUJOS VISCOSOS Y NO VISCOSOS.....	23
2.4.3 FLUJOS LAMINARES Y TURBULENTOS.....	24
2.5 ECUACIÓN DE BERNOULLI PARA CAMPOS CENTRÍFUGOS. [7]	26
2.6 ECUACIONES DE GOBIERNO. [1][7].....	28
2.6.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.	29
2.6.2 ECUACIÓN DE MOMENTUM.	30
2.6.3 ECUACIÓN DE LA ENERGÍA TOTAL.	30
2.6.4 ECUACIÓN DE LA ENERGÍA TÉRMICA.....	31
2.7 ECUACIONES DE NAVIER-STOKES. [2] [7].....	34
2.8 ECUACIONES DE VORTICIDAD. [7].....	37
2.9 MODELOS DE TURBULENCIA EDDY-VISCOSITY. [1] [10] [14].....	40
2.9.1 MODELO DE TURBULENCIA KAPPA-EPSILON $K - \epsilon$	41
Ventajas:	42
Inconvenientes:	42
2.9.2 MODELO DE TURBULENCIA KAPPA-OMEGA $K - \omega$	42
2.9.3 MODELO DE TURBULENCIA “SHEAR STRESS TRANSPORT” (SST).....	44
2.10 MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA CAPA LÍMITE. [10].....	45
2.10.1 MODELOS DE DISTRIBUCIÓN DE LAS PÉRDIDAS (“DISTRIBUTED LOSS MODELS”).	45
2.10.2 MODELOS DE CAPA LÍMITE (“BOUNDARY LAYER APPROXIMATIONS”).....	46
2.10.3 MODELOS DE LA CAPA DE CORTADURA (“THIN SHEAR LAYER, TSL”).....	46
2.10.4 LEYES DE LA PARED.	47

2.11 ¿QUÉ ES LA DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL (CFD)? [5][10]	48
2.12 NIVELES DE APROXIMACIÓN EMPLEADOS EN LAS TÉCNICAS NUMÉRICAS. [10]	50
2.13 COMPONENTES DE UN MÉTODO DE SOLUCIÓN NUMÉRICA. [1] [5] [14]	54
2.13.1 MODELO MATEMÁTICO.....	54
2.13.2 MÉTODO DE DISCRETIZACIÓN.	55
2.13.3 COORDENADAS Y BASES DEL SISTEMA VECTOR.	56
2.13.4 MALLADO o DISCRETIZACIÓN NUMÉRICA.	56
Mallas regulares estructuradas:	57
Mallado estructurado en bloque.....	59
Cuadrículas (mallado) poco estructuradas.	61
Mallas híbridas.....	65
2.14 PROCEDIMIENTO PARA LA SOLUCIÓN EN CFD. [1]	65
2.15 VERIFICACIÓN DE LA GEOMETRIA. [1][14].....	67
2.15.1 VERIFICACIÓN DE EJES “SLIVER EDGE CHECKING”	67
2.15.2 VERIFICACIÓN DE CARAS “SLIVER FACE CHECKING”	68
2.15.3 VERIFICACIÓN DE LA DISTORSIÓN “PARAMETRIZATION FACE CHECKING”	68
2.16 CALIDAD DE LA MALLA. [1][14]	68
2.16.1 ORTOGONALIDAD DE MALLADO “MESH ORTOGONALITY”	68
2.16.2 FACTOR DE EXPANSIÓN DE LA MALLA “MESH EXPANSION FACTOR”	69
2.16.3 ASPECTO DE RADIO DE LA MALLA “MESH ASPECT RADIO”	70
2.17 CRITERIO DE CONVERGENCIA “RMS”. [1]	70
CAPÍTULO III.	72
Marco Metodológico.	72
3.1 CLASIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.	73
3.2 NIVEL DE LA INVESTIGACIÓN.	74
3.3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.	74

3.3.1 SELECCIÓN DEL SISTEMA IMPULSOR-VOLUTA A ESTUDIAR.	75
3.3.2 SELECCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS.	75
3.3.3 DISEÑO DEL IMPULSOR-VOLUTA A ESTUDIAR MEDIANTE UN SOFTWARE DE DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADORA (CAD).....	76
3.3.4 GENERACIÓN Y CONFIGURACIÓN DE LA DISCRETIZACIÓN ESPACIAL DEL DOMINIO.....	83
3.3.5 CONFIGURACIÓN DEL DOMINIO, CONDICIONES DE BORDE Y CRITERIOS DE CONVERGENCIA.	87
Configuraciones generales sin considerar la cavitación.	87
Configuraciones generales para el análisis numérico considerando la cavitación.	92
Establecimiento de las condiciones de borde.	93
Criterios de convergencia.	96
3.3.6 OBTENCIÓN DE LA CURVA CARACTERÍSTICA.	98
3.3.7 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	99
3.4 TÉCNICAS DE OBSERVACIÓN Y RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.....	100
3.5 TÉCNICAS DE ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN.	101
3.6 RECURSOS ADMINISTRATIVOS.....	101
3.6.1 RECURSOS MATERIALES.....	102
3.6.2 RECURSOS HUMANOS.....	102
3.6.3 RECURSOS INSTITUCIONALES.	102
3.7 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA METODOLOGÍA A SEGUIR PARA EL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN.....	103
CAPÍTULO IV.	104
Resultados y Análisis de Resultados.	104
4.1 VALIDACIÓN DE LAS ESTADÍSTICAS GEOMÉTRICAS Y DE MALLADO.	105
4.1.1 VERIFICACIÓN DE LA GEOMETRÍA.....	105
4.1.2 VERIFICACIÓN DEL MALLADO.	106

4.2 CONVERGENCIA DE LA SIMULACIÓN.....	108
4.2.1 CONVERGENCIA POR EL CRITERIO DE IMBALANCES.....	108
4.2.2 CONVERGENCIA DE LAS ECUACIONES DE GOBIERNO Y TURBULENCIA.....	115
4.3 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, SIN CONSIDERAR EL MODELO NUMÉRICO DE CAVITACIÓN.....	120
4.3.1 CURVA CARACTERISTICA H vs Q.....	120
4.3.2 VISUALIZACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	122
Contorno y volumen de presión.....	122
Comportamiento de la presión en la trayectoria de una línea de flujo por toda la bomba centrífuga.....	128
Recirculación.....	135
4.4 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, CONSIDERANDO EL MODELO DE CAVITACIÓN.....	137
4.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	141
4.5.1 VERIFICACIÓN DE LA GEOMETRÍA Y MALLADO.....	141
4.5.2 CONVERGENCIA DE LA SIMULACIÓN.....	142
Convergencia por el criterio de imbalances.....	142
Convergencia de las ecuaciones de gobierno y el modelo de turbulencia. ...	142
4.5.3 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, SIN CONSIDERAR EL MODELO NUMÉRICO DE CAVITACIÓN.....	143
Curva característica H vs Q.....	143
Contorno y volumen de presión.....	144
Comportamiento de la presión en la trayectoria de una línea de flujo por toda la bomba centrífuga.....	145
Recirculación en la bomba.....	¡Error! Marcador no definido.
4.5.4 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, CONSIDERANDO EL MODELO NUMÉRICO DE CAVITACIÓN.....	148

<i>CAPÍTULO V.</i>	150
<i>Conclusiones y Recomendaciones.</i>	150
5.1 CONCLUSIONES.....	151
5.2 RECOMENDACIONES.....	153
 <i>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</i>	154
 <i>APÉNDICES.</i>	156
APÉNDICE A.....	157

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 2.1. Perspectiva de una bomba centrífuga. [10].....	13
Figura 2.2. Tipos de rodete según la forma de sujeción de los álabes. [3].....	15
Figura 2.3. Tipos de rodetes de una bomba centrífuga, según la dirección del flujo. [4].....	15
Figura 2.4. Sistemas difusores de una bomba centrífuga. [3]	16
Figura 2.5. Secciones de volutas de uso más frecuente. [3].....	17
Figura 2.6. Rodete de una bomba centrífuga (a) corte meridional, (b) corte transversal. En este último se han dibujado los triángulos de velocidad a la entrada y salida. [3]	18
Figura. 2.7. Triángulo de velocidad de entrada y salida de un impulsor de una bomba centrífuga. [3].....	22
Figura 2.8. Flujo alrededor de un perfil de ala. [8]	24
Figura 2.9. La velocidad en función del tiempo en un flujo laminar; (a) flujo inestable, (b) flujo estable. [8]	25
Figura 2.10. Velocidad en función del tiempo en el flujo turbulento, (a) flujo inestable, (b) flujo estable [8]	25
Figura 2.11. Las técnicas numéricas en la Mecánica de Fluidos. [11].....	54
Figura 2.12. Malla estructurada. [15]	57
Figura 2.13. Ejemplo en 2D de una cuadrícula estructurada, mallado no ortogonal, designada para el cálculo del flujo en un segmento simétrico de un banco de tubería escalonada [6] .	58
Figura 2.14. Ejemplo de un mallado estructurado en bloque que se ajusta a la interface, usado para el cálculo del flujo alrededor de un canal cilíndrico. [6]	59
Figura 2.15. Ejemplo de un mallado estructurado en bloque en 2D al no ajustarse las interfaces, designado para el cálculo del flujo alrededor de un hydrofoil sumergido en agua. [6].....	60
Figura 2.16. Ejemplo de un mallado compuesto en 2D, usado para calcular el flujo alrededor de un canal cilíndrico. [6].....	60
Figura 2.17 Malla no estructurada. [15]	62
Figura 2.18. Ejemplo de un mallado no estructurado en 2D. [6].....	63

Figura 2.19. Sesgo en celdas. [15].....	65
Figura 2.20. Ortogonalidad del mallado “Mesh Orthogonality”. [1]	69
Figura 2.21. Factor de expansión de la malla “Mesh expansión factor”. [1]	69
Figura 2.22. Aspecto del radio de la malla “Mesh Aspect Radio” [1]	70
Figura 3.1. Configuración del impulsor en CFturbo.	76
Figura 3.2. Vista meridional del impulsor en CFturbo.	77
Figura 3.3. Triangulo de velocidades del impulsor en CFturbo.	77
Figura 3.4. Configuración de la voluta-difusor en CFturbo.....	78
Figura 3.5. Dimensionamiento de la voluta-difusor en CFturbo.....	79
Figura 3.6. Generación de impulsor de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 en CFturbo. ...	80
Figura 3.7. Generación de la voluta-difusor de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 en CFturbo.	80
Figura 3.8. Generación del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 en SolidWorks	81
Figura 3.9. Geometría del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 (a) Impulsor, (b) Voluta-Difusor.	82
Figura 3.10. Conjunto armado del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200, (a) vista superior, (b) vista isométrica.....	82
Figura 3.11. Ubicación de la entrada y salida de fluido sobre la geometría.....	83
Figura 3.12. Mallado en el campo de flujo del impulsor.	84
Figura 3.13. Detalle del refinamiento del mallado al inicio del alabe, vista desde la tapa superior del impulsor.....	85
Figura 3.14. Detalle del refinamiento del mallado al inicio del alabe, vista desde la tapa inferior del impulsor.	85
Figura 3.15. Mallado del campo de flujo de la voluta y difusor.....	86
Figura 3.16. Detalle del mallado interno, cortes transversales (a) salida del difusor, (b) salida de la voluta y entrada del difusor.	86
Figura 3.17. Discretización espacial del campo de flujo del conjunto impulsor, voluta y difusor de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200.	87
Figura 3.18. Configuración de interfaces, (a) Entre el dominio del impulsor y la voluta difusor; (b) Entre la voluta y el Difusor	88

Figura 3.19. Ubicación de interfaces, (a) Entre voluta y Difusor; (b) Entre Impulsor y Voluta.	88
Figura 3.20. (a) Configuración de Interface de periodicidad, (b) Superficies designadas como interfaces periódicas.	89
Figura 3.21. Configuración general de los dominios, (a) localización, tipo de dominio, fluidos presentes; (b) presión de referencia, movimiento del dominio y eje de rotación.	90
Figura 3.22. Configuración del modelo de transferencia de calor y turbulencia.	91
Figura 3.23. Configuración de la simulación considerando la cavitación, (a) Consideración del modelo homogéneo, (b) Introducción del modelo de cavitación Rayleigh Plesset y la presión de saturación.	92
Figura 3.24. (a) Configuración básica de la condición de borde “Inlet”, (b) Flechas de flujo sobre la superficie de entrada en el impulsor (indicativo de condición de borde).	93
Figura 3.25. (a) Configuración de condición de borde “Inlet”, (b) Configuración de fracción de volumen de los fluidos.	94
Figura 3.26. (a) Configuración de condición de borde de pared “Moving”, (b) Condición de borde de pared “Voluta Difusor Default”.	95
Figura 3.27. (a) Ubicación de la condición de borde de salida mediante flechas con sentido de flujo (b) Configuración de la condición de borde de salida en el programa de análisis numérico.	96
Figura 3.28. Configuración de los criterios de convergencia.	98
Figura 3.29. Diagrama de flujo de las etapas metodológicas aplicadas en este trabajo especial de grado.	103
Figura 4.1. Imbalance en el dominio del Impulsor, para condiciones de borde de $Pe=-0,51$ bar y $m = 4,985$ ($Q=18$ m ³ /h).	109
Figura 4.2. Imbalance en el dominio de la Voluta y Difusor, para condiciones de borde de $Pe=-0,51$ bar y $m = 4,985$ ($Q=18$ m ³ /h).	110
Figura 4.3. Imbalance en el dominio del Impulsor, para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,261944$ ($Q=19$ m ³ /h).	111
Figura 4.4. Imbalance en el dominio de la Voluta Difusor, para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,261944$ ($Q=19$ m ³ /h).	112
Figura 4.5. Imbalance en el dominio del Impulsor, para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,538888$ ($Q=20$ m ³ /h).	113

Figura 4.6. Imbalance en el dominio de la Voluta Difusor, para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,538888$ ($Q=20$ m ³ /h).	114
Figura 4.7. Convergencia de las ecuaciones de masa y momento (RMS), para condiciones de borde de $Pe=-0,51$ bar y $m = 4,985$ ($Q=18$ m ³ /h).	116
Figura 4.8. Convergencia de las ecuaciones de turbulencia k- ϵ , para condiciones de borde de $Pe=-0,51$ bar y $m = 4,985$ ($Q=18$ m ³ /h).	116
Figura 4.9. Convergencia de las ecuaciones de masa y momento (RMS), para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,261944$ ($Q=19$ m ³ /h).	117
Figura 4.10. Convergencia de las ecuaciones de turbulencia k- ϵ , para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,261944$ ($Q=19$ m ³ /h).	118
Figura 4.11. Convergencia de las ecuaciones de masa y momento (RMS), para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,538888$ ($Q=20$ m ³ /h).	119
Figura 4.12. Convergencia de las ecuaciones de turbulencia k- ϵ , para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $m =5,538888$ ($Q=20$ m ³ /h).	119
Figura 4.13. Curvas características H vs Q, comparando la curva numérica, experimental y la curva del fabricante, de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm.	122
Figura 4.14. Contorno de presión en la superficie de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, (a) 4 m ³ /h, (b) 8 m ³ /h, (c) 9 m ³ /h, (d) 11 m ³ /h, (e) 12 m ³ /h, (f) 13 m ³ /h.	123
Figura 4.15. Contorno de presión en la superficie de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, (a) 14 m ³ /h, (b) 15 m ³ /h, (c) 16 m ³ /h, (d) 18m ³ /h, (e) 19 m ³ /h, (f) 20 m ³ /h.	124
Figura 4.16. Contorno de presión en un plano medio transversal en la bomba centrífuga, mostrando a detalle el difusor (a) 9 m ³ /h, (b) 11 m ³ /h, (c) 18 m ³ /h, 20 m ³ /h.	126
Figura 4.17. Volumen de fluido que presenta la presión de saturación de vapor de agua a 25 °C, (a) 8 m ³ /h, (b) 9 m ³ /h, (c) 19 m ³ /h, (d) 20 m ³ /h	127
Figura 4.18. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 8$ m ³ /h.	128
Figura 4.19. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 9$ m ³ /h.	129
Figura 4.20. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 11$ m ³ /h.	130

Figura 4.21. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$.	131
Figura 4.22. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=13 \text{ m}^3/\text{h}$.	131
Figura 4.23. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=14 \text{ m}^3/\text{h}$.	132
Figura 4.24. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=15 \text{ m}^3/\text{h}$.	132
Figura 4.25. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=16 \text{ m}^3/\text{h}$.	133
Figura 4.26. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=18 \text{ m}^3/\text{h}$.	134
Figura 4.27. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=19 \text{ m}^3/\text{h}$.	134
Figura 4.28. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q=20 \text{ m}^3/\text{h}$.	135
Figura 4.29. Recirculación en la bomba, (a) $8 \text{ m}^3/\text{h}$, (b) $9 \text{ m}^3/\text{h}$, (c) $11 \text{ m}^3/\text{h}$, (d) $12 \text{ m}^3/\text{h}$, (e) $14 \text{ m}^3/\text{h}$, (f) $15 \text{ m}^3/\text{h}$, (g) $18 \text{ m}^3/\text{h}$, (h) $19 \text{ m}^3/\text{h}$.	136
Figura 4.30. Zona con presencia de vapor de agua $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$.	137
Figura 4.31. Formación del vapor de agua. (a) Fracción de volumen de vapor de agua en un plano de la sección de entrada del álabe, (b) Fracción de volumen de agua líquida en un plano de la sección de entrada del álabe. $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$.	139
Figura 4.32. Convergencia de la simulación, considerando el modelo de cavitación Rayleigh Plesset; (a) Convergencia de los residuos RMS de las ecuaciones de masa y momento; (b) Convergencia de las ecuaciones de turbulencia $k-\epsilon$, (c) Imbalance en el dominio del Impulsor (d) Imbalance en el dominio de la voluta y difusor, $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$.	140

Figura A.1. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=8 \text{ m}^3/\text{h}$	157
Figura A.2. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=8 \text{ m}^3/\text{h}$	157
Figura A.3. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=9 \text{ m}^3/\text{h}$	158
Figura A.4. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=9 \text{ m}^3/\text{h}$	158
Figura A.5. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=11 \text{ m}^3/\text{h}$	159
Figura A.6. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=11 \text{ m}^3/\text{h}$	159
Figura A.7. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$	160
Figura A.8. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$	160
Figura A.9. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=13 \text{ m}^3/\text{h}$	161
Figura A.10. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=13 \text{ m}^3/\text{h}$	161
Figura A.11. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=14 \text{ m}^3/\text{h}$	162
Figura A.12. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=14 \text{ m}^3/\text{h}$	162
Figura A.13. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=15 \text{ m}^3/\text{h}$	163
Figura A.14. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=15 \text{ m}^3/\text{h}$	163

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 3.1 Resumen de los parámetros generales de configuración de los dominios.....	91
Tabla 3.2. Valores obtenidos del ensayo a la bomba KSB ETA 32-200 a 3500 rpm. [14]	96
Tabla 3.3. Condiciones de borde de las simulaciones realizadas, para la curva característica H vs Q de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm.	99
Tabla 4.1. Parámetros obtenidos de la calidad geométrica.	105
Tabla 4.2. Estadísticas de calidad del mallado.....	106
Tabla 4.3. Cantidad de elementos y nodos presente en los dominios.	108
Tabla 4.4. Valores de presión a la succión, presión a la descarga y disponibilidad, del post-procesamiento, para todos los puntos de la curva característica simulados.	121

INTRODUCCIÓN.

El presente trabajo especial de grado consta de 5 capítulos. En el primer capítulo se hace el planteamiento del problema, se plantean los objetivos, limitaciones y alcance de la investigación; para luego dar paso al segundo capítulo donde se hace referencia de las bases teóricas fundamentales para el entendimiento de la dinámica de fluidos computacional (CFD), con breve explicación sobre las bombas centrífugas, descripción de sus elementos constitutivos, explicación de las ecuaciones de gobierno y modelos matemáticos que describen el comportamiento del fluido en las bombas, y se explica el procedimiento general para realizar la simulación mediante CFD. Posteriormente en el capítulo III se define el tipo de investigación a realizar, se hace un recuento de los recursos disponibles y se describe el procedimiento empleado para la modelación numérica del campo de flujo a través del dominio fluidizado impulsor-voluta de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm. Llegando al capítulo IV, se presentan los resultados obtenidos del análisis numérico del campo de flujo de la bomba centrífuga estudiada, para esto primeramente se verifican las estadísticas de la modelación geométrica de la bomba y su discretización espacial (mallado), con la respectiva validación de las mismas, para luego mostrar los resultados de la convergencia de las ecuaciones de masa, momento y turbulencia, de igual forma se muestra la curva característica de disponibilidad en función del caudal, obtenida mediante las simulaciones realizadas; posteriormente se presentan los resultados en forma de gráficas y figuras para finalmente analizar los resultados obtenidos. En el capítulo V, se presentan las conclusiones y recomendaciones de este trabajo especial de grado, para luego mostrar los apéndices.

CAPÍTULO I.

El Problema.

Se hace el planteamiento del problema y se definen los objetivos que se deben cumplir para el desarrollo de una propuesta que pueda solucionar el problema, por medio de un análisis comparativo que permita generar diferentes soluciones las cuales serán implementadas en el futuro; por lo cual se justifica la investigación, se plantean las limitaciones u obstáculos que eventualmente pudieran presentarse durante el desarrollo del trabajo, el alcance y una breve descripción de los antecedentes.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

El manejo de fluidos representa una parte vital en el desarrollo y fabricación de distintos productos en la industria moderna, así como también en la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías que día a día se integran a la sociedad en busca de su beneficio. Las bombas centrífugas, que en cualquiera de sus tipos (axial, radial, de flujo mixto), son parte de numerosas redes hidráulicas ya que aportan la energía necesaria al fluido para su desplazamiento y uso de acuerdo a la aplicación a la que esté destinada.

Las propiedades del fluido que se desplaza en el interior de una bomba centrífuga pueden variar significativamente, conduciendo a la generación de fenómenos físicos como por ejemplo la cavitación, recirculación, desprendimiento de la capa límite, puntos de estancamiento, diferencias notables de presión, la falta de uniformidad del flujo y las posibles fluctuaciones de las propiedades asociadas a distintos puntos del caudal nominal, por lo que se afecta en gran medida el funcionamiento y desempeño de la máquina y por lo tanto de la red de flujo asociada a su instalación, causando la disminución de su eficiencia. Todos estos efectos pueden llegar al punto de dañar permanentemente el impulsor de la bomba y otros elementos de la misma.

Por lo tanto es de suma necesidad el entendimiento de la naturaleza de estos fenómenos físicos, para así desarrollar nuevas tecnologías que permitan evitar estos problemas presentes en el montaje de una red de flujo. Por esto, existen diferentes ecuaciones que permiten describir el comportamiento de cualquier fluido en movimiento, en este caso de estudio, su desplazamiento a través del impulsor y voluta en una bomba centrífuga. Dichas ecuaciones no tienen solución analítica cerrada en la extensión del fenómeno, sino solo para problemas muy concretos y simplificados. También existe la posibilidad del estudio experimental del fluido en bancos de ensayos, pero con la limitante que

supone los altos costos de su construcción, la dificultad de obtener los instrumentos de medición necesarios para su funcionamiento y mantenimiento, y la necesidad de poseer distintos bancos de ensayo para la gran variedad de bombas centrífugas existentes en el mercado.

Existe igualmente una alternativa de estudio de las propiedades físicas y los fenómenos presentes en una bomba centrífuga, mediante la utilización de métodos de simulación y análisis numérico, que permiten, utilizando herramientas computacionales de CFD (Dinámica de Fluido Computacional), obtener resultados aproximados a las ecuaciones antes mencionadas, y de esta forma poder describir el comportamiento del fluido que circula a través del impulsor y voluta; alternativa a través del cual se plantea realizar un estudio de estos fenómenos presentes en una bomba centrífuga, llegando a validar sus resultados comparándolos con resultados experimentales obtenidos anteriormente en la misma bomba.

1.2 OBJETIVOS.

1.2.1 OBJETIVO GENERAL DEL TRABAJO.

Analizar numéricamente el campo de flujo a través del dominio fluidizado impulsor-voluta en una bomba centrífuga.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

1. Aplicar las ecuaciones de gobierno al campo de flujo en una bomba centrífuga.
2. Discretizar el dominio y fijar las condiciones de contorno del modelo físico-matemático según la geometría.

3. Simular el campo de flujo y obtener los resultados en formas de data, gráficos y/o videos de las variables y parámetros que describen el fenómeno.
4. Validar los resultados comparándolos con los obtenidos por ensayos experimentales realizados anteriormente y/o formular las hipótesis en base a los principios de conservación.

1.3 JUSTIFICACIONES DE LA INVESTIGACIÓN.

El presente proyecto de investigación tiene la finalidad de ampliar el campo de estudio en el área de la dinámica de fluidos por métodos distintos a los convencionales, ampliando las áreas de estudio por parte de profesores y/o estudiantes con el desarrollo de esta herramienta de trabajo.

La realización de la investigación permitirá el desarrollo de una simulación numérica computacional mediante la utilización y comparación de distintos modelos matemáticos complejos que permitan predecir el comportamiento del flujo en una bomba centrífuga, lo cual dará inicio a una rama de estudio e investigación en la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Carabobo.

En la actualidad, ha crecido la utilización de programas de computadoras (software) diseñados para la solución de las ecuaciones de la dinámica de fluidos con el fin de poder aplicarlas por medio de simulaciones a problemas reales y de utilidad práctica. La implementación del método CFD (Dinámica de Fluido Computacional) permite el cálculo de las ecuaciones que gobiernan la dinámica de fluidos y las cuales resultarían imposibles de resolver por métodos analíticos, por lo tanto con la implementación de esta técnica se utilizarían métodos

numéricos que posiblemente arrojen resultados verdaderamente aproximados a las condiciones reales de trabajo, en este caso de una bomba centrífuga.

Debido a la versatilidad de las herramientas CFD, es posible prescindir físicamente del equipo que se desee estudiar, y analizar sus características funcionales con el uso de computadoras, por lo que permitirá afinar el pre-dimensionamiento de la bomba centrífuga, procurando el aumento de su eficiencia global y a su vez implica un gran ahorro económico ya que se evita la necesidad de construir modelos a escalas que cumplan con las leyes de semejanzas de las bombas y al mismo tiempo se evita la necesidad de construir bancos de ensayos.

1.4 LIMITACIONES.

Durante la investigación se presentarán los siguientes impedimentos:

En el pensum no existe alguna materia enfocada al estudio de la dinámica de fluidos computacional, por lo que existe la posibilidad de presentarse inconvenientes con la utilización de esta herramienta para resolver las ecuaciones de la dinámica de fluidos y la utilización de los modelos numéricos adecuados de cálculo.

Es posible que haya complicaciones con la creación de un buen modelado y mallado de la geometría a estudiar.

Tiempo computacional, las simulaciones se harán de manera que puedan ser realizadas dentro de los límites de tiempo establecidos para concluir esta investigación.

1.5 ALCANCE.

Con el fin de realizar el trabajo en el periodo establecido para su estudio, se ha delimitado la investigación al estudio del dominio fluidizado a través del impulsor y la voluta de una bomba centrífuga. La simulación estará demarcada al modelo numérico seleccionado y los resultados de esta investigación sólo serán aplicables a una bomba centrífuga.

1.6 ANTECEDENTES.

A través de los ensayos experimentales en bancos de pruebas de bombas centrífugas, se puede determinar sus curvas características y parámetros principales, además de encontrar la eficiencia de trabajo. Tradicionalmente se ha utilizado este método convencional ya que no se conocían herramientas computacionales avanzadas que ahorraran el trabajo de construir bancos de ensayos y modelos a escalas por parte de los fabricantes de bombas; por tal motivo y considerando esta situación, se presenta el estudio del campo de flujo a través del dominio fluidizado de una bomba centrífuga, por medio de un análisis numérico utilizando CFD (Dinámica de Fluido Computacional), que además de proporcionar resultados confiables permite afinar el pre-dimensionamiento de las bombas y así aumentar su eficiencia, a raíz de esto se pretende demostrar la versatilidad de su utilización y corroborar la veracidad de los resultados arrojados comparándolos con resultados experimentales encontrados en ensayos anteriores de la misma bomba. En los últimos años se han realizado diversas investigaciones relacionadas a la implementación de herramientas de CFD en el estudio de diversos fenómenos asociados al trabajo de una bomba centrífuga, cuyos hallazgos más relevantes se citan seguidamente:

Motohiko y Akira, (2003) [9], realizaron estudios sobre el análisis del flujo cavitacional en una bomba centrífuga de baja velocidad específica utilizando el modelo local homogéneo de la compresión aire-vapor-líquido en medio de dos fases (modelo TE) y el modelo constante de entalpía de vaporización (modelo CEV), mediante el uso de códigos de CFD para fenómenos de cavitación y predecir el rendimiento de la bomba con precisión en un estudio preliminar. Los resultados que obtuvieron fueron comparados con los datos recopilados de forma experimental. Llegaron a la conclusión de que la utilización de ambos códigos CFD (modelos TE y CEV) son viables para predecir la caída de carga en la bomba por la formación de cavitación y el valor del NPSH en el punto de caída, igualmente a máximo caudal las burbujas aparecen en la superficie de alta presión produciendo una caída gradual de la carga, la cual usando el modelo TE pudo ser predicha, pero la capacidad computacional fue inestable; usando el modelo CEV la caída de la carga no pudo ser predicha. Por lo tanto son necesarias futuras modificaciones en ambos códigos para lograr estabilidad y resultados exactos.

Al pasar de los años, el estudio de los fenómenos dinámicos del fluido, a partir de herramientas computacionales, fueron tomando más importancia en la investigación y desarrollo ingenieril, de manera tal de adaptar estos métodos a la enseñanza y formación académica. En un enfoque didáctico, González et al, (2006) [6], desarrollaron una forma de estudio sencilla de dichos fenómenos básicos presentes en las bombas centrífugas, como la visualización de los fenómenos de incremento de energía y de difusión mediante el desarrollo de un modelo bidimensional y otro tridimensional para el flujo y técnicas de representación tridimensional alcanzadas mediante el uso de CFD. Durante su desarrollo implementaron las definiciones de los triángulos de velocidades en la entrada y en la salida del rodete, de esta forma y utilizando las ecuaciones de Euler para flujo tridimensional de un fluido ideal e incompresible. Describir de

una forma elemental el funcionamiento de la turbomáquina. Las conclusiones más relevantes se resumen a continuación: Se ha conseguido desarrollar modelos bidimensionales y tridimensionales para el estudio del flujo en bombas centrífugas. El desarrollo de estos modelos ha supuesto un considerable esfuerzo investigador y, como resultado, se ha considerado muy interesante su inclusión en el terreno de la docencia, por entenderse que los conceptos visuales acaban siendo más fácilmente comprendidos por los alumnos. El método utilizado para mostrar los distintos fenómenos involucrados permite exponer fácil y concisamente fenómenos físicos bastante complejos que aparecen en las turbomáquinas y, en particular, en las bombas centrífugas. Se espera poder continuar en el desarrollo de nuevas simulaciones y nuevas aplicaciones en el futuro. En particular, se intentará extender el estudio a otras turbomáquinas.

Dykas y Wilk, (2008) [12], realizaron un análisis numérico del flujo a través de una bomba centrífuga de una sola etapa, con una velocidad de rotación de 1200 revoluciones por minuto, siendo la misma fabricada y preparada para el análisis experimental. A dicha bomba se le determinaron las características del flujo por medio de modelos de CFD mediante el uso de códigos comerciales. Los resultados del ensayo de simulación, se compararon con los datos obtenidos del ensayo experimental. Demostrando la alta utilidad de los métodos de CFD para el diseño de máquinas de flujo.

El procedimiento desarrollado para la determinación numérica de las características del flujo de la bomba centrífuga se presenta para verificarse utilizando los datos de medición obtenidos en una instalación experimental en el Instituto de Ingeniería Eléctrica y Turbomáquina de la Universidad Tecnológica de Silesia. Tras el análisis que se presentó, se desarrolló una optimización de la forma numérica del impulsor, así como su geometría.

Barrio et al, (2010) [11], presentaron una investigación numérica sobre el flujo no permanente en una bomba centrífuga comercial operando en directo

(bomba) y de modo inverso (turbina), investigando las propiedades del flujo global dentro de la máquina y estimaron la carga radial en el impulsor en función del caudal, para ambos modos de funcionamiento, por medio de simulaciones numéricas en 3-D realizados a distintas ratas de flujo, analizando los efectos de turbulencia, flujos secundarios y fenómenos inestables para el estudio del acoplamiento óptimo entre el flujo y la geometría de la máquina. Los resultados numéricos fueron realizados mediante el código FLUENT del modelo computacional CFD.

El funcionamiento de una bomba centrífuga que trabaja en modo directo y como una turbina centrípeta, se investigó mediante un código comercial de CFD. Las simulaciones se llevaron a cabo durante cinco velocidades de flujo en cada modo de operación después de la prueba de la dependencia de las predicciones numéricas con respecto al tamaño de la red y al de paso del tiempo. Las predicciones se han validado con pruebas de laboratorio, que mostraron una buena proximidad entre la carga de flujo experimental y la simulación numérica.

Posteriormente el modelo numérico se utilizó para investigar el flujo global de ambos modos de funcionamiento de la bomba, y además, para estimar la carga radial sobre el impulsor en función del caudal. Al funcionar como una turbina, se observó que el flujo sólo se compara con la geometría de la turbina en condiciones nominales, mientras que desarrolló recirculación del líquido en las regiones de alto y bajo caudal. El análisis del flujo también reveló la presencia de una baja presión en la región situada entre el impulsor y la lengüeta de la bomba, ubicada al final de la voluta e inicio del difusor.

Las predicciones de la carga radial mostraron un mínimo empuje radial cerca de las condiciones de diseño en el modo de bomba y un aumento en la magnitud con el incremento de la velocidad de flujo en modo de inversión de la operación (modo turbina). La magnitud de la carga radial total resultó inferior a

la carga máxima total en el modo de funcionamiento de la bomba como turbina bajo condiciones nominales. Por el contrario, el empuje total del impulsor se encontró muy por encima de esta carga máxima para un flujo mayor al caudal nominal en el modo de turbina. Por lo tanto, y teniendo en cuenta el rango de operación habitual en turbinas centrípetas, se concluyó que el diseño mecánico de la máquina, del eje y rodamientos debe ser realizado cuidadosamente si se espera un habitual funcionamiento en modo inverso de la bomba.

CAPÍTULO II.

Marco Teórico.

Se presentan las bases teóricas fundamentales sobre las bombas centrífugas, descripción de sus elementos constitutivos, se incluyen las ecuaciones principales que describen el comportamiento del fluido en las bombas, se plantean las bases teóricas para la modelación numérica de los fenómenos presentes en el funcionamiento de las bombas centrífugas y se realiza una descripción del procedimiento general para realizar la simulación, usando la dinámica de fluidos computacional (CFD).

2.1 GENERALIDADES DE LAS BOMBAS. [4]

Una bomba es una máquina hidráulica que se utiliza para adicionar energía desde un estado inicial (de menor energía) hasta un estado final (de mayor energía) a un fluido, siendo este generalmente líquido, haciendo que este pueda realizar un trabajo de desplazamiento a través de una tubería, elevándose a un nivel geodésico más alto y/o aumentando su energía elástica en forma de presión.

Las bombas entonces son máquinas de fluido hidráulicas, las cuales reciben energía mecánica, que puede proceder de un motor eléctrico, térmico, etc., y la convierte en energía que un fluido adquiere en forma de posición, velocidad o de presión. Así tendremos que las bombas son máquinas que se pueden utilizar para diversas aplicaciones, se pueden citar: bombas para manejo de diferentes sustancias químicas, bombas para manejo de aceites, mieles, fibras, etc., bombas elevadoras de agua subterránea, bombas para usos agrícolas, industriales y municipales, bombas usadas en plantas de tratamiento de agua, bombas utilizadas en sistemas de refrigeración, bombas utilizadas en la industria petrolera, bombas para manejos de lodos y pastas, bombas utilizadas en sistemas contra incendio, entre muchas otras.

2.2 BOMBAS CENTRÍFUGAS. [3][4][10]

Una bomba centrífuga, es una máquina rotodinámica hidráulica de fluido que cumple estrictamente el concepto de bomba descrito anteriormente, pero que además trabaja bajo la acción dinámica sobre el fluido, el cual fluye de manera continua a través de la máquina. La bomba centrífuga es por su principio de funcionamiento una turbomáquina en donde el cambio de momento de la cantidad de movimiento en el fluido es el responsable del incremento de energía

sobre este, siendo parte de la adición de energía al fluido, realizado debido al efecto centrífugo sobre este.

Las bombas centrífugas son siempre rotativas y su principio de funcionamiento se basa en la ecuación de Euler. Su característica principal es la capacidad para desplazar grandes caudales, sin embargo, los niveles de presión alcanzados, en bombas simples, son limitados.

Una bomba centrífuga tal como la mostrada en la figura 2.1, es una máquina que consiste en un conjunto de paletas consolidadas a un rotor giratorio, confinado en una caja cerrada, llamada carcasa. Las paletas, llamadas álabes, son las que imparten energía al fluido. Así despojada de todos los accesorios refinados, una bomba rotodinámica está compuesta esencialmente por dos partes principales: 1) un elemento giratorio, incluyendo un impulsor y un eje y 2) un elemento estacionario, compuesto por una cubierta, estopera y chumaceras.

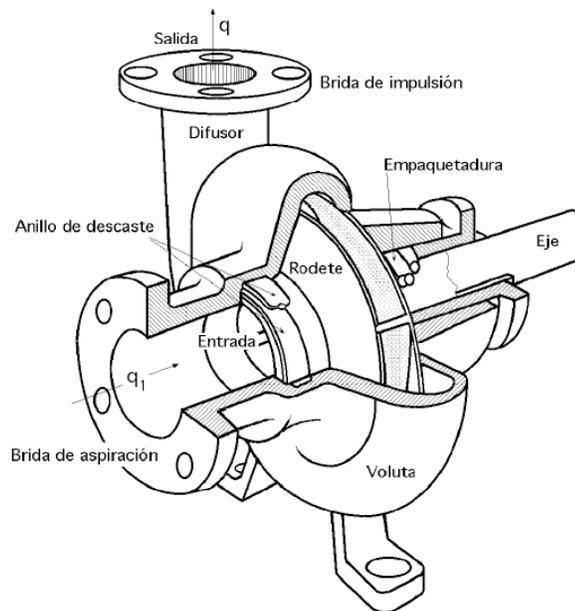


Figura 2.1. Perspectiva de una bomba centrífuga. [10]

Las bombas centrífugas en general se pueden clasificar de acuerdo a las siguientes características:

- Según la dirección del flujo: bombas de flujo radial, y bombas de flujo mixto.
- Según la posición del eje: bombas de eje horizontal, de eje vertical y de eje inclinado.
- Según la presión de entrada: Bombas de baja presión, media presión y de alta presión.
- Según el número de flujos en la entrada de la bomba: de simple succión y de doble succión.
- Según el número de etapas: de una sola etapa o de varias etapas.

2.2.1 EL IMPULSOR. [3] [4]

El rodete o impulsor es el elemento rotatorio, está provisto de álabes, es el corazón de la bomba, hace girar la masa de fluido, con la velocidad periférica del extremo de los álabes y tiene la función de transformar la energía mecánica recibida en el eje, en energía cinética y energía de presión en el fluido. El rodete reviste formas muy variadas y aun caprichosas, cuando la aplicación en particular así lo requiere. Los rodetes se clasifican según la forma de sujeción de los álabes en cuatro tipos básicos, estos son:

- Rodete cerrado de simple succión, tiene cara anterior y posterior, que forma una caja donde están los álabes, ver figura 2.2 (a).
- Rodete cerrado de doble succión, ver figura 2.2 (b).
- Rodete semiabierto de simple succión, no posee cara anterior, los álabes se fijan solo a la cara posterior, ver figura 2.2 (c).
- Rodete abierto de doble succión, los álabes se fijan al cubo, no posee cara anterior ni posterior, ver figura 2.2 (d).

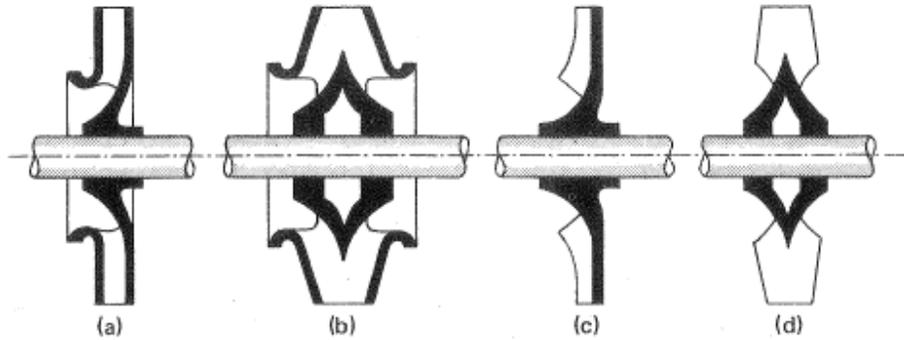


Figura 2.2. Tipos de rodete según la forma de sujeción de los álabes. [3]

También se pueden clasificar de acuerdo a la dirección de flujo a través de él, en: rodetes de flujo radial, ver figura 2.3 (a) y rodetes de flujo mixto, ver figura 2.3 (b).

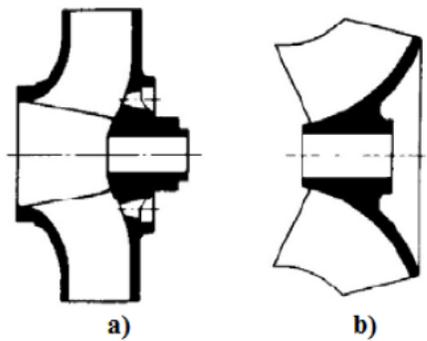


Figura 2.3. Tipos de rodetes de una bomba centrífuga, según la dirección del flujo. [4]

2.2.2 EL SISTEMA DIFUSOR. [3] [4]

El sistema difusor o voluta de una bomba, consta de tres elementos: 1) corona directriz, 2) caja espiral y 3) cono difusor.

Las funciones del sistema difusor, son básicamente dos, primero transformar parte de la energía cinética aportada en el rodete en energía de presión con el mínimo posible de pérdidas, y segundo, permitir un correcto guiado del fluido proveniente del rodete hasta la tubería de salida de la bomba, sin que se produzcan choques que generen pérdidas de energía.

No siempre existen los tres elementos, en la figura: 2.4 (a) bomba con solo caja espiral, (b) bomba con caja espiral y cono difusor, (c) bomba con caja espiral, corona directriz y cono difusor.

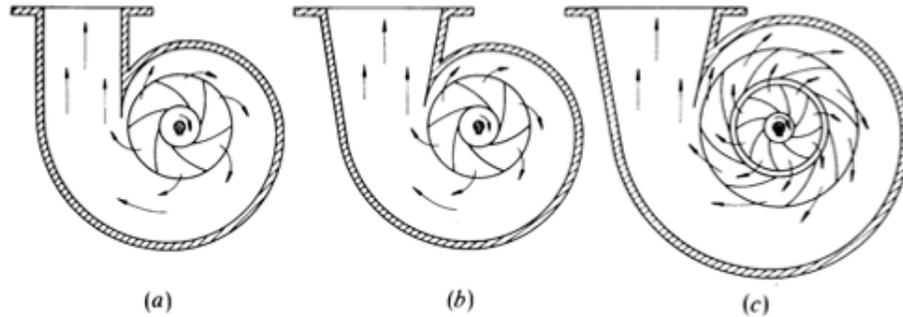


Figura 2.4. Sistemas difusores de una bomba centrífuga. [3]

La corona directriz o corona de álabes fijos, que recoge el líquido del rodete y transforma la energía cinética comunicada por el rodete en energía de presión, ya que la sección de paso aumenta en esta corona en la dirección de flujo, esta corona directriz no existe en todas las bombas porque encarece su construcción, aunque hace a la bomba más eficiente.

La caja espiral transforma también la energía dinámica en energía de presión, y recoge además con pérdidas mínimas de energía el fluido que sale del rodete, conduciéndolo hasta la tubería de salida o tubería de impulsión.

El tubo difusor troncocónico, realiza una tercera etapa de difusión o sea de transformación de energía dinámica en energía de presión.

El nombre de caja espiral se deriva de una construcción especial de la misma que consiste en una caja formada por dos planos paralelos y cerrada por una superficie cilíndrica cuya directriz es una espiral logarítmica. En este caso las secciones por planos axiales serían circunferencias de área creciente como corresponde a la difusión que se pretende. La figura 2.5 representa otras secciones de cajas espirales o volutas más frecuentes.

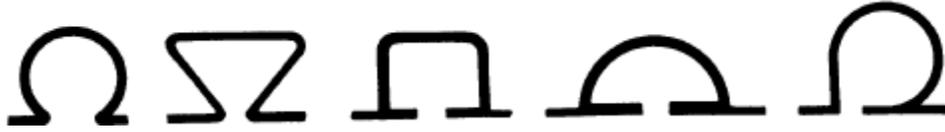


Figura 2.5. Secciones de volutas de uso más frecuente. [3]

2.3 ECUACIÓN DE EULER O ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS TURBOMÁQUINAS. [3]

La ecuación de Euler es la ecuación fundamental para el estudio de las turbomáquina, tanto de las turbomáquina hidráulicas, como de las turbomáquinas térmicas. Constituye, pues, la ecuación básica tanto para el estudio de las bombas, ventiladores, turbinas hidráulicas (turbomáquinas hidráulicas), como para el estudio de los turbocompresores, turbinas de vapor y turbinas de gas (turbomáquina térmicas). Es la ecuación que expresa la energía intercambiada en el rodete de todas las máquinas.

2.3.1 PLANOS DE REPRESENTACIÓN DE UNA TURBOMÁQUINA. [3]

Los dos planos de representación de una turbomáquina son el plano o corte meridional y el plano o corte transversal. Estos planos para una bomba radial se representan en la siguiente figura.

En la figura 2.6 (a) se representa el corte por un plano que contiene el eje de la máquina, se llama corte meridional, porque en el representan en su verdadera forma las meridianas de las superficies de revolución de la máquina, como son las superficies anterior y posterior del rodete (s y s' en la figura). En este corte se ven también las aristas de entrada y salida de los alabes, los cuales imparten energía al fluido. Estas aristas de entrada y salida en nuestro caso son paralelas al eje de la máquina. Los anchos del rodete a la entrada b_1 y salida b_2 de los álabes se acotan también en este plano.

En la figura 2.6 (b) se representa el corte transversal por un plano perpendicular al eje. El corte transversal de una bomba radial se ve el álabe del rodete en su verdadera forma: el alabe es una superficie cilíndrica con generatrices paralelas al eje de la maquina: los diámetros de entrada y salida de los alabes D_1 y D_2 , se acotan también en este plano, así como el diámetro del eje, d_e .

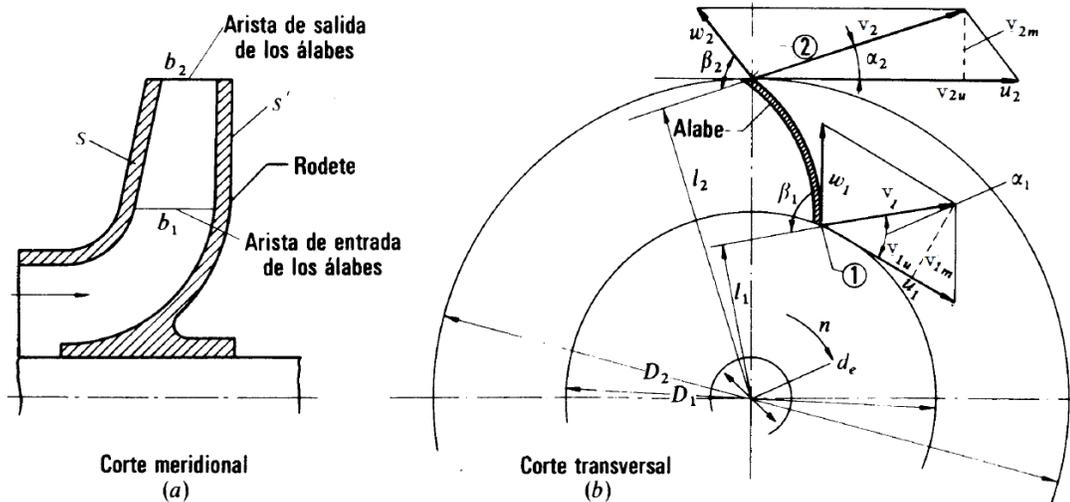


Figura 2.6. Rodete de una bomba centrífuga (a) corte meridional, (b) corte transversal. En este último se han dibujado los triángulos de velocidad a la entrada y salida. [3]

2.3.2 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE EULER. [3]

Esta deducción se hará con relación a la figura 2.6, que representa como ya se ha dicho, el rodete (impulsor) de una bomba centrífuga.

Se supone que la bomba funciona en régimen permanente y que al girar crea una depresión en el rodete, penetrando el fluido en el interior de la bomba. Sea \vec{v}_1 la velocidad absoluta de una partícula de fluido a la entrada de un álabe (punto 1 en la figura). El rodete accionado por el motor de la bomba gira a una velocidad n , rpm. En el punto 1 el rodete tiene una velocidad periférica:

$$u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60} \quad (2.1)$$

Con relación al álabe, el fluido se mueve con una velocidad w_1 , llamada velocidad relativa a la entrada. Las tres velocidades v_1 , u_1 y w_1 están relacionadas según la mecánica del movimiento relativo, por la ecuación vectorial:

$$\vec{w}_1 = \vec{v}_1 - \vec{u}_1 \quad (2.2)$$

Suponiendo que el álabe (o su tangente) tiene la dirección del vector \vec{w}_1 , con lo que la partícula entra sin choque en el álabe (en la práctica esto sucede cuando la bomba funciona en su punto nominal), si la velocidad de giro es mayor o menor a la velocidad nominal (\vec{u}_1 es mayor ó menor y se produce un choque a la entrada y disminución del rendimiento en la bomba). La partícula guiada por el álabe sale del rodete con una velocidad relativa a la salida \vec{w}_2 , que será tangente al álabe en el punto 2. En el punto 2 el álabe tiene la velocidad periférica \vec{u}_2 . La misma composición de velocidades de la Ec. (2.2) nos proporciona la velocidad absoluta a la salida \vec{v}_2 :

$$\vec{v}_2 = \vec{u}_2 + \vec{w}_2 \quad (2.3)$$

La partícula de fluido ha sufrido, en su paso por el rodete un cambio de velocidad de \vec{v}_1 a \vec{v}_2 . Del teorema de la cantidad de movimiento se deduce el teorema del momento cinético o del momento de la cantidad de movimiento, en efecto la siguiente ecuación está aplicada al hilo de corriente a que pertenece la partícula de fluido considerada.

$$d\vec{F} = dQ\rho(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad (2.4)$$

Tomando momentos en la ecuación 2.4 con relación al eje de la bomba se tiene: el teorema del momento cinético o momento de la cantidad de movimiento.

$$dM = dQ\rho(l_2\vec{v}_2 - l_1\vec{v}_1) \quad (2.5)$$

Ahora se supondrá que todas las partículas de fluido entran en el rodete a un diámetro D_1 con la misma velocidad v_1 , y salen a un diámetro D_2 con la misma velocidad v_2 . Esto equivale a suponer que todos los filamentos de corriente sufren la misma desviación, lo cual a su vez implica que el número de alabes es infinito para que el rodete guie al fluido perfectamente. Aplicando esta hipótesis llamada “Teoría unidimensional, o teoría del número infinito de alabes, al hacer la integral de la ecuación 2.5, el paréntesis del segundo miembro será constante. Obteniéndose finalmente:

$$M = Q\rho(l_2v_2 - l_1v_1) \quad (2.6)$$

De la figura 2.6 (b), se deduce que

$$l_1 = r_1 \cos \alpha_1 \quad (2.7)$$

$$l_2 = r_2 \cos \alpha_2 \quad (2.8)$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la ecuación 2.6, se tiene:

$$M = Q\rho(r_2v_2 \cos \alpha_2 - r_1v_1 \cos \alpha_1) \quad (2.9)$$

Este momento multiplicado por la velocidad angular ω será igual a P_u .

Por otra parte si se llama Y_u a la energía específica que el rodete de la bomba comunica al fluido, G al caudal másico que atraviesa el rodete, se tiene que la potencia que el rodete comunica al fluido P_u es:

$$P_u = G \cdot Y_u = (Q \cdot \rho)(g \cdot H_u) \quad (2.10)$$

Donde H_u es la altura equivalente a la energía intercambiada en el fluido o altura hidráulica. Seguidamente se igualan las dos expresiones de potencia de las ecuaciones 2.9 y 2.10, de lo cual se tiene:

$$Q\rho Y_u = Q\rho\omega(r_2v_2 \cos \alpha_2 - r_1v_1 \cos \alpha_1) \quad (2.11)$$

Simplificando se obtiene la **primera forma de la ecuación de Euler (expresión energética)** se considera el signo negativo para máquinas

generadoras y el positivo para máquinas motoras, por ejemplo en las bombas centrífugas se usa el signo negativo:

$$Y_u = \pm(u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}) \quad (2.12)$$

Dividiendo por g los dos términos de la ecuación 2.12 se tendrá la **primera forma de la ecuación de Euler (expresión en alturas)**.

$$H_u = \pm \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} \quad (2.13)$$

Del triángulo de velocidades de entrada se deduce trigonométricamente:

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1 v_1 \cos \alpha_1 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1 v_{1u}$$

$$u_1 v_{1u} = \frac{1}{2(u_1^2 + v_1^2 - w_1^2)} \quad (2.14)$$

Asimismo, del triángulo de velocidades en la salida se deduce:

$$u_2 v_{2u} = \frac{1}{2(u_2^2 + v_2^2 - w_2^2)} \quad (2.15)$$

Llevando a la ecuación de Euler (2.12) los valores de $u_1 v_{1u}$ y $u_2 v_{2u}$ de las ecuaciones (2.14) y (2.15) y ordenando los términos, se tiene la **segunda forma de la ecuación de Euler (expresión energética)** se considera el signo negativo para máquinas generadoras y el positivo para máquinas motoras, por ejemplo en las bombas centrífugas se usa el signo negativo:

$$Y_u = \pm \left(\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \right) \quad (2.16)$$

Asimismo dividiendo por g ambos miembros de la Ec. (2.10), se tiene la **segunda forma de la ecuación de Euler (expresión en alturas)**:

$$H_u = \pm \left(\frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right) \quad (2.17)$$

2.3.3 TRIÁNGULOS DE VELOCIDADES. [3]

Las ecuaciones vectoriales (2.1) y (2.2) se representan mediante dos triángulos, que se llaman triángulos de entrada y triángulo de salida, respectivamente como los mostrados en la figura 2.7. Dónde:

u_1 : velocidad absoluta del álabe a la entrada o velocidad periférica (tangencial) a la entrada.

v_1 : velocidad absoluta del fluido a la entrada.

w_1 : velocidad relativa a la entrada (del fluido con respecto al álabe).

v_{1m} : componente radial de la velocidad absoluta del fluido a la entrada.

v_{1u} : componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido a la entrada.

α_1 : ángulo que forman las dos velocidades v_1 y u_1 .

β_1 : ángulo que forma w_1 con $(-u_1)$. Nótese que el ángulo que forma w_1 con $+u_1$ es el β'_1 suplementario del β_1 . Lo mismo en el triángulo de salida, sustituyendo el subíndice 1 por el 2.

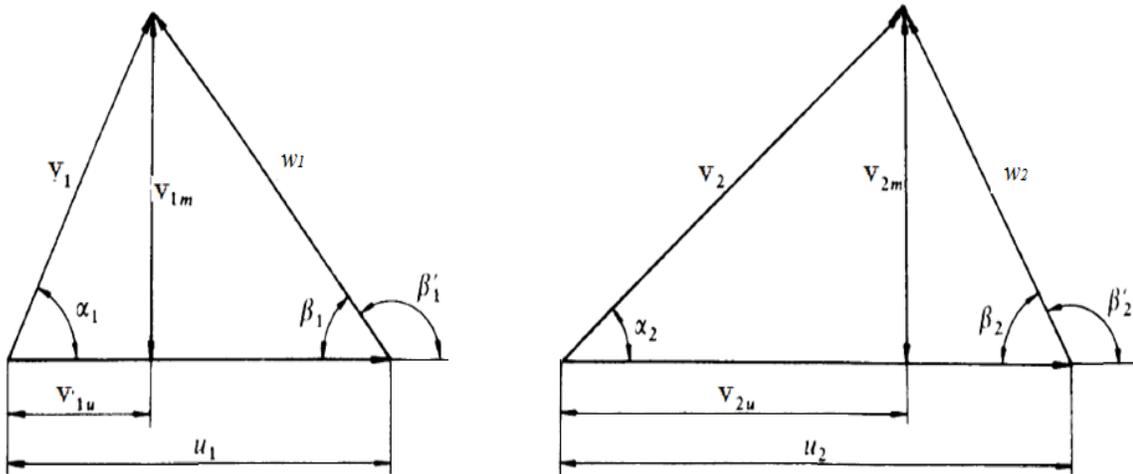


Figura. 2.7. Triángulo de velocidad de entrada y salida de un impulsor de una bomba centrífuga. [3]

2.4 CLASIFICACIÓN DE LOS FLUIDOS. [8]

2.4.1 FLUIDOS COMPRESIBLES E INCOMPRESIBLES.

Existe un **flujo incompresible** si la densidad de cada partícula de fluido permanece relativamente constante mientras se mueve por el campo de flujo, es decir $D\rho/Dt=0$ (las propiedades de una partícula de fluido no tienen rapidez de cambio mientras la seguimos por su camino de flujo). Esto no exige que la densidad sea constante en todos los puntos. Si la densidad es constante, obviamente el flujo es incompresible, pero sería una condición más restrictiva, los flujos en los que intervienen capas adyacentes de agua dulce y salada, como sucede cuando un río desemboca en el mar, son ejemplos de flujos incompresibles en los que la densidad varía. Además del flujo líquido, los flujos de gas de baja velocidad, como el flujo atmosférico, también se consideran incompresibles. Si las variaciones de densidad en los gases son cuando más del 3 %, el fluido se supone incompresible; si el número de mach es mayor de 0,3, las variaciones de densidad influyen en el flujo y es preciso tomar los efectos de compresibilidad, tales **flujos son compresibles**.

2.4.2 FLUJOS VISCOSOS Y NO VISCOSOS.

Un flujo **no viscoso** es uno en el que los efectos de viscosidad no afectan significativamente el flujo y, por lo tanto no se toma en cuenta. En un **flujo viscoso** los efectos de viscosidad son importantes y no pueden despreciarse. Para modelar flujos no viscosos, simplemente se puede hacer que la viscosidad sea cero; obviamente, esto hará que todos los efectos viscosos sean cero. Es más difícil crear un flujo no viscoso experimentalmente, porque todos los fluidos de interés como el agua y el aire tienen viscosidad. Cualquiera de los efectos viscosos que pudieran existir están confinados a una delgada capa llamada **capa limite**, que está unida a la frontera, como en el ejemplo de la figura 2.8; la

velocidad en una capa límite siempre es cero en una pared fija, como resultado de la viscosidad. En muchas situaciones de flujo, las capas de frontera son tan delgadas que se puede hacer caso omiso de ellas al estudiar las características globales de un flujo alrededor de un cuerpo aerodinámico.

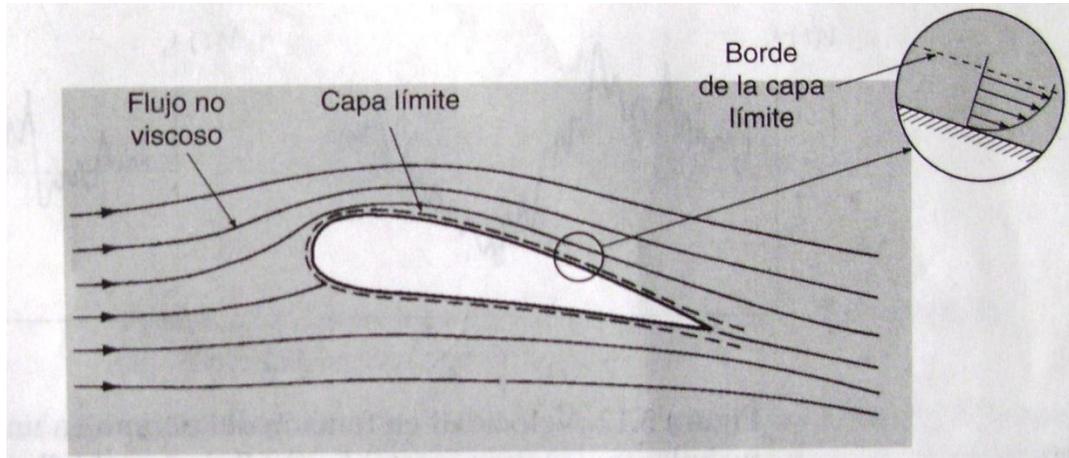


Figura 2.8. Flujo alrededor de un perfil de ala. [8]

Los flujos viscosos incluyen la amplia clase de los flujos internos, como los flujos en tuberías y conductos y en canales abiertos. En tales flujos los efectos viscosos causan pérdidas. La condición de no deslizamiento que da pie a una velocidad de cero en la pared, y los esfuerzos cortantes resultantes, generan directamente dichas pérdidas.

2.4.3 FLUJOS LAMINARES Y TURBULENTOS.

El flujo viscoso se puede clasificar como laminar o turbulento.

En el **flujo laminar** el fluido se mueve sin que haya una mezcla significativa de partículas de fluido vecinas. Si se inyectara un colorante en el fluido, no se mezclaría, con el fluido vecino, excepto por actividad molecular; conservaría su identidad durante un tiempo relativamente largo, (ver figura 2.9).

En un **flujo turbulento** los movimientos del fluido varían de forma irregular, de modo que las cantidades como velocidad y presión exhiben variaciones aleatorias con las coordenadas de espacio y tiempo. Las cantidades físicas a menudo se describen mediante promedio estadísticos. En este sentido se podrá definir un flujo turbulento estable: un flujo en el que las cantidades físicas promediadas en el tiempo no varían con éste, (ver figura 2.10).

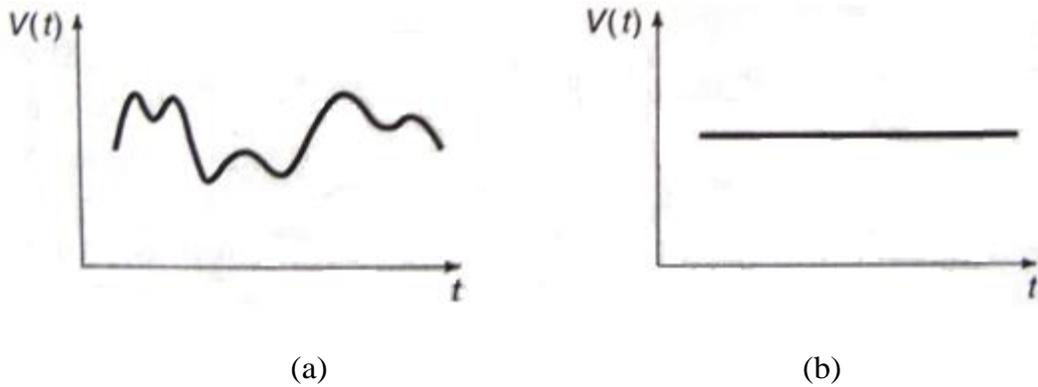


Figura 2.9. La velocidad en función del tiempo en un flujo laminar; (a) flujo inestable, (b) flujo estable. [8]

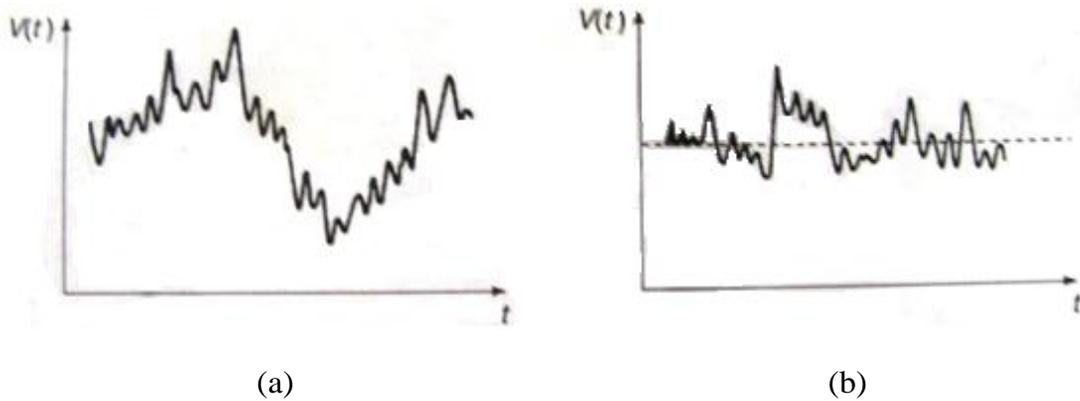


Figura 2.10. Velocidad en función del tiempo en el flujo turbulento, (a) flujo inestable, (b) flujo estable [8]

El régimen de flujo depende de tres parámetros físicos que describen las condiciones de flujo. El primer parámetro es una escala de longitud del campo

de flujo, como el espesor de una capa límite o el diámetro de una tubería. El segundo parámetro es una escala de velocidad tal como un promedio espacial de la velocidad. El tercer parámetro es la viscosidad cinemática.

Los tres parámetros pueden combinarse en uno solo que puede servirnos para predecir el régimen de flujo. Esta cantidad es **el Número de Reynolds**, un parámetro adimensional, que se define como:

$$Re=VL/v \quad (2.17.1)$$

Donde L es la longitud y V la velocidad característica, v es la viscosidad cinemática; por ejemplo en un flujo de tubería L podría ser el diámetro de la tubería y V podría ser la velocidad media. Si el número de Reynolds es relativamente pequeño, el flujo es laminar, si es grande, el flujo es turbulento. Esto se expresa definiendo un número de Reynolds crítico, Re_{crit} , tal que el flujo es laminar si $Re < Re_{crit}$. Por ejemplo en un flujo dentro de una tubería con paredes ásperas se determina que $Re_{crit} = 2000$ aproximadamente. Este es el número de Reynolds crítico y es el que se emplea en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería. Si la pared es extremadamente lisa el número de Reynolds crítico aumenta debido a que se reduce el nivel de fluctuación en el flujo, se han medido valores por encima de 40000. El flujo también puede ser laminar y turbulento de forma intermitente; esto ocurre cuando el número de Reynolds se acerca al crítico.

2.5 ECUACIÓN DE BERNOULLI PARA CAMPOS CENTRÍFUGOS. [8]

La variación de la energía del fluido por unidad de peso, tiene dimensiones de la longitud y se conoce como altura o carga, su expresión para una

turbomáquina hidráulica en la cual se desprecia la variación de la energía interna y se considera la densidad como constante viene dada por la expresión:

$$H = \frac{\Delta E}{mg} = \frac{m\Delta e}{mg} = \frac{\Delta e}{g} = \frac{1}{2} \Delta \left(\hat{u} + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz \right) = \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{\Delta(v^2)}{2g} + \Delta z \quad (2.18)$$

Despreciando las variaciones de energía potencial y cinética, frente al trabajo del flujo, se tiene la altura determinada por la variación de presión:

$$H \cong \frac{\Delta p}{\rho g} \quad (2.19)$$

La variación de energía específica (Δe) viene dada por la potencia transmitida entre la turbomáquina y el fluido (P_h):

$$\Delta e = \frac{-Y_u}{\rho Q} = gH \equiv -P_h = \rho g Q H \quad (2.20)$$

La altura se expresar también a partir de la Ec. 2.13.

$$H = \frac{-Y_u}{\rho g Q} = \frac{(\rho Q)(u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u})}{\rho g Q} = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} \quad (2.21)$$

La Ec. 2.13 se puede expresar en función de la velocidad absoluta y relativa, a partir de un triángulo de velocidades de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} v^2 + v_u^2 &= w^2 - (u - v_u)^2 = w^2 - u^2 - v_u^2 + 2uv_2 \\ 2uv_2 &= \frac{u^2 + v^2 - w^2}{2} \end{aligned} \quad (2.22)$$

De esta forma se puede definir la altura H, de dos formas:

$$H_u = \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} = \frac{(u_2^2 + v_2^2 - w_2^2) - (u_1^2 + v_1^2 - w_1^2)}{2g} \quad (2.23)$$

$$H = \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{\Delta(v^2)}{2g} + \Delta z = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) \quad (2.24)$$

Igualando y simplificando estas ecuaciones:

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2g} + gz_2 - \frac{u_2^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2g} + gz_1 - \frac{u_1^2}{2} \quad (2.25)$$

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2g} + gz - \frac{u^2}{2} = ctte \quad (2.25.1)$$

Al expresar la velocidad tangencial como $u = \omega r$, se obtiene la Ecuación de Bernoulli para campos centrífugos:

$$p + \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2 + \rho gz - \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2 = ctte \quad (2.26)$$

2.6 ECUACIONES DE GOBIERNO. [1][8]

Es importante recordar el significado de las siguientes operaciones matemáticas, el operador gradiente, llamado “nabla” o “del”, que en coordenadas rectangulares es:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \quad (2.27)$$

En este caso, el operador Nabla se utiliza para el cálculo del gradiente de presión, lo cual no se debe confundir con la divergencia (si hubiera un símbolo de producto escalar entre el operador y la presión), o con el rotacional (si hubiera un símbolo de producto vectorial entre el operador y la presión).

Y el operador Laplaciano:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.27.1)$$

La derivada material o derivada sustancial, recibe este nombre especial debido a un símbolo especial (D/Dt en lugar de d/dt) porque se sigue una partícula de fluido determinada, es decir se sigue a la sustancia o material. Esta derivada representa la relación entre una deducción lagrangiana en la que la cantidad depende del tiempo t y una deducción euleriana, en la que una cantidad depende de la posición (x,y,z) y el tiempo. La derivada sustancial puede utilizarse con otras variables dependientes, por ejemplo, DT/Dt, representa la

rapidez de cambio de la temperatura de una partícula de fluido mientras se sigue por su camino, la derivada material es:

$$\frac{D}{Dt} = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} \quad (2.27.2)$$

En esta sección se presentan, las ecuaciones de conservación de la masa, momentum y energía. Para flujos turbulentos, las ecuaciones de conservación se promedian conduciendo a términos adicionales, estos términos, junto con los modelos para ellos, se analizan en la sección de los modelos de turbulencia. Las ecuaciones de conservación de la masa, momentum y de la energía se pueden escribir de la siguiente manera en estado estacionario (todas las propiedades de flujo en un punto dado son independientes del tiempo, cuando se mantiene una posición fija):

2.6.1 ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

La ecuación de continuidad se expresa como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (2.28)$$

Donde $V = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ y $\nabla \cdot V$ es la divergencia de la velocidad y el término $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ en realidad expresa la derivada material $D\rho/Dt$, esta forma de la ecuación de continuidad no hace referencia a ningún sistema de coordenadas en específico, es la forma para expresarla empleando diversos sistemas de coordenadas, en el caso de un **flujo incompresible**, en el que la densidad de una partícula de fluido no cambia durante su trayecto $D\rho/Dt=0$, se puede ver que la **ecuación de continuidad** se expresa en forma diferencial y vectorial respectivamente:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.28.1)$$

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (2.28.2)$$

2.6.2 ECUACIÓN DE MOMENTUM.

La ecuación de momentum se expresa como:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V x V) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (2.29)$$

Donde el esfuerzo cortante τ , está relacionado con la velocidad de deformación por: $\tau = \mu(\nabla + (\nabla V)^T - \frac{2}{3}\delta \nabla \cdot V)$

Las **ecuaciones diferenciales de momentum se pueden escribir para flujos incompresibles**, utilizando la derivada material:

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu \nabla^2 u \\ \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu \nabla^2 v \\ \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu \nabla^2 w \end{aligned} \quad (2.30)$$

En forma vectorial:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p - \rho g + \mu \nabla^2 V \quad (2.30.1)$$

Se ha añadido tres ecuaciones adicionales a la ecuación de continuidad para obtener cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas, u, v, w y p. Con las condiciones de frontera iniciales apropiadas, es posible obtener una solución que nos dé un campo de velocidad y presión para este flujo incompresible.

2.6.3 ECUACIÓN DE LA ENERGÍA TOTAL.

La ecuación de energía total se expresa como:

$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (V \cdot \tau) + V \cdot S_M + S_E \quad (2.31)$$

Donde h_{tot} es la entalpía total, relacionada con la entalpía estática h (T,p) por la siguiente ecuación:

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2}U^2 \quad (2.32)$$

El término $\nabla \cdot (V \cdot \tau)$ representa el trabajo debido a los esfuerzos viscosos y es llamado término de trabajo viscoso.

El término $V \cdot S_M$ representa el trabajo debido a las fuentes de momentum externo y se desprecia en la actualidad.

2.6.4 ECUACIÓN DE LA ENERGÍA TÉRMICA.

También está disponible una forma alternativa de la ecuación de energía, que es adecuada para flujos de baja velocidad, Para deducirla, se requiere de una ecuación para la energía mecánica K. Donde como ya se sabe:

$$K = \frac{1}{2}V^2 \quad (2.33)$$

La ecuación de la energía mecánica se deriva tomando el producto escalar de U con la ecuación de momentum, ecuación 2.29:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho VK) = -V \cdot \nabla p + V \cdot (\nabla \cdot \tau) + V \cdot S_M \quad (2.34)$$

Restando esta ecuación a la ecuación de la energía total, ecuación 2.31, se obtiene la ecuación de la energía térmica:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Vh) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + V \cdot \nabla p + \tau : \nabla V + S_E \quad (2.35)$$

El término $\tau : \nabla U$ es siempre positivo y es llamado disipación viscosa.

Con hipótesis mencionadas más adelante, se puede obtener la ecuación de energía térmica:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Vh) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \tau : \nabla V + S_E \quad (2.36)$$

Esta ecuación se puede derivar de la ecuación 2.35 con dos distintas suposiciones:

- Si h es interpretada como energía interna, $e = h - \frac{P}{\rho}$, entonces la ecuación 2.35 puede ser escrita como:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V e) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - p \nabla \cdot V + \tau : \nabla V + S_E \quad (2.37)$$

El cual es equivalente a la ecuación 2.36 si descuidamos el término $-p \nabla \cdot V$, e interpretamos h como e . Esta interpretación es adecuada para los líquidos, donde los efectos de la variable densidad son insignificantes. Tenga en cuenta que la variable principal se sigue llamando “Entalpía Estática” en CFD-post procesamiento, aunque en realidad representa la energía interna. También teniendo en cuenta que para líquidos que tienen como variable el calor específico el solucionador incluye la contribución de (P/ρ) en las tablas de entalpía. Esto es inconsistente, ya que la variable es en realidad la energía interna. Por esta razón, la ecuación de la energía térmica no debe ser utilizada en esta situación, particularmente para los líquidos subenfriados.

- Por otro lado, si $\frac{\partial p}{\partial t}$ y $V \cdot \nabla p$ son descuidados en la ecuación 2.35, entonces sigue directamente la ecuación 2.36. Esta interpretación es apropiada para flujos de bajos número de Mach de gases compresibles.

La ecuación energía térmica, a pesar de ser una simplificación, se puede utilizar tanto para líquidos y gases, para evitar problemas de estabilidad potencial con la formulación de la energía total. Por ejemplo, la ecuación de energía térmica a menudo se prefiere para simulaciones transitorias de líquido. Por otro lado, si se requiere el comportamiento acústico adecuado (por ejemplo, la predicción de la velocidad del sonido), o en el flujo de alta velocidad, entonces es requerida la ecuación de la energía total.

Nota: en todas las ecuaciones, el término V , representa el vector velocidad.

En los flujos incompresibles de gases y flujos líquidos en los que, las variaciones de temperatura suelen ser insignificantes, por lo que la ecuación

diferencial de energía carece de interés. Sin embargo, si existe un campo de temperatura en un flujo líquido o en un flujo incompresible de un gas (intercambiadores de calor, flujos atmosféricos, inversiones en lagos, flujos lubricantes, flujos de convección libres), la ecuación de la energía proporciona una ecuación adicional que relaciona las cantidades de interés. En el caso de flujos líquidos en los que intervienen gradientes de temperatura, a menudo es necesario suponer que $\mu = \mu(T)$; en los flujos de convección libre debemos, suponer que $\rho = \rho(T)$. En los flujos de gas, casi siempre podemos suponer que la viscosidad es constante porque la variación de temperatura es muy pequeña.

La **ecuación de la energía se puede escribir de forma vectorial para flujos incompresibles**, de la siguiente forma:

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = K \nabla^2 T + \Phi \quad (2.37.1)$$

El término Φ se denomina función disipación, que en coordenadas rectangulares es:

$$\begin{aligned} \Phi = 2\mu & \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Para expresar todas las ecuaciones en las formas dadas anteriormente (ecuaciones 2.28.2; 2.30.1; 3.37.1) para flujos incompresibles se ha supuesto:

- Un fluido Newtoniano (una relación lineal entre componentes del esfuerzo y e gradiente de velocidad).
- Un fluido isotrópico (las propiedades del fluido son independientes de la dirección)
- Un fluido homogéneo (las propiedades del fluido no dependen de la posición).

- Un fluido incompresible (la densidad de una partícula es constante, es decir, $D\rho/Dt=0$; no exigimos que $\rho=$ constante.
- Un marco de referencia inercial.

2.7 ECUACIONES DE NAVIER-STOKES. [2] [8]

Las ecuaciones de Navier-Stokes son un conjunto de ecuaciones que definen el comportamiento dinámico de un fluido. Derivan de aplicar los principios de conservación de la mecánica y de la termodinámica al fluido, de donde se obtiene una formulación integral que generalmente se suele transformar en una formulación diferencial más práctica. Existen diferentes formulaciones para estas ecuaciones, en función del problema que se desea resolver.

Muchos fluidos exhiben una relación lineal entre las componentes del esfuerzo y los gradientes de velocidad. Se llaman fluidos newtonianos a tales materiales, que incluyen fluidos comunes tales como agua, aceite y aire. Si además de la linealidad se exige que el fluido sea isotrópico (las propiedades del fluido son independientes de la dirección) es posible relacionar las componentes del esfuerzo y los gradientes de velocidad empleando sólo dos propiedades del fluido, la viscosidad μ y el segundo coeficiente de viscosidad λ . Las relaciones esfuerzo-velocidad-gradiente, conocidas como ecuaciones constitutivas, se presentan así:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xx} &= -P + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot V & \tau_{xy} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\
 \sigma_{yy} &= -P + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot V & \tau_{xz} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\
 \sigma_{zz} &= -P + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot V & \tau_{yz} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Para la generalidad de los gases, y con exactitud para los gases monoatómicos, el segundo coeficiente de viscosidad está relacionado con la viscosidad por:

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.39)$$

Condición conocida como hipótesis de Stokes. Con esta relación el promedio negativo de los tres esfuerzos normales es igual a la presión, es decir:

$$-\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = P \quad (2.40)$$

Utilizando las ecuaciones 2.38, se puede demostrar que esto siempre se cumple para un líquido en el que $\nabla \cdot V = 0$, y con la hipótesis de Stokes también se cumple para un gas.

Si sustituimos las ecuaciones constitutivas en las ecuaciones diferenciales de momentum 2.29, se obtiene, utilizando las hipótesis de Stokes:

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Donde se ha supuesto un fluido homogéneo, es decir, que las propiedades del fluido (incluida la viscosidad) son independientes de la posición.

En el caso de un flujo incompresible la ecuación de continuidad permite reducir las ecuaciones anteriores a:

$$\begin{aligned} \rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

Éstas se denominan **ecuaciones de Navier-Stokes**; con estas tres ecuaciones diferenciales y la ecuación diferencial de continuidad se tienen cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas, u , v , w , y p . Se supone que las propiedades de viscosidad y densidad del fluido se conocen. Con las condiciones de borde apropiadas, es de esperar que se puedan resolver las ecuaciones. Varias geometrías relativamente sencillas permiten soluciones analíticas; aunque para muchos flujos de interés ingenieril se han determinado soluciones numéricas. Puesto que las ecuaciones son ecuaciones diferenciales parciales no lineales, no se puede confiar en que la solución que se obtenga se pueda reproducir realmente en el laboratorio; es decir, las soluciones no son únicas. Por ejemplo un flujo laminar y uno turbulento pueden tener condiciones iniciales y de frontera idénticas, a pesar de que los dos flujos (las dos soluciones) son muy diferentes.

Se puede expresar las ecuaciones de Navier-Stokes en forma vectorial multiplicando las ecuaciones 2.41 por \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} , respectivamente, y sumando:

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} \hat{i} + \frac{Dv}{Dt} \hat{j} + \frac{Dw}{Dt} \hat{k} &= \frac{DV}{Dt} \\ \frac{\partial p}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \hat{k} &= \nabla p \\ \nabla^2 u \hat{i} + \nabla^2 v \hat{j} + \nabla^2 w \hat{k} &= \nabla^2 V \end{aligned} \quad (2.43)$$

Donde se ha utilizado el operador Laplaciano:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.44)$$

Combinando lo anterior, las **ecuaciones de Navier-Stokes** 2.41 adoptan la **forma vectorial**:

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \rho g + \mu \nabla^2 V \quad (2.45)$$

Esta forma nos permite utilizar las ecuaciones de Navier-Stokes utilizando otros sistemas de coordenadas (rectangular, cilíndrico y esférico).

2.8 ECUACIONES DE VORTICIDAD. [8]

Hay ciertos flujos, o regiones de flujo, en las que las partículas de fluido no giran; tales flujos tienen una importancia especial, sobre todo en flujos alrededor de objetos, y se denominan **flujos irrotacionales**. Los flujos afuera de la capa límite de un perfil de ala, afuera de la región de flujo separada alrededor de los automóviles y otros vehículos en movimiento, en el flujo alrededor de objetos sumergidos, y muchos otros flujos son ejemplos de flujos irrotacionales.

Hay ciertos fenómenos de fluidos que no se pueden explicar ni entender sin hacer referencia a las ecuaciones de vorticidad que se derivan de las ecuaciones de Navier-Stokes. Además de ayudar a entender tales fenómenos, las ecuaciones de vorticidad no contienen los términos de presión o de gravedad que se encuentran en las ecuaciones de Navier-Stokes, pues sólo contienen términos en los que interviene la velocidad. Puesto que lo más común es que en las condiciones de frontera sólo intervenga la velocidad, las ecuaciones de vorticidad son las preferidas para las soluciones numéricas.

Para deducir las ecuaciones de vorticidad, se obtiene el rotacional de la ecuación 2.45, la forma vectorial de las ecuaciones de Navier-Stokes. Ésta no es una tarea fácil, así que no se mostraran aquí todos los pasos; solo se procede a bosquejar el proceso. Primero, se define la vorticidad ω como el doble de la velocidad angular, sus tres componentes son entonces:

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad \omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.46)$$

En forma vectorial se definen las ecuaciones anteriores utilizando el operador nabla, se ven que las tres ecuaciones escalares 2.46 se pueden escribir como una sola ecuación vectorial.

$$\omega = \nabla x V \quad (2.47)$$

Donde $\nabla x V$ es el rotacional de la velocidad. El rotacional es el producto vectorial del operador nabla y una función vectorial. Como segundo paso, se escribe la aceleración en forma vectorial, así:

$$a = \frac{DV}{Dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V \quad (2.48)$$

Por último se obtiene el rotacional de la ecuación vectorial de Navier-Stokes 2.45:

$$\nabla x \left[\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho (V \cdot \nabla)V \right] = -\nabla x \nabla p + \rho \nabla x g + \mu \nabla x \nabla^2 V \quad (2.49)$$

Tanto el rotacional del gradiente de una función escalar como el rotacional de una constante son cero. También, dado que se puede intercambiar, la diferenciación, se puede escribir:

$$\begin{aligned} \nabla x \frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \nabla x V = \frac{\partial \omega}{\partial t} \\ \nabla x \nabla^2 V &= \nabla^2 (\nabla x V) = \nabla^2 \omega \end{aligned} \quad (2.50)$$

El paso difícil es demostrar que:

$$\nabla x [(V \cdot \nabla)V] = (V \cdot \nabla)\omega - (\omega \cdot \nabla)V \quad (2.51)$$

De la ecuación 2.51 se convierte entonces (suponiendo que ρ y μ son constantes) en la **ecuación de vorticidad**:

$$\frac{D\omega}{Dt} = (\omega \cdot \nabla)V + \nu \nabla^2 \omega \quad (2.52)$$

Las ecuaciones de vorticidad se puede escribir como tres ecuaciones escalares. Utilizando coordenadas rectangulares, las tres ecuaciones de vorticidad son:

$$\begin{aligned}\frac{D\omega_x}{Dt} &= \omega_x \frac{\partial u}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial u}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial u}{\partial z} + v\nabla^2 \omega_x \\ \frac{D\omega_y}{Dt} &= \omega_x \frac{\partial v}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial v}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial v}{\partial z} + v\nabla^2 \omega_y \\ \frac{D\omega_z}{Dt} &= \omega_x \frac{\partial w}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial w}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial w}{\partial z} + v\nabla^2 \omega_z\end{aligned}\tag{2.53}$$

Puesto que la vorticidad es el rotacional de la velocidad, se observa que en todos los términos de las ecuaciones de vorticidad sólo interviene la velocidad y sus derivadas. Por consiguiente, las ecuaciones de vorticidad son en muchos casos preferidas para resolver problemas que requieren las ecuaciones diferenciales de movimiento.

De hecho, es correcto referirse a las líneas de vórtice y los vórtices tubulares como similares a las líneas de corriente y los tubos de corriente. Una línea de vórtice es una línea tangente al vector de vorticidad. Un vórtice tubular es, o simplemente vórtice, es un haz de líneas de vórtice.

Se puede llegar a una conclusión interesante considerando la ecuación de vorticidad 2.52. Si un flujo no viscoso es irrotacional en todos los puntos (es decir $\omega=0$ en todos los puntos del flujo), debe seguir siendo irrotacional, ya que $D\omega/Dt=0$. Esto se llama persistencia a la irrotacionalidad.

Además si un flujo uniforme se aproxima a un objeto, lo único que introduce la vorticidad (rotación de las partículas de fluido) al flujo es la acción de la viscosidad. Sin efectos viscosos, no es posible crear vorticidad en un fluido irrotacional que se aproxima.

2.9 MODELOS DE TURBULENCIA EDDY-VISCOSITY. [1] [11] [15]

De todos los modelos de turbulencia, hay una hipótesis que explica que la turbulencia se compone de remolinos que se forman y disipan continuamente, en la cual los esfuerzos de Reynolds se consideran proporcionales a los gradientes de velocidad media. Esto define a los modelos “Eddy-Viscosity”

Esta propuesta asume que los esfuerzos de Reynolds están relacionados con los gradientes de velocidad promedio y la viscosidad de “Eddy”, a través de la hipótesis gradiente de difusión, el cual es:

$$-\rho \cdot \overline{UxU} = \mu_t(\nabla U + (\nabla U)^T) - \frac{2}{3}\delta(\rho k + \mu_t.UV) \quad (2.54)$$

Donde μ_t es la viscosidad turbulenta o viscosidad de Eddy.

Análoga a la hipótesis de viscosidad de Eddy, la difusividad de Eddy es la hipótesis que afirma que los flujos de Reynolds son un escalar linealmente relacionados con el gradiente de la media escalar:

$$-\rho \cdot \overline{U\Phi} = \Gamma_t x \nabla \Phi \quad (2.55)$$

Donde Γ_t es la difusividad de Eddy, y puede ser escrita como:

$$\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t} \quad (2.56)$$

Donde Pr_t es el número de Prandtl.

Las ecuaciones anteriores sólo pueden expresar los términos de las fluctuaciones de la turbulencia en función de la velocidad promedio si la viscosidad turbulenta μ_t se conoce, tomando en cuenta que tanto los modelos k- ϵ y k- ω proporcionan esta variable. Sujeto a esta hipótesis, tanto la ecuación de momento promedio de Reynolds y la ecuación escalar de transporte se escriben como:

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \times U) = B - \nabla p' + \nabla \cdot (\mu_{eff} (\nabla U + (\nabla U)^T)) \quad (2.57)$$

Donde B es la suma de las fuerzas en el cuerpo y μ_{eff} es la viscosidad efectiva definida por:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (2.58)$$

Y p' es la presión modificada definida por:

$$p' = p + \frac{2}{3} \rho k + \frac{2}{3} \mu_t \bar{\nabla} \cdot U \quad (2.59)$$

2.9.1 MODELO DE TURBULENCIA KAPPA-EPSILON $K - \varepsilon$.

El modelo de turbulencia empleado para el flujo multifásico es una generalización del modelo $K - \varepsilon$ para una sola fase. Implementando el modelo $K - \varepsilon$ sólo para la fase continua no teniendo en cuenta los efectos de la fase dispersa sobre la turbulencia de la fase continua.

$$\frac{\partial (r_\alpha \rho_\alpha k)}{\partial t} + \nabla (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha k) = \nabla \left(r_\alpha \frac{\mu_{eff\alpha}}{\sigma_k} \nabla k \right) + P_k - \rho_\alpha \varepsilon \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial (r_\alpha \rho_\alpha \varepsilon)}{\partial t} + \nabla (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha \varepsilon) = \nabla \left(r_\alpha \frac{\mu_{eff\alpha}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho_\alpha \varepsilon) \quad (2.61)$$

$$P_k = 2\mu_t \varepsilon(u) : \varepsilon(u) \quad (2.62)$$

$$\mu_{sffl} = \mu_t + \mu_l \quad (2.63)$$

$$\mu'_{eff\beta} = r_\beta \mu_\beta + r_l \mu_{effl} \quad (2.64)$$

$$\mu_t = C_\mu \rho_\alpha \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.65)$$

El modelo $k - \varepsilon$ tiene cinco constantes, que garantizan la homogeneidad dimensional. Las cuales son:

$$C_\mu = 0,09; C_{\varepsilon 1} = 1,44; C_{\varepsilon 2} = 1,92; \sigma_k = 1,0; \sigma_\varepsilon = 1,3$$

Si bien los modelos estándar de dos ecuaciones, como el modelo $k - \epsilon$, dan una buena predicción para muchos problemas de fluidos en ingeniería, existen otras aplicaciones para las cuales estos modelos pueden no ser los más adecuados. Entre estos se encuentran: Flujos con separación de capa límite, corrientes con cambios bruscos en la tasa promedio de los esfuerzos, flujos rotativos., flujos sobre superficies curvas.

Las principales ventajas e inconvenientes del modelo son las siguientes:

Ventajas:

- Sólo se necesita fijar las condiciones iniciales y de contorno.
- Resultados satisfactorios para una gran cantidad de flujos.
- Es el modelo turbulento más ampliamente utilizado en la mayoría de flujos en aplicaciones industriales.
- Se dispone de leyes de pared desarrolladas como condiciones de contorno para este tipo de modelos.

Inconvenientes:

- Implementación más compleja que los modelos algebraicos debido a la introducción de dos ecuaciones diferenciales adicionales.
- Pobres resultados en casos como: flujos no confinados, flujos con grandes gradientes longitudinales, flujos turbulentos completamente desarrollados en conductos no circulares.

2.9.2 MODELO DE TURBULENCIA KAPPA-OMEGA $K - \omega$.

Una de las ventajas de la formulación $k - \omega$ es el tratamiento para zonas cercanas a la pared para cálculos con bajo número de Reynolds. El modelo no

requiere la resolución de ecuaciones no lineales complejas, como en el modelo $k - \varepsilon$ y por lo tanto es más preciso y más robusto.

El modelo $k - \omega$ asume que la viscosidad turbulenta está relacionada con la energía cinética de la turbulencia, mediante la relación siguiente:

$$\mu_f = \rho \frac{k}{\omega} \quad (2.66)$$

El punto inicial de la presente formulación es que el modelo $k - \omega$ desarrollado por Wilcox resuelve dos ecuaciones de transporte, una para la energía cinética de la turbulencia, k y otra para la frecuencia de la turbulencia ω . Estas ecuaciones se presentan a continuación:

Ecuación k .

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho U k) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (2.67)$$

Ecuación ω

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\rho U \omega) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\sigma_\omega}{\sigma_{k\omega}} \right) \nabla \omega \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta' \rho k \omega^2 \quad (2.68)$$

Las variables independientes, la densidad, ρ , y el vector de velocidad (U), son tratadas como variables conocidas provenientes del método de Navier-Stokes. P_k es la tasa de producción de turbulencia, la cuales se calculan en el modelo $k - \varepsilon$ a través de la ecuación 2.62.

Las constantes del modelo que garantizan la homogeneidad dimensional son las siguientes:

$$\beta' = 0,09; \alpha = 5/9; \beta = 0,075; \sigma_k = 1; \sigma_\omega = 2.$$

2.9.3 MODELO DE TURBULENCIA “SHEAR STRESS TRANSPORT” (SST).

Es el modelo k- ω basado en el transporte de esfuerzos cortantes, brinda una alta precisión en la predicción de la aparición y cantidad de la separación de flujos bajo condiciones de gradientes de presión adversas; esta alta precisión se obtiene limitando la formulación de “Eddy Viscosity”: mediante las siguientes expresiones:

$$V_f = \frac{a_1 k}{\max(a_{1\omega}, SF_2)} \quad (2.69)$$

Dónde.

$$V_f = \frac{\mu_t}{\rho} \quad (2.70)$$

F_2 es una función de mezcla, al igual que F_1 , la cual restringe el limitador de la capa límite de la pared y S es un invariante de medida de la velocidad de deformación.

La mezcla de funciones es esencial para el éxito del método. Su formulación se basa en la distancia más cercana a la superficie y en las variables de flujo. Estas formulaciones son:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (2.71)$$

Con:

$$\arg_1 = \min\left(\max\left(\frac{\sqrt{k}}{b'\omega y'}, \frac{500v}{y^2\omega}\right), \frac{4\rho k}{CD_{kw}\sigma_{\omega}2y^2}\right) \quad (2.72)$$

Donde Y es la distancia a la pared más cercana, además:

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega}2\omega} \nabla k \nabla \omega, 1.0 \times 10^{-10}\right) \quad (2.73)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (2.74)$$

$$arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{B' \omega y}, \frac{500V}{y^2 \omega}\right) \quad (2.75)$$

2.10 MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA CAPA LÍMITE.

[11]

La capa límite es la zona del campo fluido próxima a un contorno sólido en la que se manifiestan especialmente los efectos viscosos. Debido a la viscosidad y a la condición de no deslizamiento, cerca de cualquier contorno sólido aparece un gradiente de velocidades en la dirección normal a dicho contorno. Este gradiente de velocidades condiciona el intercambio energético entre las distintas partículas de fluido con velocidades diferentes, originando vorticidad y turbulencia.

El problema básico para la modelización numérica del intercambio energético en la capa límite sobre cualquier frontera sólida consiste en la definición correcta de las velocidades de las partículas en una zona muy próxima a dicha frontera. Esto implica una densidad de mallado muy elevada, necesaria para capturar los distintos fenómenos que se producen dentro de la capa límite.

Esta dificultad se ha abordado usando varias aproximaciones, que se pueden englobar en cuatro grupos: modelos de distribución de las pérdidas, modelos de capa de cortadura, modelos de capa límite y leyes de pared, que son brevemente explicados a continuación.

2.10.1 MODELOS DE DISTRIBUCIÓN DE LAS PÉRDIDAS ("DISTRIBUTED LOSS MODELS").

Este tipo de modelos constituye una aproximación muy usada en flujos internos (el fluido está confinado en un canal de paso limitado por paredes

sólidas). La hipótesis básica consiste en suponer que el efecto de las tensiones cortantes debidas a la viscosidad es equivalente a una fuerza de rozamiento distribuida a lo largo del canal de paso y definida por valores semi-empíricos conocidos del problema a resolver.

Aunque con este tipo de modelos se puede predecir el flujo en gran parte de la geometría, es claro que se pierde la definición en zonas cercanas a las superficies sólidas. A veces esta falta de precisión en la definición del flujo no es tolerable y se requiere superponer algún modelo de capa límite complementario.

Los modelos de distribución de pérdidas fueron muy populares en los inicios de las técnicas CFD cuando la potencia de cálculo hacía difícil de llevar a la práctica cualquier otro tipo de modelo.

2.10.2 MODELOS DE CAPA LÍMITE (“BOUNDARY LAYER APPROXIMATIONS”).

Derivado de los estudios de Prandtl sobre la estructura del flujo para elevados valores del número de Reynolds. Bajo estas condiciones, el campo de velocidades en un fluido se puede separar en dos zonas, una de flujo no viscoso alejada de los contornos sólidos y otra dominada por los efectos de la viscosidad, denominada capa límite. Las ecuaciones de este tipo de modelos se pueden derivar de las del modelo de la capa de cortadura simplificándolas aún más mediante la hipótesis del valor despreciable de la velocidad en la dirección normal a la superficie considerada en comparación con la velocidad en la dirección de las líneas de corriente.

2.10.3 MODELOS DE LA CAPA DE CORTADURA (“THIN SHEAR LAYER, TSL”).

Son métodos apropiados para flujos con elevados números de Reynolds en los que las zonas de influencia viscosa, estelas o capas de cortadura ocupan una

extensión muy reducida dentro de la geometría del problema estudiado. Fuera de estas zonas, resulta suficiente con considerar el modelo de fluido ideal.

Para este tipo de modelos se requiere una discretización espacial muy densa en las zonas en las que se espera influencia de los términos viscosos. En realidad, se trata de un cálculo ligeramente más avanzado que el correspondiente al modelo de capa límite, porque en este caso la geometría de la capa límite es resultado del cálculo y no se introducen hipótesis adicionales. Este tipo de modelos ha sido aplicado a multitud de problemas relacionados con aplicaciones aerodinámicas.

2.10.4 LEYES DE LA PARED.

Una posibilidad distinta a los modelos mencionados consiste en incluir en los cálculos alguna aproximación para la distribución de velocidades esperada. Con tal fin, se pueden utilizar las distribuciones de velocidad obtenidas experimentalmente, pero la práctica habitual consiste en utilizar los datos de distribuciones teóricas. En el contexto de los métodos numéricos, las funciones o “leyes de pared” constituyen un conjunto de fórmulas semi-empíricas que relacionan los valores de las distintas variables en las zonas próximas a los contornos sólidos y sobre dichos contornos. Normalmente incluyen tanto las relaciones para las variables medias y formulas para el tratamiento de la turbulencia en zonas próximas a los contornos sólidos.

La definición de las distintas fórmulas, con rangos de aplicación variables, proviene de los estudios sobre capa límite y parten de la definición de las variables adimensionales características de dichos estudios. Suelen distinguirse dos zonas que dan lugar a la utilización de las denominadas leyes para capas internas y leyes para capas externas.

2.11 ¿QUÉ ES LA DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL (CFD)? [6][11]

La dinámica de fluido computacional o CFD, acrónimo de las palabras inglesas “Computational Fluid Dynamics” consiste en el análisis del movimiento de los fluidos mediante simulaciones con ordenadores. Su objetivo es la búsqueda de una solución aproximada de las ecuaciones que gobiernan el movimiento de los fluidos, discretizando o dividiendo el dominio de cálculo en pequeños elementos y resolviendo allí dichas ecuaciones.

Los métodos numéricos aplicados a la mecánica de fluidos resultan una herramienta muy útil para el diseño y análisis de las distintas situaciones prácticas en las que se utilizan.

Los flujos y los fenómenos relacionados pueden ser descritos por ecuaciones diferenciales parciales, que no pueden ser resueltas analíticamente, excepto en casos especiales. Para obtener una solución numérica aproximada, se tiene que usar un método de discretización que se aproxime a las ecuaciones diferenciales por un sistema de ecuaciones algebraicas, que luego pueden ser resueltas por computadora. Las aproximaciones son aplicadas a los dominios pequeños en espacio y/o tiempo, por eso la solución numérica provee resultados en ubicaciones discontinuas en espacio y el tiempo. Gran parte de la exactitud de los datos experimentales depende de la calidad de las herramientas usadas, en cambio la exactitud de las soluciones numéricas está en función de la calidad de discretización utilizada.

Contenidas dentro del amplio campo de la dinámica de fluidos computacional están las actividades que cubren la extensión de la automatización de los métodos de diseño de ingeniería, bien arraigados al uso de las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes, como sustituto a la investigación experimental de los flujos complejos. Mientras estos métodos han

sido usados en ingeniería de alta tecnología (por ejemplo, aeronáutica y astronáutica) desde su origen, están siendo usados más frecuentemente en campos de ingeniería donde la geometría es complicada o en alguna característica importante que no puede ser solucionada por métodos estándar (como la predicción de la concentración de un contaminante).

CFD está encontrando su camino en procesos de ingeniería química, civil, y ambiental. La optimización en estas áreas puede causar grandes ahorros en equipos, gastos de energía y en la reducción de la contaminación ambiental.

Efectivamente, estas ventajas de CFD están condicionadas con la capacidad de resolver las ecuaciones de Navier-Stokes, que es sumamente difícil para la mayoría de los flujos de interés en ingeniería ya que obtener las soluciones numéricas exactas de las ecuaciones de Navier-Stokes para un número de Reynolds alto es muy difícil.

Al ser incapaces de obtener las soluciones exactas para todos los flujos, se tiene que determinar lo que podríamos obtener y aprender a analizar y juzgar los resultados. Antes que nada, tenemos que saber que los resultados numéricos son siempre aproximados. Allí están las razones para las diferencias entre los resultados computados y la "Realidad". Los errores surgen de cada parte del proceso usado para producir las soluciones numéricas. Las ecuaciones diferenciales pueden contener las aproximaciones o las idealizaciones. Las aproximaciones son hechas en el proceso de desratización.

Los métodos iterativos son utilizados para resolver las ecuaciones discretizadas. A menos que ellas sean corridas por muy largo tiempo, la solución exacta de las ecuaciones discretizadas puede que no sea obtenida.

Cuando son conocidas las ecuaciones de gobierno con exactitud (por ejemplo: las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos Newtonianos incompresibles), puede ser conseguida la solución a cualquier exactitud

deseada. Sin embargo, para muchos fenómenos (por ejemplo: la turbulencia, la combustión, y la circulación multifásica) las ecuaciones exactas no están disponibles o la solución numérica no es viable. Esto hace necesario la introducción de modelos numéricos. Incluso si resolvemos exactamente las ecuaciones, la solución no sería una representación correcta de la realidad. Para validar los modelos, tenemos que depender de los datos experimentales. Incluso cuando es posible el tratamiento exacto, los modelos son necesitados a menudo para reducir el costo de obtener la solución.

Los errores de discretización pueden ser reducidos usando interpolación más exacta, aproximaciones o aplicando las aproximaciones a regiones más pequeñas, pero esto generalmente incrementa el tiempo y el costo de obtener la solución

La visualización de las soluciones numéricas usando vectores, contorno u otras clases de gráficos o videos de los flujos inestables es importante para la interpretación de los resultados.

2.12 NIVELES DE APROXIMACIÓN EMPLEADOS EN LAS TÉCNICAS NUMÉRICAS. [11]

El desarrollo de las técnicas numéricas y su aplicación a cualquier ciencia o tecnología han dado lugar al desarrollo y a la concienciación generalizada de uno de los conceptos básicos en ingeniería como es el de grado de aproximación. Esta idea es bastante clara si se considera que lo que se pretende con cualquier técnica numérica es conocer las variables físicas a partir de la resolución numérica de una serie de ecuaciones que gobiernan el fenómeno.

Se han de definir y establecer las distintas aproximaciones que introducen los métodos numéricos. En lo referente a la Mecánica de Fluidos, la primera

aproximación que aparece es el planteamiento del modelo físico-matemático que defina el comportamiento real de un determinado flujo. Dicho modelo matemático está habitualmente basado en la hipótesis del continuo, válida para la mayor parte de problemas industriales, pero que tiene sus limitaciones para casos extremos de flujos de gases. Una vez hecha esta salvedad, aplicando las leyes básicas de la física clásica se puede establecer una serie de ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento matemático de toda partícula fluida. La resolución exacta de dichas ecuaciones serviría para determinar completamente cualquier movimiento en el seno de un fluido. Se puede decir que un modelo matemático se define únicamente tras haber considerado el **nivel de aproximación a la realidad** requerido a la hora de obtener la exactitud deseada en el cálculo de una serie de variables dependientes. Desafortunadamente, debido a la complejidad de las ecuaciones diferenciales que aparecen, a la complejidad geométrica de los flujos, y a la complejidad de las condiciones de contorno iniciales, no resulta posible obtener soluciones analíticas de dichas ecuaciones de gobierno.

Establecidas las ecuaciones de gobierno resulta imprescindible introducir una segunda aproximación al problema. La forma clásica de abordarlo sería construir un modelo a escala reducida del flujo en cuestión y analizarlo experimentalmente en el laboratorio. La aproximación numérica implica introducir algunas hipótesis simplificadas que aproximen lo más posible los resultados finales a los que se obtendrían si se pudiera calcular la solución exacta. Dichas hipótesis se dirigen habitualmente hacia la simplificación tanto de la geometría a estudiar como de las ecuaciones a resolver. Obviamente, al no disponerse de la solución analítica exacta resulta bastante complicado establecer de antemano qué hipótesis sirven y cuales son descartables y, por tanto, en cualquier simulación aplicada a la Mecánica de Fluidos, es preciso dedicar

mucho esfuerzo al análisis de los resultados obtenidos antes de aceptarlos como válidos.

Una vez definidas las ecuaciones diferenciales simplificadas, aparece otro problema relacionado con el posible tratamiento que se pueda hacer de dichas ecuaciones usando técnicas computacionales. Por medio de los ordenadores resulta muy fácil resolver una ecuación o sistema de ecuaciones algebraico, sin embargo, las ecuaciones que estudian el movimiento de los fluidos son ecuaciones diferenciales no lineales. Resulta obligatorio realizar la transformación de las ecuaciones de forma que puedan ser resueltas por un ordenador. El paso de las ecuaciones diferenciales a sus equivalentes lineales constituye otro nivel de aproximación y normalmente recibe el nombre de discretización de las ecuaciones.

En cuanto a la geometría a estudiar, se debe señalar que la aproximación a la que debe someterse no sólo es de orden descriptivo respecto a su contorno sino que además ha de establecerse la definición del espacio ocupado por el fluido. En este sentido, resulta imprescindible referir los puntos a un determinado sistema de coordenadas en los que se pretenderá resolver las ecuaciones para obtener soluciones de las variables deseadas. Aunque el campo fluido sea un continuo, no se puede pretender resolver las ecuaciones en todos los puntos de un determinado volumen, porque entonces se tendría un número enorme de ecuaciones a resolver. Por tanto, hay que elegir cierto conjunto de puntos en los que se resolverán las mencionadas ecuaciones y que serán los puntos dónde finalmente se conocerán los valores de las variables fluidas. La definición de estos puntos es lo que se denomina habitualmente discretización espacial del dominio (también se habla de generación del mallado). El proceso descrito no deja de ser otra aproximación que se introduce en el cálculo y que define el **nivel de aproximación espacial**.

En el caso de tener ecuaciones que dependan de la variable tiempo (flujo no estacionario) es esencial la definición de un **nivel de aproximación temporal**. No es posible tampoco estudiar la evolución de las variables en el tiempo de forma continua. El nivel indicará la forma de modelizar la evolución real introduciendo lo que se denomina discretización temporal del sistema de ecuaciones. A partir de la solución calculada se podrá realizar un promediado temporal oportuno para estudiar ciertas características medias del flujo que dependan de la evolución de las variables con el tiempo.

Finalmente, se pueden manipular las ecuaciones eliminando ciertos términos cuya influencia en un determinado problema se considere despreciable. La conclusión de que algún término no afecta a la solución de un determinado flujo se debe alcanzar tras analizar detenidamente la sensibilidad del problema ante valores dispares de dicho término. Normalmente dicho estudio se hace tras dimensionalizar convenientemente las ecuaciones y realizar el correspondiente análisis de semejanza (técnicas asintóticas). Esta cuestión es de importancia capital en la Mecánica de Fluidos y está en el origen de cualquier estudio experimental. Desde el punto de vista numérico, la eliminación de algún término en las ecuaciones introduce lo que se denomina **nivel de aproximación dinámico** de las ecuaciones consideradas.

Resumiendo, desde el modelo matemático (ecuaciones diferenciales no lineales) que aproxima la realidad física en un medio continuo se llega a un número finito de ecuaciones algebraicas que eliminan algún término de las ecuaciones de partida y que aproximan la evolución temporal real que, tras resolver con técnicas apropiadas, proporcionan una aproximación al valor de las variables incógnita en los puntos elegidos como discretización espacial del dominio de cálculo. En definitiva, se establece un nivel de aproximación numérico límite por debajo del cual será imposible acercarse al valor real de las variables en los puntos elegidos. Sin embargo, desde un punto de vista

ingenieril, el proceso descrito es perfectamente válido y ha significado a lo largo de la evolución de las técnicas numéricas, la posibilidad de mejorar diseños y ahorrar mucho esfuerzo que de otra manera supondría trabas insalvables a la evolución de muchos sectores industriales. En la figura 2.11 se muestra gráficamente la panorámica explicada en este apartado.

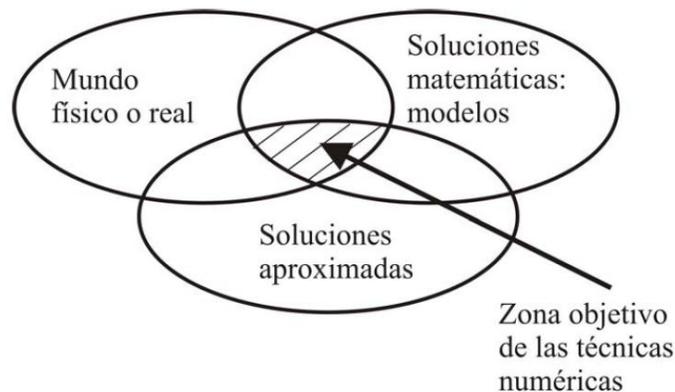


Figura 2.11. Las técnicas numéricas en la Mecánica de Fluidos. [11]

2.13 COMPONENTES DE UN MÉTODO DE SOLUCIÓN NUMÉRICA. [1] [6] [15]

2.13.1 MODELO MATEMÁTICO.

Existen dos métodos fundamentales para el diseño y el análisis de sistemas en ingeniería relacionados con el flujo de fluidos: uno es la experimentación y otro es el cálculo. La experimentación, es basada mediante la construcción de modelos que son ensayados en instalaciones, mientras el segundo, el cálculo significa la resolución de ecuaciones diferenciales, estas ecuaciones se resuelven por métodos analíticos tradicionales o por métodos alternativos como se aplica a este trabajo, la cual es el método de volumen finito, en ambos métodos se puede hacer el uso de las herramientas computacionales para rapidez de cálculos.

Ambos métodos se complementan entre sí, por ejemplo, los ingenieros podrían obtener propiedades globales, como sustentación, fuerza de arrastre, caída de presión o potencia, experimentalmente; pero emplean la CFD para obtener detalles acerca del campo de flujo, como los esfuerzos de corte, velocidad y perfiles de presión y líneas de corriente. Además, los datos experimentales se emplean con frecuencia para validar soluciones de CFD al comparar cantidades globales determinadas de manera computacional y experimental. La CFD se emplea para reducir la cantidad necesaria de análisis experimental.

Actualmente la dinámica de fluidos computacional puede manejar flujos laminares, pero los flujos turbulentos de interés práctico son difíciles de resolver sin tener que recurrir a los modelos de turbulencia. Por desgracia, ningún modelo de turbulencia es universal y una buena solución en CFD de flujo turbulento depende de que tan apropiado sea el modelo de turbulencia aplicado. A pesar de esta limitación, los modelos estándares producen resultados razonables para muchos problemas prácticos de ingeniería.

Continuando con lo antes dicho, se tiene que el punto de partida de cualquier método numérico es el modelo matemático, la selección de las ecuaciones diferenciales o integrales y las condiciones de borde. Se elige un modelo apropiado para la aplicación (flujos compresibles o incompresibles, turbulentos, de dos o tres dimensiones, etc). Como ya dijimos, este modelo podría incluir simplificaciones de las leyes de conservación. Un método de solución es designando un modelo para una ecuación en particular seleccionada.

2.13.2 MÉTODO DE DISCRETIZACIÓN.

Después de seleccionar el modelo matemático, se tiene que elegir un método de discretización apropiado, un método de aproximación de las

ecuaciones diferenciales por un sistema de ecuaciones algebraicas para las variables en estudio de localizaciones discontinuas en espacio y tiempo. Hay muchos enfoques, pero los más importante son: diferencia finita (FD), volumen finito (FV) y los métodos de elemento finito (FE).

Cada método produce la misma solución si el mallado es muy refinado. Sin embargo, algunos métodos son más apropiados para alguna clase de problemas que otros. A menudo la preferencia es determinada por la actitud del desarrollador.

2.13.3 COORDENADAS Y BASES DEL SISTEMA VECTOR.

Las ecuaciones de conservación pueden ser escritas de muchas formas diferentes, dependiendo del sistema coordenado y el uso de las bases de vectores. Por ejemplo se puede seleccionar, cartesiano, cilíndrico, esférico, ortogonal curvilíneo o sistemas coordenados no ortogonales, que pueden ser fijos o variables. La elección depende de la circulación del flujo, y puede influir al método de discretización y el tipo de mallado.

Se debe seleccionar la base en la que los vectores y tensores serán definidos (fijos o variables, covariables o contravariante, etc). Dependiendo de esta elección, el vector velocidad y el tensor pueden ser expresados en términos de componentes cartesianos, contra variante, físico o coordenadas orientadas no físicas.

2.13.4 MALLADO O DISCRETIZACIÓN NUMÉRICA.

La generación de la malla donde se definen las celdas que es el punto de partida para el cálculo de las variables de flujo (velocidad y presión, etc.), en todo el dominio computacional. Los modernos paquetes comerciales de CFD vienen con sus propios generadores de malla y también están disponibles programas para generar mallas independientes.

Las ubicaciones discontinuas en las que las variables calculadas son definidas por la discretización numérica que es esencialmente una representación discontinua del dominio geométrico sobre el cual el problema será solucionado. Divide el dominio de solución en un número finito de subdominios (elementos, volúmenes de control, etc.). Algunas de las opciones disponibles son las siguientes:

Mallas regulares estructuradas:

Consta por celdas planas con cuatro lados (2D) o celdas volumétricas con seis caras (3D). Aunque la forma rectangular de las celdas podría estar distorsionada, cada celda se enumera de acuerdo con los índices (i, j, k) que no necesariamente corresponden a las coordenadas “x”, “y” y “z”.

A continuación se muestra un ejemplo de malla estructurada bidimensional con nueve nodos y ocho intervalos en el lado superior e inferior, y cinco nodos y cuatro intervalos en los lados derecho e izquierdo. Se muestran los índices i y j. La celda sombreada esta en (i=4, j=3)

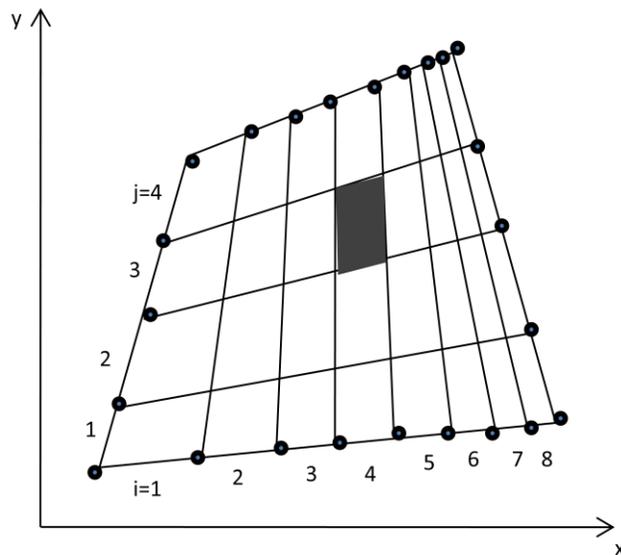


Figura 2.12. Malla estructurada. [15]

El mallado estructurado o regular está constituido por familias de cuadrículas lineales con la propiedad de que miembros de una familia no cruzan con otras y cada miembro cruza con otra familia sólo una vez. Esto permite que las líneas de una selección en particular sean enumeradas consecutivamente. La posición de cualquier punto de la cuadrícula (o el volumen de control) dentro del dominio es excepcionalmente identificado para la selección de dos o tres dimensiones. Esta es la estructura de cuadrícula más simple, ya que es de manera lógica equivalente a una cuadrícula cartesiana. Cada punto tiene cuatro vecinos cercanos en dos dimensiones y seis en tres dimensiones; uno de los índices de cada vecino del punto p (i, j, k) es diferente por ± 1 del índice correspondiente de P . Un ejemplo de una cuadrícula de 2D estructurada es indicado la figura 2.13.

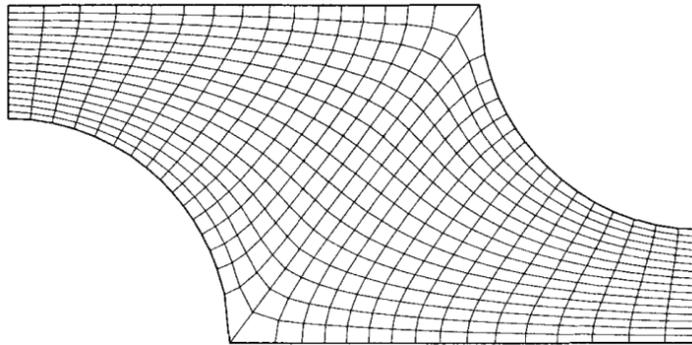


Figura 2.13. Ejemplo en 2D de una cuadrícula estructurada, mallado no ortogonal, designada para el cálculo del flujo en un segmento simétrico de un banco de tubería escalonada [6]

Efectivamente, hay muchos solvers eficientes aplicables solamente a cuadrículas estructuradas. La desventaja de cuadrículas estructuradas es que pueden ser usadas solamente para dominios de solución geométrica simple. Otra desventaja es que podría ser difícil controlar la distribución de los puntos de la cuadrícula: la concentración de puntos en una región para razones de exactitud producen pequeños espacios innecesarios en otras partes del dominio solución y un desperdicio de recursos. Este problema es exagerado en los casos de 3D. Las celdas largas también podrían afectar la convergencia adversamente.

Mallado estructurado en bloque.

En las cuadrículas estructurada en un bloque, hay dos (o más) niveles de subdivisión del dominio solución. Sobre el nivel rugoso, hay bloques en el que son relativamente grandes los segmentos del dominio; su estructura podría ser irregular y pueden o no ser superpuestos. Sobre el nivel (dentro de cada bloque) es definida una cuadrícula estructurada. El trato especial es necesario en las interfaces. En la figura 2.14 un mallado estructurado de bloque con combinación en las interfaces, es designado para el cálculo de la circulación del flujo en 2D alrededor de un canal cilíndrico y contiene tres bloques.

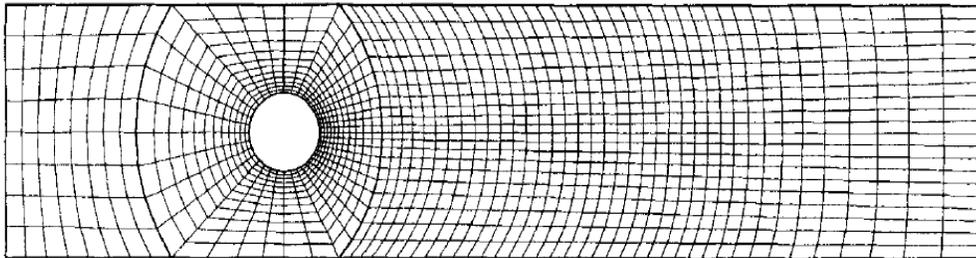


Figura 2.14. Ejemplo de un mallado estructurado en bloque que se ajusta a la interface, usado para el cálculo del flujo alrededor de un canal cilíndrico. [6]

En la figura 2.15 se presenta un mallado estructurado en bloque sin ajuste en la interface; usado para calcular la circulación alrededor de un hidrodenslizador sumergido (hydrofoil). Consta de cinco bloques de cuadrículas de diferentes tamaños. Esta clase de cuadrícula es más flexible que los previos, cuando admite el uso de cuadrículas más finas en las regiones donde es requerida una gran resolución. El no ajuste en las interfaces puede ser tratado de una manera completamente conservadora. La programación es más difícil que para tipos de cuadrícula descritos antes. El Solver para mallas estructuradas puede ser aplicable como bloque, y los dominios de flujo complicados pueden ser tratados con estas cuadrículas. Es posible la refinación local del modo bloque (la cuadrícula puede ser refinada en algunos bloques).

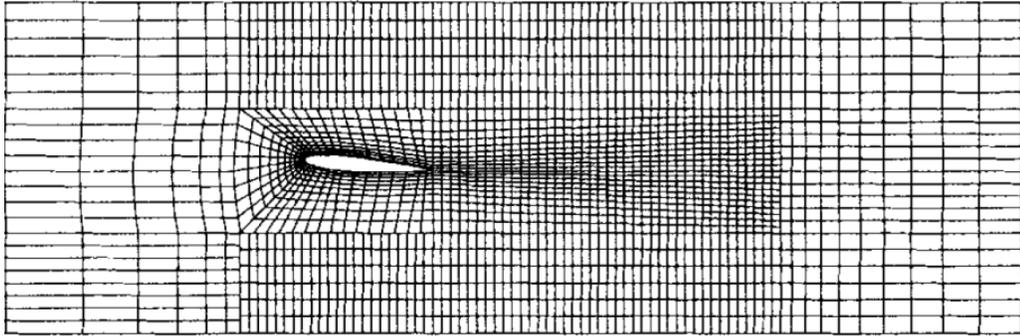


Figura 2.15. Ejemplo de un mallado estructurado en bloque en 2D al no ajustarse las interfaces, designado para el cálculo del flujo alrededor de un hydrofoil sumergido en agua. [6]

Las cuadrículas estructuradas con bloques con superposición se muestran en la figura 2.16. En la región de superposición, las condiciones de bordes para un bloque son obtenidas interpolando la solución del otro bloque (en superposición). La desventaja de estas cuadrículas es que las leyes de conservación no se hacen cumplir fácilmente en los límites del bloque. La ventaja de este enfoque es que los dominios complicados son arreglados con más facilidad y puede ser usado en los siguientes cuerpos móviles: un bloque es fijado al cuerpo y se mueve con él, mientras que una cuadrícula inactiva cubre los entornos. Este tipo de cuadrícula no es usada a menudo, aunque tiene sus partidarios.

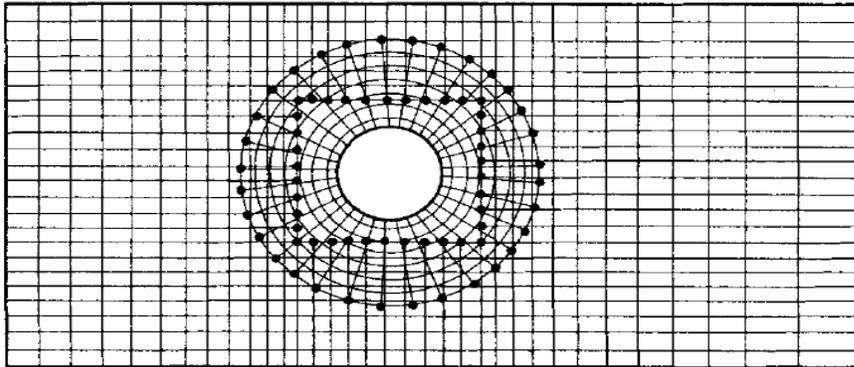


Figura 2.16. Ejemplo de un mallado compuesto en 2D, usado para calcular el flujo alrededor de un canal cilíndrico. [6]

Cuadrículas (mallado) poco estructuradas.

Consta de celdas de varias formas, comúnmente se emplean triángulos o cuadriláteros (2D) o tetraedros o hexaedros (3D). Se generan dos mallas no estructuradas para el mismo dominio que el de la figura 2.12, con la misma distribución de intervalo en los lados. A diferencia de la malla estructurada, en la no estructurada, no puede identificarse a las celdas de manera única mediante los índices i y j , en cambio, las celdas se numeran internamente de alguna otra manera por el paquete de la CFD.

Para configuraciones geométricas complejas, por lo general, es más fácil para el usuario del paquete de generación de malla crear una no estructurada. Por ejemplo, algunos paquetes de CFD (usualmente antiguos) están escritos de manera específicas para mallas estructuradas, estos convergen con mayor rapidez y con mayor exactitud, por utilizar la identificación celdas por índices como se hace en caso de mallas estructuradas; los modernos paquetes de CFD de aplicación general ya no presentan este problema ya que pueden manejar mallas estructuradas y no estructuradas. Por lo que se generan menos celdas con una malla estructuradas que con una no estructurada.

En la figura 2.12 la malla estructurada de $8 \times 4 = 32$ celdas, mientras que la malla triangular no estructurada de la figura 2.17 (a) tiene 76 celdas, y la malla cuadrilátera no estructurada de la figura 2.17 (b) tiene 38 celdas, aun cuando se aplica la distribución de nodos en los lados de los tres casos.

A continuación se presenta un ejemplo de malla no estructurada bidimensional con 9 nodos y 8 intervalos en los lados superior e inferior, y 5 nodos y 4 intervalos en los lados izquierdo y derecho. También la misma distribución de nodos que en la figura 2.17 (a) malla triangular no estructurada y (b) malla cuadrilátera no estructurada. La celda sombreada en (a) es levemente sesgada.

Malla triangular no estructurada.

Malla cuadrilátera no estructurada.

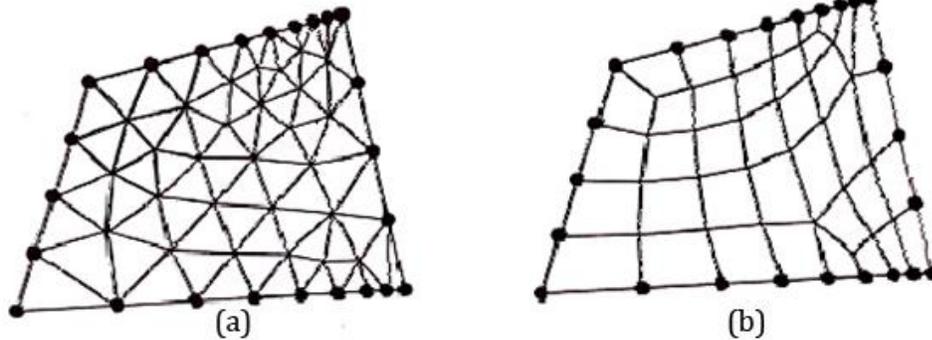


Figura 2.17 Malla no estructurada. [15]

Útil para configuraciones muy complicadas, es el tipo de cuadrícula más flexible que puede ajustarse al límite de un dominio solución arbitrario. En principio, tales cuadrículas podían ser usadas con cualquier plan de discretización, pero se adaptan mejor al volumen finito y aproximaciones a elemento finito. Los elementos o los volúmenes de control podrían tener cualquier forma; no hay una restricción sobre el número de elementos vecinos o nodos. En la práctica, las cuadrículas hechas de triángulos o cuadriláteros en 2D, y tetraedros o hexaedros en 3D son usados a menudo. Tales cuadrículas pueden ser generadas automáticamente por los algoritmos existentes. Si se desea, la cuadrícula puede ser hecha de forma ortogonal, el radio de aspecto es fácilmente controlado, y la cuadrícula puede ser refinada fácilmente a nivel local. La ventaja de la flexibilidad es compensada por la desventaja de la irregularidad de la estructura de los datos. Las ubicaciones de los nodos y las conexiones vecinas necesitan ser especificadas explícitamente. Los “Solvers” para los sistemas de ecuaciones algebraicas son generalmente más lentos que para cuadrículas regulares.

Las mallas poco estructuradas son usadas con métodos de elemento finitos, y cada vez más, con los métodos de volumen finitos. Los códigos de

computación para cuadrículas poco estructuradas son más flexibles. No necesitan ser cambiados cuando la cuadrícula es refinada a nivel local, o cuando son usados los elementos o volúmenes de control de formas diferentes. Sin embargo, la generación del mallado y el pre-procesamiento son generalmente más difíciles. Un ejemplo de una cuadrícula poco estructurada, se muestra en la figura 2.18.

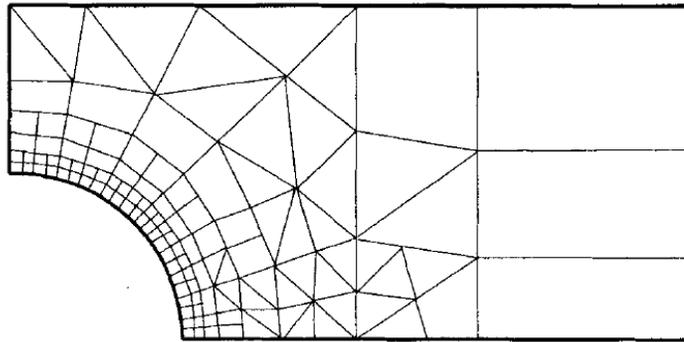


Figura 2.18. Ejemplo de un mallado no estructurado en 2D. [6]

En las capas límite, donde las variables de flujo cambian con rapidez en la dirección normal de la pared y requieren de mallas de alta resolución en la cercanía de ésta, las mallas estructuradas permiten una resolución mucho más fina que las no estructuradas para el mismo número de celdas. Las celdas de mallas estructuradas son más delgadas y están muy compactadas cerca del lado derecho a diferencia que las celdas de mallas no estructuradas (ver figuras 2.12 y 2.17 (a) y (b)).

Se debe enfatizar que sin importar el tipo de malla que se vaya a utilizar (estructurada o no estructurada, cuadrilátera o triangular, etc), es la calidad de la malla lo que es más imprescindible para soluciones confiables de CFD. En particular, debe tenerse cuidado que cada una de las celdas no esté muy sesgada porque esto puede crear dificultades e inexactitudes en convergencia en la solución numérica. La celda de la figura 2.19 (a) es una celda con sesgo moderadamente alto, es la desviación respecto de la simetría. Existen varias

clases de sesgo, tanto para celdas de dos como de tres dimensiones, el tipo de sesgo apropiado para celdas bidimensionales es el sesgo equilátero, definido como:

Sesgo triangulo:

$$\theta_{EAS} = M\acute{A}X\left(\frac{\theta_{max}-\theta_{igual}}{180^{\circ}-\theta_{igual}}, \frac{\theta_{igual}-\theta_{min}}{\theta_{igual}}\right) \quad 2.76$$

Dónde: θ_{min} y θ_{max} son los ángulos mínimo y máximo (en grados) entre dos lados cualesquiera de la celda. θ_{igual} es el ángulo entre dos lados de una celda equilátera ideal con el mismo número de lados.

En celdas triangulares el $\theta_{igual}=60^{\circ}$ y para celdas cuadriláteras $\theta_{igual}=90^{\circ}$. Se muestra mediante la ecuación 2.76 que $0<\theta_{EAS}<1$ para cualquier celda de 2D. Por definición, un triángulo equilátero tiene sesgo cero. De la misma manera, un cuadrado o rectángulo también tienen sesgo cero. Un elemento triangular o cuadrilátero muy distorsionado podría tener un sesgo inaceptable alto (figura 2.19 (b)). Algunos paquetes de generación de malla emplean esquemas numéricos para emparejar la malla con el fin de reducir el sesgo.

Uno de los factores que afectan la calidad de la malla pueden ser los cambios abruptos en el tamaño de celda, esto conduce al programa de CFD a dificultades numéricas o de convergencia. También, las celdas con una razón de sus dimensiones muy grande a veces pueden causar problemas. Aunque es posible reducir la cantidad de celdas al usar una malla estructurada en vez de una no estructurada, depende de la forma del dominio computacional.

A continuación se muestra el sesgo (a) para un triángulo equilátero, donde tiene sesgo cero, pero para un triángulo muy distorsionado tiene un sesgo alto. (b) de manera similar se muestra un rectángulo que tiene sesgo cero, pero una cuadrilátera muy distorsionada que tiene sesgo alto.

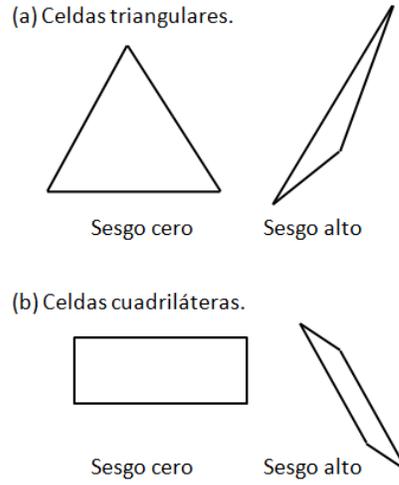


Figura 2.19. Sesgo en celdas. [15]

Mallas híbridas.

Una malla híbrida es la que combina regiones o bloques de mallas estructuradas y no estructuradas. Por ejemplo, se puede juntar una malla estructurada cercana a una pared con un bloque de malla no estructurada fuera de la región de influencia de la capa límite. Con frecuencia se emplea una malla híbrida para permitir alta resolución cerca de un pared sin necesitar alta resolución lejos de la pared. Cuando se genera cualquier tipo de malla estructurada, no estructurada e híbrida, debe tenerse cuidado siempre de que cada una de las celdas no esté muy sesgada.

2.14 PROCEDIMIENTO PARA LA SOLUCIÓN EN CFD. [1]

Para resolver de manera numérica las ecuaciones de gobierno del problema a estudiar en este trabajo se tienen los siguientes pasos:

1. Se elige un dominio computacional y se genera una malla (conocida también como red de nodos); este dominio se divide en muchos elementos pequeños llamados celdas. Para dominios de dos dimensiones (2D), las

celdas son áreas, mientras que para dominios tridimensionales (3D) las celdas son volúmenes. Un dominio computacional es la región en el espacio en la cual las ecuaciones de movimiento se resuelven mediante la CFD. Una celda es un subconjunto pequeño del dominio computacional. Los límites de un dominio bidimensional se denomina lados, y los límites de un dominio tridimensional se llaman caras.

2. Se especifican las condiciones de frontera en cada lado del dominio computacional (flujos 2D) o en cada cara del dominio (flujos 3D).
3. Se especifica el tipo de fluido (agua, aceite, gasolina, entre otros), junto con las propiedades del fluido (temperatura, densidad, viscosidad, etc). La mayoría de los paquetes de CFD tienen integrada bases de datos de propiedades de algunos fluidos.
4. Se seleccionan los parámetros numéricos y los algoritmos de solución.
5. Los valores de la primera aproximación para las variables del campo de flujo se especifican para cada celda. Estas son condiciones iniciales, que podrían ser correctas o no, pero son necesarias como punto de partida, para que la iteración pueda seguir.
6. Al comenzar con los valores de la primera aproximación, las formas discretizadas de las ecuaciones de gobierno se resuelven por iteración, en el centro de cada celda. Si se trasladan todos los términos de la ecuación 2.21 a un lado para obtener cero del otro lado de la ecuación, la solución numérica sería “exacta” cuando al sumar todos estos términos, el residuo, se volviera cero para cada celda del dominio en una solución de CFD, esta suma nunca es cero, pero suele disminuir al hacer las iteraciones. Un residuo se considera como una medida de la desviación de una solución numérica para determinada ecuación de conservación o transporte respecto a la solución exacta, se debe monitorear el residuo promedio relacionado

con cada ecuación de conservación o transporte para ayudar a determinar cuándo converge la solución. A veces se necesitan cientos, o hasta miles, de iteraciones para que converja la solución a una solución final.

7. Cuando converge la solución, las variables del campo de flujo como la velocidad y la presión se trazan y analizan gráficamente, Los usuarios pueden definir a y analizar otras funciones particulares que se forman mediante combinaciones algebraicas de variables de campo de flujo. La mayoría de los paquetes de CFD tienen integrados post- procesadores, diseñados para analizar el campo de flujo de manera gráfica y rápida, también hay paquetes post-procesadores autónomo.
8. Las propiedades globales del campo de flujo, como la caída de presión, las propiedades integrales, como las fuerzas (de sustentación y de arrastre), los torques que actúan sobre un cuerpo, se calculan a partir de la solución que se obtiene por convergencia. Con la mayoría de los paquetes de CFD esto puede hacerse “sobre la marcha” a medida que proceden las iteraciones, en numerosos casos, de hecho, es aconsejable monitorear estas cantidades junto con los residuos durante el proceso de iteración; cuando converge una solución, las propiedades globales e integrales deben establecerse en valores constantes también.

2.15 VERIFICACIÓN DE LA GEOMETRIA. [1][15]

2.15.1 VERIFICACIÓN DE EJES “SLIVER EDGE CHECKING”.

Realiza una búsqueda de los ejes más pequeños en la geometría, los cuales pueden producir una malla de baja calidad en regiones cercanas a estos; usando como criterio el valor de tolerancia de longitud mínima de un eje, $1.6E-1$ [mm].

2.15.2 VERIFICACIÓN DE CARAS “SLIVER FACE CHECKING”.

Es un factor de verificación de geometría que relaciona el perímetro con el área para cada cara. Caras con un factor de “Sliver Face” pueden resultar en mallas con una pobre calidad superficial. El Sliver Factor es calculado mediante la siguiente fórmula:

$$Sliver\ factor = \frac{(perimetro)^2}{4\pi Area} \quad 2.77$$

El valor máximo permisible de “Sliver Factor” es 25.

2.15.3 VERIFICACIÓN DE LA DISTORSIÓN “PARAMETRIZATION FACE CHECKING”.

Es un parámetro que mide la distorsión de las caras, la máxima distorsión aceptada normalmente es 10.

2.16 CALIDAD DE LA MALLA. [1][15]

Usar una malla con adecuada calidad es una parte importante para controlar los errores de discretización. La calidad de la malla puede ser medida mediante el cálculo de tres valores principalmente como lo son:

2.16.1 ORTOGONALIDAD DE MALLADO “MESH ORTOGONALITY”.

El concepto de malla ortogonal se refiere al ángulo entre caras de elementos adyacentes o el ángulo entre ejes de elementos adyacentes, estén cerca de su ángulo óptimo (por ejemplo, 90° para cuadrilátero y los 60° para elementos de caras triangulares). La medida más relevante de la ortogonalidad de la malla, se ilustra a continuación en la figura 2.20. Se trata del ángulo entre el vector que une a dos (volumen de control) nodos (s) y el vector normal en cada punto de

integración de superficie (n) asociados con el borde. El mínimo ángulo de ortogonalidad aceptable es de 20° .

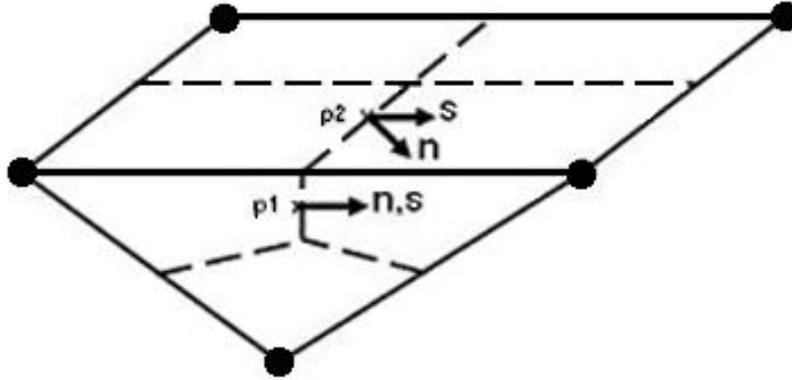


Figura 2.20. Ortogonalidad del malla “Mesh Orthogonality”. [1]

2.16.2 FACTOR DE EXPANSIÓN DE LA MALLA “MESH EXPANSION FACTOR”

Este factor se refiere a la mayor tasa de cambio de volumen entre volúmenes de control adyacentes y se calcula de manera aproximada relacionando el radio máximo con el radio mínimo de volúmenes de control adyacentes. El “Mesh expansión factor” recomendado para las aplicaciones es de 20. Un esquema de este factor se puede observar en la figura 2.21.

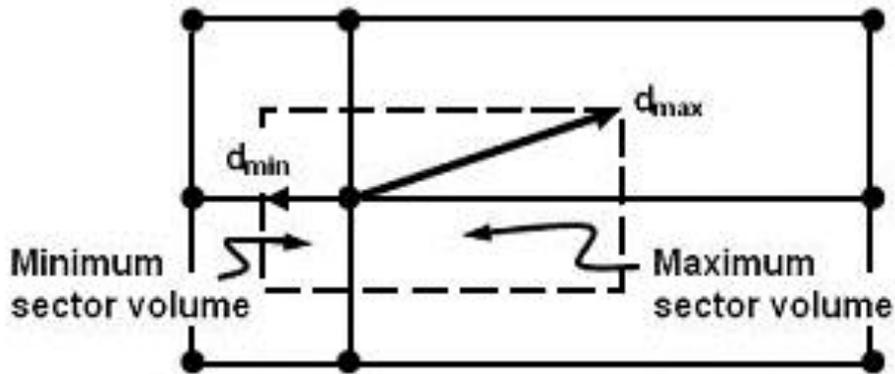


Figura 2.21. Factor de expansión de la malla “Mesh expansión factor”. [1]

2.16.3 ASPECTO DE RADIO DE LA MALLA “MESH ASPECT RADIO”.

El concepto de “Mesh Aspect Ratio” estudia los elementos de la malla a medida que estos se van estrechando en mayor medida y envuelve la relación entre la máxima distancia y la mínima área adyacentes a cada nodo a través de todo el dominio. Como se ilustra en la figura 2.22, un rango aceptable de “Mesh Aspect Ratio” sería <100 .

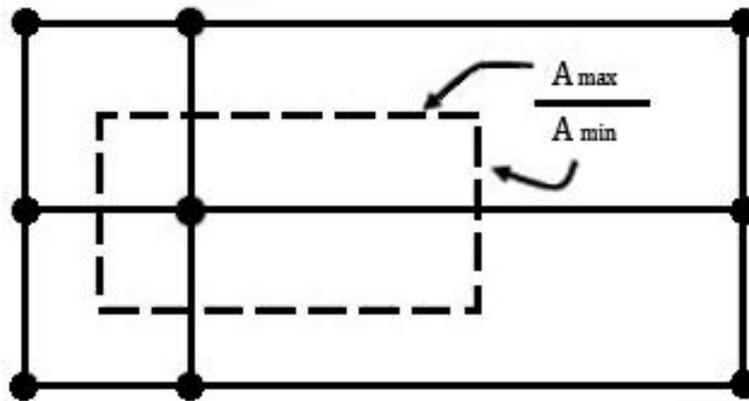


Figura 2.22. Aspecto del radio de la malla “Mesh Aspect Ratio” [1]

2.17 CRITERIO DE CONVERGENCIA “RMS”. [1]

El Residuo llamado “Raíz Cuadrada Media”, RMS por sus siglas en inglés “Root Mean Squar”, consiste en sumar todos los residuos del dominio, determinar la media de los residuos y por último calcular la raíz cuadrada de la media obtenida. Una medida de cuán bien converge la solución puede ser obtenida por el trazado de los residuos para cada ecuación al final de cada intervalo de tiempo de la simulación (iteración) o “TimeStep”. Para la determinación del valor de RMS razonable para evaluar la convergencia pueden tenerse en cuenta los siguientes lineamientos:

- Valores por encima de $1 \cdot 10^{-4}$ puedan ser suficientes para obtener una evaluación cualitativa del campo de flujo
- $1 \cdot 10^{-4}$ es una convergencia relativamente precisa, pero puede ser suficiente para muchas aplicaciones de ingeniería
- $1 \cdot 10^{-5}$ representa una buena convergencia y usualmente suficiente para la mayoría de aplicaciones de ingeniería.
- $1 \cdot 10^{-6}$ o menor representa una convergencia bastante alta y es ocasionalmente requerida para problemas sensibles a la geometría. En muchos casos no es posible obtener este nivel convergencia, particularmente utilizando un programa de solución de ecuaciones de precisión simple.

CAPÍTULO III.

Marco Metodológico.

Se define el tipo de investigación a realizar, se hace un recuento de los recursos disponibles y se describe el procedimiento empleado para la modelación numérica del campo de flujo a través del dominio fluidizado impulsor-voluta de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm.

3.1 CLASIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN. [5]

Los tipos de investigación son distintos según se atiende a los siguientes aspectos: a) su finalidad, b) su alcance temporal, c) profundidad y amplitud del resultado de los análisis, e) sus fuentes, f) su carácter, g) su naturaleza.

Según su finalidad, esta es una investigación aplicada, que busca estudiar los resultados obtenidos del comportamiento del campo de flujo y los fenómenos presentes en el funcionamiento de una bomba centrífuga, enfocado en el dominio fluidizado impulsor-voluta, mediante su análisis, interpretación y explicación.

Por su alcance temporal, esta investigación extiende su análisis a una sucesión de momentos temporales t_1 , t_2 . Por lo cual se trata de una investigación longitudinal, lo cual permite estudiar la evolución del fenómeno en el período que va de 2010 - 2011, incluidos ambos, por lo cual es retrospectiva, porque la serie se refiere al pasado, y prospectivas, porque se refiere al presente.

En función al razonamiento del proceso de la investigación, ésta es deductiva, en el proceso descriptivo y comparativo de los análisis, por tratarse de una inferencia analítica que, según la lógica, una conclusión se sigue necesariamente de una o más premisas.

De acuerdo con su profundidad y amplitud del análisis, es relacional y explicativa porque, no solamente pretenden medir variables, sino estudiar las relaciones de influencia entre ellas, para conocer la estructura y los factores que intervienen en los fenómenos estudiados y su dinámica. Por la amplitud del análisis, esta investigación, tiene carácter definitivo debido a que sus resultados perdurarán por un tiempo relativamente largo, con relación a la duración intrínseca del fenómeno estudiado.

En lo que respecta a sus fuentes. Esta investigación, está basada en datos secundarios. Ello se debe a que operan con datos y hechos recogidos por

distintas personas y para otros fines e investigaciones diferentes. Es por su carácter, una investigación cuantitativa, por centrarse de manera predominante en los aspectos objetivos y susceptibles de cuantificación de los resultados numéricos observados y su comparación con los datos publicados por las fuentes experimentales.

3.2 NIVEL DE LA INVESTIGACIÓN. [5]

El nivel de la investigación es el grado de dificultad con que se aborda un objeto u fenómeno, definiéndose a su vez en cuatro niveles: a) exploratoria, b) descriptiva, c) correlacional, d) explicativa.

En el presente trabajo se pretende explorar el comportamiento del campo de flujo y los fenómenos presentes a través del dominio fluidizado impulsor-voluta de una bomba centrífuga, mediante la utilización de herramientas de la dinámica de fluidos computacional (CFD), para luego ser comparado con resultados experimentales obtenidos en otras investigaciones. Por tal motivo esta investigación se puede caracterizar como de un nivel exploratorio, debido a que el tema de estudio ha sido poco explorado por medio de métodos numéricos, no hay suficientes estudios previos sobre él y es difícil formular hipótesis precisas o de cierta generalidad.

3.3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.

El diseño de la investigación, no es más que la estrategia general que adopta el investigador para responder al problema planteado. En atención al diseño, la investigación se clasifica en: a) documental, b) campo, c) experimental.

Esta investigación se define, por tener un diseño experimental, debió a que pretende someter el objeto de estudio a la influencia de ciertas variables, en condiciones controladas y conocidas, para observar, interpretar y comparar los resultados que cada variable produce en el objeto. La investigación está orientada según las siguientes fases, las cuales se explican posteriormente:

3.3.1 SELECCIÓN DEL SISTEMA IMPULSOR-VOLUTA A ESTUDIAR.

Se selecciona un impulsor-voluta de tipo cerrado de álabes curvados hacia atrás, de una bomba centrífuga de eje horizontal de succión simple, fabricada por la empresa KSB, modelo ETA 32-200, con diámetro a la salida del impulsor de 203 mm y 5 álabes, siendo este modelo ensayado de forma tradicional por Rodríguez et al, [14], (2010), en su trabajo de grado titulado: “*Rediseño y construcción de un banco de ensayos para bombas centrífugas de eje horizontal*” y tomando como criterio principal la validación de la simulación a través de la comparación de los resultados obtenidos con los resultados de la investigación anteriormente señalada y la comparación de la curva característica dada por el fabricante con la obtenida de forma numérica (CFD). El impulsor-voluta seleccionado permite realizar el modelado de la geometría, en el software CAD. Además esta geometría permite su posterior procesamiento en el software de análisis numérico debido a la relativa sencillez de su geometría y a su adaptación a esta herramienta CFD.

3.3.2 SELECCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS.

Una vez realizada la revisión bibliográfica satisfactoria de los documentos escritos relacionados con el área de CFD, como trabajos especiales de grado, textos especializados y tutoriales relacionados con el programa CFD a utilizar, se determinan los modelos matemáticos más apropiados para la realización del

análisis numérico y su relación con los fenómenos físicos presentes en el campo de flujo a estudiar.

3.3.3 DISEÑO DEL IMPULSOR-VOLUTA A ESTUDIAR MEDIANTE UN SOFTWARE DE DISEÑO ASISTIDO POR COMPUTADORA (CAD).

El dominio a estudiar se dibuja mediante una herramienta de diseño de impulsores y volutas llamado CFturboTM, la cual permite dimensionar de acuerdo a la geometría deseada (diámetros, ancho de cara, ángulos de entrada y salida, número de álabes, etc.), las condiciones de trabajo del impulsor (velocidad angular, caudal) y las propiedades del fluido, como se observa en la figura 3.1.

Basic values		
Flow rate	Q	14.515 m³/h
Head	H	72.7 m
Revolutions	n	3500 /min
Density	ρ	1000 kg/m³

Inflow		
Flow angle	Swirl number	
$\alpha_s = \arctan(c_{ms} / c_{us})$		
Hub		90 °
Shroud		90 °

Direction of rotation (from driving end)		
<input checked="" type="radio"/> Right (clockwise)		
<input type="radio"/> Left (counter-clockwise)		

Specific speed (SI)	nq	8.9
Specific speed (US)	Ns	461
Type number (ISO)	ω	0.17
Specific pump work	Y	713 m²/s²
Rise of pressure	dp	0.713 MPa
Pump output	PQ	2.876 kW

Characteristic numbers		
Calc suction diameter dS with	Intake number	ε 0.046
Calc impeller diameter d2 with	Pressure number	ψ 1.079
Calc outlet width b2 with	Outlet width ratio	b2/d2 0.046

Efficiency		
Hydraulic	ηh	0.66
Volumetric	ηv	0.94
Side friction	ηs	0.76
Mechanical	ηm	0.97
Number of blades	z	5

Required driving power	PD	6.29 kW
Power loss	PL	3.41 kW
Internal efficiency	ηi	0.47
Pump efficiency	η	0.46

Shaft / hub		
Allowable stress	τ	15 MPa
Factor of safety	SF	1.15
Min. shaft diameter	dW	
Hub diameter	dN	14.3 mm

Main dimensions		
Suction diameter	dS	40.55 mm
Impeller diameter	d2	203 mm
Outlet width	b2	8.45 mm

Pressure coefficient	ψ	1.03
Average inlet velocity	cmS	3.79 m/s
Average outlet velocity	cm3	0.796 m/s
Net pos. suction head	NPSH	1.441 m
Outlet width ratio	b2/d2	0.04
Meridional deceleration	dcm	0.21
Axial force	Fax	726 N

Figura 3.1. Configuración del impulsor en CFturbo.

En este punto, se diseñan las geometrías correspondientes a la sección meridional del impulsor y la geometría de los álabes. El software realiza el cálculo automático de los triángulos de velocidades pertenecientes a la entrada y salida del fluido en el impulsor, tal cual se señalan en la figuras 3.2 y 3.3.

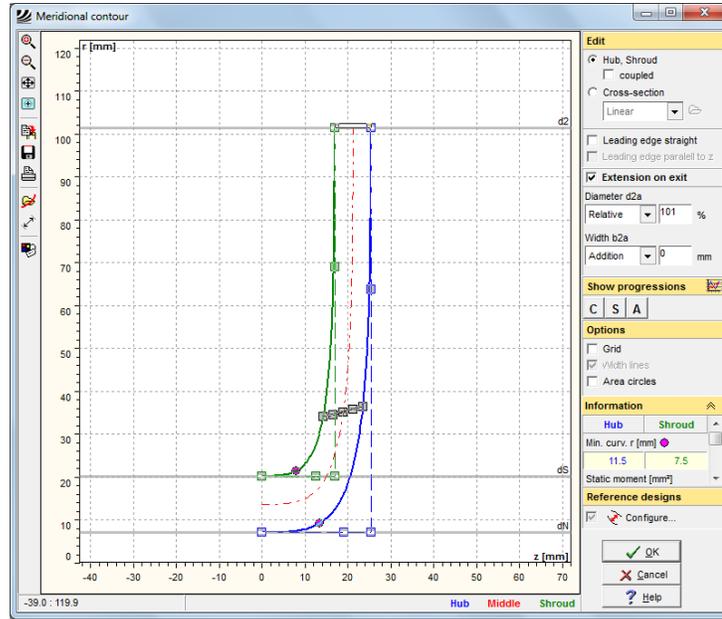


Figura 3.2. Vista meridional del impulsor en CFturbo.

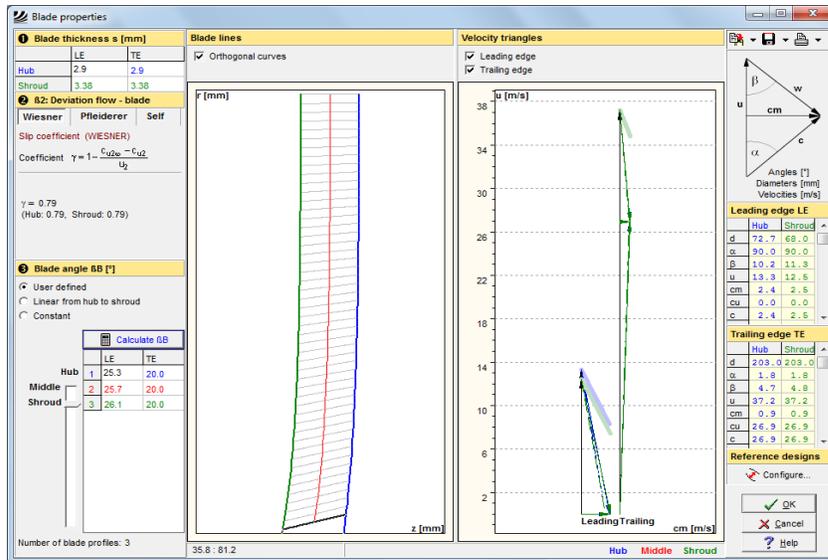


Figura 3.3. Triangulo de velocidades del impulsor en CFturbo.

Con todos estos datos, se procede al dimensionamiento de los álabes, donde se especifica el ancho de los mismos y el perfil de las caras. Todos estos parámetros fueron determinados de acuerdo a los parámetros estándar del manual del CfTurbo™. Posteriormente, con los datos de diseño del impulsor, estos servirán de base primordial para el dimensionamiento de la voluta-difusor mediante la utilización de la misma herramienta CAD, la cual se puede apreciar en la figura 3.4.

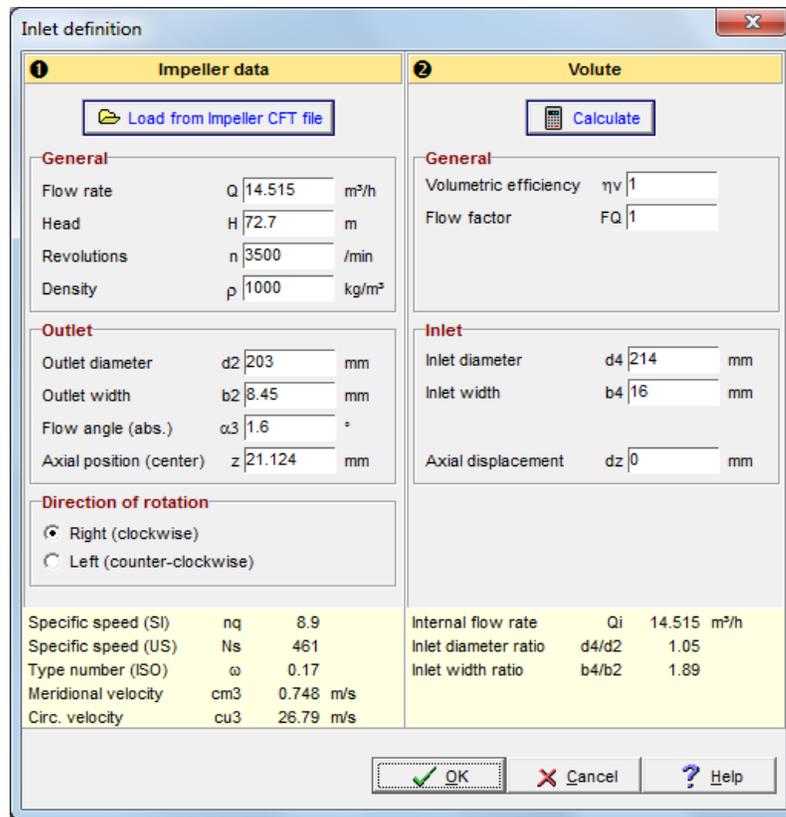


Figura 3.4. Configuración de la voluta-difusor en CFturbo.

Seguidamente, se especifican las condiciones geométricas de la voluta, como la sección transversal, su extensión, si la sección es simétrica o no, y de igual manera, las características del difusor, si es radial o tangencial si es de salida rectangular o circular, como se muestra en la figura 3.5.

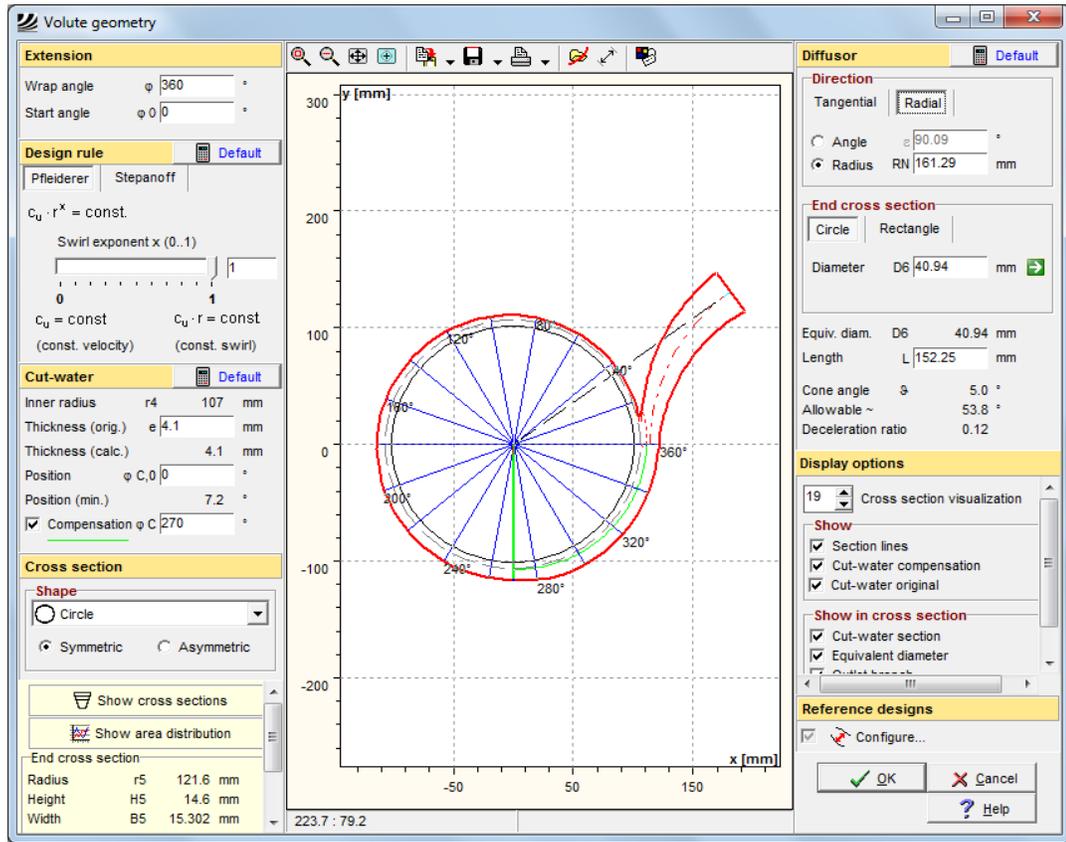


Figura 3.5. Dimensionamiento de la voluta-difusor en Cfturbo.

Una vez introducidos los datos de diseño y de operación del impulsor, el programa de diseño CfturboTM. Generará automáticamente la geometría del impulsor, y en función de los datos del mismo, y luego de haber especificado las condiciones geométricas de la voluta-difusor, de igual manera, el programa generará la geometría correspondiente a la voluta-difusor, como se indica en las figura 3.6 y 3.7.

Debido a que el programa de diseño CfturboTM, generara las geometrías de forma individual, y para el análisis de flujo es necesario que el dominio sea representado mediante un conjunto armado, se contará con la ayuda de una segunda herramienta de diseño computacional de extensión CAD llamado

SolidWorks el cual es seleccionado, por su simplicidad y maniobrabilidad para el trabajo de conjunto armado.

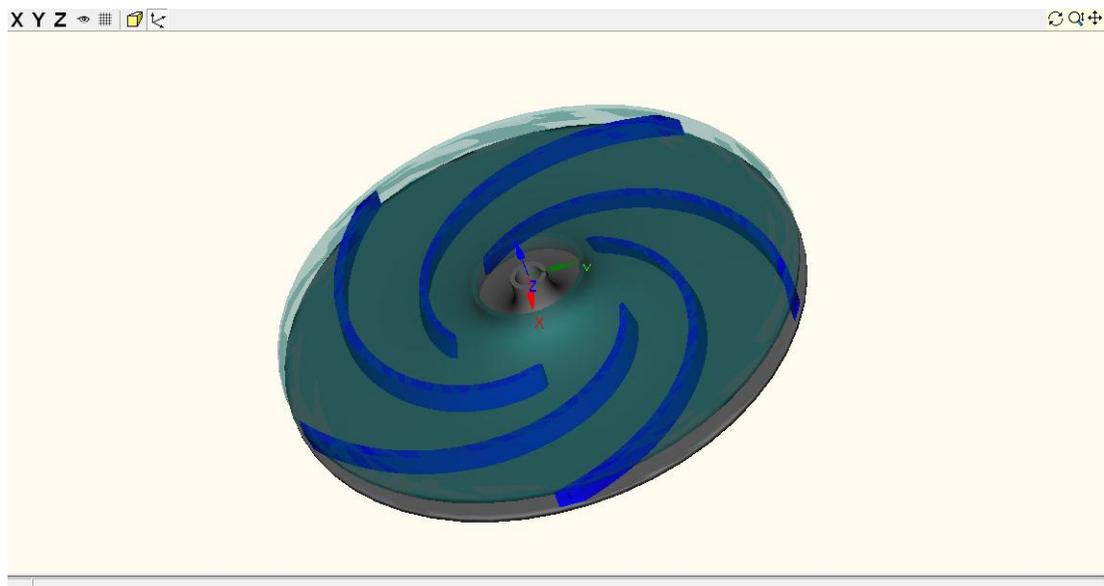


Figura 3.6. Generación de impulsor de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 en CFturbo.

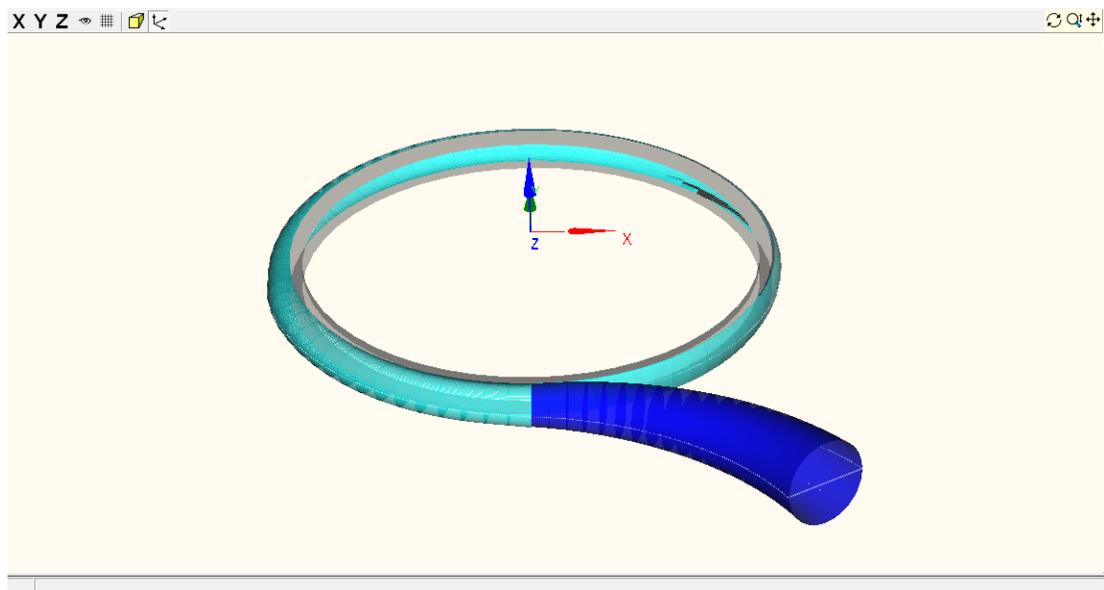


Figura 3.7. Generación de la voluta-difusor de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 en CFturbo.

Luego de que se obtuvieron las geometrías correspondientes al impulsor y la voluta-difusor, éstas fueron exportadas a un formato CAD compatible con SolidWorks, se procedió a representar el dominio fluidizado, o campo de flujo, es decir la geometría que describe el volumen ocupado por el fluido en el interior del impulsor, voluta y difusor de la bomba centrífuga a estudiar, para luego proceder al ensamblado de las mismas, dicho dominio se puede ver en la figura 3.8

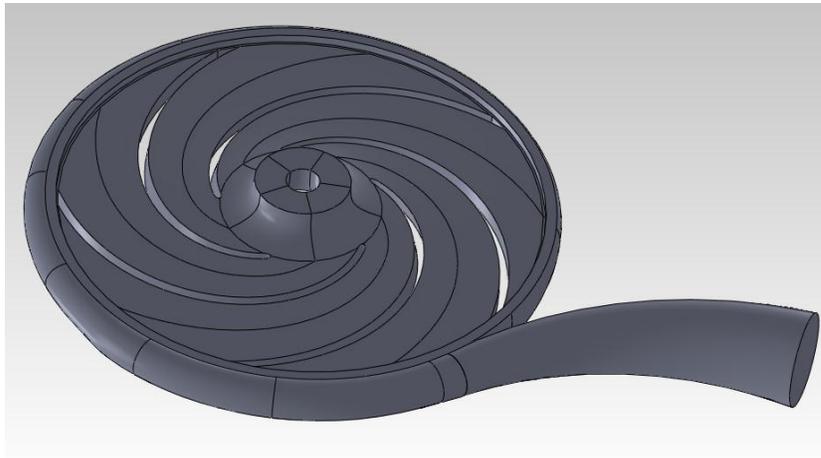
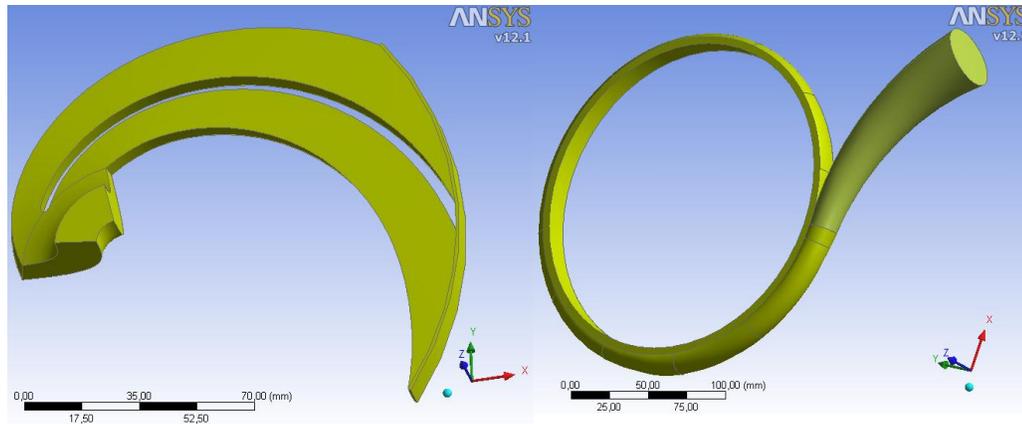


Figura 3.8. Generación del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 en SolidWorks

Finalmente la geometría se exporta en un formato de intercambio de datos compatible con el software de análisis numérico CFD. Una vez importada la geometría, el programa automáticamente muestra una quinta parte del dominio del impulsor, y la razón fundamental es por su simetría a lo largo de su circunferencia, por lo tanto al realizar el análisis numérico de esta porción del impulsor se ahorra recurso computacional y el programa resuelve las ecuaciones de gobierno y modelos matemáticos seleccionados de forma más rápida. La figura 3.9 (a) muestra esta porción del impulsor.

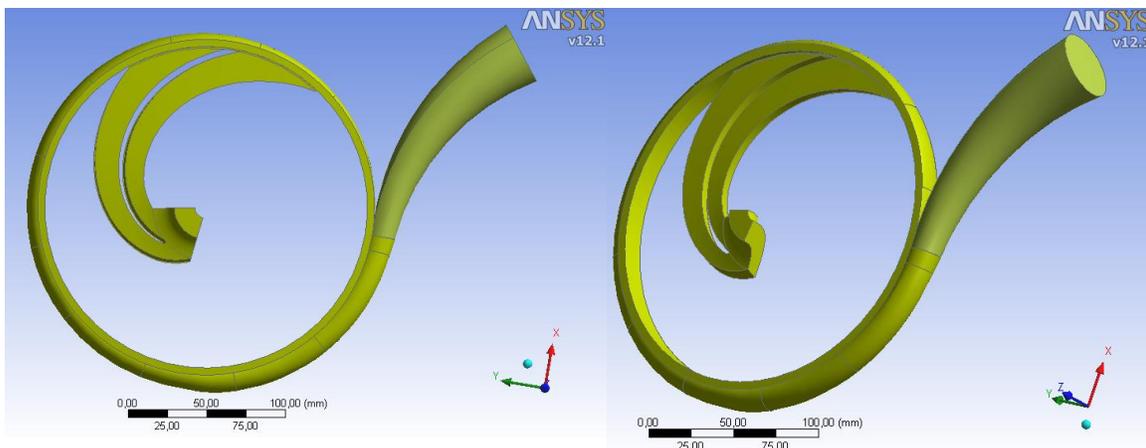
A continuación se indica, en las figuras 3.9 y 3.10, la geometría a estudiar en este trabajo especial de grado, del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200, como elementos separados y como conjunto armado.



(a)

(b)

Figura 3.9. Geometría del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 (a) Impulsor, (b) Voluta-Difusor.



(a)

(b)

Figura 3.10. Conjunto armado del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200, (a) vista superior, (b) vista isométrica.

3.3.4 GENERACIÓN Y CONFIGURACIÓN DE LA DISCRETIZACIÓN ESPACIAL DEL DOMINIO.

Una vez realizada la geometría de la bomba centrífuga a estudiar, se realiza la importación al programa de mallado incorporado a la herramienta CFD, la cual es capaz de realizar la discretización espacial del dominio (mallado). Primeramente se realiza la configuración de la preferencia física, la cual puede ser: mecánica, electromagnética o en nuestro caso CFD. Posteriormente se le indica cual es el programa de análisis numérico que realizará la solución de las ecuaciones de gobierno en la discretización espacial del dominio.

Luego se asigna con un nombre a la entrada y salida del fluido, sobre las caras correspondientes de la geometría, para que el programa de simulación identifique automáticamente la ubicación de las condiciones de borde de entrada y salida, como se aprecia en la figura 3.11

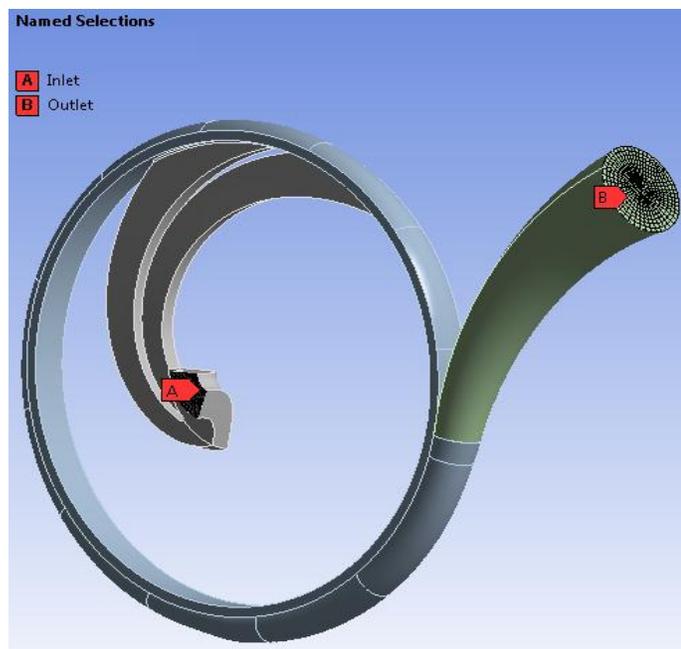


Figura 3.11. Ubicación de la entrada y salida de fluido sobre la geometría.

La herramienta de discretización espacial posee varios algoritmos de mallado, los cuales utilizan elementos tetraédricos, hexaédricos, prismas de base triangular, pirámides de base cuadrada, entre otros. A través de un amplio análisis de la calidad en cuanto a las estadísticas de cada algoritmo de mallado, además de la verificación de trabajos antecedentes a esta investigación, se seleccionó el tetraedro como polígono dominante en el impulsor y voluta, y en el difusor se discretizó con elementos hexaédricos. Se seleccionaron estos polígonos, porque generan un menor número de elementos y nodos, lo cual ayuda al ahorro de recurso computacional por la menor cantidad de ecuaciones que el programa de análisis numérico debe resolver, igualmente estos elementos describen la geometría con polígonos organizados con la mejor calidad en estadísticas en comparación con las otras configuraciones de mallado probadas.

A continuación, se muestra en la figura 3.12, el mallado en el campo de flujo del impulsor, el cual se realizó refinando las regiones donde se presentan curvas de radios pequeños en la geometría como se observa en el inicio del alabe, (ver figuras 3.13 y 3.14), donde se aumenta el número de elementos, por ser una zona donde el comportamiento del fluido es de suma importancia.

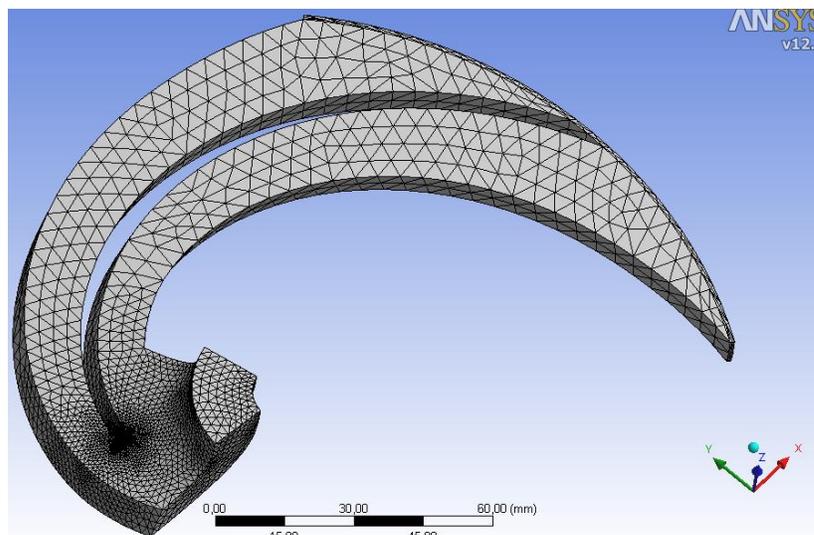


Figura 3.12. Mallado en el campo de flujo del impulsor.

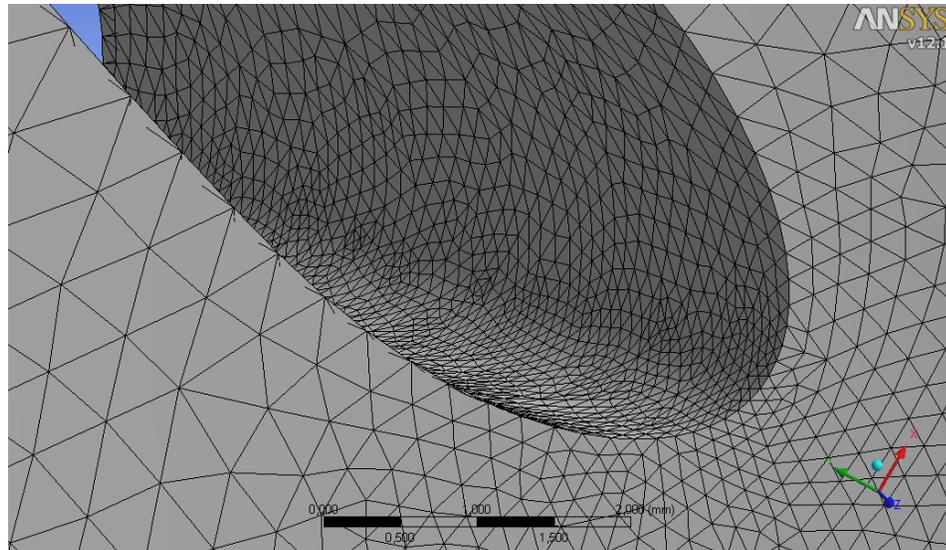


Figura 3.13. Detalle del refinamiento del mallado al inicio del alabe, vista desde la tapa superior del impulsor.

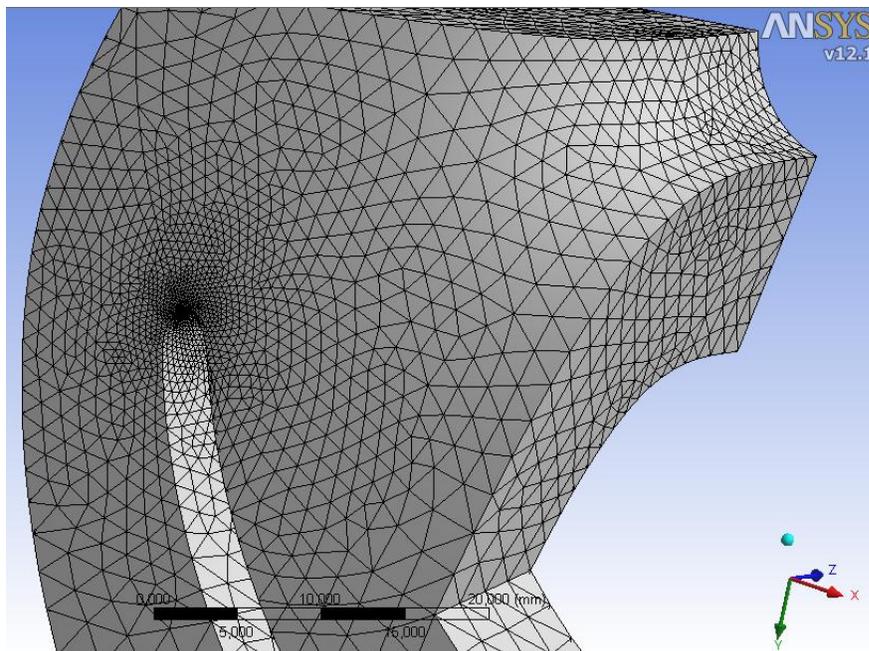


Figura 3.14. Detalle del refinamiento del mallado al inicio del alabe, vista desde la tapa inferior del impulsor.

El mallado de la voluta y difusor (ver figura 3.15) se realizó utilizando la configuración automática del software, donde se evidencia mediante cortes transversales el uso de tetraedros en la voluta y hexaedros en el difusor (figura 3.16), se tomó sumo cuidado en respetar una longitud de arista uniforme de los elementos pertenecientes a la voluta y difusor, con un valor de 2 mm. Este valor permite una cantidad de elementos lo suficientemente alta como para obtener buenos resultados en la simulación y lo suficientemente baja para el ahorro de tiempo computacional en la solución de las ecuaciones de gobierno.

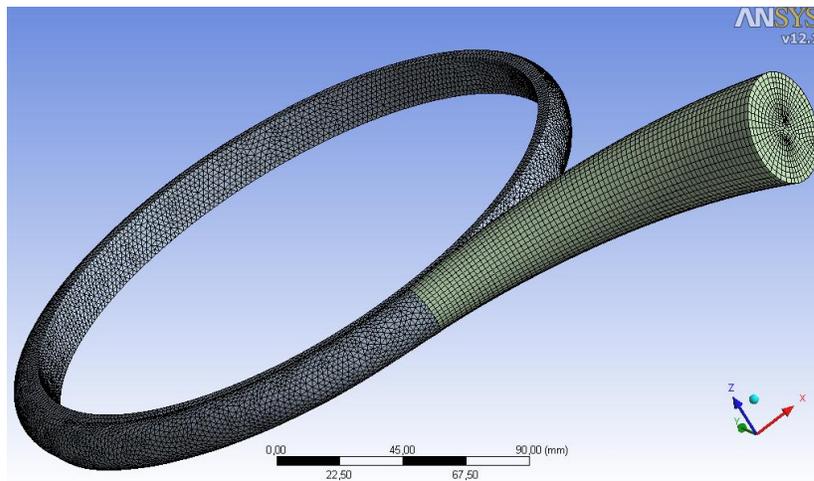


Figura 3.15. Mallado del campo de flujo de la voluta y difusor.

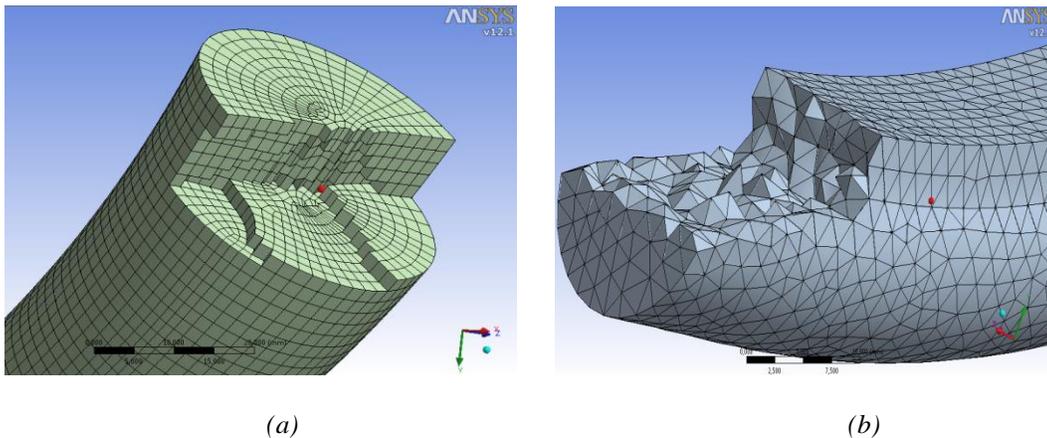


Figura 3.16. Detalle del mallado interno, cortes transversales (a) salida del difusor, (b) salida de la voluta y entrada del difusor.

A continuación en la figura 3.17 se muestra el mallado general del dominio fluidizado de la bomba centrífuga ETA 32-200, el cual será usado para ser exportado al programa encargado de realizar la simulación numérica.

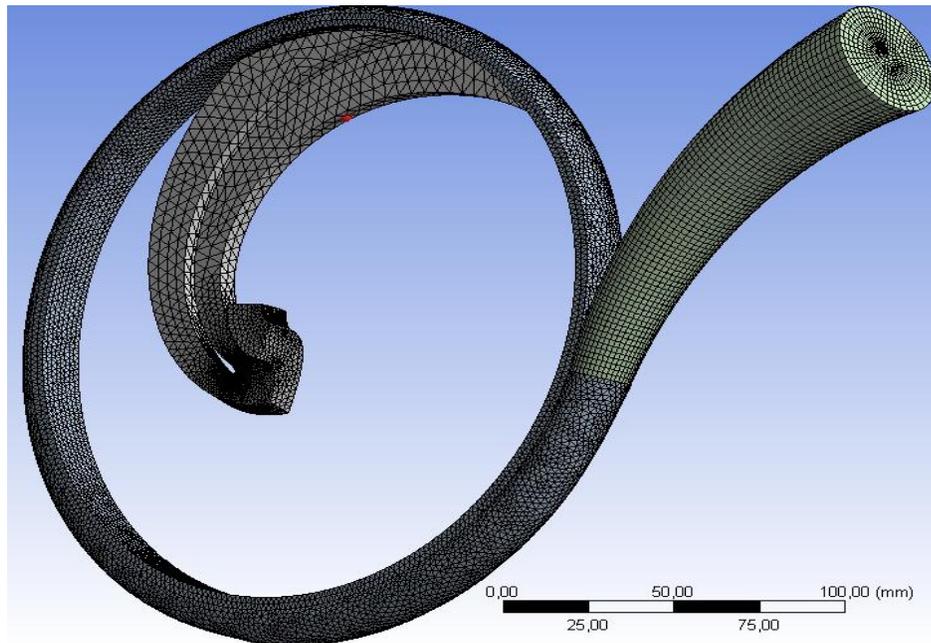


Figura 3.17. Discretización espacial del campo de flujo del conjunto impulsor, voluta y difusor de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200.

3.3.5 CONFIGURACIÓN DEL DOMINIO, CONDICIONES DE BORDE Y CRITERIOS DE CONVERGENCIA.

Primeramente se procede a la importación del mallado previamente realizado, al software de análisis numérico incorporado a la herramienta CFD.

Configuraciones generales sin considerar la cavitación.

Una vez realizado esto, se procede a localizar los dominios en base a la nomenclatura asignada por defecto a la geometría, por parte del programa de análisis numérico; para este caso, un dominio llamado “Impulsor” y otro llamado “Voluta Difusor”.

Luego se verifica la presencia de contactos entre los dominios importados, para este caso, existe contacto entre la geometría del campo de flujo del impulsor con la voluta, y también existe contacto entre la salida de la voluta y la entrada del difusor, esta configuración se introduce en caso que el software no lo indique automáticamente, mediante la creación de interfaces entre los dominios. A continuación se puede ver en la figura 3.18, la configuración utilizada y en la figura 3.19, la ubicación de interfaces en el dominio.

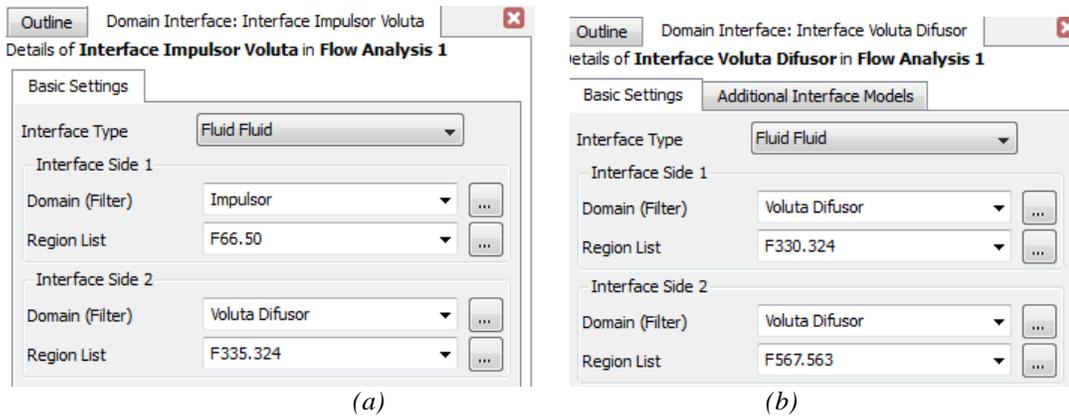


Figura 3.18. Configuración de interfaces, (a) Entre el dominio del impulsor y la voluta difusor;
(b) Entre la voluta y el Difusor

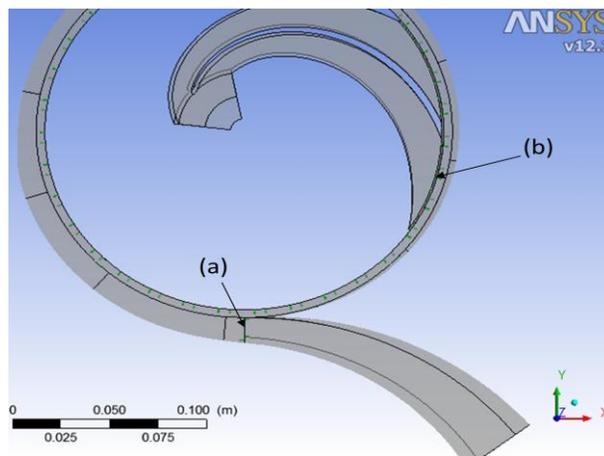


Figura 3.19. Ubicación de interfaces, (a) Entre voluta y Difusor; (b) Entre Impulsor y Voluta.

De la misma forma se introduce otra interface, pero ésta corresponde a la superficie anterior y posterior, de la porción del impulsor a estudiar, la cual se realiza para indicarle al programa que la geometría es periódica a nivel rotacional, y de esta forma realizar la simulación a una quinta parte del impulsor considerando la simetría de la geometría en toda su circunferencia, sin afectar la interacción del flujo hacia la voluta. Dicha configuración se evidencia a continuación en la figura 3.20, junto a las superficies designadas como interfaces periódicas.

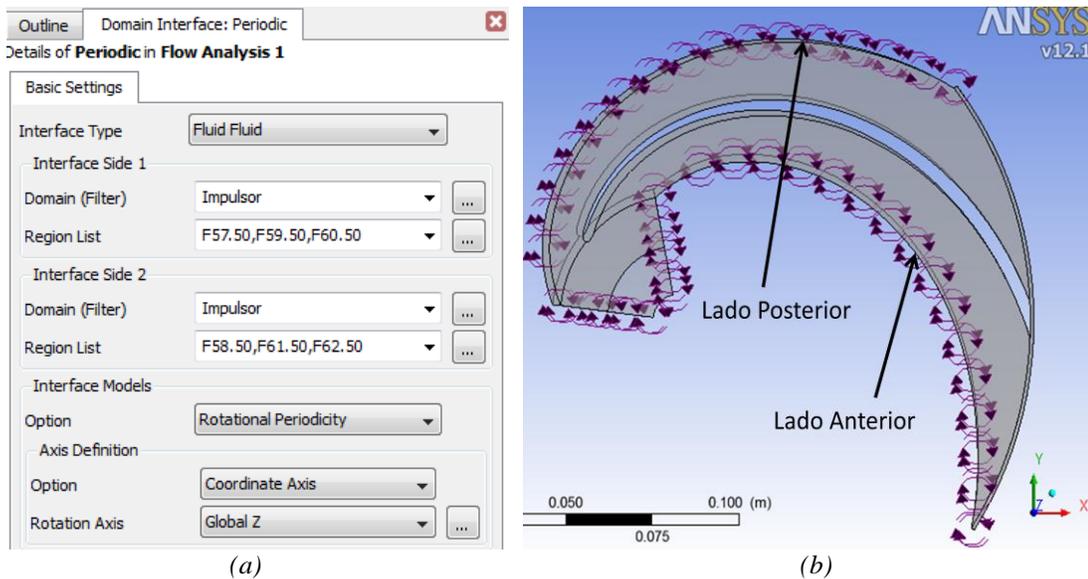


Figura 3.20. (a) Configuración de Interface de periodicidad, (b) Superficies designadas como interfaces periódicas.

Como configuración inicial de los dominios, se seleccionan los fluidos que circulan a través de ellos, los cuales son: agua, y vapor de agua a 25 °C (estos materiales están presentes en la biblioteca interna del programa); se seleccionan ambos materiales para considerar la posible presencia de cavitación en la bomba centrífuga y la formación de vapor en los dominios de estudio.

Posteriormente se selecciona la presión de referencia, la cual será una atmósfera, esto significa que las presiones que se asignen como condiciones de borde, serán consideradas como presiones manométricas, es decir, relativas a una atmósfera. Igualmente se selecciona el eje de rotación, el eje “Z”, y la velocidad de rotación en 3500 rpm sobre el dominio “Impulsor”; para el caso del dominio “Voluta Difusor” se configura como dominio estacionario. Dicha configuración se indica a continuación en la figura 3.21.

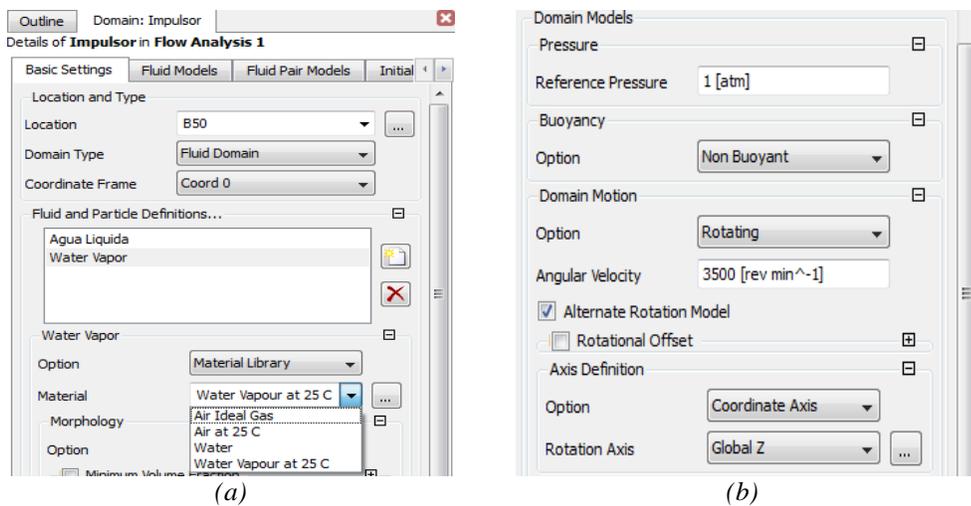


Figura 3.21. Configuración general de los dominios, (a) localización, tipo de dominio, fluidos presentes; (b) presión de referencia, movimiento del dominio y eje de rotación.

Se configura el modelo de turbulencia y de transferencia de calor más recomendable para realizar la simulación numérica. Para este trabajo se utilizó como modelo de turbulencia, el modelo Kappa-Epsilon ($k-\epsilon$), por ser el modelo más adecuado para analizar los fenómenos físicos, como el desprendimiento de la capa límite y recirculación, presentes en el dominio fluidizado del impulsor y la voluta de la bomba centrífuga, con una buena precisión en cuanto a los resultados, además porque usa menos tiempo computacional para resolver las ecuaciones de gobierno y lograr la convergencia de las mismas.

Se considera que el fluido se comporta como una sustancia pura, para facilitar los cálculos. Como modelo energético de transferencia de calor, se selecciona el modelo isotérmico, ya que establece que el fluido no varía su temperatura a lo largo de su recorrido por todo el dominio, por lo que se establece 25 °C como la temperatura del agua (ver figura 3.22).

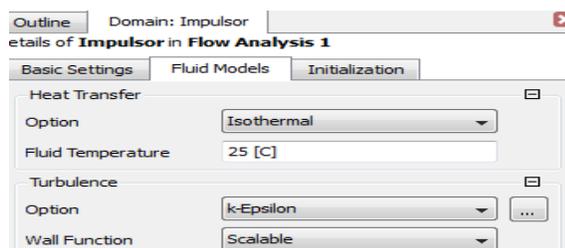


Figura 3.22. Configuración del modelo de transferencia de calor y turbulencia

A continuación se presenta en la tabla 3.1 un resumen de los parámetros utilizados para configurar los dominios.

Tabla 3.1 Resumen de los parámetros generales de configuración de los dominios.

CONFIGURACIÓN	PARÁMETRO	
Configuraciones básicas	Tipo de dominio	Fluido
	Fluidos presentes en los dominios	Agua líquida, Vapor de agua a 25 °C
	Presión de referencia	1 atm
	Tipo de dominio del Impulsor	Rotativo a 3500 rpm
	Tipo de dominio de la Voluta Difusor	Estacionario
	Eje de rotación del impulsor	Eje “Z”
Modelos Matemáticos	Transferencia de calor	Isotérmico a 25 °C
	Turbulencia	k-ε
Inicialización	Fracción de volumen de agua	99,9 %
	Fracción de volumen de vapor de agua a 25 °C	0,1 %

Configuraciones generales para el análisis numérico considerando la cavitación.

Se configura todo de la misma forma explicada anteriormente, pero incorporando las siguientes configuraciones en el programa de análisis numérico:

Se activa en la opción de modelos de flujo, el modelo homogéneo en la sección de multifases, luego se activa en la opción de modelos de flujos pares, la cavitación sobre la sección de transferencia de masa; se selecciona el modelo matemático de cavitación Rayleigh Plesset y luego se activa la presión de saturación asignándole un valor de 3169,8 Pa como presión de saturación del agua a una temperatura de 25 °C, el cual es el caso de estudio. Es importante mencionar que el modelo de cavitación de Rayleigh Plesset muestra el crecimiento y colapso de las burbujas de vapor en un dominio líquido. Seguidamente se presentan dichas configuraciones en la figura 3.23.

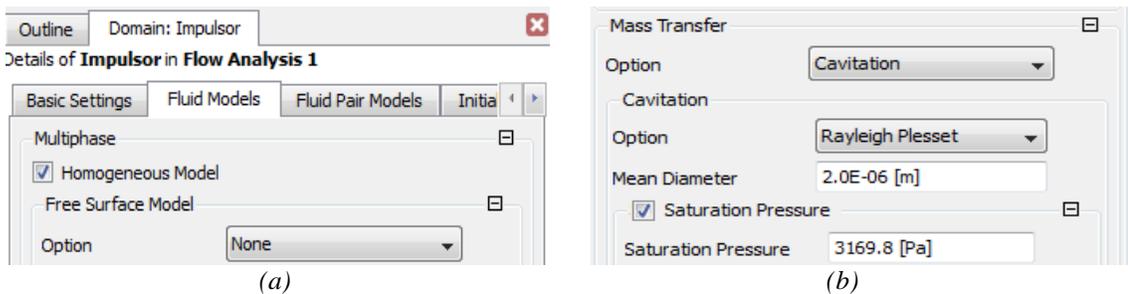


Figura 3.23. Configuración de la simulación considerando la cavitación, (a) Consideración del modelo homogéneo, (b) Introducción del modelo de cavitación Rayleigh Plesset y la presión de saturación.

Por último se asigna la condición de inicialización en todo el dominio de la bomba, con un valor de fracción de volumen de agua líquida y vapor de agua a 25 °C, como automático, es decir, el software empezará a buscar la solución de las ecuaciones de gobierno desde un valor automático de fracción de volumen hasta llegar a la convergencia numérica de las ecuaciones.

Establecimiento de las condiciones de borde.

Se asigna sobre las superficies de todo el dominio, las propiedades físicas y características conocidas de estas superficies, a partir del cual las ecuaciones de gobierno se resolverán.

Se asignan cuatro condiciones de borde, la primera es la entrada de la bomba centrífuga, ubicada en la superficie de entrada del impulsor llamada “Inlet”, la segunda es la condición de borde de pared llamada “Moving” ubicada en todas las superficies del dominio “Impulsor”, la tercera condición es la salida de la bomba centrífuga, llamada “Outlet” ubicada a la salida del difusor del dominio “Voluta Difusor”, y la última condición de borde es de pared llamada “Voluta Difusor Default” ubicada en todas las superficies de la voluta y difusor.

Se configura la condición de borde “Inlet” como condición de borde de tipo: entrada; la ubicación de la misma sobre la superficie de entrada al impulsor es asignada automáticamente por el programa de análisis numérico, debido a que previamente en el proceso de mallado se le asignó a esta superficie el nombre de “Inlet”; posteriormente se establece esta condición de borde como estacionaria (ver figura 3.24).

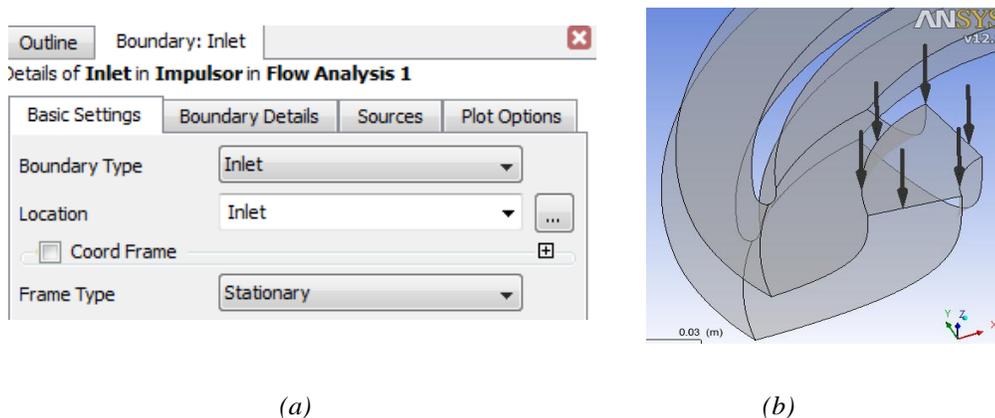


Figura 3.24. (a) Configuración básica de la condición de borde “Inlet”, (b) Flechas de flujo sobre la superficie de entrada en el impulsor (indicativo de condición de borde).

El régimen de flujo se establece como subsónico, debido a la posibilidad de choque si se establece otro régimen. La turbulencia se establece con gradiente cero, sin afectar los resultados de la simulación y aumentar la rapidez de la convergencia de las ecuaciones de gobierno. Luego se asigna la propiedad conocida en esta superficie, la cual a través de muchas pruebas se seleccionó la presión estática como la propiedad adecuada como condición de borde de entrada (ver figura 3.25 (a)), la cual va estrechamente ligada al flujo másico, el cual será usado como propiedad conocida en la condición de borde “Outlet” de salida.

Posteriormente se indica la fracción de volumen de agua líquida a 99,9 % y la fracción de volumen del vapor de agua a 25 °C en 0,1 %, esto será usado como condición de borde del fluido que ingresa a la bomba, para la búsqueda de soluciones numéricas a partir de estos valores (ver figura 3.25 (b)).

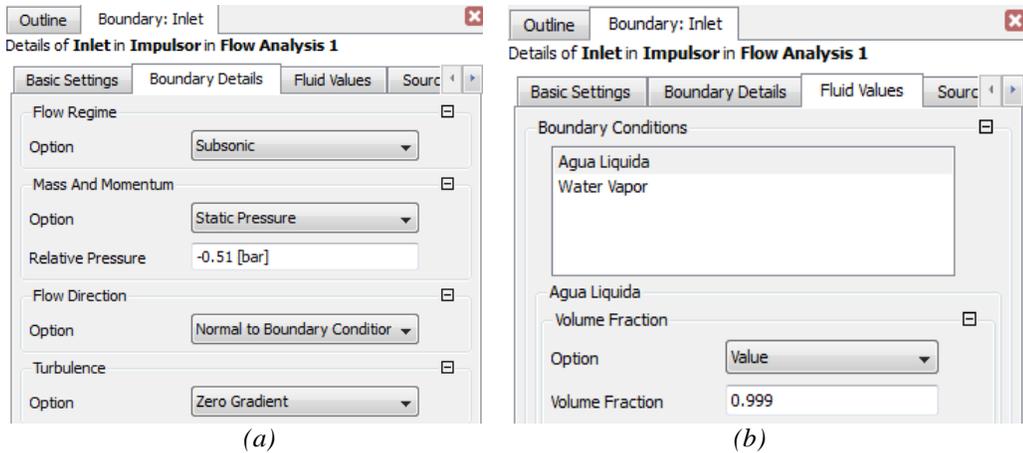


Figura 3.25. (a) Configuración de condición de borde “Inlet”, (b) Configuración de fracción de volumen de los fluidos.

La condición de borde de pared “Moving” ubicada en todas las superficies del dominio del impulsor y la condición de borde de pared “Voluta Difusor Default” ubicada en las superficies del dominio de la voluta y Difusor, se configuran automáticamente por el programa de análisis numérico como

adiabáticas, es decir a través de ellas no existe transferencia de calor, y esto concuerda a la configuración de los dominios como isotérmicos, realizado previamente. A continuación en la figura 3.26 (a) se presenta la configuración realizada, donde igualmente se observa que las paredes del impulsor son de tipo rotativo. De igual forma se señala en la figura 3.26 (b) la configuración de pared del dominio de la voluta y difusor, donde se observa que esta condición de borde es estática por defecto, ya que previamente se configuró este dominio como estático.

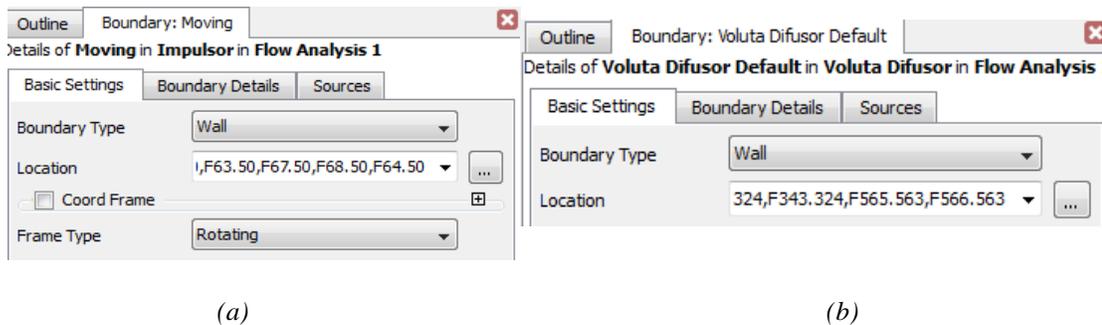


Figura 3.26. (a) Configuración de condición de borde de pared “Moving”, (b) Condición de borde de pared “Voluta Difusor Default”.

La condición de borde de salida “Outlet” se configura de igual forma como subsónico, de tipo estacionario, y a la propiedad física será el flujo másico correspondiente a la presión establecida como condición de borde de entrada, como ya se mencionó anteriormente. Es importante destacar que los valores que se asignaron como condiciones de borde de entrada y salida fueron tomados en su mayoría del ensayo experimental realizado a la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, realizado previamente para otro trabajo especial de grado. Igualmente estas condiciones no serán una restricción, ya que en dado caso de no converger la simulación, se tomaran valores de presión cercanos hasta encontrar la presión de entrada que permita la convergencia de la simulación, de igual forma el “Solver” (programa encargado de realizar la solución de las ecuaciones discretizadas) encuentra el valor de presión de entrada que concuerde con el

valor de flujo másico establecido, siempre y cuando se encuentre próximo a la realidad física de funcionamiento de la turbomáquina modelada en la simulación.

A continuación, se señala en la figura 3.27, la ubicación de la condición de borde de salida, y la configuración en el programa de análisis numérico.

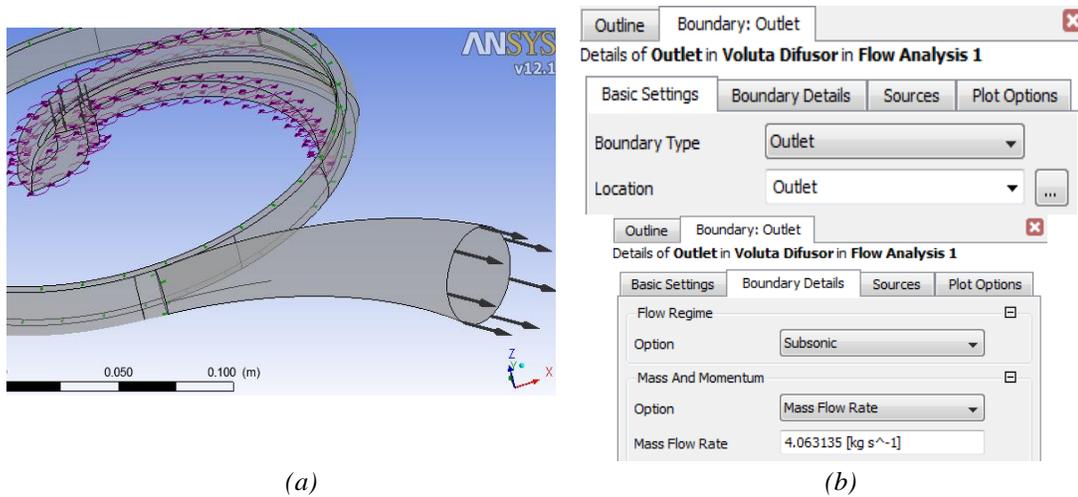


Figura 3.27. (a) Ubicación de la condición de borde de salida mediante flechas con sentido de flujo (b) Configuración de la condición de borde de salida en el programa de análisis numérico.

En la tabla 3.2 se aprecia los valores de presión a la succión y caudales de trabajo, obtenidos del ensayo realizado a la bomba centrífuga KSB ETA 32-200.

Tabla 3.2. Valores obtenidos del ensayo a la bomba KSB ETA 32-200 a 3500 rpm. [14]

	1	2	3	4	5	6	7	8
Ps (bar)	-0,75	-0,68	-0,63	-0,51	-0,46	-0,36	-0,31	-0,22
Q (m³/h)	19.298	17,6951	16,5472	14,6713	13,2861	10,9106	7,9122	0

Criterios de convergencia.

Los criterios de convergencia son los parámetros que se establecen como indicativos de que los resultados obtenidos son confiables y adaptados a la realidad física de funcionamiento de la turbomáquina.

El primer criterio de convergencia a establecer es el número de iteraciones que el “Solver” realizará para encontrar la solución numérica de las ecuaciones de gobierno (continuidad y momento), el modelo de turbulencia y el de cavitación. Mediante el análisis de trabajos antecedentes y por medio de simulaciones realizadas, se estable este parámetro a 1000.

El segundo criterio de convergencia es el valor de los residuos “Raíz Cuadrada Media”, RMS por sus siglas en inglés “Root Mean Squar”. Debido a que el estudio requiere de una precisión en cuanto a las líneas de flujo y contornos de presión, el valor establecido será $1 \cdot 10^{-4}$, por ser un valor que sirve para un análisis a nivel ingenieril, arrojando buenos resultados en el análisis numérico.

El tercer parámetro a configurar es “Timescale Control” el cual es el valor que rige cual será la escala de tiempo para que se resuelvan las ecuaciones, comúnmente para turbomáquinas, este valor se establece a $1/\omega$, donde ω es la velocidad angular en radianes por segundos; para esto se introduce una expresión para establecer el tiempo que se tardará entre cada iteración. En este caso será $1/\{2\pi \cdot 3500[\text{min}^{-1}]\}$.

El último criterio de convergencia, pero no menos importante, es el “Conservation Target” el cual establece que todas las ecuaciones se conserven desde la entrada de flujo hasta la salida, es decir que el imbalance global para cada ecuación debe ser menor a 1 %, para este caso se establecerá a 0,5 % para reforzar la confiabilidad de los resultados obtenidos y garantizar la conservación de las ecuaciones.

El “Solver” resolverá las ecuaciones hasta que se alcance el valor de RMS establecido y al mismo tiempo se cumpla el valor del imbalance o finalizará hasta que se alcance el número de iteraciones, si esto ocurre se aumenta el

número de iteraciones hasta alcanzar los criterios de convergencia establecidos de residuos e imbalances a la vez.

A continuación en la figura 3.28 se indica la configuración de estos criterios de convergencia.

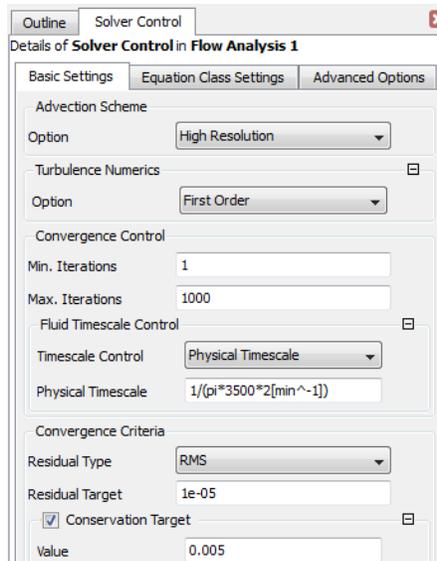


Figura 3.28. Configuración de los criterios de convergencia.

3.3.6 OBTENCIÓN DE LA CURVA CARACTERÍSTICA.

Para la obtención de la curva característica se procede a simular utilizando como condición de borde de entrada, la presión, y como condición de borde de salida, el flujo másico, de la siguiente manera:

La obtención de los puntos pertenecientes a la curva característica: disponibilidad vs Caudal, se realiza mediante la realización de 13 simulaciones, utilizando caudales desde $1 \text{ m}^3/\text{h}$ hasta $20 \text{ m}^3/\text{h}$; con ayuda de los valores obtenidos del ensayo a la bomba centrífuga a 3500 rpm, de la tabla 3.2

A continuación, se muestra en la tabla 3.3, los puntos simulados en este trabajo de grado, los cuales dieron resultados satisfactorios en cuanto a la

convergencia. Es importante recordar que la presión de entrada asignada como condición de borde es aproximada ya que resulta complicado identificar la presión a la succión de esta bomba modelada numéricamente, igualmente, estas presiones al ser aproximadas a la realidad, el “Solver” encuentra el valor preciso de presión a la entrada que corresponda con el caudal.

Tabla 3.3. Condiciones de borde de las simulaciones realizadas, para la ubicación de cada punto de la curva característica H vs Q de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm.

Punto	Caudal (m ³ /h)	Flujo másico (kg/m ³)	Presión de entrada (bar)
1	4	1,107777	-0,22
2	8	2,215555	-0,31
3	9	2,4925	-0,31
4	11	3,046388	-0,36
5	12	3,323333	-0,36
6	13	3,600277	-0,46
7	14	3,877222	-0,46
8	15	4,154166	-0,51
9	16	4,431111	-0,51
10	17	4,708055	-0,52
11	18	4,985	-0,52
12	19	5,261944	-0,63
13	20	5,538888	-0,68

El flujo másico se calcula en función del caudal y de la densidad, la cual es constante, por considerar que el fluido tiene una temperatura constante de 25 °C.

3.3.7 VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS.

Se verifica la convergencia de las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido, de igual forma se valida mediante el análisis de la convergencia de los imbalances.

Los resultados se validarán, comparando la tendencia de la curva característica, Disponibilidad en función del Caudal (H vs Q) obtenida mediante el análisis numérico y las curvas del ensayo experimental realizada por Rodríguez et al, [14], en su trabajo de grado titulado: “Rediseño y construcción de un banco de ensayos para bombas centrifugas de eje horizontal”, igualmente se compara con la curva proporcionada por el fabricante de la bomba.

Mediante la presentación de los resultados, por medio de imágenes o gráficas, donde se muestre el comportamiento de las líneas de flujo, recirculación, desprendimiento de la capa limite, zonas donde existe presencia de vapor de agua, contornos de presión y velocidad, comparando dichos resultados con los sugeridos por la teoría de bombas centrífugas.

3.4 TÉCNICAS DE OBSERVACIÓN Y RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN. [5]

La observación, engloba todos los procedimientos utilizados en las ciencias, no sólo para examinar las fuentes donde se encuentran los hechos y datos objeto de estudio, sino también, para obtener y registrar éstos. Considerada de este modo, la observación proporciona al investigador la materia de trabajo que ha de ser objeto después de tratamiento y estudio científicos, mediante las siguientes fases de la investigación, la interpretación, análisis y explicación.

La realización de la observación implica, en todo caso, los siguientes elementos: Sujeto \Rightarrow Estímulo \Rightarrow Objeto \Rightarrow Respuesta \Rightarrow Percepción \Rightarrow Registro. Entendida así, la observación se puede clasificar, según su objeto, en los tipos siguientes, que abarcan los procedimientos fundamentales existentes de recogida de datos: Directa simple, Directa Documental, Indirecta Mediante encuesta.

La técnica de observación a emplear, en esta investigación, es la documental, basada sobre documentos actuales de todo género en cuanto recogen y reflejan los datos de modelación de interés para el objeto investigado y campo de las simulaciones numéricas de fluidos a través de tuberías, válvulas, bombas, etc. Otra parte importante incluye la revisión de tutoriales y la realización de cursos, que vayan dirigidos al aprendizaje del software de tipo CFD.

3.5 TÉCNICAS DE ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

Terminada la etapa de la investigación y recogida de datos, se clasificaron, es decir, se agruparon y se presentaron en conjunto, bien, en forma individual o relacionados con los de otras variables para reflejar, previa su diferenciación, la dimensión colectiva de los datos recogidos en la observación y con ello poner de manifiesto sus uniformidades, semejanzas y diferencias, con el objeto de sus posteriores análisis. Una vez, terminado este proceso, se pasó del dato en bruto al dato procesado. Dato en bruto \Rightarrow Cálculos \Rightarrow Hoja de cálculo \Rightarrow Análisis \Rightarrow Dato procesado \Rightarrow formación y lectura de los cuadros. La codificación general de todos los documentos, se realizó en un procesador de palabras como instrumento de recopilación y análisis.

3.6 RECURSOS ADMINISTRATIVOS.

A continuación se presentan los recursos que son necesarios para el desarrollo de la investigación, se clasifica en recursos materiales, englobando todos los instrumentos esenciales que se han de utilizarse; recursos humanos englobando la experticia involucrada en el ámbito de la investigación y recursos

institucionales constituyendo todos aquellos organismos de información que se tiene a disposición.

3.6.1 RECURSOS MATERIALES.

- Computadoras con procesadores de alto rendimiento.
- Trabajos especiales de grado.
- Textos provenientes de publicaciones editoriales, revistas y páginas web.
- Tutoriales de programas relacionados a CFD.

3.6.2 RECURSOS HUMANOS.

- Tutor académico.
- Profesores con conocimientos en el área de CFD.
- Profesionales especialistas en simulación con CFD.

3.6.3 RECURSOS INSTITUCIONALES.

- Biblioteca Rental de Ingeniería Mecánica “Ingeniero Carlos Pérez Silva” de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo.
- Fundación Centro de Documentación e Información. Biblioteca Central de la Universidad de Carabobo.
- Servicios de internet y del laboratorio virtual de la Universidad de Carabobo REDUC.

3.7 DIAGRAMA DE FLUJO DE LA METODOLOGÍA A SEGUIR PARA EL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN.

La metodología a seguir se puede apreciar en el diagrama de flujo de la figura 3.29:

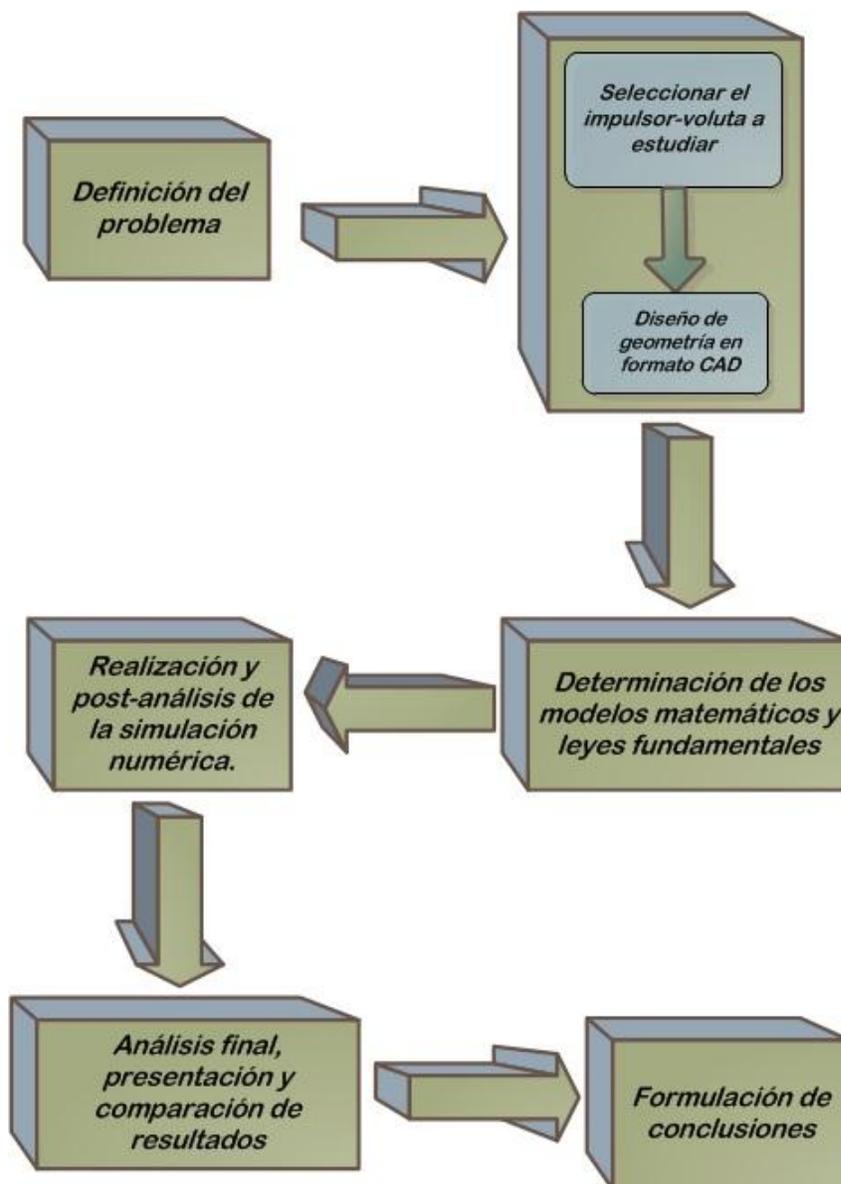


Figura 3.29. Diagrama de flujo de las etapas metodológicas aplicadas en este trabajo especial de grado.

CAPÍTULO IV.

Resultados y Análisis de Resultados.

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos del análisis numérico del campo de flujo de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, para esto primeramente se verifican las estadísticas de la modelación geométrica de la bomba y su discretización espacial (mallado), con la respectiva validación de las mismas, para luego mostrar los resultados de la convergencia de las ecuaciones de masa, momento y turbulencia, de igual forma se muestra la curva característica de disponibilidad en función del caudal, obtenida mediante las simulaciones realizadas; posteriormente se presentan los resultados en forma de gráficas y figuras para finalmente analizar los resultados obtenidos en este trabajo especial de grado.

4.1 VALIDACIÓN DE LAS ESTADÍSTICAS GEOMÉTRICAS Y DE MALLADO.

4.1.1 VERIFICACIÓN DE LA GEOMETRÍA.

La geometría mostrada en la figura 3.8, la cual representa el dominio fluidizado del impulsor, voluta y difusor de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200, se realizó respetando los parámetros de calidad geométrica para simulaciones en CFD, establecidos en el capítulo II. A continuación se muestra un resumen del rango de valores permitidos, los cuales se usan como criterios de evaluación de la calidad de la modelación geométrica.

- Chequeo de los ejes “Silver edge checking”: La mínima longitud de arista debe ser mayor a 0,3 mm.
- Verificación de las caras “Sliver face checking”: El máximo factor en las caras debe ser menor de 25.
- Verificación de la distorsión “Parameterization face checking”: El máximo valor permisible debe ser menor a 10.

Una mala calidad en estas estadísticas geométricas puede resultar en un posterior mallado de baja calidad en las zonas de la geometría donde exista longitud de arista o ángulos muy pequeños, por lo que se tuvo que realizar un modelado geométrico respetando estos parámetros. A continuación en la tabla 4.1 se presentan los valores obtenidos.

Tabla 4.1. Parámetros obtenidos de la calidad geométrica.

Mínima longitud de arista	Máximo factor en las caras	Máximo valor de parametrización	Conclusión
0,32	22,5	0,47	Si Cumple

Al estar todos los parámetros dentro del rango permitido, se valida la calidad de la modelación geométrica realizada, lo cual permite seguir con la discretización espacial de este dominio (mallado) para luego verificar también sus estadísticas de calidad.

4.1.2 VERIFICACIÓN DEL MALLADO.

A continuación, se muestra como resumen, el rango de valores permitidos, para calificar a un mallado de buena calidad, definidos en el capítulo II.

- Ángulo de ortogonalidad “Mesh orthogonality”: El mínimo ángulo de ortogonalidad debe ser mayor a 20°.
- Factor de expansión “Mesh expansion factor”: El máximo factor de expansión debe ser menor de 20.
- Radio de aspecto “Mesh aspect ratio”: El máximo radio de aspecto debe ser menor de 100.

Luego de realizar el mallado a la geometría se verificarán las estadísticas de calidad del mallado, obteniéndose los valores indicados en la tabla 4.2.

Tabla 4.2. Estadísticas de calidad del mallado.

Ubicación	Mínimo ángulo de ortogonalidad	Máximo factor de expansión	Máximo radio de aspecto	Conclusión
Dominio “Impulsor”	40,8	10	5	Si cumple
Dominio “Voluta Difusor”	35,8	41	21	Si cumple

Verificando estas estadísticas de calidad del mallado, se observa que el único parámetro que no estuvo dentro del rango establecido, es el factor de expansión de un elemento presente en el dominio de la voluta y difusor, es decir,

existe algún elemento (polígono de mallado) que posee un valor de 41 en este dominio, y según el criterio establecido, el máximo factor de expansión que debe tener un elemento es 20; en este sentido se realizó una gran cantidad de pruebas configurando el mallado y refinando los elementos de manera de garantizar que el tamaño de los elementos sea lo más uniforme posible entre elementos adyacentes, obteniéndose este valor, el cual resultó ser el más cercano al recomendado según los criterios estadísticos de calidad, por lo que se decidió dejarlo en este valor. Además de que las cantidades de elementos que poseen estas estadísticas, sólo representan 0,007 % del total de los elementos del dominio de la voluta y difusor.

Al igual que las estadísticas anteriormente mencionadas, el sesgo “Skewness” es una estadística de calidad que valida igualmente la calidad del mallado (el mismo fue explicado en el capítulo II, en la sección 2.13.4, al hablar del mallado poco estructurado). El sesgo de los elementos del mallado debe estar dentro de un rango mayor que cero y menor que uno, donde se considera que un sesgo alto está por encima de 0,9. Ahora, verificando esta estadística de calidad, se obtuvo que el promedio del sesgo en el mallado tiene un valor de 0,23 y el máximo valor es de 0,94; y los elementos que poseen este valor representan el 0,003 % de la cantidad de elementos presentes en toda la geometría estudiada, por lo que se valida la calidad del mallado mediante la verificación de esta estadística.

Considerando lo antes explicado, se dice que existe una buena calidad del mallado obtenido. Permitiendo que el “Solver” (programa encargado de resolver las ecuaciones de gobierno de la simulación por métodos CFD), resuelva las ecuaciones en cada nodo, ahorrando recurso computacional y considerando los fenómenos presentes entre nodos adyacentes, ya que el tamaño de los elementos se fijó de 2 mm para asegurar que la cantidad de elementos y por lo tanto de

nodos, sea suficiente para describir el comportamiento del fluido a lo largo de todo su recorrido en el dominio.

A continuación, se puede ver en la tabla 4.3, la cantidad de elementos y nodos presentes en cada dominio.

Tabla 4.3. Cantidad de elementos y nodos presente en los dominios.

Ubicación	Elementos	Nodos	Caras	Tetraedros	Prismas	Hexaedros
Dominio “Impulsor”	129693	25054	12048	129693	-	-
Dominio “Voluta Difusor”	143558	59668	22406	109206	304	34048
Total	273251	84722	34454	238899	304	34048

4.2 CONVERGENCIA DE LA SIMULACIÓN.

4.2.1 CONVERGENCIA POR EL CRITERIO DE IMBALANCES.

El primer criterio de convergencia de las ecuaciones de gobierno es el Imbalance, el cual se refiere al error porcentual que existe en la conservación de las ecuaciones de continuidad y momento entre la entrada y salida de flujo en el dominio. Ahora, según las referencias bibliográficas, para que una simulación se realice correctamente, el porcentaje de imbalance debe ser de 1 % o menor.

Para el análisis de la convergencia de las ecuaciones de continuidad y momento, se presenta a continuación, las gráficas de imbalance, tanto del dominio del impulsor como del dominio de la voluta difusor, para caudales de 18 m³/h, 19 m³/h y 20 m³/h; igualmente las gráficas de imbalances para la simulación con los otros caudales se presentan en el apéndice A.

Se evidencia en la figura 4.1, que al llegar la simulación a un número de iteraciones de 110, las ecuaciones de masa y momento se estabilizan en 0. Esto indica que las ecuaciones se están conservando entre la entrada y salida del dominio del impulsor de la bomba centrífuga, para este caudal en la simulación.

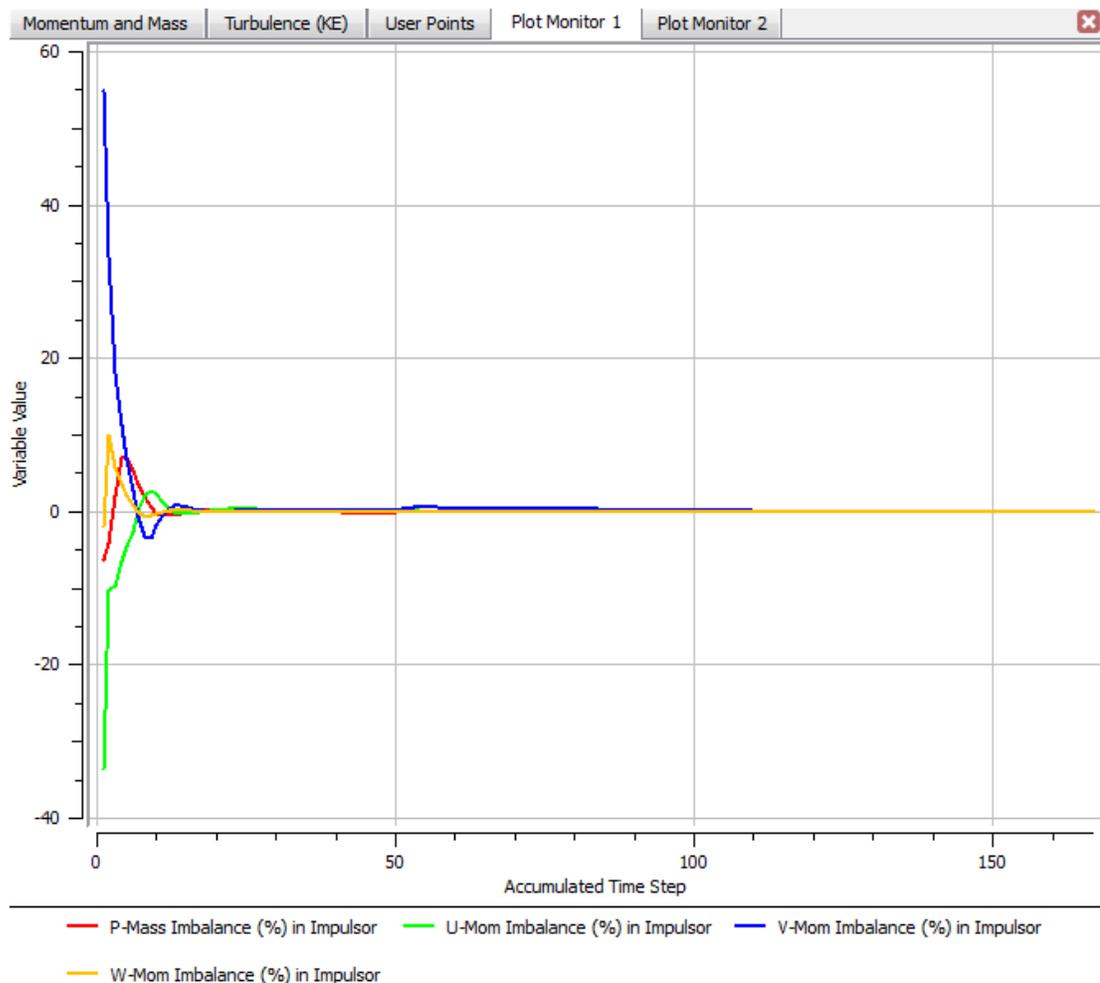


Figura 4.1. Imbalance en el dominio del Impulsor, para condiciones de borde de $P_e = -0,51$ bar y $\dot{m} = 4,985$ ($Q = 18 \text{ m}^3/\text{h}$).

Como se observa en la figura 4.2, al llegar la simulación a un número de iteraciones de 150, las ecuaciones de masa y momento se estabilizan en 0. Esto indica que las ecuaciones se están conservando entre la entrada y salida del dominio de la voluta y difusor de la bomba centrífuga, para este caudal en la simulación

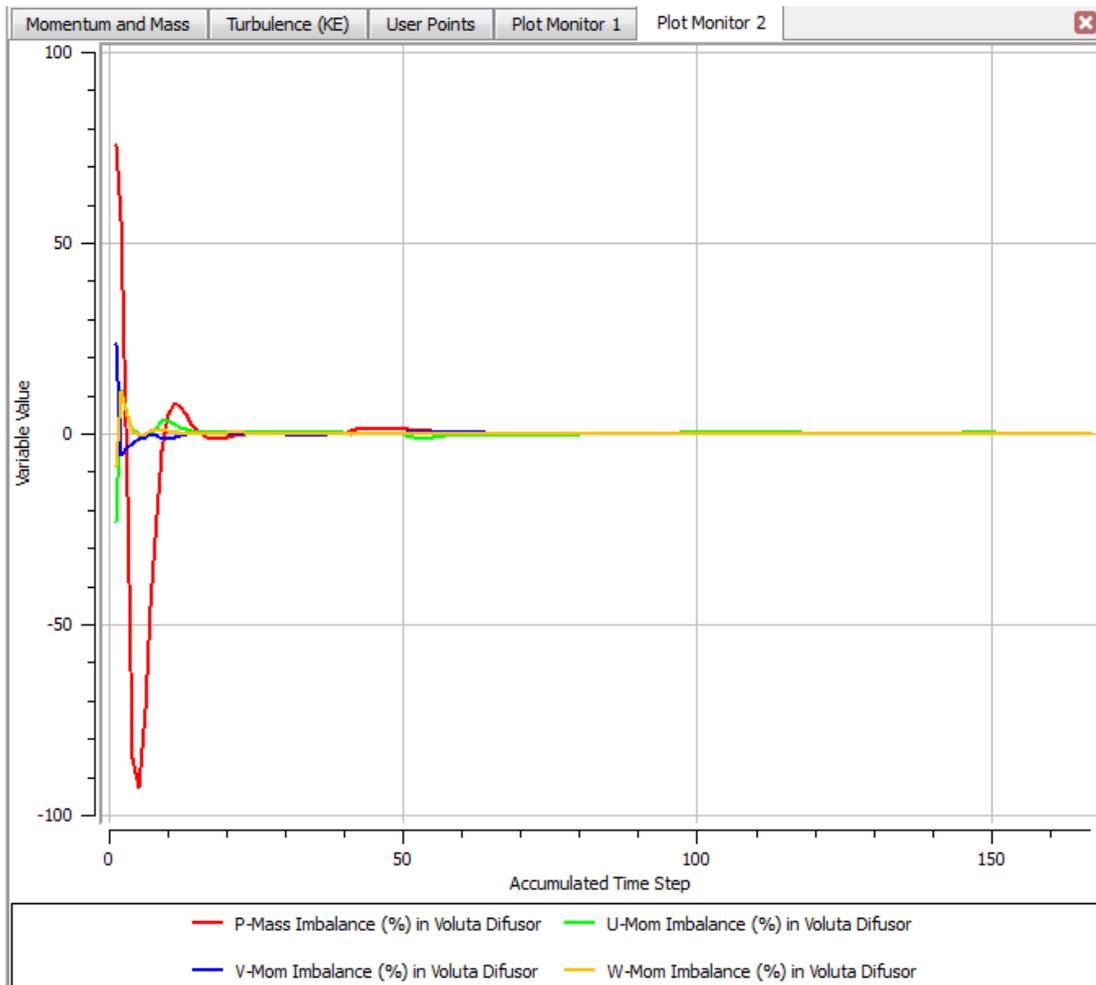


Figura 4.2. Imbalance en el dominio de la Voluta y Difusor, para condiciones de borde de $Pe = 0,51$ bar y $\dot{m} = 4,985$ ($Q = 18 \text{ m}^3/\text{h}$).

Como se percibe en la figura 4.3, al llegar la simulación a un número de iteraciones de 95, las ecuaciones de masa y momento se estabilizan en 0. Esto indica que las ecuaciones se están conservando entre la entrada y salida del dominio del impulsor de la bomba centrífuga, para este caudal en la simulación.

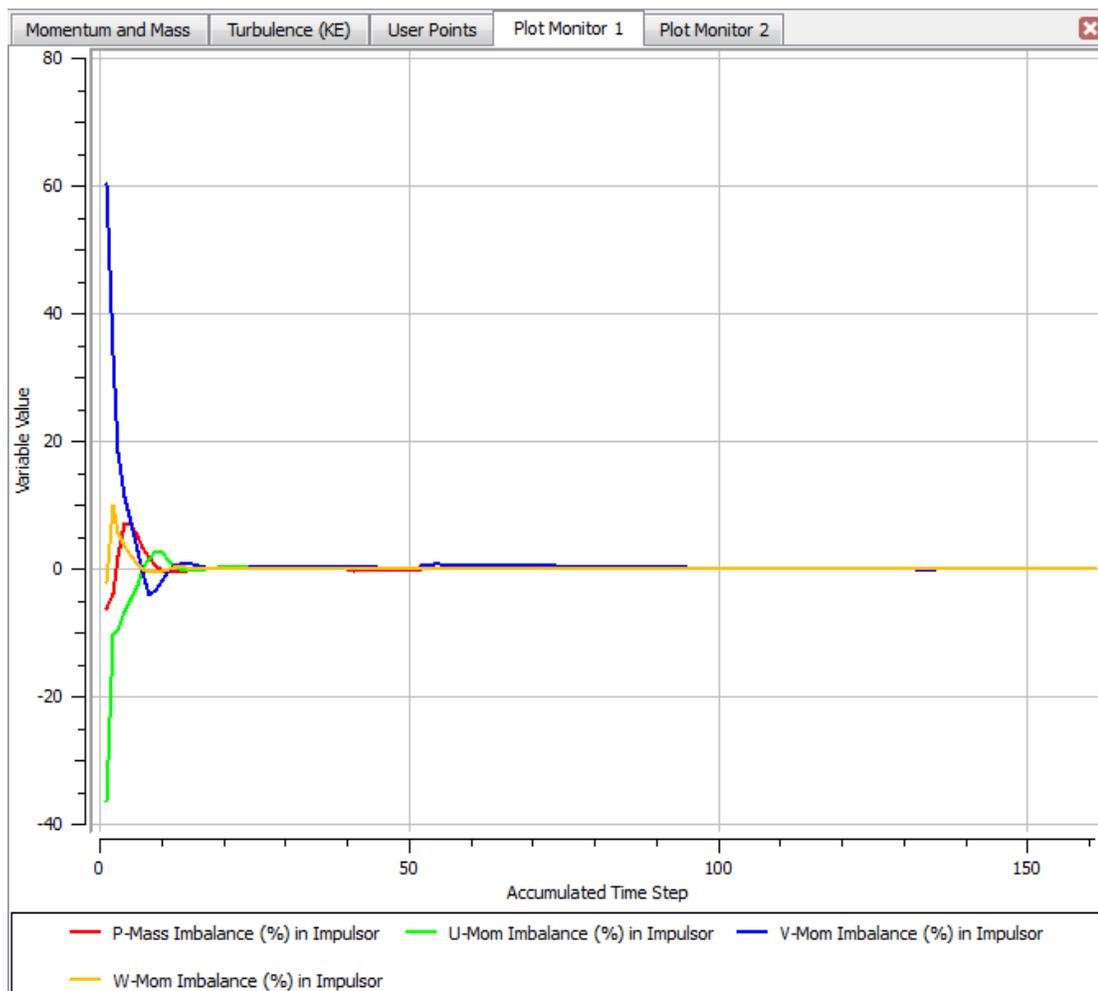


Figura 4.3. Imbalance en el dominio del Impulsor, para condiciones de borde de $P_e = -0,48$ bar y $\dot{m} = 5,261944$ ($Q = 19$ m³/h).

En la figura 4.4 se aprecia, que al llegar la simulación a un número de iteraciones de 140, las ecuaciones de masa y momento se estabilizan en 0. Esto indica que las ecuaciones se están conservando entre la entrada y salida del dominio de la voluta difusor de la bomba centrífuga, para este caudal en la simulación.

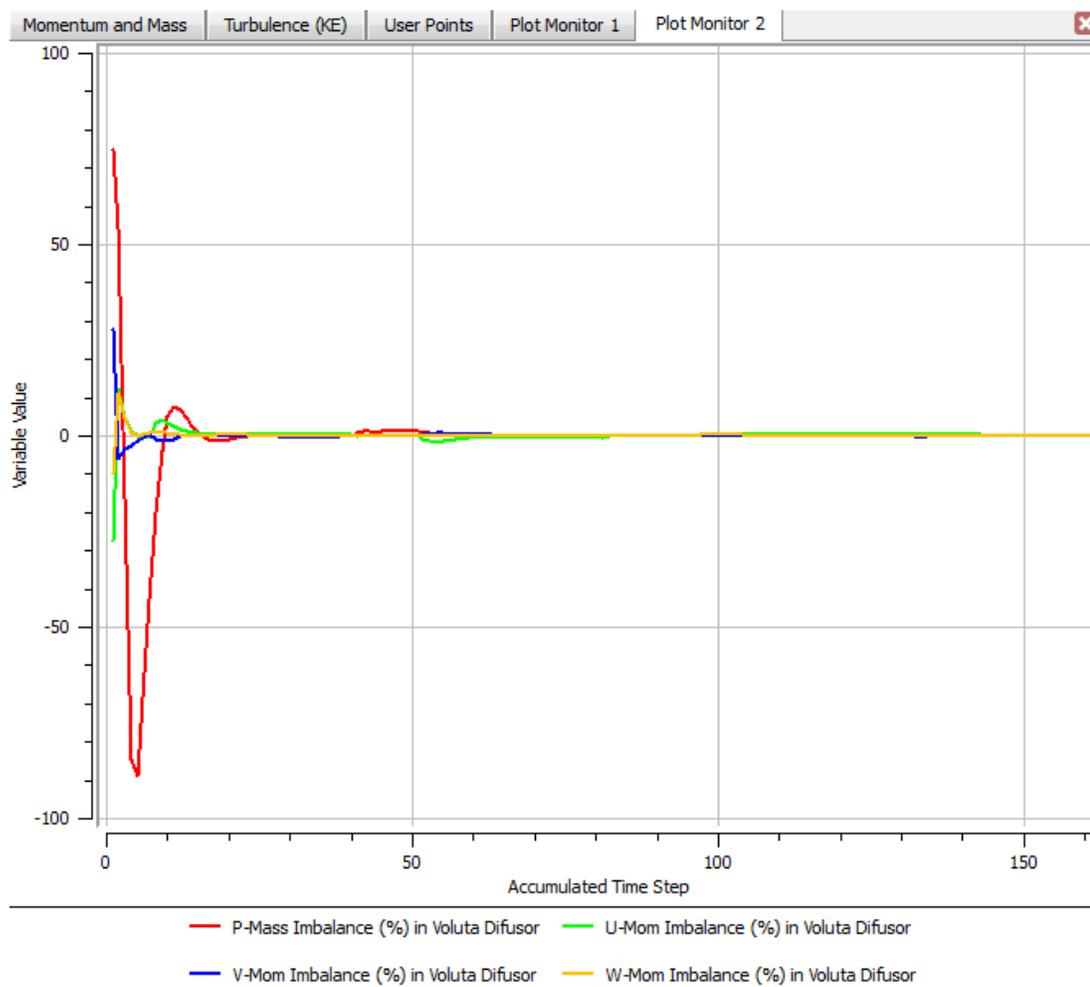


Figura 4.4. Imbalance en el dominio de la Voluta Difusor, para condiciones de borde de $Pe = 0,48$ bar y $\dot{m} = 5,261944$ ($Q = 19$ m³/h).

Como se observa en la figura 4.5, al llegar la simulación a un número de iteraciones de 85, las ecuaciones de masa y momento se estabilizan en 0. Esto indica que las ecuaciones se están conservando entre la entrada y salida del dominio del impulsor de la bomba centrífuga, para este caudal en la simulación.

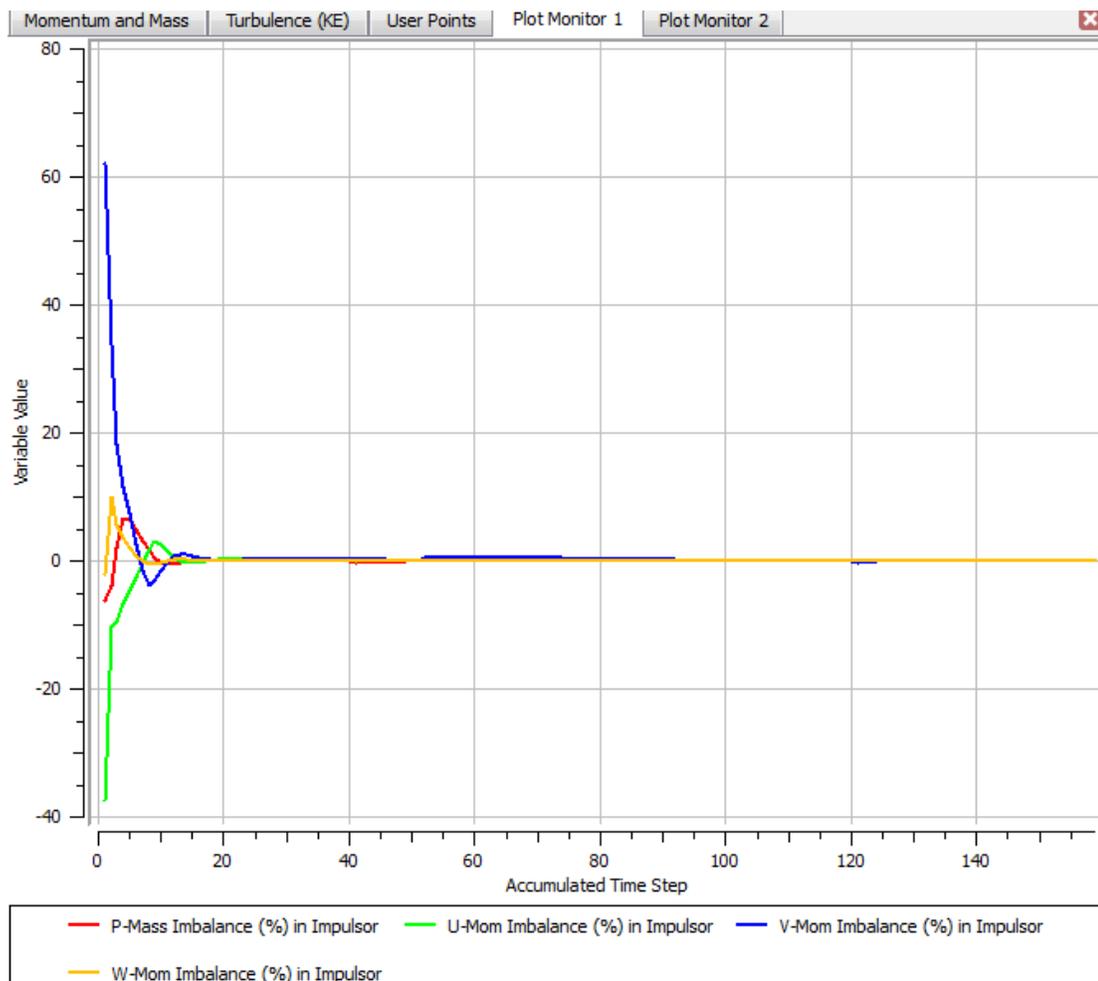


Figura 4.5. Imbalance en el dominio del Impulsor, para condiciones de borde de $P_e = -0,48$ bar y $\dot{m} = 5,538888$ ($Q = 20$ m³/h).

En la figura 4.5 se muestra, que al llegar la simulación a un número de iteraciones de 140, las ecuaciones de masa y momento se estabilizan en 0. Esto indica que las ecuaciones se están conservando entre la entrada y salida del dominio de la voluta difusor de la bomba centrífuga, para este caudal en la simulación.

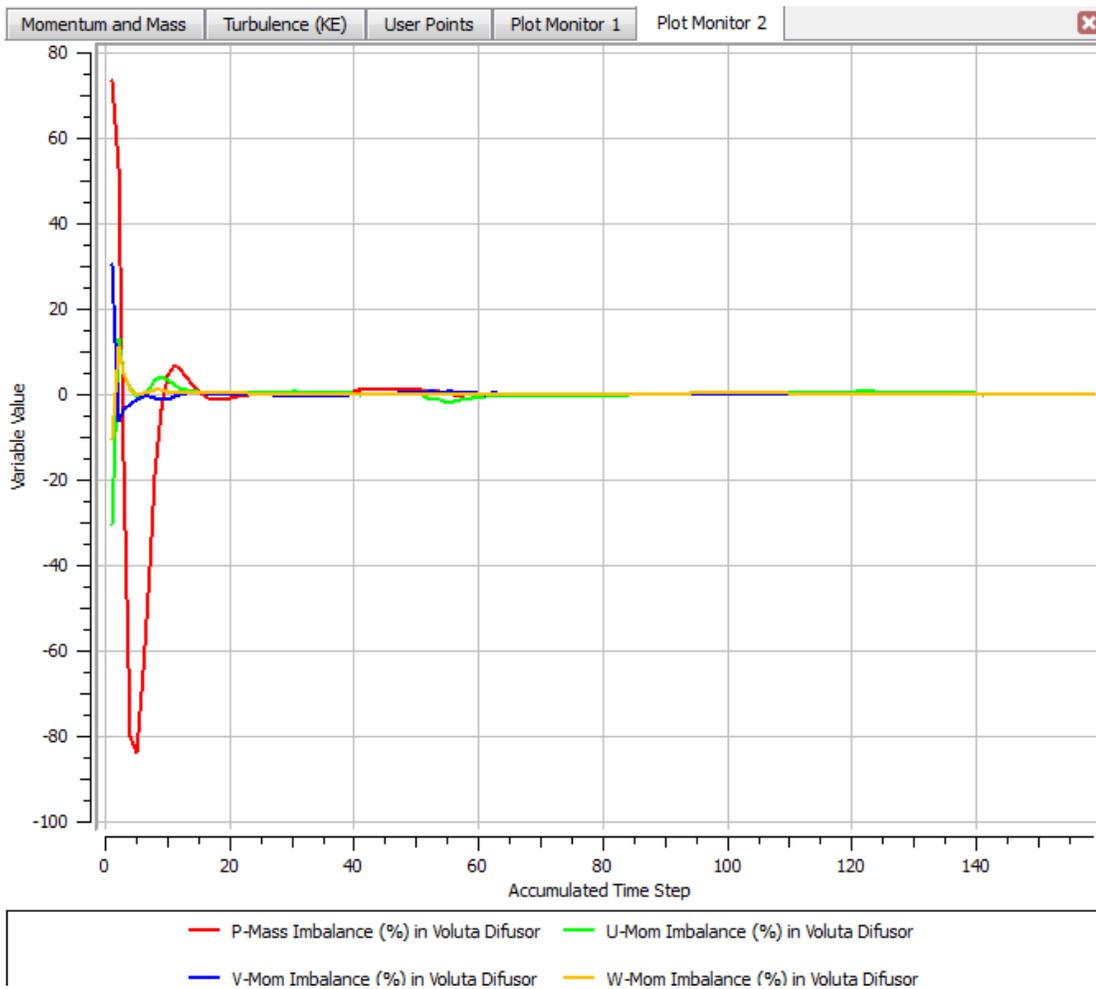


Figura 4.6. Imbalance en el dominio de la Voluta Difusor, para condiciones de borde de $Pe=0,48$ bar y $\dot{m}=5,538888$ ($Q=20$ m³/h).

Analizando las figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6, se observa que las ecuaciones de masa y momento se conservan para todos los caudales simulados,

necesitando una cantidad de 100 iteraciones para llegar al valor de 0 %. Analizando los imbalances, usando todos los caudales de la tabla 3.3, se mantiene este comportamiento, como se puede apreciar en el apéndice A. Es decir, se alcanzó un valor de imbalance de 0% en todas las simulaciones realizadas en este trabajo.

4.2.2 CONVERGENCIA DE LAS ECUACIONES DE GOBIERNO Y TURBULENCIA.

Se presenta la convergencia de las ecuaciones de masa, momento y turbulencia, para caudales de 18 m³/h, 19 m³/h y 20m³/h. Es importante recordar, que el criterio de convergencia RMS se estableció a $1 \cdot 10^{-4}$, además de que el imbalance se estableció en 0,5 %; es decir que una vez que el “Solver” alcance ambos criterios de convergencia, la simulación culmina.

En la figura 4.7 se observa que los residuos de las ecuaciones de masa (P-Mass) y momento (U-Mom, V-Mom y W-Mom) alcanzan la convergencia a 170 iteraciones, en este punto se logró alcanzar tanto el criterio de convergencia RMS como el de Imbalance en todo el dominio fluidizado de la bomba centrífuga, para un caudal de 18 m³/h.

En la figura 4.8 se puede apreciar como las ecuaciones de turbulencia alcanzan valores de RMS entre $1 \cdot 10^{-3}$ y $1 \cdot 10^{-4}$. Estas ecuaciones no se evalúan bajo el mismo criterio de convergencia que las de masa y momento ya que poseen modelos de transporte propios de la ecuación. Por lo tanto, el criterio de evaluación de la convergencia para el modelo de turbulencia se basa en que a medida que el valor RMS de las ecuaciones se reduzca, el resultado será aún más preciso y se podrá considerar la convergencia de las soluciones de las ecuaciones de turbulencia. Este comportamiento se repite en todas las simulaciones realizadas en este trabajo.

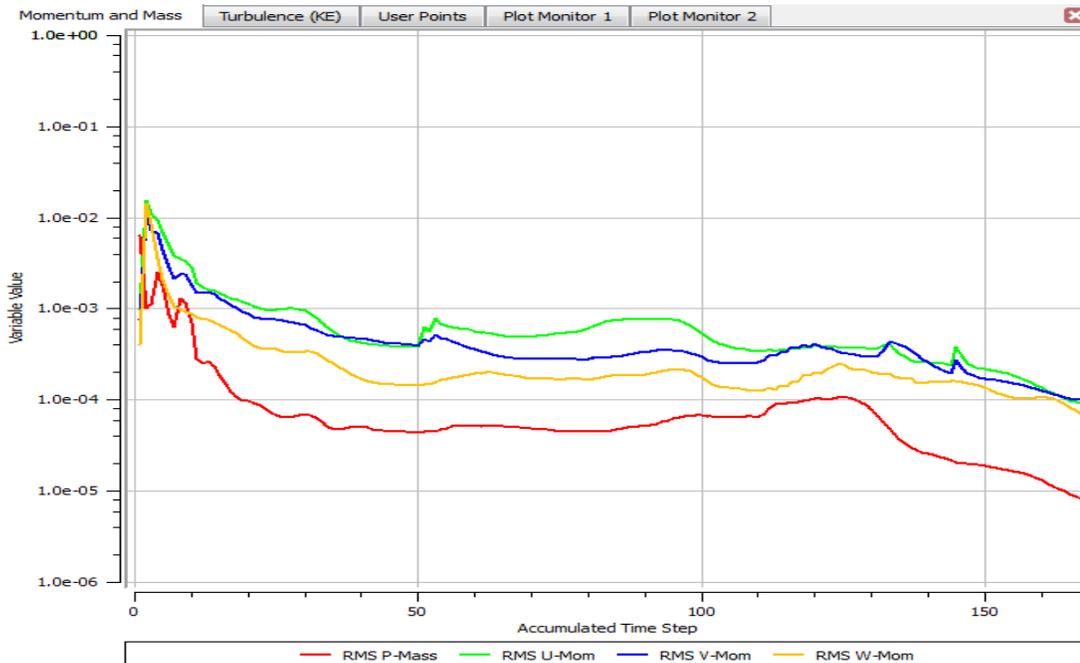


Figura 4.7. Convergencia de las ecuaciones de masa y momento (RMS), para condiciones de borde de $Pe=-0,51$ bar y $\dot{m} = 4,985$ ($Q=18$ m³/h).

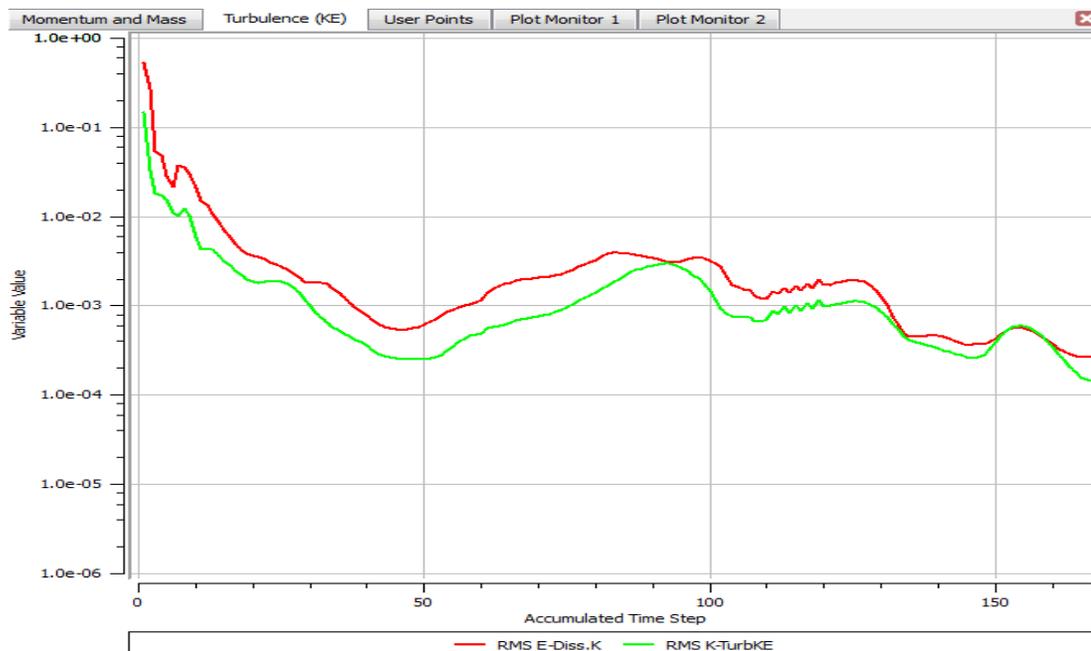


Figura 4.8. Convergencia de las ecuaciones de turbulencia $k-\epsilon$, para condiciones de borde de $Pe=-0,51$ bar y $\dot{m} = 4,985$ ($Q=18$ m³/h).

En la figura 4.9 se puede ver la convergencia de las ecuaciones de masa y momento al valor de RMS de $1 \cdot 10^{-4}$, alcanzada con 160 iteraciones, es decir, que esta simulación convergió más rápido que utilizando un caudal de $18^3/h$, la cual convergió a 170 iteraciones. Esta simulación alcanzó el criterio de convergencia de imbalance y RMS, al llegar a 160 iteraciones.

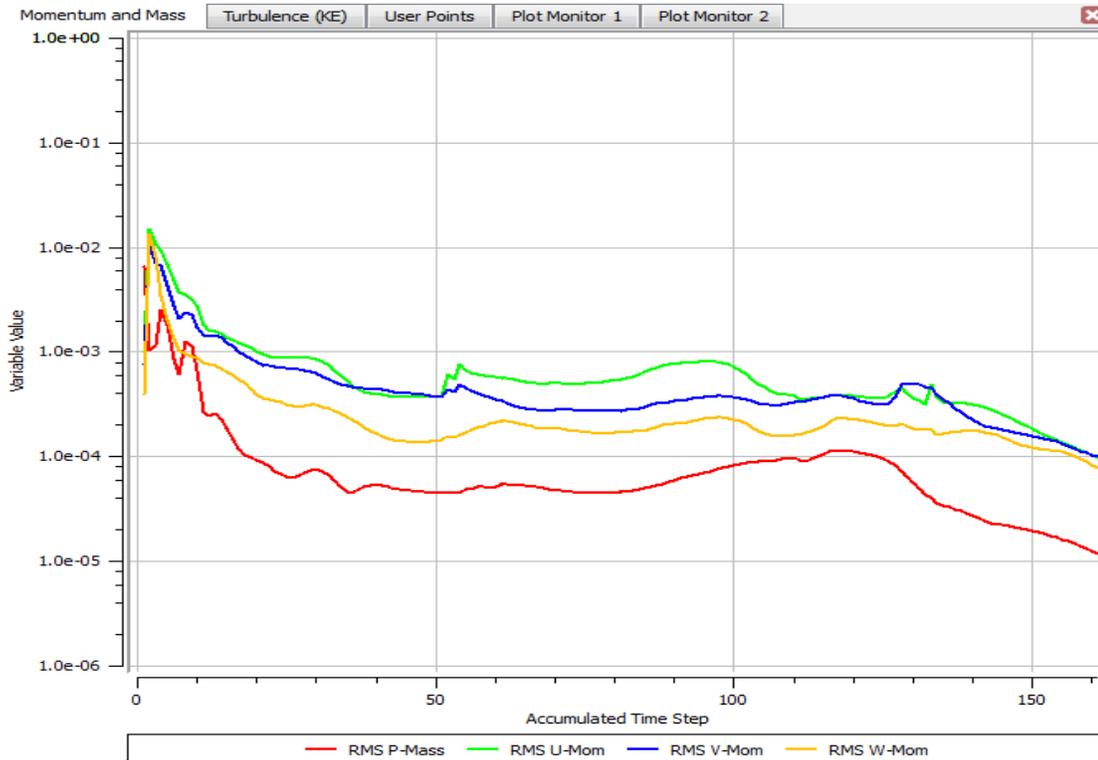


Figura 4.9. Convergencia de las ecuaciones de masa y momento (RMS), para condiciones de borde de $Pe = -0,48$ bar y $\dot{m} = 5,261944$ ($Q = 19$ m³/h).

Al observar la figura 4.10, se evidencia que las ecuaciones de turbulencia convergieron a valores de RMS entre $1 \cdot 10^{-3}$ y $1 \cdot 10^{-4}$, alcanzando las 160 iteraciones, lo cual es un buen indicio de que el modelo de turbulencia tiene alta precisión en sus cálculos, ya que sus residuos van decreciendo a medida que aumenta el número de iteraciones.

Para la figura 4.11 se observa que se alcanzó la convergencia al valor de RMS de $1 \cdot 10^{-4}$, al llegar a 160 iteraciones, es decir que el programa finalizó su

cálculo en este punto, ya que se logró la convergencia tanto del imbalance como del RMS de las ecuaciones de masa y momento. Igualmente se evidencia en la figura 4.12 la tendencia decreciente del RMS de las ecuaciones de turbulencia. Todas éstas gráficas se muestran a continuación.

El comportamiento general de la convergencia de las ecuaciones de masa, momento y turbulencia, es que a medida que se aumenta el caudal de la bomba, las simulaciones convergen a número de iteraciones cada vez mayor, este comportamiento se observa mejor para caudales menores a $18 \text{ m}^3/\text{h}$, como se puede verificar en el apéndice A.

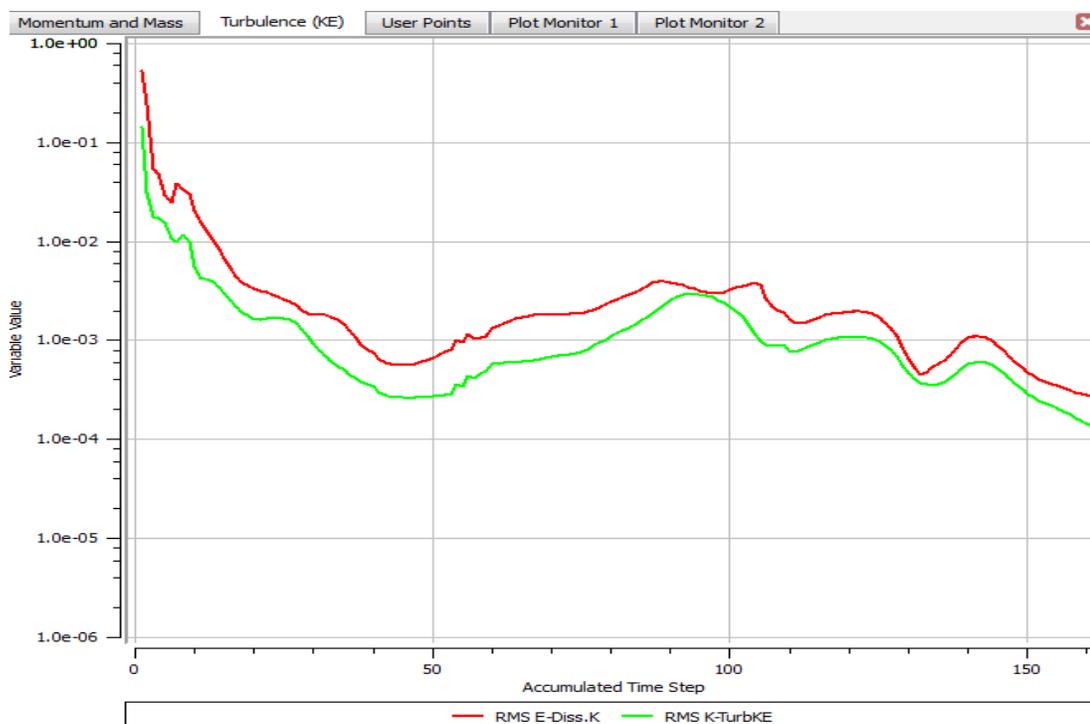


Figura 4.10. Convergencia de las ecuaciones de turbulencia k - ϵ , para condiciones de borde de $Pe=-0,48 \text{ bar}$ y $\dot{m}=5,261944$ ($Q=19 \text{ m}^3/\text{h}$).

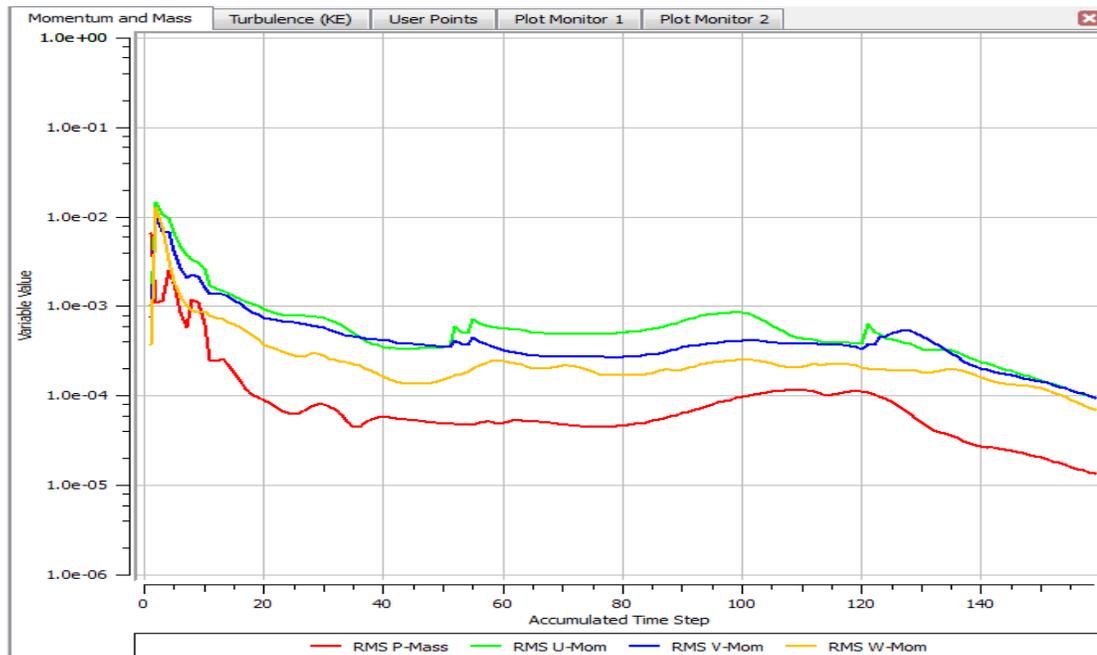


Figura 4.11. Convergencia de las ecuaciones de masa y momento (RMS), para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $\dot{m} = 5,538888$ ($Q=20$ m³/h).

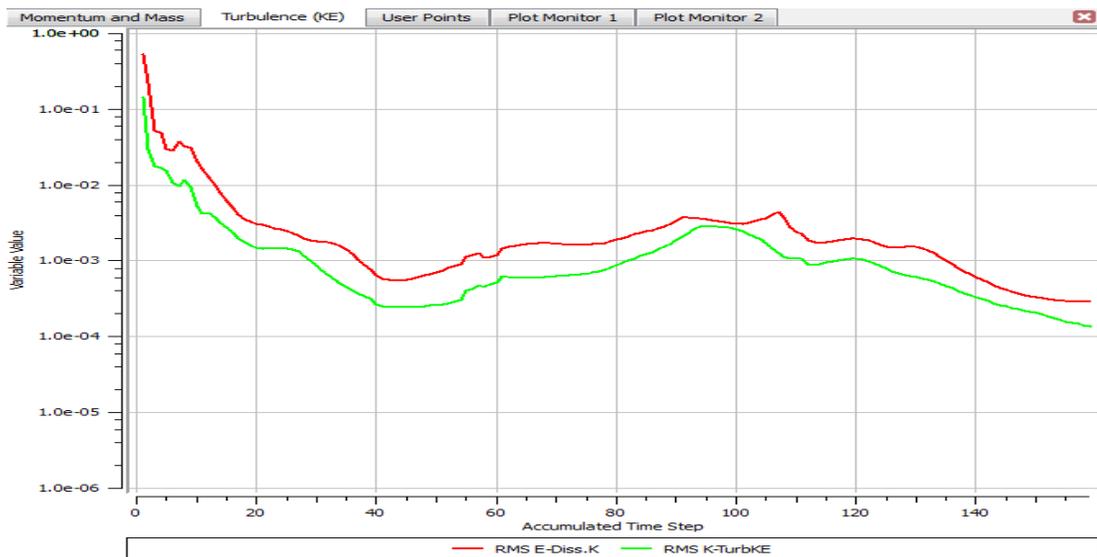


Figura 4.12. Convergencia de las ecuaciones de turbulencia $k-\epsilon$, para condiciones de borde de $Pe=-0,48$ bar y $\dot{m} = 5,538888$ ($Q=20$ m³/h).

4.3 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, SIN CONSIDERAR EL MODELO NUMÉRICO DE CAVITACIÓN.

4.3.1 CURVA CARACTERÍSTICA H VS Q .

A continuación se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas a la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, donde se aprecia el comportamiento característico de una bomba centrífuga, el cual es disminuir su disponibilidad en forma parabólica decreciente a medida que se aumenta el caudal en el campo de flujo de todo el dominio fluidizado.

Se presenta en la tabla 4.4, todos los caudales (Q) simulados, con las presiones manométricas de entrada (P_s) y salida (P_d) obtenidas desde el post-procesamiento del programa de simulación CFD, y su respectiva disponibilidad.

Posteriormente se muestra la curva característica, disponibilidad en función del caudal (H vs Q), obtenida mediante el análisis numérico, comparado con la curva característica obtenida en el ensayo experimental realizado a la bomba, junto con la curva proporcionada por el fabricante, para de esta forma realzar el análisis comparativo entre ellas (ver figura 4.13).

Como se mencionó anteriormente en el capítulo III, la condición de borde de presión de entrada se asignó de forma aproximada, basado en los ensayos experimentales realizados por Rodríguez et al, [14], en su trabajo especial de grado titulado “Rediseño y construcción de un banco de ensayos para bombas centrífugas de eje horizontal”. Luego de la convergencia de las simulaciones, el programa de post-procesamiento encontró la presión de entrada y salida correspondiente a la condición de caudal asignado.

Tabla 4.4. Valores de presión a la succión, presión a la descarga y disponibilidad, del post-procesamiento, para todos los puntos de la curva característica simulados.

Punto	Q(m ³ /h)	\dot{m} (kg/m ³)	Ps (Pa)	Pd (Pa)	H(mca)
1	4	1,107777	-31045,2	815577	86,649
2	8	2,215555	-31043,2	815534	86,64
3	9	2,4925	-31051,7	814415	86,53
4	11	3,046388	-36083,1	803677	85,94
5	12	3,323333	-36101,9	800817	85,65
6	13	3,600277	-51512,7	783905	85,5
7	14	3,877222	-50948,5	777758	84,81
8	15	4,154166	-51734,1	774153	84,52
9	16	4,431111	-51861,5	772895	84,41
10	17	4,708055	-52091,1	758868	83
11	18	4,985	-52131,3	732323	80,28
12	19	5,261944	-64275,5	681128	76,29
13	20	5,538888	-69420,4	630288	71,61

Como se puede observar en la figura 4.13, la tendencia de la curva H vs Q, encontrada mediante el análisis numérico, tiene una tendencia decreciente, como sugiere la teoría de bombas centrífugas radiales con alabes curvados hacia atrás. Un mejor análisis comparativo se realizará más adelante, en análisis de los resultados.

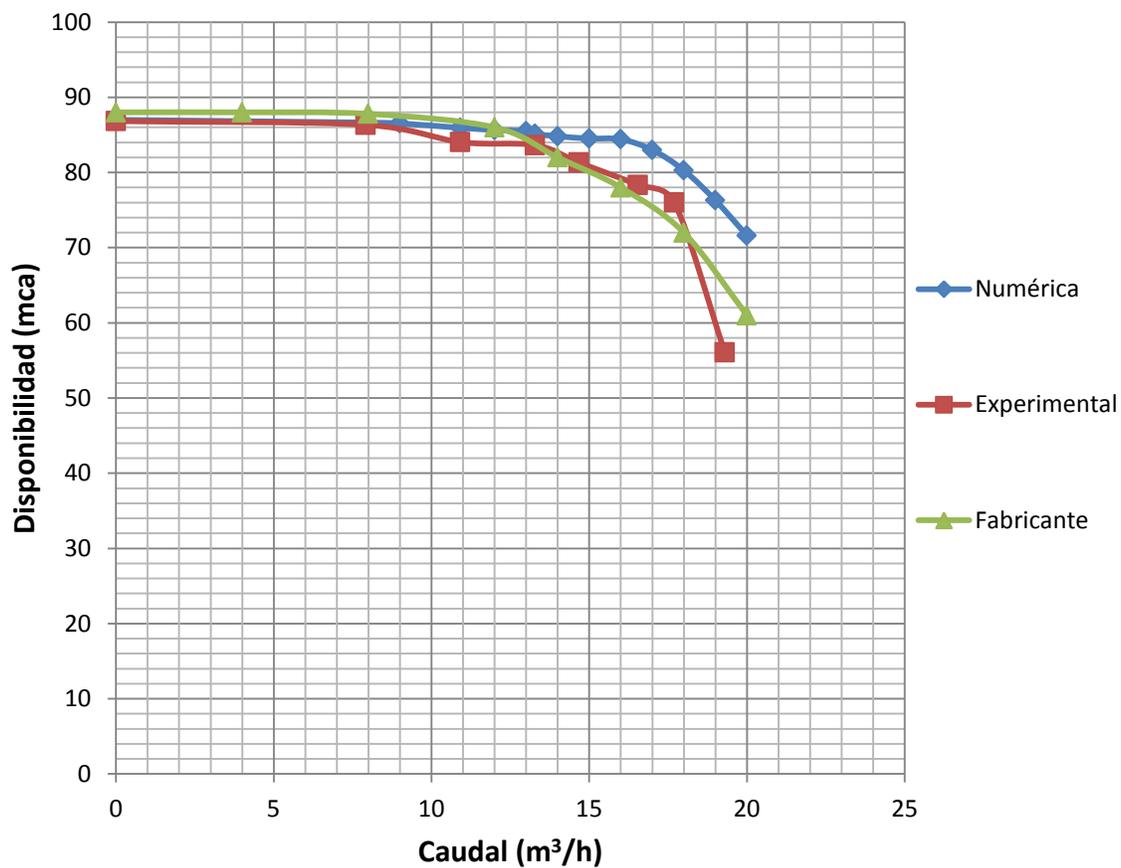


Figura 4.13. Curvas características H vs Q , comparando la curva numérica, experimental y la curva del fabricante, de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm.

4.3.2 VISUALIZACIÓN DE LOS RESULTADOS.

Contorno y volumen de presión.

A continuación (ver figuras 4.14 y 4.15) se muestran los contornos de presión sobre la superficie del dominio de la bomba para los caudales simulados.

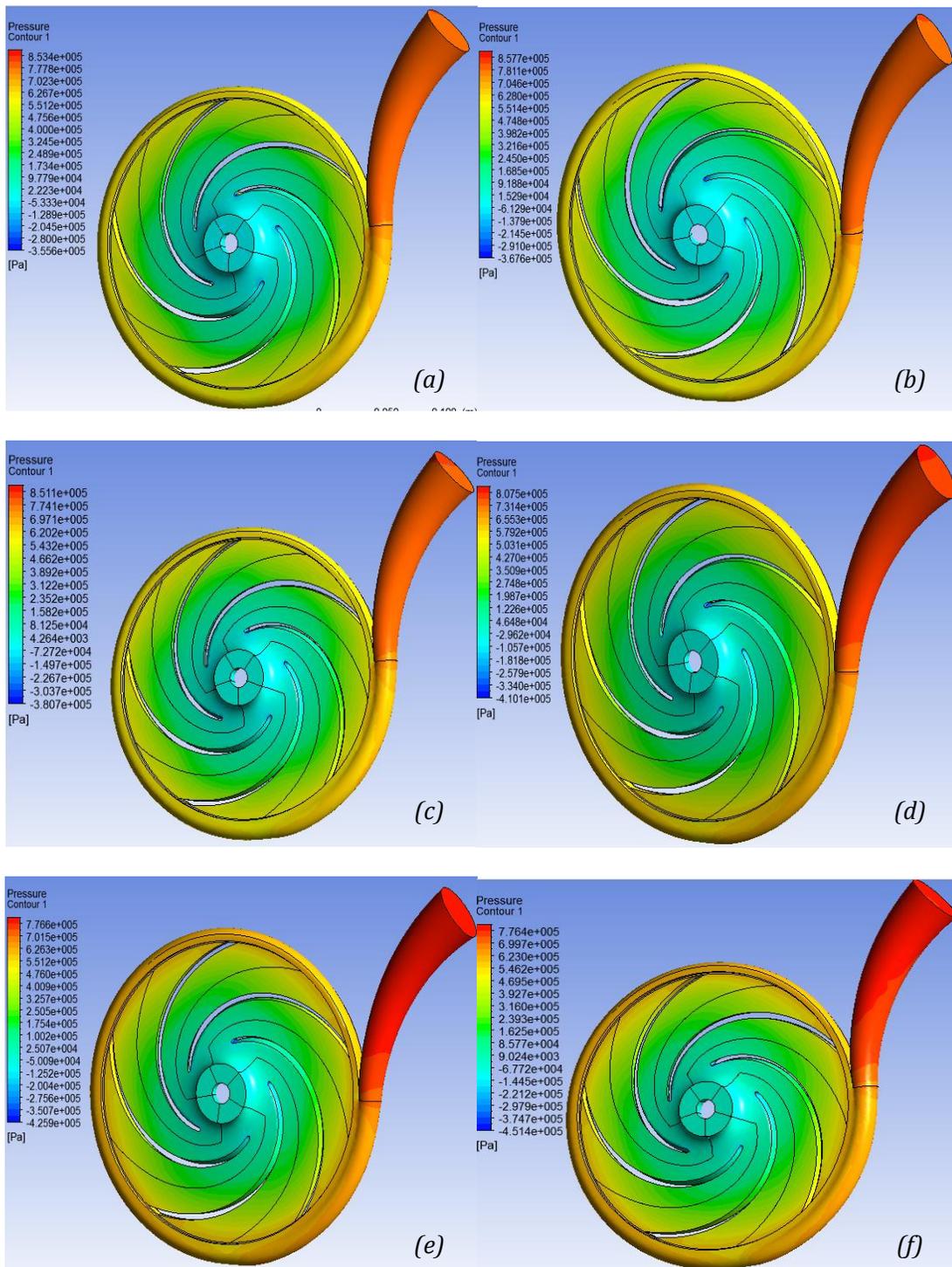


Figura 4.14. Contorno de presión en la superficie de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, (a) 4 m³/h, (b) 8 m³/h, (c) 9 m³/h, (d) 11 m³/h, (e) 12 m³/h, (f) 13 m³/h.

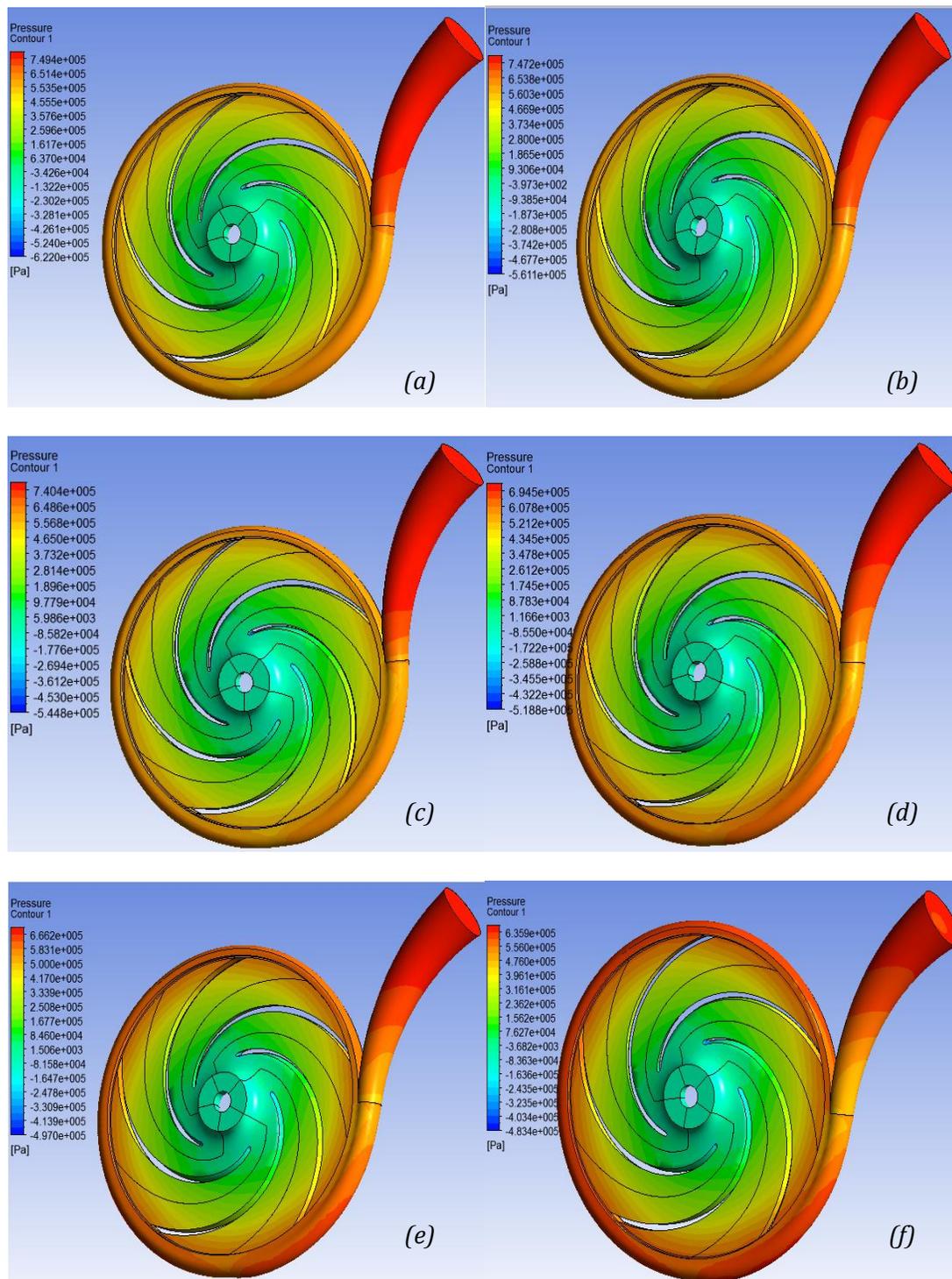


Figura 4.15. Contorno de presión en la superficie de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, (a) $14 m^3/h$, (b) $15 m^3/h$, (c) $16 m^3/h$, (d) $18 m^3/h$, (e) $19 m^3/h$, (f) $20 m^3/h$.

Detallando las figuras 4.14 y 4.15, se puede apreciar que la magnitud numérica del contorno de presión sobre la superficie de la bomba centrífuga, va decreciendo, es decir, la máxima presión que se alcanza en la salida del difusor, va disminuyendo su valor a medida que se aumenta el caudal. Igualmente se observa como la energía de presión crece desde la entrada (ojo de entrada con presiones en el rango inferior, mostradas en color azul claro) hasta la voluta y hacia el conducto difusor (zonas de presión en color rojo).

Como segunda observación, se tiene que el contorno de presión varía sobre la voluta y difusor, de forma apreciable a medida que se aumenta el caudal, hasta llegar a verse que con caudales de 18, 19 y 20 m³/h, en la lengüeta de la bomba se presentan diferentes presiones, específicamente en la zona donde empieza la voluta y donde empieza el difusor, y a lo largo del difusor se logra apreciar el aumento de presión.

A continuación, en la figura 4.16, se muestra el contorno de presión sobre un plano medio transversal en la bomba, para detallar el comportamiento del difusor para bajos y elevados caudales.

En la figura 4.16 (a) y (b) se observa que dentro de la voluta, la presión va creciendo en la dirección de la corriente, por tratarse de bajos caudales, al llegar a la lengüeta sigue aumentando su presión por efectos del difusor. Por el contrario, con elevados caudales (ver figura 4.16 (c) y (d)) se produce una disminución de los valores de presión al llegar el flujo a la lengüeta, para luego seguir aumentando la presión, conforme avanza por el difusor. Este hecho indica que el sistema voluta-difusor actúa de distinta forma dependiendo del caudal circulante en la bomba.

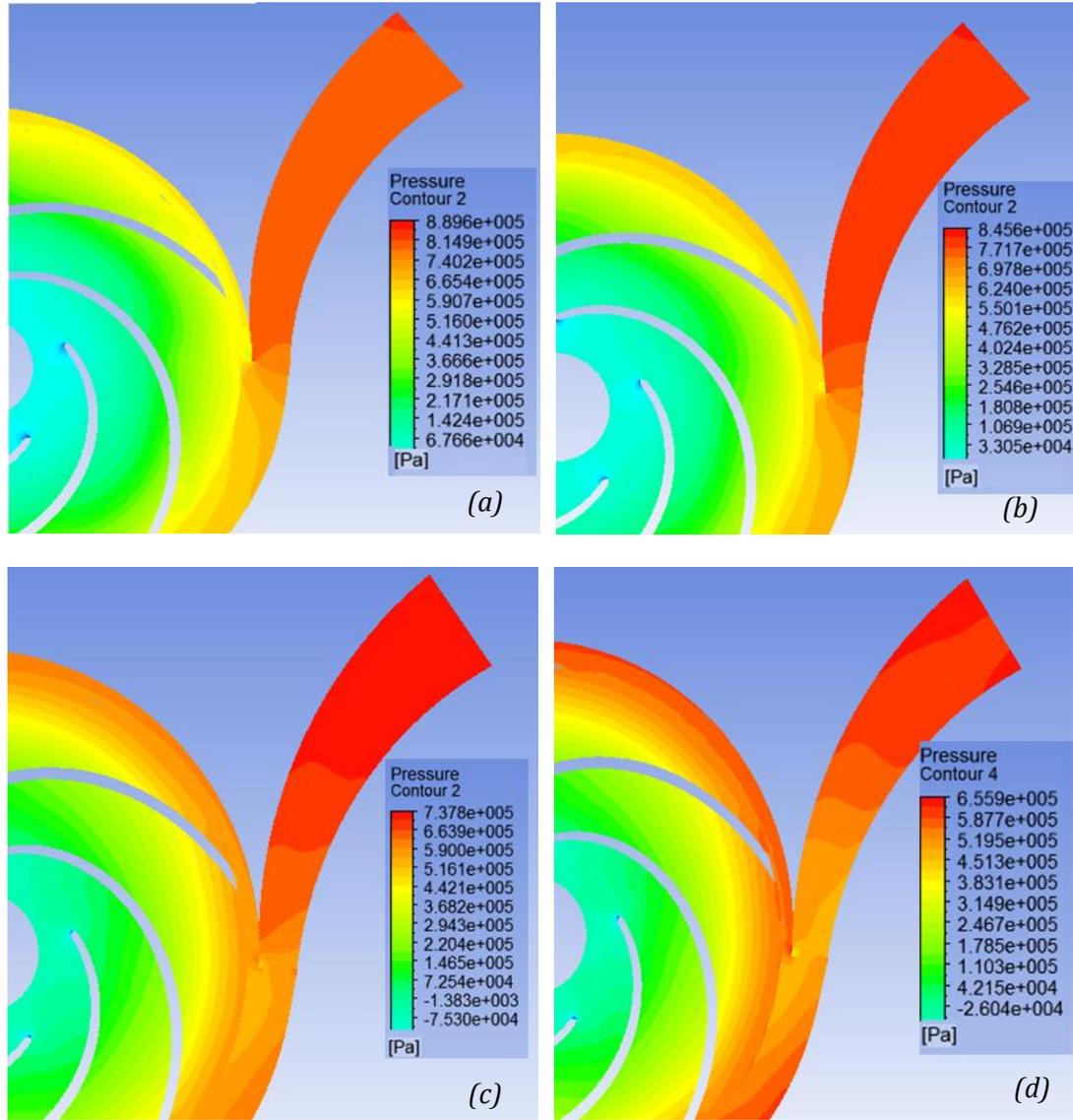


Figura 4.16. Contorno de presión en un plano medio transversal en la bomba centrífuga, mostrando a detalle el difusor (a) 9 m³/h, (b) 11 m³/h, (c) 18 m³/h, 20 m³/h.

En la figura 4.17, se verifica por medio de volúmenes de presión, que se alcanza valores cercanos a la presión de vapor de agua a 25 °C (Presión absoluta 3169,8 Pa), por lo que es un indicio de que en las zonas donde empiezan los álabes de la bomba, podrían formarse burbujas de vapor de agua, es decir, puede

existir cavitación. Dicho comportamiento se aprecia para todos los caudales pero a diferentes rangos de presión.

En la figura 4.17, se logra ver a detalle la zona de la bomba donde se presentan las presiones que están cerca de la presión de vapor de agua a 25 °C, más adelante se demostrará que este comportamiento se mantiene introduciendo el estudio de la cavitación en el análisis numérico del campo de flujo. Por ahora, se presenta sobre el contorno inicial del álabe, el volumen de fluido que posee esta presión de saturación, observándose que se aproxima a la superficie del álabe; además el fluido que se encuentra más cerca a la superficie donde inicia el álabe tiene las presiones más bajas. A continuación se puede observar este resultado en la figura 4.17, para caudales de 8 m³/h, 9 m³/h, 19 m³/h y 20 m³/h, para mostrar que este comportamiento se repite para todos los caudales, pero a diferentes rangos de presión.

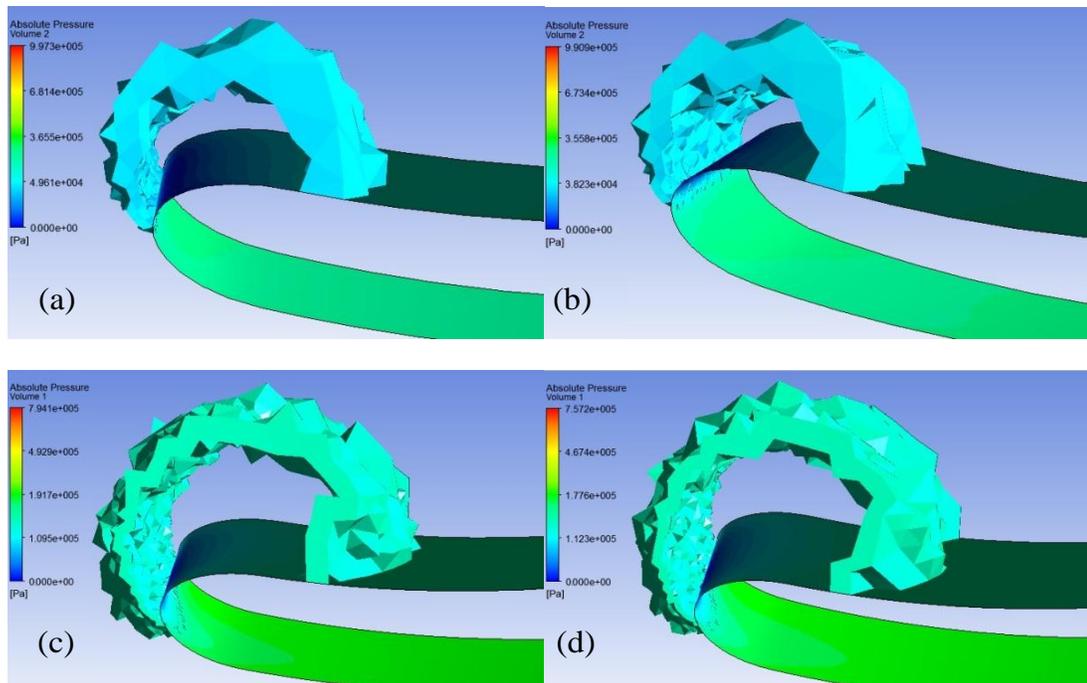


Figura 4.17. Volumen de fluido que presenta la presión de saturación de vapor de agua a 25 °C, (a) 8 m³/h, (b) 9 m³/h, (c) 19 m³/h, (d) 20 m³/h

Comportamiento de la presión en la trayectoria de una línea de flujo por toda la bomba centrífuga.

Para seguir con el análisis del comportamiento físico en el campo de flujo de la bomba centrífuga, se presenta a continuación la trayectoria y velocidad de una partícula de fluido (todas las figuras (a)) y su gráfica respectiva que describe como varia su presión a lo largo de su trayectoria por el impulsor, voluta y difusor, a diferentes caudales (todas las figuras (b)). La figura 4.18 y 4.19, muestran el recorrido de una partícula de fluido en la bomba a 8 y 9 m³/h, respectivamente, donde igualmente se aprecia su variación de presión.

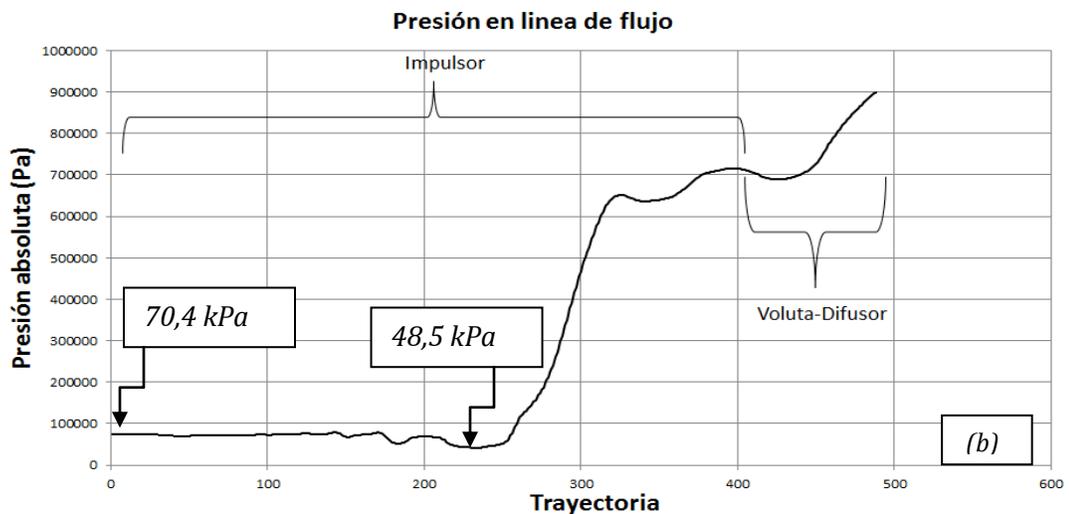
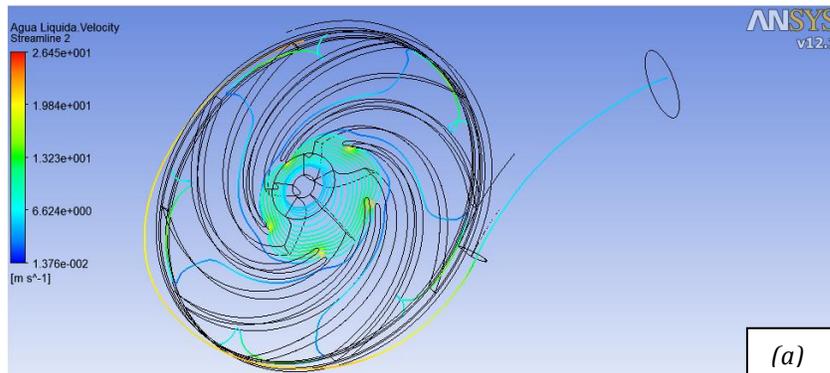


Figura 4.18. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q = 8 \text{ m}^3/\text{h}$.

En la figura 4.18 (a), se puede observar como el fluido al entrar al impulsor, empieza a avanzar de forma espiral hasta alcanzar el álabe, donde el fluido sufre caídas de presión como se observa en la figura 4.18 (b), hasta alcanzar una presión absoluta de 48,5 kPa justo al entrar en contacto con el álabe, lo que es un fuerte indicio de que en esta zona se pueden formar burbujas de vapor al aumentar el caudal; posteriormente, al avanzar a través del impulsor, aumenta su presión, pero al terminar su recorrido en el impulsor, se forma un torbellino, lo que produce su caída de presión; para finalmente ingresar al sistema voluta y difusor y seguir aumentando su presión.

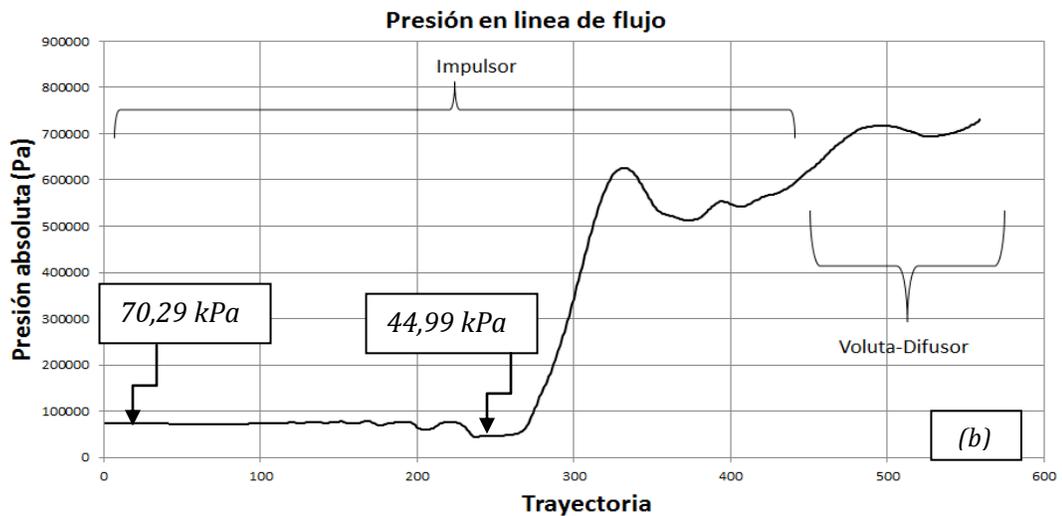
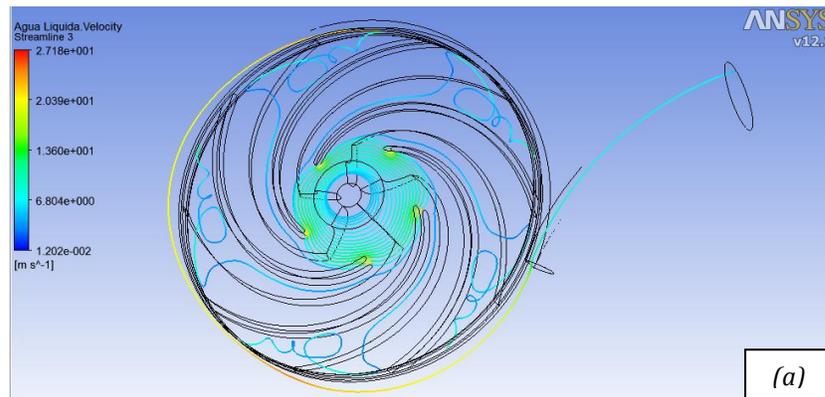


Figura 4.19. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q = 9 \text{ m}^3/\text{h}$.

El comportamiento de una línea de flujo de la bomba trabajando a $9 \text{ m}^3/\text{h}$ (ver figura 4.19) es similar el observado a $8 \text{ m}^3/\text{h}$; donde igualmente se nota que a la entrada de la bomba, la partícula de fluido describe una trayectoria espiral, cayendo la presión absoluta a $44,99 \text{ kPa}$, para posteriormente aumentar la presión en su recorrido por el impulsor; también se aprecia un torbellino del fluido a la salida del impulsor que produce caídas bruscas de presión, hasta estabilizarse aumentando, para luego entrar a la voluta, donde se observa una caída de presión inicial para luego aumentar su presión gracias a su paso por el difusor. Un comportamiento similar se observa en la figura 4.20.

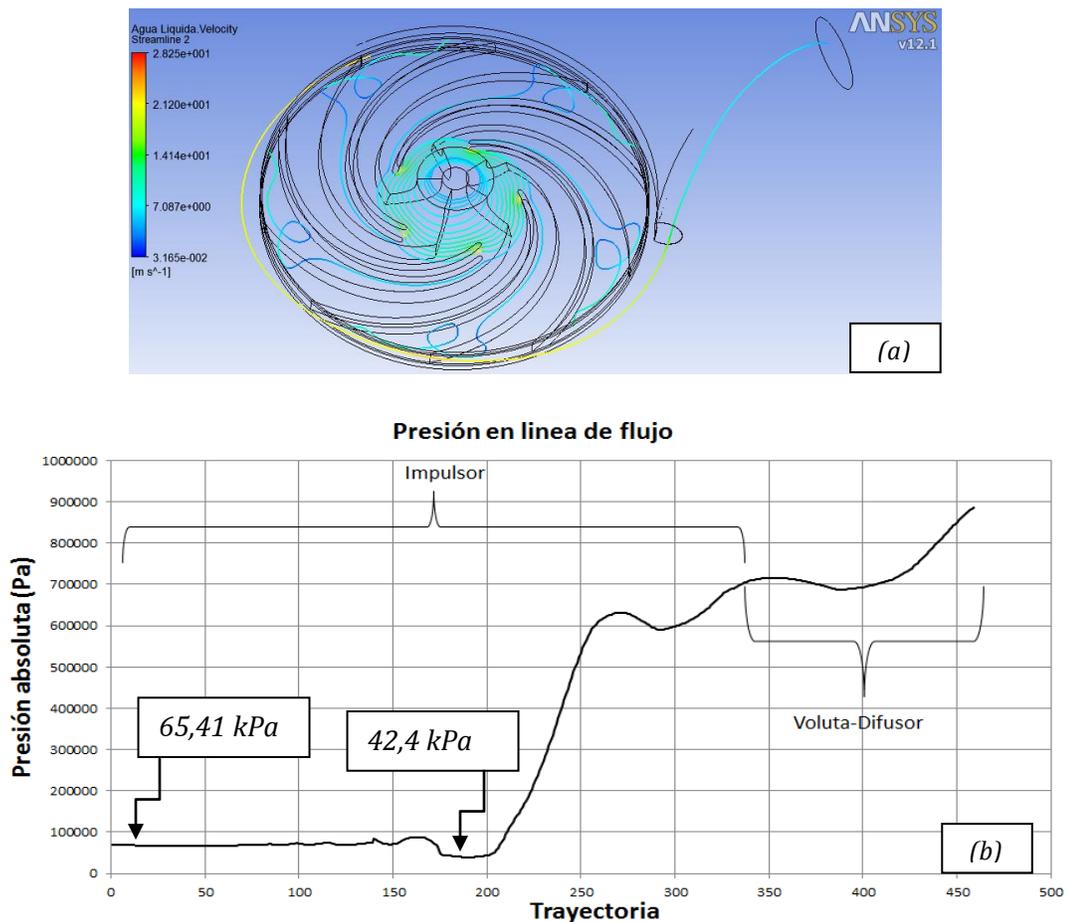


Figura 4.20. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 11 \text{ m}^3/\text{h}$.

En la figura 4.20 se muestra el comportamiento de una línea de flujo similar al experimentado en la bomba trabajando con caudal de $8 \text{ m}^3/\text{h}$ y $9 \text{ m}^3/\text{h}$, donde se aprecia que a la entrada, el flujo describe una trayectoria espiral, provocando caídas de presión hasta llegar a $42,4 \text{ kPa}$ al entrar en contacto con el álabe, para luego aumentar la presión al avanzar por el impulsor, posteriormente a la salida del rodete se observa un torbellino, disminuyendo su presión, hasta estabilizarse aumentando nuevamente la presión, para luego ingresar a la voluta donde cae y luego aumenta la presión, y así ingresar al difusor donde finalmente se observa su incremento. Un comportamiento parecido se puede observar en las figuras 4.21 y 4.22, con la bomba trabajando a 12 y $13 \text{ m}^3/\text{h}$, respectivamente.

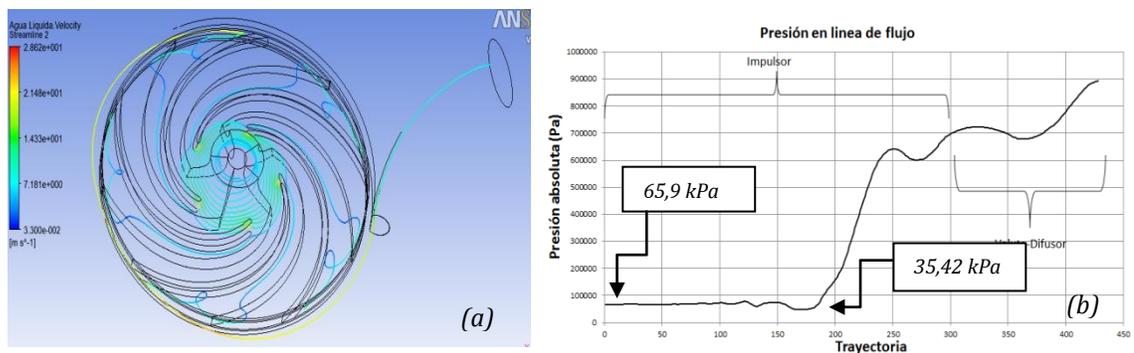


Figura 4.21. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 12 \text{ m}^3/\text{h}$.

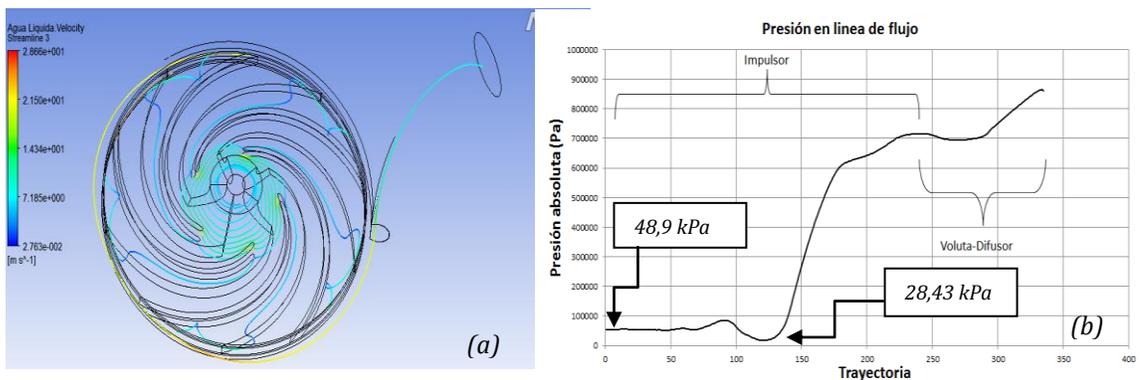


Figura 4.22. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 13 \text{ m}^3/\text{h}$.

A partir de la figura 4.22 se detalla como el deslizamiento del fluido o torbellino a la salida del impulsor empieza a desaparecer, pero dicho comportamiento se observa mejor desde la figura 4.23 con la bomba trabajando desde $14 \text{ m}^3/\text{h}$, en adelante. Ver las siguientes figuras, 4.23 y 4.24.

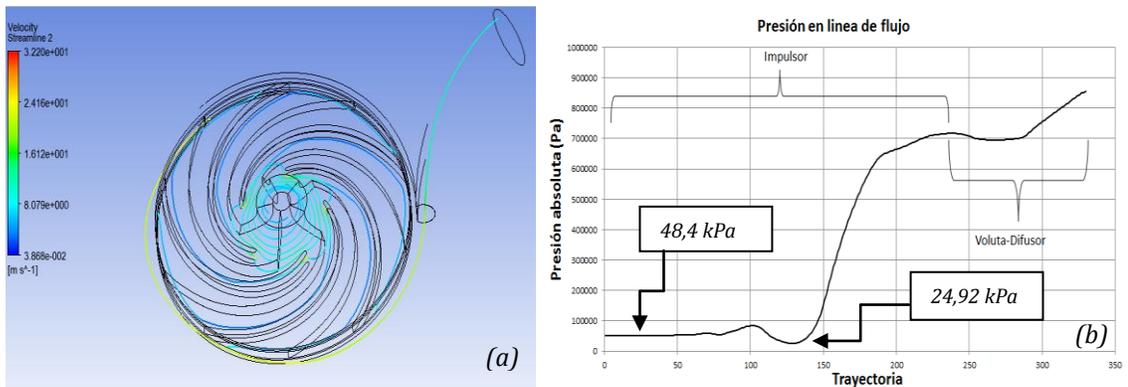


Figura 4.23. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 14 \text{ m}^3/\text{h}$.

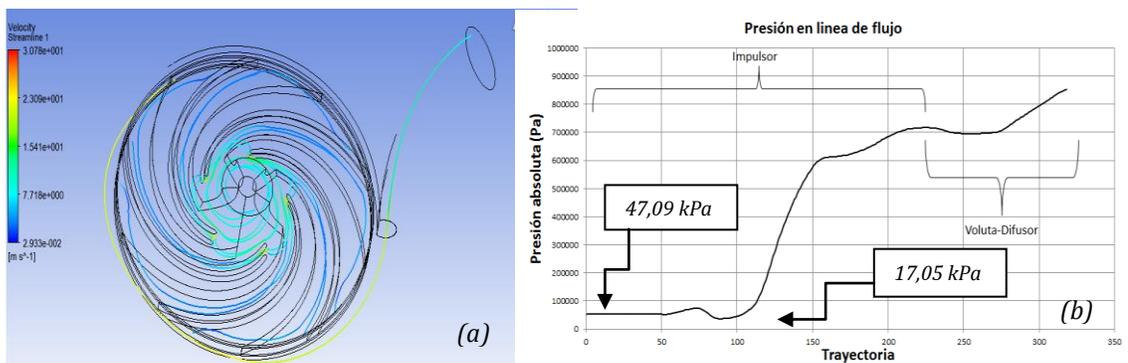


Figura 4.24. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 15 \text{ m}^3/\text{h}$.

Mediante las figuras 4.23 y 4.24 se logra ver como el flujo disminuye su recorrido en espiral en la entrada (esto se observa a partir de $15 \text{ m}^3/\text{h}$ en adelante); la línea de flujo varía bruscamente su presión en la entrada del impulsor, en comparación con los caudales desde 8 a $13 \text{ m}^3/\text{h}$; igualmente se

puede apreciar en la figura 4.23 (b) y 4.24 (b) como la presión absoluta en la zona de ataque inicial con el álabe sigue cayendo a medida que se va aumentando el caudal y luego aumenta la presión al pasar por todo el impulsor. Se empieza a observar que la bomba trabajando desde $14 \text{ m}^3/\text{h}$, no presenta deslizamiento ni caída de presión a la salida del impulsor e igualmente se logra apreciar que la línea de flujo en la voluta, trata de mantenerse con una presión estable, hasta llegar al difusor donde la presión aumenta.

En la figura 4.25 con la bomba trabajando a $16 \text{ m}^3/\text{h}$ se puede evidenciar como la presión absoluta en la zona de ataque del álabe, cae a $16,54 \text{ kPa}$, y luego para $18 \text{ m}^3/\text{h}$ (ver figura 4.26) alcanza $11,42 \text{ kPa}$, lo cual es un fuerte indicio de que podría presentarse burbujas de vapor de agua para elevados caudales y los efectos de la cavitación clásica a la entrada del impulsor aumentarían, también se observa que el recorrido elíptico de la línea de flujo, disminuye a mayor caudal.

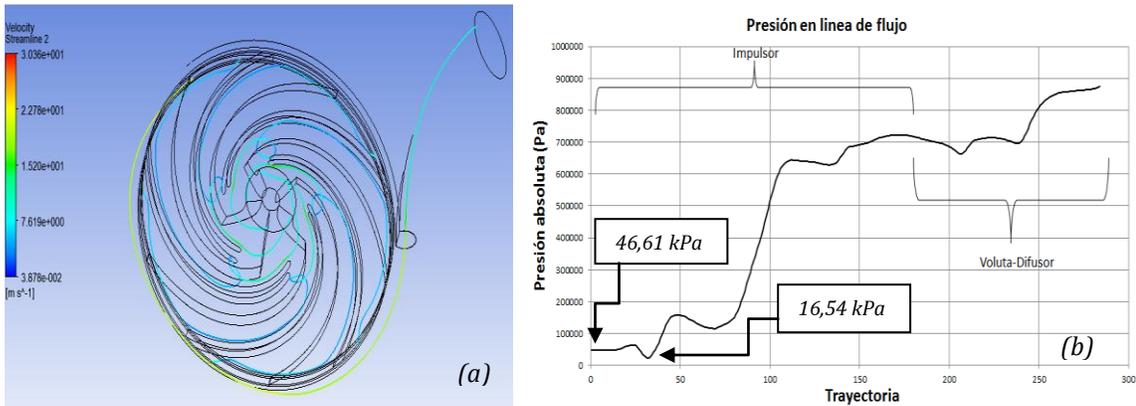


Figura 4.25. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 16 \text{ m}^3/\text{h}$.

Finalmente, en las figuras 4.26, 4.27 y 4.28, se verifica que a medida que se aumenta el caudal de la bomba, la presión a la entrada disminuye (como también se verificó desde la figuras 4.18 a la 4.25), también se logra ver que las caídas de presión en la zona de contacto inicial con el álabe se intensifica a

elevados caudales, lo cual le da mayor peso a la hipótesis planteada en la sección anterior, que sugiere que ésta sería la zona de cavitación, mediante la muestra del volumen de fluido con presión cercana a la presión de saturación que se encuentra en la zona de ataque del álabe; la ubicación de la cavitación en la bomba se validará más adelante, mediante la incorporación del modelo numérico de cavitación para la simulación de un caudal de $12 \text{ m}^3/\text{h}$ y se mostrará la ubicación las burbujas de vapor que se forman.

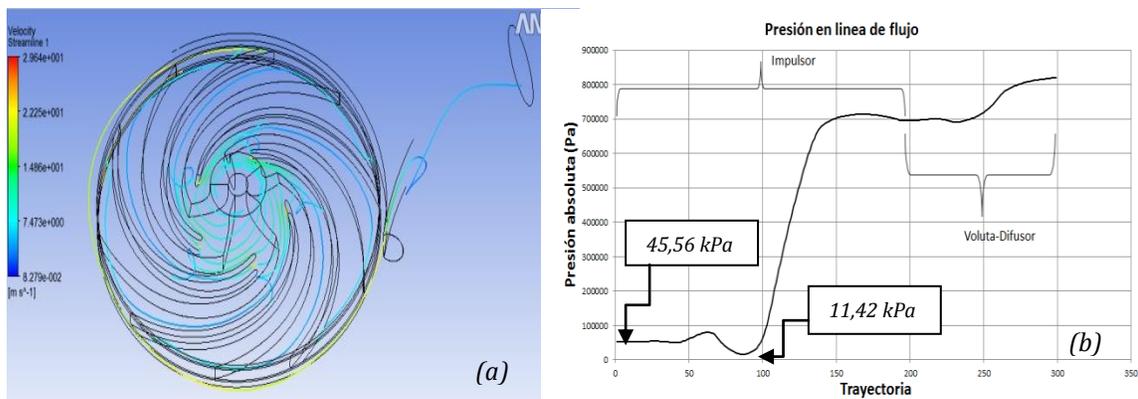


Figura 4.26. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 18 \text{ m}^3/\text{h}$.

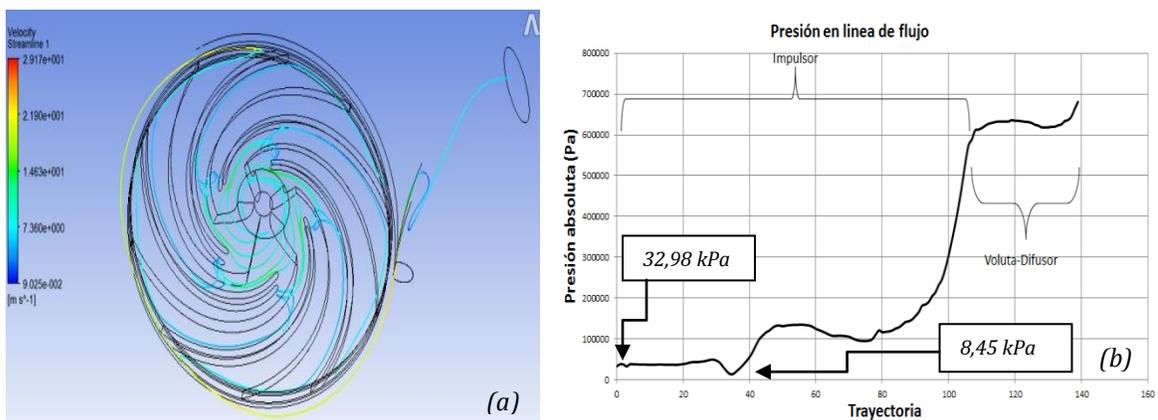


Figura 4.27. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 19 \text{ m}^3/\text{h}$.

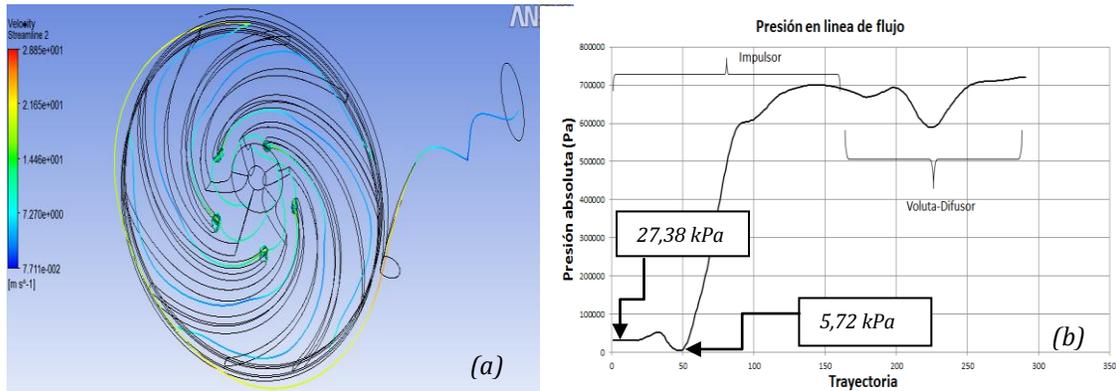
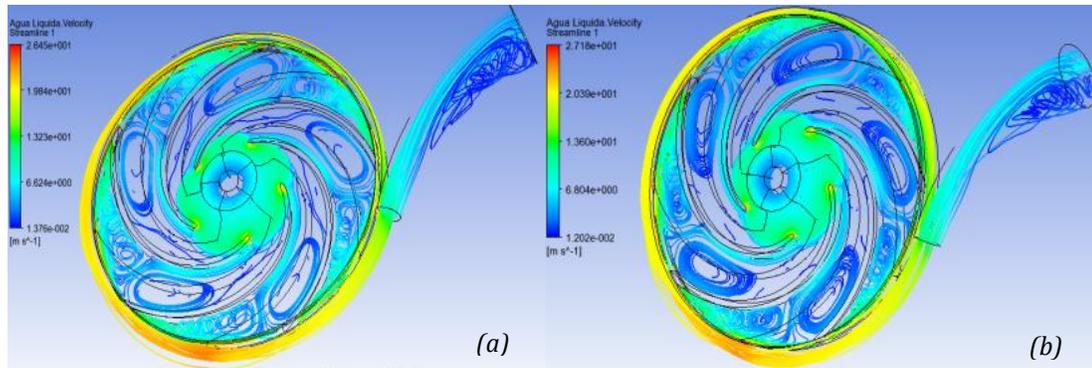


Figura 4.28. Recorrido de una partícula de fluido en el Impulsor, Voluta y Difusor de la Bomba Centrífuga; (a) Línea de flujo; (b) variación de presión en la trayectoria de flujo, $Q= 20 \text{ m}^3/\text{h}$.

Para poder observar mejor el comportamiento del fluido en la bomba, se aumentaran las líneas de flujo para así apreciar el deslizamiento del fluido en el impulsor y el flujo turbulento en el difusor, producto del desprendimiento de capa limite; esto no se puede apreciar claramente con el estudio de una línea de flujo, por lo que se procede a configurar el programa de post-procesamiento para que muestre más de una línea de flujo y así evidenciar este comportamiento del fluido, en el difusor y en el área entre los álabes del impulsor

Deslizamiento del fluido y Turbulencia.

A continuación, en la figura 4.29, se muestra la recirculación y la turbulencia que presenta la bomba, trabajando a diferentes caudales.



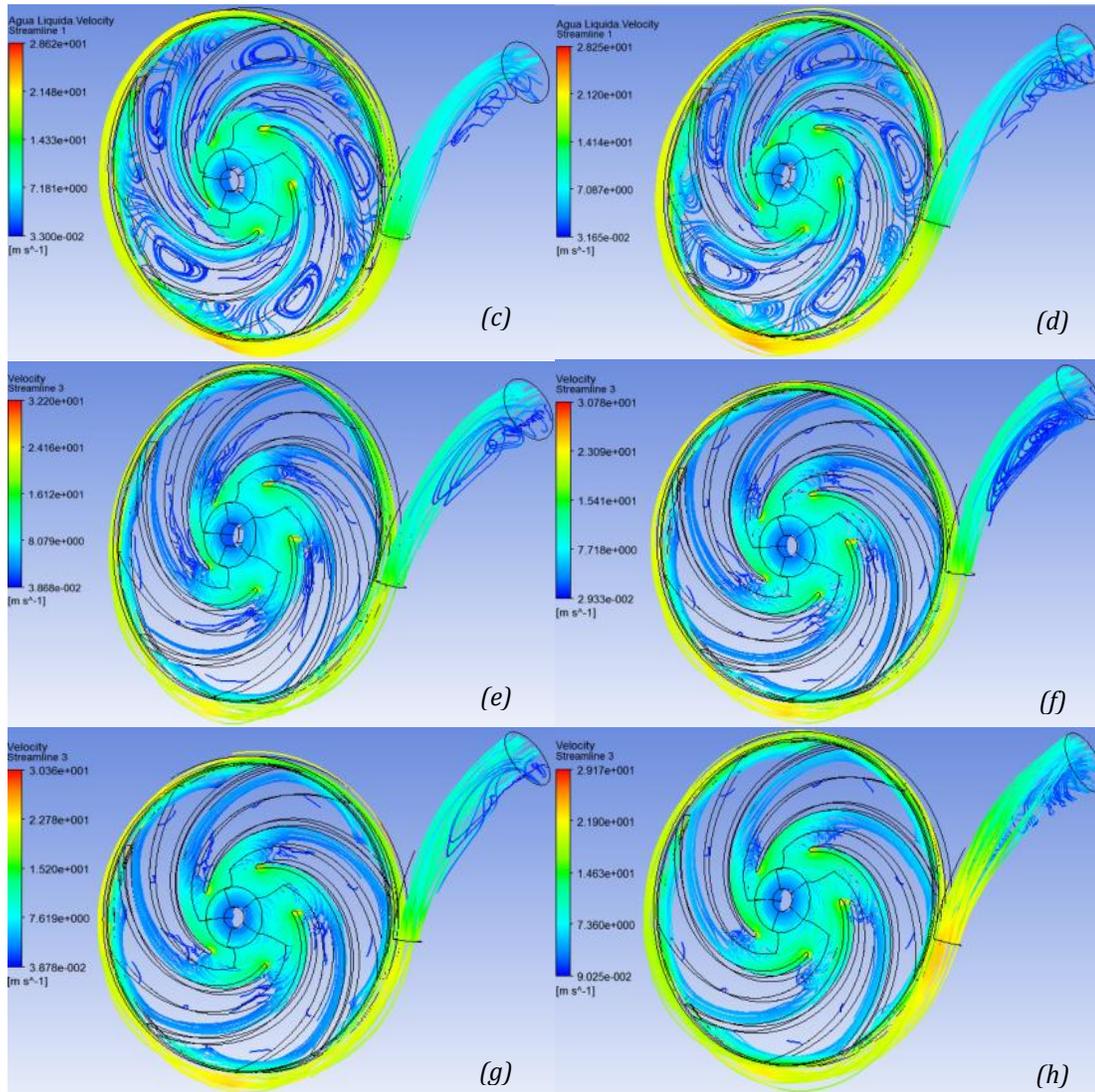


Figura 4.29. Recirculación en la bomba, (a) $8 \text{ m}^3/\text{h}$, (b) $9 \text{ m}^3/\text{h}$, (c) $11 \text{ m}^3/\text{h}$, (d) $12 \text{ m}^3/\text{h}$, (e) $14 \text{ m}^3/\text{h}$, (f) $15 \text{ m}^3/\text{h}$, (g) $18 \text{ m}^3/\text{h}$, (h) $19 \text{ m}^3/\text{h}$.

En la figura 4.29, se puede ver como existe deslizamiento del flujo de agua en el interior del impulsor de la bomba a caudales menores de $14 \text{ m}^3/\text{h}$. A partir de $14 \text{ m}^3/\text{h}$, en el impulsor no se observa el mismo grado de formación de torbellinos, aunque se logra apreciar un ligero flujo turbulento en el lado posterior del inicio del alabe. Igualmente, se aprecia para todos los caudales el flujo turbulento en el difusor, producto del desprendimiento de la capa límite.

4.4 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, CONSIDERANDO EL MODELO DE CAVITACIÓN.

A continuación se presentan los resultados obtenidos de fracción de volumen del vapor de agua, mediante gráficos e imágenes en el dominio estudiado para un caudal de $12 \text{ m}^3/\text{h}$, dicho estudio se realizó incluyendo el modelo numérico de cavitación Rayleigh Plesset.

En la figura 4.30 se observa la fracción de volumen de vapor de agua, de la simulación, con una presión de entrada de $-0,36 \text{ bar}$, a un caudal de $12 \text{ m}^3/\text{h}$. Se puede apreciar que la zona tridimensional representa la fracción de flujo donde existe presencia de burbujas de vapor por encima del 2% con respecto a la mezcla de agua líquida y vapor, la cual se manifiesta en la sección de entrada del álabe. Esto mediante un contorno de colores que permite identificar las zonas en las cuales el porcentaje de vapor de agua se hace cada vez mayor.

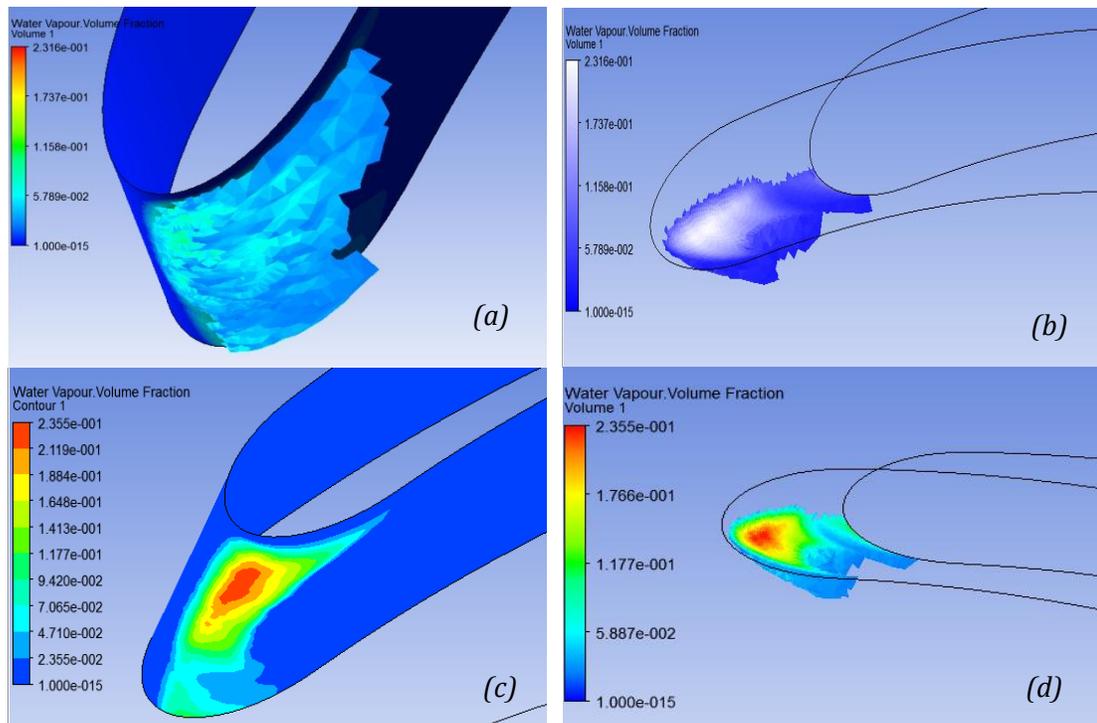


Figura 4.30. Zona con presencia de vapor de agua $Q= 12 \text{ m}^3/\text{h}$.

En la figura 4.30 (a) se observa el contorno de colores de la fracción de volumen de vapor de agua, sobre la superficie inicial del álabe y sobre las burbujas de vapor, donde se observa que la concentración del vapor de agua alcanza aproximadamente un 5,78 % en la parte más alejada del alabe, mientras que en la parte más cercana alcanza aproximadamente un 23,55 % de la mezcla de líquido y vapor de agua, como se observa en la figura 4.30 (d). En la figura 4.30 (b), se aprecia que el contorno de color está en blanco y azul, donde la zona de color blanca representa la concentración del vapor de agua en la mezcla, y la zona azul representa la del agua líquida; donde se puede ver que la zona más cercana al alabe tiene la mayor concentración del vapor de agua, con un valor aproximado de 23,16 % de la mezcla. Dicho comportamiento también se evidencia en la figura 4.30 (c) pero con un contorno de colores sobre la superficie inicial del álabe.

Se puede apreciar en la figura 4.31(a) que la zona sometida a cavitación se encuentra por detrás del álabe, y para este caudal, ocupa un espacio reducido. El valor máximo calculado de la fracción de volumen de vapor de agua es de 0,2071 y se representa en la imagen en la zona de color rojo, como indica la leyenda de la figura, es decir en esta zona roja el vapor de agua alcanzó una concentración del 20,71 % de la mezcla de líquido y vapor de agua. A medida que se vuelve más azul el contorno de colores, la concentración del agua líquida se hace mayor. Este valor es simétrico con respecto al valor mínimo de la fracción de volumen de agua líquida, que es de 0,7929, como se puede ver en la figura 4.31 (b), en la zona de color azul; lo que corresponde con la ley de conservación de la masa, aplicada al flujo bifásico (agua líquida y vapor de agua a 25 °C) estudiado en este caso. La configuración de la simulación numérica se mencionó en el capítulo III, sección 3.3.5, que explica la configuración del dominio en el programa de análisis numérico CFD considerando el modelo numérico de cavitación.

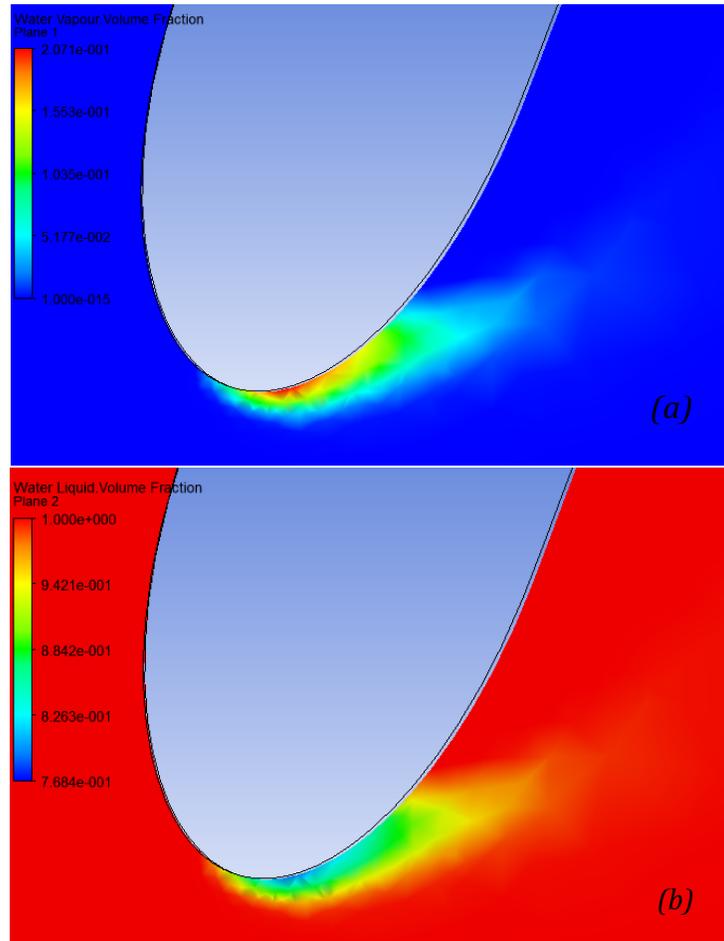


Figura 4.31. Formación del vapor de agua. (a) Fracción de volumen de vapor de agua en un plano de la sección de entrada del álabe, (b) Fracción de volumen de agua líquida en un plano de la sección de entrada del álabe. $Q= 12 \text{ m}^3/\text{h}$.

A continuación, en la figura 4.32, se presentan las curvas de convergencia RMS, turbulencia k- ϵ , e imbalances, en el impulsor, voluta y difusor; donde se aprecia que se alcanzó el criterio de convergencia de $\text{RMS}=1\cdot 10^{-4}$ y la conservación de las ecuaciones entre la entrada y salida de la bomba (Imbalance =0 %) para 1700 iteraciones, lo cual demuestra la difícil convergencia incluyendo el modelo matemático Rayleigh Plesset, el cual para caudales superiores a $12 \text{ m}^3/\text{h}$, necesita de mayor tiempo computacional y un gran número de iteraciones para alcanzar la convergencia, por tal motivo se decidió realizar el

estudio de la cavitación con un caudal de $12 \text{ m}^3/\text{h}$, para así validar la hipótesis planteada anteriormente, de que la zona donde se presenta la cavitación es justamente en el contorno inicial de los alabes, como ya se mostró con las figura 4.30 y 4.31 con las burbujas de vapor de agua que se forman.

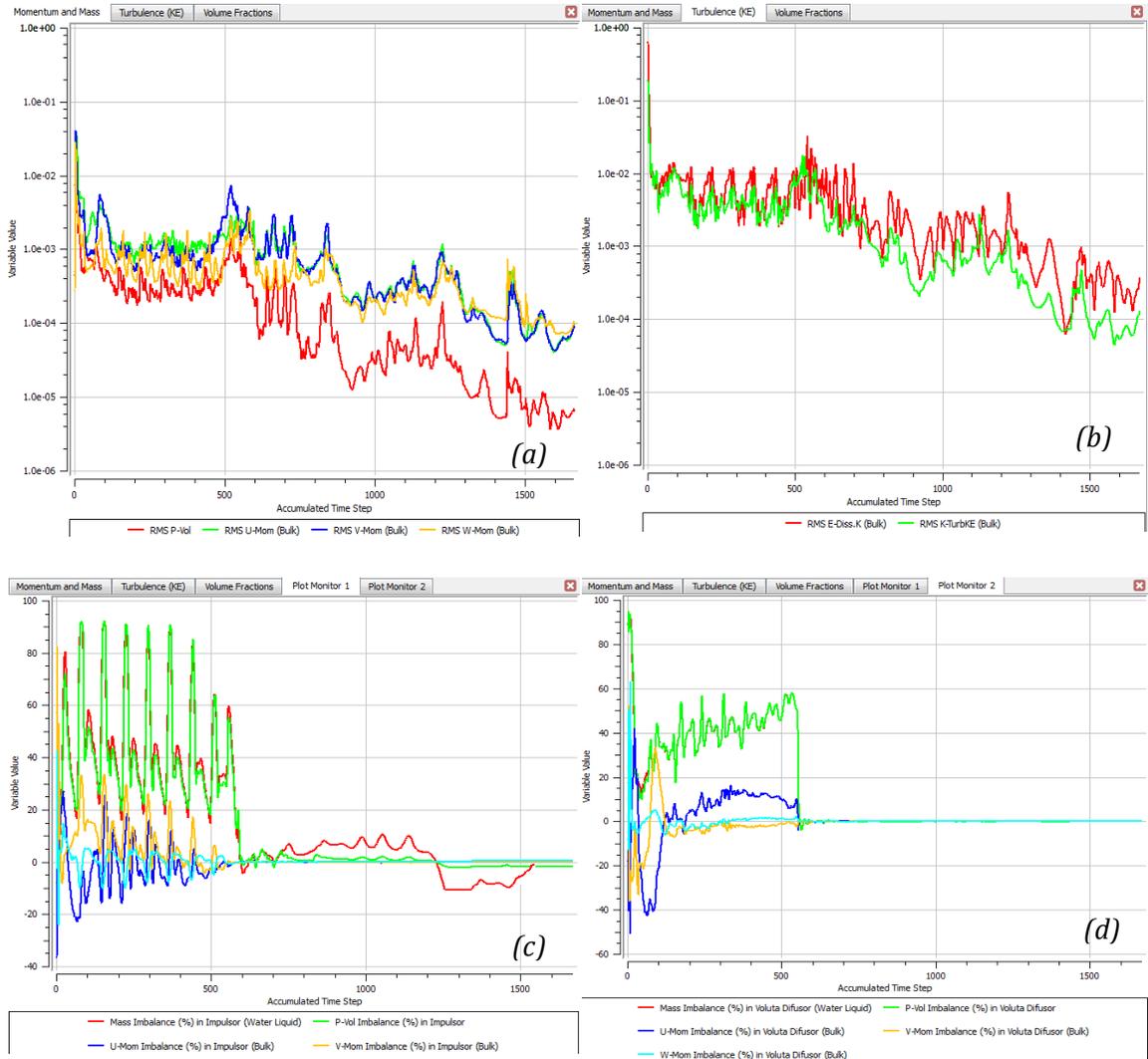


Figura 4.32. Convergencia de la simulación, considerando el modelo de cavitación Rayleigh Plesset; (a) Convergencia de los residuos RMS de las ecuaciones de masa y momento; (b) Convergencia de las ecuaciones de turbulencia $k-\epsilon$, (c) Imbalance en el dominio del Impulsor (d) Imbalance en el dominio de la voluta y difusor, $Q= 12 \text{ m}^3/\text{h}$.

4.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

4.5.1 VERIFICACIÓN DE LA GEOMETRÍA Y MALLADO.

La modelación geométrica del dominio por medio de la utilización de herramientas CAD, respeta todos los parámetros de calidad geométrica, exigidos en la teoría de CFD descrita en el capítulo II, sección 2.15. Al respetar estos parámetros, se facilitó el proceso de mallado, el cual es el aspecto que realmente afecta la convergencia de las ecuaciones de continuidad, momento, turbulencia y cavitación, y que por lo tanto se debe cuidar con más detalle.

Ambos aspectos de calidad están relacionados (calidad geométrica y del mallado), es decir, al existir longitudes de aristas muy pequeñas en la geometría, se necesitará un mayor refinamiento en esta zona, aumentando los requerimientos computacionales de cálculo y posiblemente dificultando la convergencia de las ecuaciones de gobierno, por lo que se debe tener gran cuidado al momento de seleccionar la configuración del mallado, el polígono a usar, el tamaño y el refinamiento de los elementos en las zonas de curvaturas pequeñas y donde el flujo pueda presentar fenómenos físicos, ya que teniendo buena calidad en el mallado, las ecuaciones discretizadas, las cuales se resuelven en cada nodo de los elementos, encontraran la convergencia al igual que el software arrojará resultados más precisos.

Considerando lo antes mencionado, se valida la calidad del mallado, por medio del análisis de las estadísticas de calidad del mallado explicados en el Capítulo II, sección 2.16, ya que cada uno de los parámetros, se lograron establecer dentro del rango permitido. Estos resultados se muestran en el capítulo IV, sección 4.1.2.

4.5.2 CONVERGENCIA DE LA SIMULACIÓN.

Convergencia por el criterio de imbalances.

El criterio de convergencia de imbalances para las ecuaciones de gobierno, siempre alcanzó el valor de 0 %, para todos los caudales simulados en este trabajo, esto significa, que todas las ecuaciones de masa y momento, se conservan desde la entrada a la salida de la bomba, además para todos los caudales simulados en este trabajo se aprecia que se alcanza más rápido la convergencia del criterio de imbalances que la convergencia de las ecuaciones de masa, momento y turbulencia.

Convergencia de las ecuaciones de gobierno y el modelo de turbulencia.

Los residuos RMS de las ecuaciones de masa y momento, convergieron a $1 \cdot 10^{-4}$, para todos los caudales simulados en este trabajo de grado; igualmente, para demostrar que para algunos caudales la convergencia puede llegar al valor de $1 \cdot 10^{-5}$, se muestra en el apéndice A, las curvas de convergencia para caudales de 13, 14 y 15 m³/h, demostrando que los residuos de las ecuaciones de masa y momento convergen para altos caudales, pero necesitando mayor cantidad de iteraciones; a pesar de ello, el criterio establecido para la mayoría de las simulaciones de $RMS=1 \cdot 10^{-4}$, es un criterio de convergencia muy usado a nivel ingenieril, por la precisión de los resultados arrojados.

De igual forma ocurre con la convergencia del modelo matemático de turbulencia k-ε, el cual reduce sus residuos a medida que aumentaba el número de iteraciones. Las ecuaciones de turbulencia no están sujetas al criterio de convergencia RMS, estas ecuaciones se tratan de manera diferente, donde la convergencia se evalúa al converger las demás ecuaciones, y observando si sus residuos van disminuyendo al aumentar el número de iteraciones; analizando esto, el resultado obtenido es de una convergencia satisfactoria para el modelo de

turbulencia. El comportamiento de las curvas de convergencia se puede apreciar en el capítulo IV, sección 4.2.2 y en el Apéndice A.

4.5.3 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, SIN CONSIDERAR EL MODELO NUMÉRICO DE CAVITACIÓN.

Curva característica H vs Q

En la figura 4.13 se puede apreciar como la curva de disponibilidad en función del caudal (H vs Q), realizada por medio del análisis numérico, por métodos de CFD, se comporta de manera descendiente parabólica a media que se aumenta el caudal, lo cual concuerda a lo establecido en la teoría de bombas centrífugas de álabes curvados hacia atrás ($\beta_2 < 90^\circ$); además se puede decir que la curva se comporta de manera estable, es decir, para cada caudal de trabajo existe una disponibilidad.

Se aprecia que la curva numérica empieza a inclinarse de manera notable desde $15 \text{ m}^3/\text{h}$, a diferencia de la curva del fabricante, que empieza a inclinarse desde $12 \text{ m}^3/\text{h}$, a pesar de ello, ambas curvas mantienen la misma tendencia de inclinación, aunque la curva numérica muestra una disponibilidad más alta en comparación a la curva del fabricante y a la curva experimental; esto se observa para caudales sobre $14 \text{ m}^3/\text{h}$ en la curva numérica. Una posible causa de los valores superiores de la curva numérica, podría ser, que las principales pérdidas presentes en el funcionamiento real de una bomba centrífuga y que podrían transformar la característica de la curva numérica a la del fabricante, no se pueden obtener por un análisis numérico, como lo son las pérdidas mecánicas por fricción en disco, la fricción del eje con los cojinetes, pérdidas por rozamiento del prensaestopas con el eje, y fricción en sellos, además de las pérdidas volumétricas, como fugas a través de sellos y las pérdidas por

recirculación del fluido entre la carcasa y el impulsor, por el juego entre ambos elementos. A pesar de todo esto, la curva obtenida de forma numérica posee el mismo comportamiento descendente de la curva del fabricante y la experimental, lo cual demuestra que mediante el análisis numérico se puede encontrar una aproximación de la curva H vs Q de una bomba centrífuga a la curva del fabricante, y es precisamente esto lo que se pretende demostrar mediante esta investigación.

El posible desgaste de los álabes o el posible aumento del ancho (b_2) en la sección de salida del rodete, pudo haber provocado que la curva tenga una tendencia plana a caudales inferiores de $15 \text{ m}^3/\text{h}$.

Contorno y volumen de presión.

Con respecto al contorno de presión sobre la superficie de la bomba, se puede decir que los resultados concuerdan a lo establecido en la teoría de bombas centrífugas, porque se logra apreciar (ver figuras 4.14 y 4.15) el aumento progresivo de presión del fluido a medida que avanza por el impulsor, y el sistema voluta-difusor de la bomba, es decir, se evidencia el comportamiento de la bomba, como una turbomáquina generadora, que transforma la energía mecánica en energía de presión al fluido.

Se evidencia, la disminución de la presión del fluido a la succión, a medida que se aumenta el caudal de la bomba. Además se observa que para caudales de 18, 19 y $20 \text{ m}^3/\text{h}$, se distingue un cambio en el contorno de presión a medida que el fluido avanza a través de la bomba, específicamente en la lengüeta, la cual presenta cambios bruscos de presión a estos caudales, esto se puede atribuir al hecho de que por el elevado caudal hay volumen de fluido que desde el impulsor pasa directamente al difusor sin atravesar la voluta, y dicho fluido se encuentra con el que sí recorrió la voluta, por lo que se observan cambios de presión en esta zona, pero luego el flujo al atravesar el difusor sigue aumentando su presión.

Lo antes explicado se muestra en la figura 4.16, donde se logra ver como varia la presión en la lengüeta, para bajos y altos caudales; donde se observa que dentro de la voluta, la presión va creciendo en la dirección de la corriente y al llegar a la lengüeta sigue aumentando su presión por efectos del difusor (por tratarse de bajos caudales). Por el contrario, con elevados caudales se produce una disminución de los valores de presión al llegar el flujo a la lengüeta, para luego seguir aumentando la presión, conforme avanza por el difusor. Analizando este comportamiento se puede decir que el sistema voluta-difusor actúa de distinta forma dependiendo del caudal circulante en la bomba.

Por último, se aprecia en la figura 4.17, un volumen de fluido con una presión cercana a la presión de saturación del agua a 25 °C (Presión absoluta= 3169,8 Pa), sobre el contorno inicial de los álabes de la bomba (justo en la zona de baja presión), lo cual sugiere que en esta zona se podrían formar burbujas de vapor de agua, es decir, ocurriría el fenómeno de cavitación, es importante recordar, que estos resultados no incluyeron el modelo numérico de cavitación, por lo que se debe incluir dicho modelo para así precisar la zona con presencia de burbujas de vapor y el espacio que verdaderamente ocupan estas burbujas en el impulsor, a pesar de ello, estos resultados se muestran como una sugerencia de la ubicación de la cavitación, que mediante la incorporación del modelo Rayleigh Plesset se validará.

Comportamiento de la presión en la trayectoria de una línea de flujo por toda la bomba centrífuga.

Como se observa desde la figura 4.18 a la 4.22, el comportamiento de una línea de flujo es similar con la bomba trabajando desde 8 a 13 m³/h, donde se aprecia que a la entrada, el flujo describe una trayectoria espiral, con mayores caídas de presión a medida que se aumenta el caudal, esto ocurre cuando el flujo llega a estar en contacto con el álabe, para luego aumentar la presión al avanzar por el impulsor; luego a la salida del rodete se observa un torbellino,

disminuyendo su presión, hasta estabilizarse aumentando nuevamente la presión, para después ingresar a la voluta donde cae y luego aumenta la presión, y así pasar al difusor donde finalmente se observa su incremento.

A partir de la figura 4.22 ($13 \text{ m}^3/\text{h}$), se detalla como el deslizamiento del fluido o torbellino a la salida del impulsor empieza a desaparecer al igual que la trayectoria espiral a la entrada, pero dicho comportamiento se observa mejor desde la figura 4.23 con la bomba trabajando desde $14 \text{ m}^3/\text{h}$ en adelante, es decir, los torbellinos presentes a la salida del impulsor (causantes de las caídas de presión) y la trayectoria espiral a la entrada, tienden a desaparecer a medida que se aumenta el caudal de la bomba sobre $14 \text{ m}^3/\text{h}$. Este comportamiento ocurre al mismo tiempo en la voluta, la cual presenta caídas de presión a bajos caudales, pero a medida que se aumenta el caudal, la presión de la línea de flujo se estabiliza hasta llegar al difusor donde finalmente aumenta.

Como se observa desde la figura 4.18 a la 4.28, la línea de flujo que circula en el interior de la bomba, va aumentando su presión progresivamente, mientras avanza a través del impulsor, voluta y difusor, pero presentando caídas bruscas de presión por el contacto con la zona de ataque del álabe; de igual forma al observar todas las figuras, se verifica que a medida que se aumenta el caudal, la presión en el ojo de la bomba disminuye.

La tendencia de la bomba a estabilizar sus líneas de flujo a medida que se aumenta el caudal, se puede atribuir a que cada vez se acerca al punto nominal de la bomba, la cual según el fabricante es de $18 \text{ m}^3/\text{h}$ aproximadamente.

Se observa como la voluta, también llamada caja espiral, transforma la energía dinámica que trae el fluido desde el impulsor en energía de presión, y recoge el fluido que sale del rodete, conduciéndolo hasta la tubería de salida o tubería de impulsión (difusor). Finalmente se evidencia el comportamiento del

difusor, como tercera etapa de difusión, que transforma la energía dinámica que viene trayendo el fluido en energía de presión.

Como último análisis, se tiene que al aumentar el caudal en la bomba, se observa que aumenta el flujo turbulento en el difusor, por el desprendimiento de la capa límite, provocando variaciones bruscas de presión en la línea de flujo, pero a medida que el flujo circula en el difusor, aumenta su presión. Este comportamiento se puede apreciar en las figuras 4.26, 4.27 y 4.28.

Deslizamiento del fluido y turbulencia.

Al observar la figura 4.29, se valida el comportamiento esperado para este tipo de bomba, es decir, se observa que para caudales inferiores a $14 \text{ m}^3/\text{h}$, la bomba presenta una entrada de fluido al impulsor con una trayectoria en espiral, tratando el flujo de recircular, por lo que se podría sugerir que esta es la zona de recirculación, es decir es una zona de trabajo inestable, por lo plano de la curva característica a bajos caudales, baja eficiencia, y altos esfuerzos radiales y axiales, esta podría ser la zona de recirculación, la cual causa daños en el rodete de la bomba (específicamente en la zona de alta presión de los álabes), por el fenómeno de cavitación por recirculación. De igual forma, se observa que a medida que se aumenta el caudal, la trayectoria en espiral del fluido a la entrada, disminuye, estando en contacto el fluido más rápido con los álabes.

También, se puede ver como existe deslizamiento del flujo de agua en el interior del impulsor de la bomba a caudales menores de $14 \text{ m}^3/\text{h}$. A partir de $14 \text{ m}^3/\text{h}$, en el impulsor no se observa el mismo grado de formación de torbellinos, aunque se logra apreciar un ligero flujo turbulento en el lado posterior del inicio del álabe.

En el difusor se observa que el flujo es turbulento para todos los caudales de trabajo de la bomba, esta es la zona que presenta la velocidad más baja, y el fenómeno de desprendimiento de capa límite; la mayor turbulencia se observa

para caudales menores a $16 \text{ m}^3/\text{h}$. Todo esto debido al hecho de que en la circunferencia de mayor diámetro, la capa límite es muy delgada ya que el volumen de fluido que circula ahí adentro (muy próximo a dicha circunferencia), posee las fuerzas viscosas en contra y las de presión a favor, produciendo que el flujo se acelere, tal como se puede apreciar en las líneas de flujo de la figura 4.29. En cambio en la sección del difusor conformada por la circunferencia de menor diámetro, tanto las fuerzas viscosas como las de presión están en contra, por lo que el espesor de la capa límite en la sección aumenta y como consecuencia, el volumen de fluido que circula cerca de las paredes del sólido se desaceleran, a medida que el volumen que circula más cerca del borde externo de la capa límite se acelera. En consecuencia, los elementos de volumen más cercanos a la pared se desaceleran más rápidamente, siendo forzados a retroceder por el gradiente adverso de presión. En el punto en el cual ocurre este flujo inverso por primera vez (líneas de color azul oscuro) la pendiente del perfil de velocidad en la pared del sólido se hace cero, siendo este punto el punto de desprendimiento de la capa límite.

4.5.4 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN, CONSIDERANDO EL MODELO NUMÉRICO DE CAVITACIÓN.

Como se pudo apreciar en las figuras 4.30 y 4.31, la formación de burbujas de vapor se localiza sobre la superficie de ataque de los álabes. Ésta simulación se realizó considerando el modelo matemático de cavitación Rayleigh Plesset, y este resultado concuerda con la hipótesis sugerida previamente en las simulaciones que no consideraron este modelo matemático (ver figura 4.17) las cuales sugerían que la ubicación de las burbujas de vapor sería en esta zona inicial del álabe. Todo indica que los resultados obtenidos por medio de la inclusión de este modelo, se adaptan a la realidad física de funcionamiento de la bomba para $12 \text{ m}^2/\text{h}$, además se observa en las figuras 4.30

y 4.31 (a), que el máximo valor de la fracción de volumen de vapor de agua es de 0,2071 (representa la concentración de vapor de agua en la mezcla líquido-vapor) en la zona de contacto inicial entre el fluido y los álabes. Este valor es simétrico con respecto al valor mínimo de la fracción de volumen de agua líquida, que es de 0,7929, como se puede ver en la figura 4.31 (b), en la zona de color azul del contacto inicial con el álabe; lo que corresponde con la ley de conservación de la masa, aplicada al flujo bifásico (agua líquida y vapor de agua a 25 °C) estudiado en este caso.

El estudio no se realizó para altos caudales por la difícil convergencia de las ecuaciones de gobierno, por necesitar un gran número de iteraciones, alto recurso computacional y por no formar parte de los objetivos de este trabajo, a pesar de ello se valida la utilización de este modelo, para ubicar la formación de burbujas de vapor de agua sobre el dominio de una bomba centrífuga. Se intuye que el contorno inicial de los álabes es la zona de cavitación para elevados caudales, ya que como se explicó con las figuras 4.17, la bomba alcanza presiones cercanas a la presión de saturación del vapor de agua a 25 °C en esta zona, lo cual como ya se demostró, es un gran indicio de la ubicación de las burbujas de vapor que se forman por el fenómeno de cavitación, cuyo análisis se debe realzar con el modelo Rayleigh Plesset, realizado más de 4000 iteraciones para su convergencia a altos caudales.

CAPÍTULO V.

Conclusiones y Recomendaciones.

En este capítulo se presentan las conclusiones para este trabajo, del análisis numérico del campo de flujo a través del dominio fluidizado Impulsor-Voluta de la bomba centrífuga KSB ETA 32-2000 a 3500 rpm, posteriormente se presentan las recomendaciones para futuros trabajos enfocados al área de la dinámica de fluidos computacional CFD.

5.1 CONCLUSIONES.

En este trabajo se logró analizar numéricamente el campo de flujo a través del dominio fluidizado Impulsor-Volta de la bomba centrífuga KSB ETA 32-200 a 3500 rpm, por medio de la aplicación de las ecuaciones de gobierno de masa, momento, el modelo matemático de turbulencia k- ϵ y el modelo de cavitación Rayleigh Plesset, en el campo de flujo, gracias a una buena discretización espacial del dominio (mallado), respetando los criterios estadísticos de calidad, para posteriormente realizar la selección de las condiciones de borde más adecuadas, las cuales son: presión en la succión como condición de borde de entrada y flujo másico en la descarga como condición de borde en la salida; todo esto para que el comportamiento del fluido se aproxime realmente a la realidad física, como en efecto se logró obtener.

Se alcanzó la convergencia de las ecuaciones de gobierno y el modelo matemático de turbulencia k- ϵ , para todos los flujos másicos establecidos como condición de borde, sin considerar el modelo matemático de la cavitación Rayleigh Plesset. Posteriormente se incluyó este modelo, el cual necesita de un alto recurso computacional para lograr la convergencia con altos caudales, ya que en esta zona de la curva característica existe el fenómeno de cavitación en mayor grado y la convergencia del modelo se hace difícil, pero igualmente, se logró la convergencia de todas las ecuaciones de gobierno, incluyendo la cavitación para un caudal de 12 m³/h, y se verificó la existencia de burbujas de vapor en la zona donde inicia el alabe, como previamente se sugirió sin introducir el modelo de cavitación, analizándolo por medio de contornos de presión y volúmenes de fluidos que presentan aproximadamente la presión de saturación del agua a 25 °C; es decir, se validó la hipótesis de la ubicación de la cavitación sobre la superficie de contacto inicial del fluido con los alabes por medio de la inclusión del modelo Rayleigh Plesset en el análisis numérico.

El contorno inicial de los álabes es la región sometida a los efectos de la cavitación y por ende las más propensas a recibir los daños que este fenómeno supone, por lo que se debe considerar la utilización de materiales más resistentes en esta zona.

En el análisis numérico realizado al dominio fluidizado de la bomba centrífuga, se obtuvieron los resultados esperados, con respecto al comportamiento de la curva característica, disponibilidad en función del caudal (H vs Q) encontrada por medio de la dinámica de fluidos computacional (CFD), dicho resultado se valida, comparándolo con la curva característica obtenida por medio de ensayos experimentales e igualmente comparada con la sugerida por el fabricante, obteniéndose una tendencia parabólica descendente, lo cual concuerda con el comportamiento esperado de bombas centrífuga de álabes curvados hacia atrás.

Se obtuvieron resultados en forma de gráficos, figuras, tablas y videos de las variables y parámetros que describen el fenómeno, como por ejemplo: contornos de presión tridimensionales sobre la superficie de todo el dominio, que demuestra la caída de presión sobre el contorno inicial de los álabes y el aumento progresivo de la presión del flujo a medida que circula por toda la bomba; gráficas de cambios de presión de una línea de flujo en su recorrido por la bomba, que evidencia las caídas de presión a la succión a medida que se aumenta el caudal y demuestra el recorrido elíptico a la entrada de la bomba y torbellinos a la salida del impulsor; igualmente se crearon líneas de velocidad que evidencian la presencia de torbellinos en el impulsor y flujo turbulento en el difusor con una evidente disminución de la velocidad, por el desprendimiento de la capa límite. Luego considerando el modelo matemático de cavitación se observó la presencia de burbujas de vapor y su fracción de volumen, esto mediante figuras tridimensionales y un plano transversal al eje de la bomba.

Todos estos resultados se adaptan a la realidad física de funcionamiento en el campo de flujo de la bomba.

El análisis numérico por el método de volúmenes finitos, el cual es el empleado para simulaciones en CFD, es una herramienta adecuada para afinar el diseño del impulsor, voluta y difusor, de una bomba centrífuga, sin necesidad de construir bancos de ensayos, tratando de disminuir los fenómenos físicos presentes en el campo de flujo, como torbellinos en el interior del impulsor, flujos turbulentos y desprendimiento de capa límite en el difusor, o zonas propensas a recibir daños por cavitación clásica o por recirculación, permitiendo rediseñar la geometría de las bombas y aumentar su eficiencia.

5.2 RECOMENDACIONES.

- Ampliar el estudio para el análisis numérico de flujo no isotérmico y así verificar la influencia de la transferencia de calor sobre los resultados arrojados.
- Realizar el análisis numérico considerando el estudio del flujo en régimen transitorio, para bombas centrífugas y otras turbomáquinas, como turbinas Pelton, turbinas Francis, compresores y ventiladores.
- Incluir en la facultad de Ingeniería de la Universidad de Carabobo una materia en el pensum, con su laboratorio, enfocada al estudio de la dinámica de fluido computacional, para así relacionar a los estudiantes con esta rama de la física, ampliar los estudios en turbomáquinas y evitar que el primer contacto del estudiante con esta área de investigación, sea al momento de realizar un trabajo especial de grado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANSYS CFX. (2009). ANSYS CFX-Solver Theory Guide. Release 12.0. ANSYS, Inc.
- [2] A. Pérez y C. Garre. (2001). Dinámica de Fluidos Computacional para Gráficos. Madrid, España.
- [3] C. Mataix. (2004). Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas. (2^{da} edición). Alfaomega Oxford University Press México S.A. de C.V.
- [4] F. White. (1979). Mecánica de los Fluidos. Editorial Mc. Graw-Hill.
- [5] H. Lerman. (2004). Metodología de la Investigación: Propuesta, Anteproyecto y Proyecto. (3^{ra} Edición). Editorial Ecoe. Bogotá Colombia.
- [6] J. Ferziger y M. Peric. (2002). Computational Methods for Fluid Dynamics (3^{ra} Edición). Editorial Springer. Alemania.
- [7] J. González, R. Ballesteros y S. Velarde. (2006). El Estudio del Flujo en Bombas Centrífugas: Docencia e Investigación. XIV Congreso Universitario de Innovación Educativa en las Enseñanzas Técnicas (CUIEET). Gijón, España, 27-29 Septiembre, 1-10.
- [8] M. Potter y D. Wiggert. (1998). Mecánica de Fluidos. (2^{da} Edición). Prentice Hall.
- [9] N. Motohiko and G. Akira. (2003). Cavitation CFD in a centrifugal pump. Fifth International Symposium on Cavitation (CAV2003). Osaka Japan, November 1-4.

- [10] P. Fernández. Bombas Centrífugas y Volumétricas. [On-Line]. Disponible en: <http://libros.redsauce.net/>
- [11] R. Ballesteros y otros. (2003). Técnicas numéricas en mecánica de fluidos. Oviedo, España.
- [12] R. Barrio, J. Fernández, J. Parrondo and E. Blanco. (2010). Performance prediction of a centrifugal pump working in direct and reverse mode using Computational Fluid Dynamics. International Conference on Renewable Energies and Power Quality (ICREPQ'10), Granada (Spain), 23rd to 25th March, 1-5.
- [13] S. Dykas and A. Wilk. (2008). Determination of the flow characteristic of a high-rotational centrifugal pump by means of CFD methods. Task Quarterly 12 No 3, 245–253.
- [14] S. Rodríguez, J. Juárez y C. Villalba. (2010). Rediseño y construcción de un banco de ensayos para bombas centrifugas de eje horizontal. Trabajo especial de grado. Universidad de Carabobo, Valencia.
- [15] Y. Cengel y J. Cimbala. (2006). Mecánica de Fluidos. (1^{ra} Edición). Editorial Mc. Graw-Hill.

APÉNDICES.

A continuación se muestran los resultados que no se mostraron en el capítulo IV por su gran cantidad, pero que igualmente forman parte de los resultados alcanzados durante este trabajo especial de grado, por lo que los mismos se consideraron para analizar los resultados obtenidos. Se muestran las curvas de convergencia de: los residuos RMS de las ecuaciones de gobierno, Turbulencia, e Imbalances, para diferentes caudales simulados.

APÉNDICE A

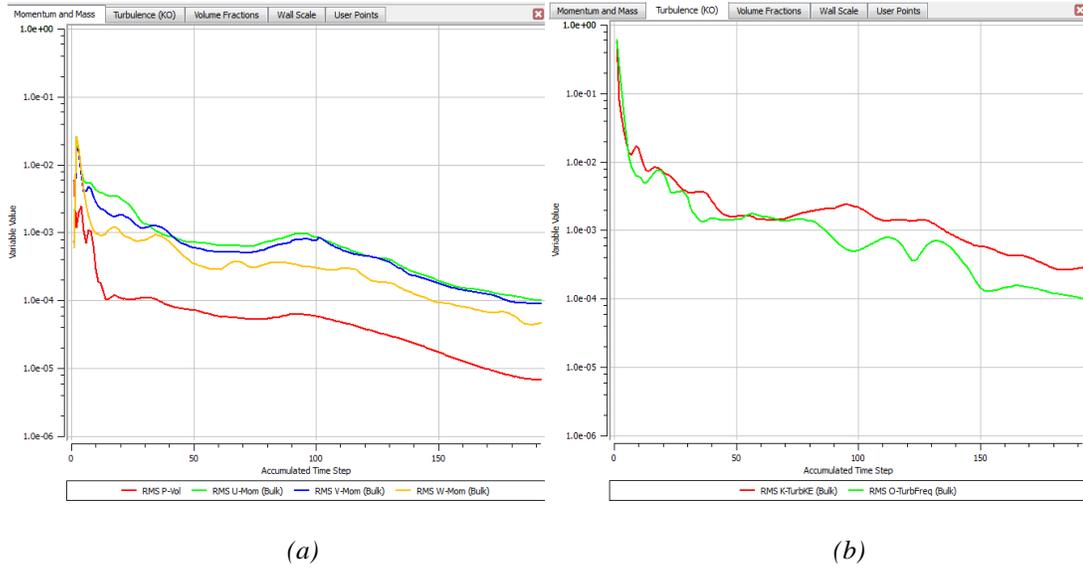


Figura A.1. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=8 \text{ m}^3/\text{h}$.

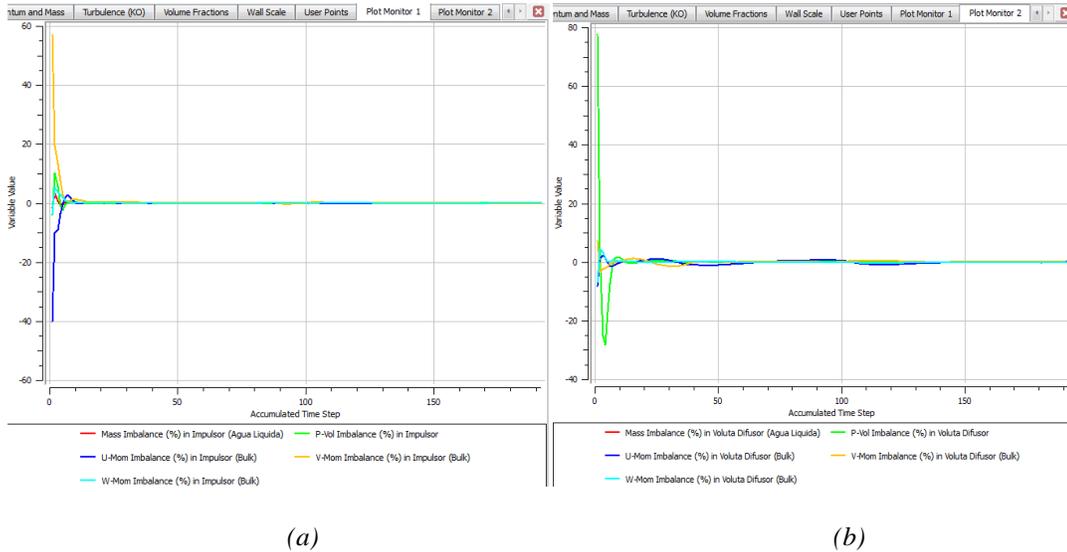


Figura A.2. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=8 \text{ m}^3/\text{h}$.

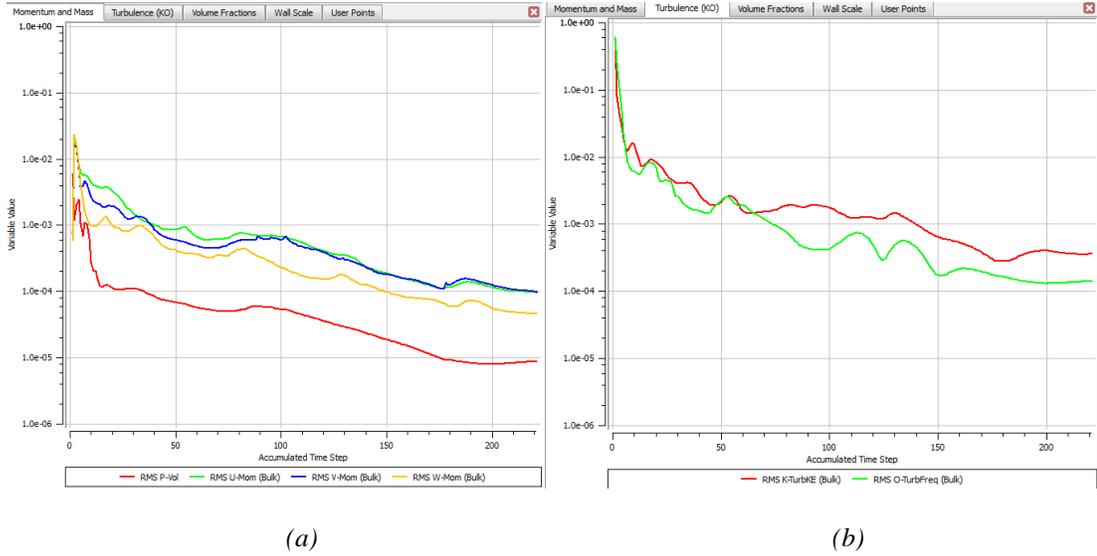


Figura A.3. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=9 \text{ m}^3/\text{h}$.

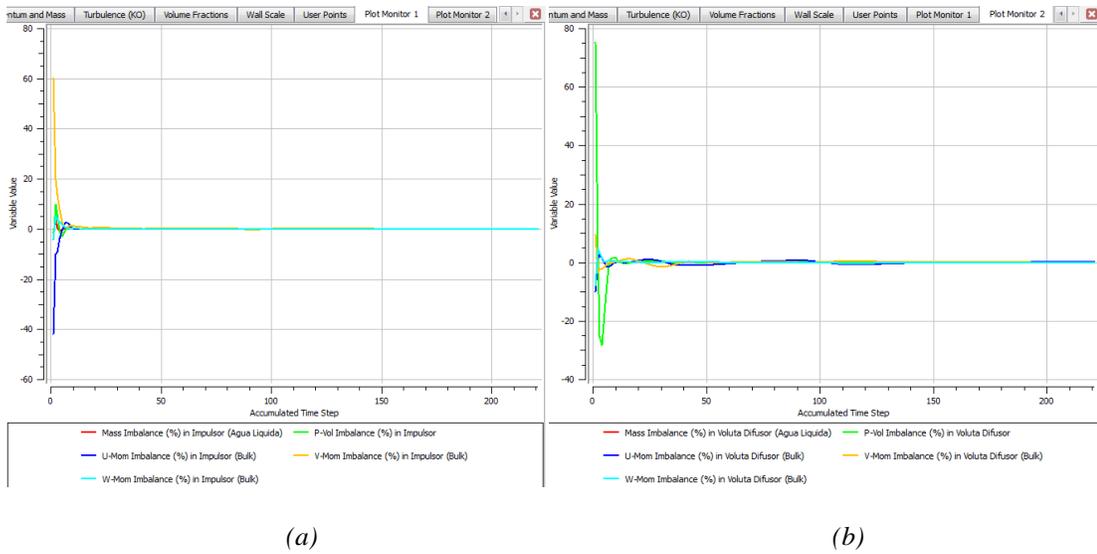


Figura A.4. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio "Impulsor" (b) Dominio "Voluta-Difusor", para $Q=9 \text{ m}^3/\text{h}$.

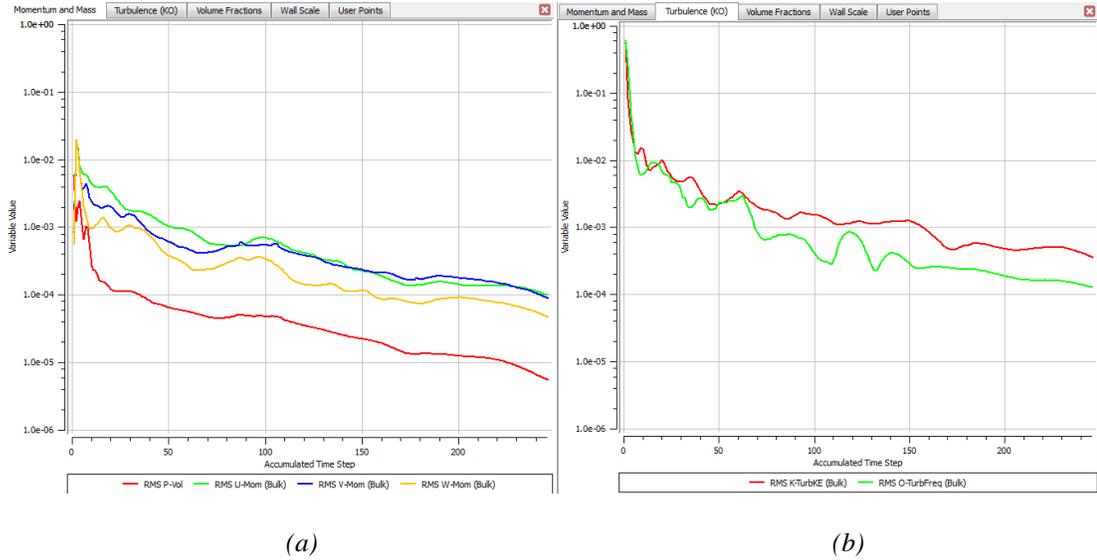


Figura A.5. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=11 \text{ m}^3/\text{h}$.

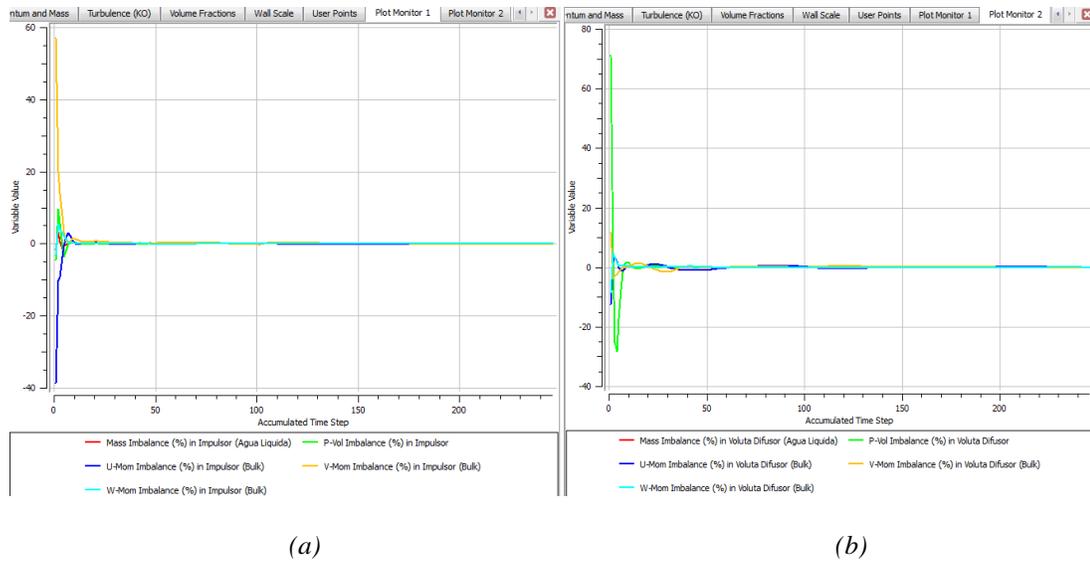


Figura A.6. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=11 \text{ m}^3/\text{h}$.

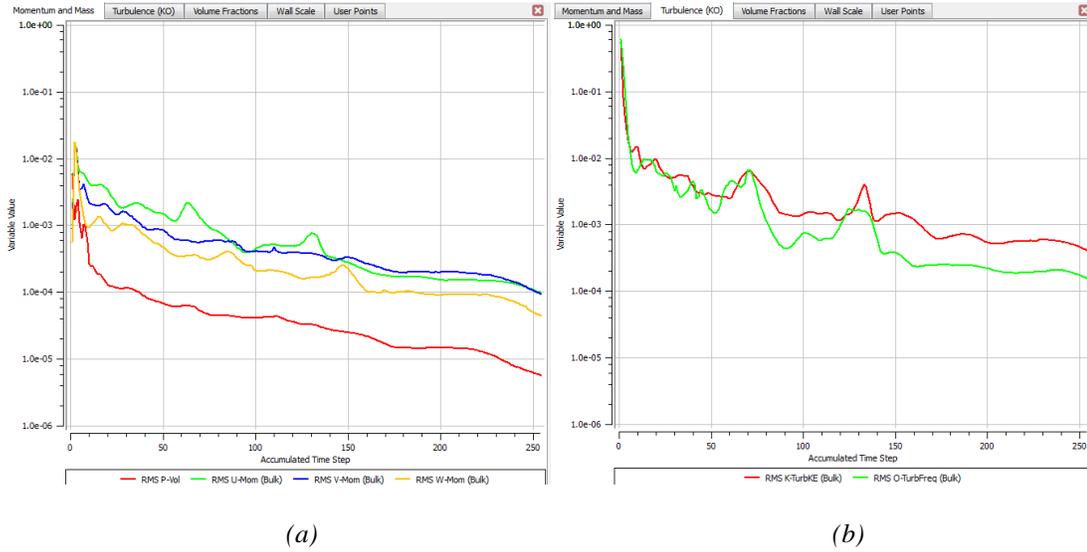


Figura A.7. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$.

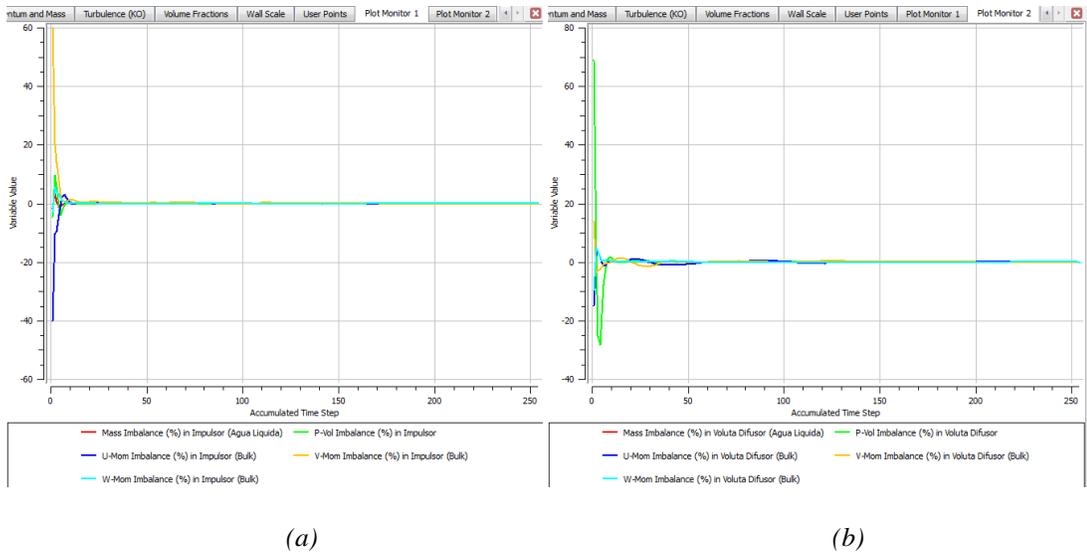


Figura A.8. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio "Impulsor" (b) Dominio "Voluta-Difusor", para $Q=12 \text{ m}^3/\text{h}$.

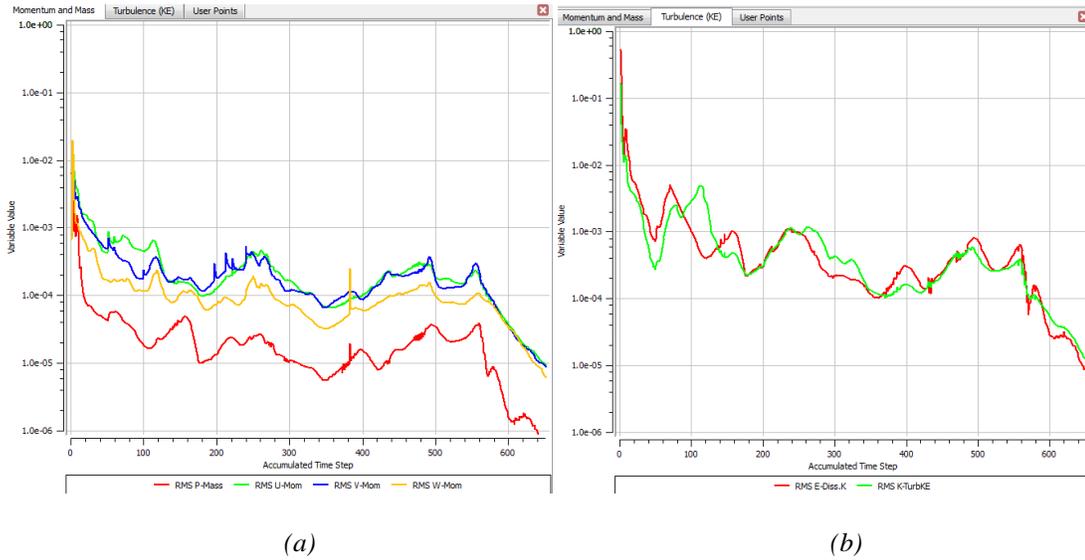


Figura A.9. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=13 \text{ m}^3/\text{h}$.

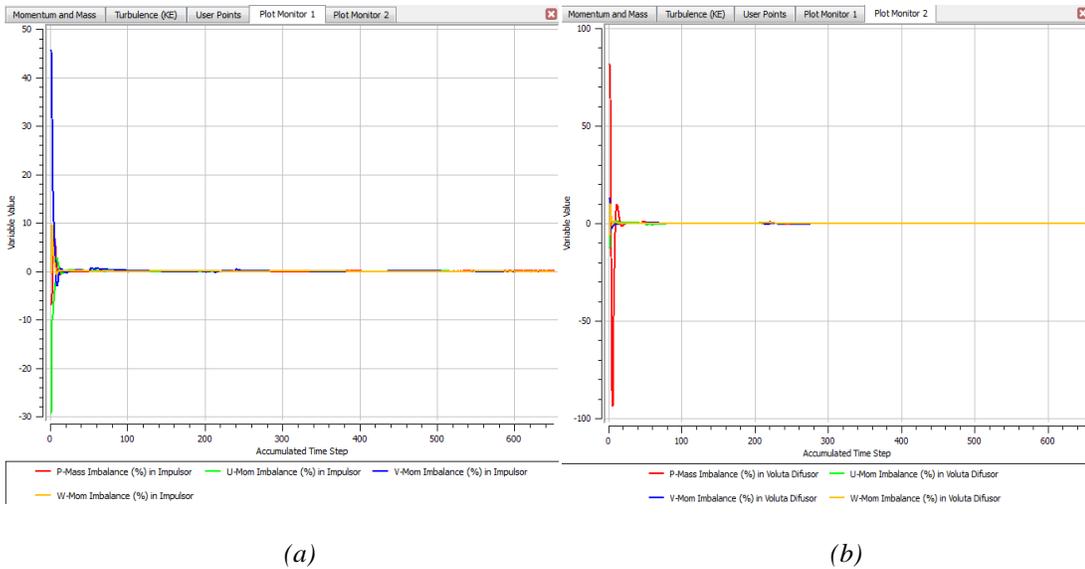


Figura A.10. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=13 \text{ m}^3/\text{h}$.

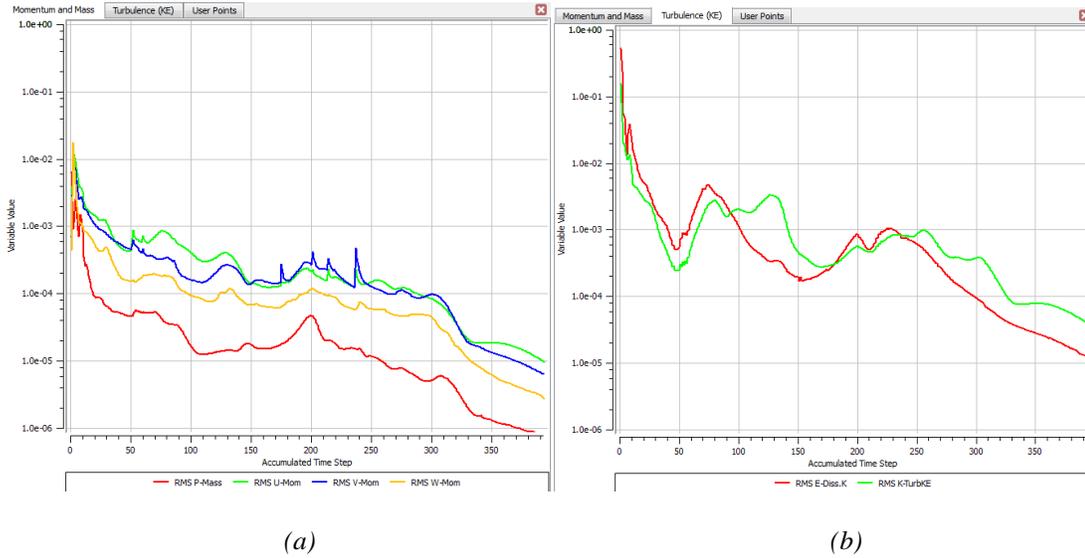


Figura A.11. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=14 \text{ m}^3/\text{h}$.

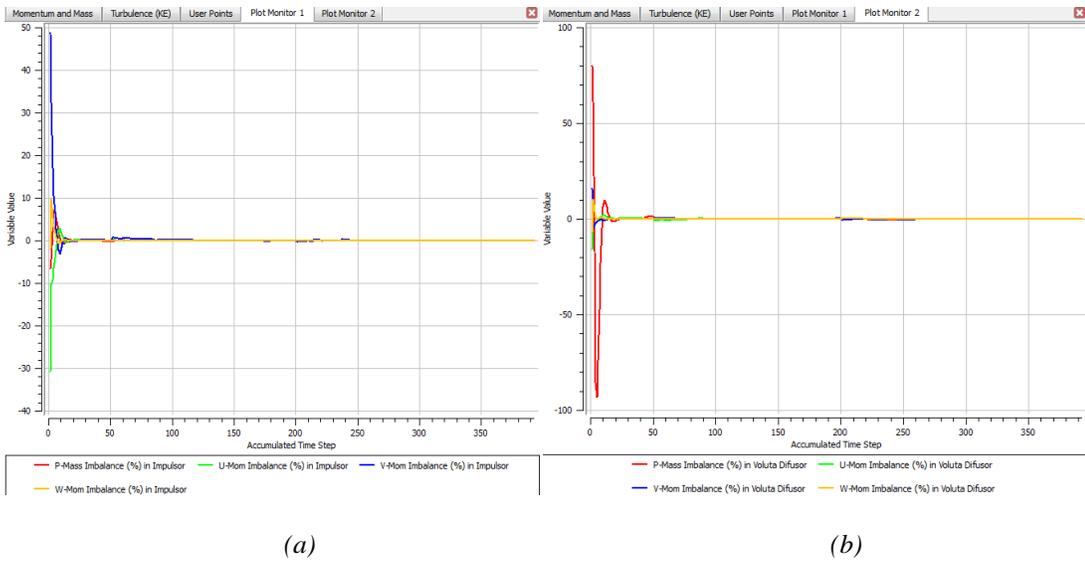
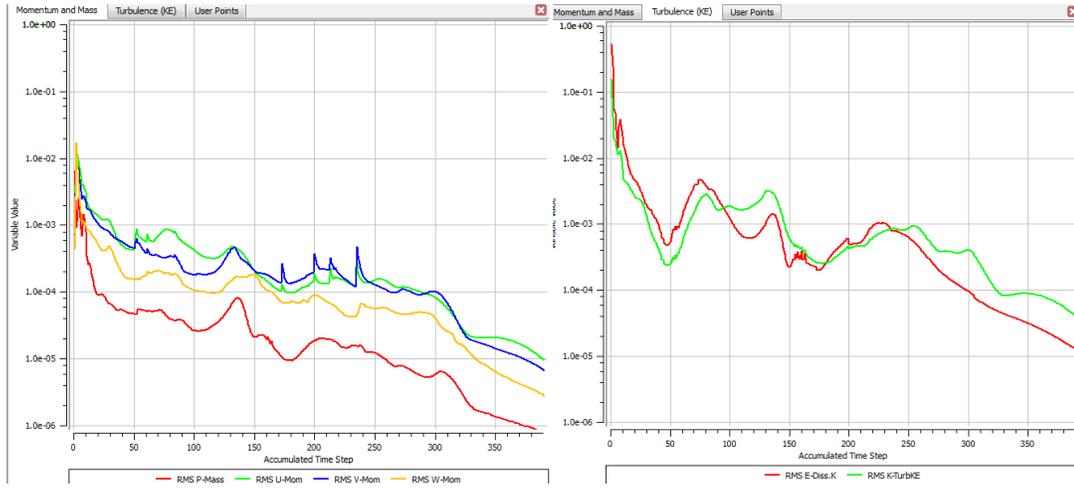


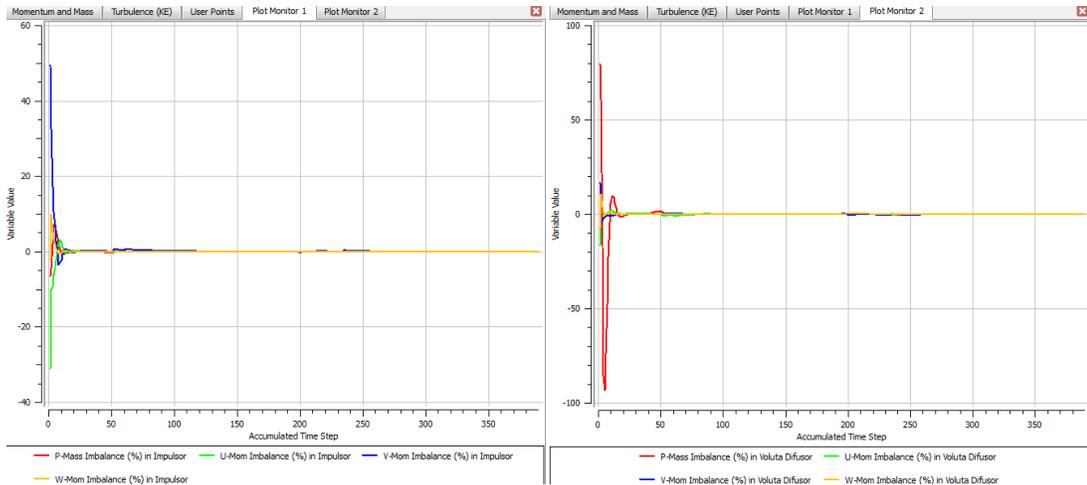
Figura A.12. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio “Impulsor” (b) Dominio “Voluta-Difusor”, para $Q=14 \text{ m}^3/\text{h}$.



(a)

(b)

Figura A.13. Convergencia de las ecuaciones de gobierno; (a) RMS continuidad y momento, (b) turbulencia, para $Q=15 \text{ m}^3/\text{h}$.



(a)

(b)

Figura A.14. Convergencia por el criterio de imbalance, de las ecuaciones de gobierno; (a) Dominio "Impulsor" (b) Dominio "Voluta-Difusor", para $Q=15 \text{ m}^3/\text{h}$.

