



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



ANÁLISIS NUMÉRICO DEL CAMPO DE FLUJO COMPRESIBLE A TRAVÉS DE UNA TOBERA CONVERGENTE

Cardoza, Osman.

Naguanagua, 17 de Noviembre del 2011



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



ANÁLISIS NUMÉRICO DEL CAMPO DE FLUJO COMPRESIBLE A TRAVÉS DE UNA TOBERA CONVERGENTE

*Trabajo especial de grado presentado ante la Ilustre Universidad de
Carabobo para optar al título de Ingeniero Mecánico*

Tutor académico:

Gruber Caraballo. *Ing. MSc.*

Autor:

Cardoza, Osman

Naguanagua, 17 de Noviembre del 2011



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



ANÁLISIS NUMÉRICO DEL CAMPO DE FLUJO COMPRESIBLE A TRAVÉS DE UNA TOBERA CONVERGENTE

*Trabajo especial de grado presentado ante la Ilustre Universidad de
Carabobo para optar al título de Ingeniero Mecánico*

Cardoza, Osman.

Naguanagua, 17 de Noviembre del 2011



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



CERTIFICADO DE APROBACIÓN

Quienes suscriben, Miembros del Jurado designado por el Consejo de Escuela de Ingeniería Mecánica para examinar la Tesis de Pregrado titulada **“Análisis numérico del campo de flujo compresible a través de una tobera convergente”**, presentada por el bachillere: **Osman H. Cardoza C.**, portador de la Cédula de Identidad N°: **16694208**, hacemos constar que hemos revisado y aprobado el mencionado trabajo.

Prof. Tutor, *Ing. MSc.*
Gruber Caraballo

Prof. Jurado1, *Ing.*
Nilo Espinoza

Prof. Jurado2, *Ing.*
José Velásquez

En Naguanagua a los 17 días del mes de Noviembre de 2011

Agradecimientos

Quiero expresar, mis más sinceros agradecimientos primero que nada a Dios, a mis padres y guías que me apoyaron incondicionalmente en esta etapa de mi vida, a mi tutor, el Profesor Gruber Caraballo, por sus consejos, guía y sugerencias oportunas durante el desarrollo de este trabajo de investigación. De igual manera agradezco a todas las personas que intervinieron en esta investigación de manera directa e indirecta, profesionales en el campo de investigación, profesores, estudiantes, familiares, parientes y seres queridos, quienes en todo momento, durante el desarrollo de la investigación, estuvieron atentos y prestaron colaboración, orientación, guía y dirección académica para la realización del análisis del flujo compresible a través de una tobera convergente utilizando técnicas de aproximación numérica.

Resumen

El estudio del flujo de fluido en una tobera convergente requiere de la construcción de bancos de ensayos costosos, los cuales se encuentran limitados por la gran variedad y las amplias condiciones de trabajo a las cuales están sometidas las toberas en general. La dinámica de fluidos computacional (CFD) ofrece una alternativa eficiente y robusta al momento de resolver problemas de ingeniería relacionado con el flujo de fluidos, que posibilitan la predicción de fenómenos físicos con una excelente precisión. En este trabajo de investigación se ha simulado el comportamiento del flujo de aire a través de una tobera convergente tomando en consideración la rugosidad absoluta y la transferencia de calor, empleando la dinámica de fluidos computacional, mediante el método de volúmenes finitos para la discretización y análisis del sistema. Los resultados obtenidos mediante el método CFD son precisos y están enmarcados dentro de las leyes físicas que rigen el flujo de fluidos, lo que indica que se alcanzó una predicción acertada del fenómeno mediante la dinámica de fluidos computacional.

Índice General

Índice general.....	I
Índice de figuras.....	VII
Índice de tablas.....	XXI
Nomenclatura.....	XXIII
Constantes.....	XXVII
Introducción.....	XXIX
CAPÍTULO 1. Introducción.....	1
1.1 Situación problemática.....	3
1.2 Objetivos.....	4
1.2.1 <i>Objetivo General</i>	4
1.2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	4
1.3 Justificación.....	5
1.4 Alcance.....	5
1.5 Limitaciones.....	5
CAPÍTULO 2. Marco Teórico.....	7
2.1 Antecedentes.....	9
2.2 <i>Expresiones para un gas ideal</i>	10
2.2.1 <i>Expresiones para la entalpía</i>	12
2.3 <i>Ecuaciones de gobierno</i>	14
2.4 <i>Velocidad de una onda sonora; numero de Mach</i>	16
2.5 <i>Flujo Isoentropico</i>	20
2.6 <i>Líneas De Fanno Y De Rayleigh</i>	25
2.6.1 <i>Línea De Rayleigh</i>	27
2.6.2 <i>Flujo En una Tobera Convergentes-Divergentes</i>	28
2.7 <i>Flujo Adiabático Con Rozamiento En Conductos</i>	29
2.8 <i>Flujo Sin Rozamiento En Conductos Con Transferencia De Calor</i>	34
2.9 <i>Modelos de Turbulencia “Eddy Viscosity”</i>	38
2.9.1 <i>Modelo de turbulencia $K - \epsilon$</i>	39

2.9.2 Modelo de turbulencia $k - \omega$	40
2.9.3 Modelo “Shear Stress Transport” (SST).....	41
2.10 Método de Volumen Finito (FVM).....	43
2.11 Teoría de la dinámica computacional de fluidos (CFD)	45
2.11.1 Procedimiento de solución.....	46
2.11.2 Generación e independencia de la malla.....	49
2.11.2.1 Mallas estructuradas.....	50
2.11.2.2 Malla no estructurada.....	51
2.11.2.3 Malla híbrida.....	54
2.11.3 Verificación de la geometría.....	54
2.11.3.1 Verificación de ejes “sliver edge checking”.....	54
2.11.3.2 Verificación de caras “sliver face checking”.....	54
2.11.3.3 Verificación de la distorsión “parametrization face checking”.....	55
2.11.4 Calidad de la malla.....	55
2.11.4.1 Ortogonalidad de la malla “mesh orthogonality”.....	55
2.11.4.2 Factor de expansión de la malla “mesh expansion factor”.....	56
2.11.4.3 Aspecto del radio de la malla “mesh aspect ratio”.....	56
2.11.5 Criterio de convergencia de la raíz media promedio.....	57
CAPÍTULO 3. Marco Metodológico.....	59
3.1 Nivel de la investigación.....	61
3.2 Diseño de la investigación	61
3.3 Revisión bibliográfica.....	62
3.4 Selección de la tobera a estudiar.....	63
3.5 Selección de los modelos matemáticos.....	63
3.6 Desarrollo del experimento numérico.....	63
3.6.1 Modelación de la tobera a estudiar	64
3.6.2 Diseño de la tobera a estudiar mediante software de Diseño Asistido por Computadora (CAD).....	65
3.6.3 Establecimiento de la geometría, mallado y condiciones de contorno del experimento.....	68
3.6.4 Configuración del dominio y condiciones de borde del campo de flujo.....	75
3.6.5 Configuración del Solver.....	83
3.6.6 Convergencia de la simulación.....	84

3.6.7 Obtención de los resultados.....	86
3.6.8 Valoración de los resultados.....	87
3.7 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	87
3.8 Recursos Administrativos.....	88
3.8.1 Recursos materiales.....	88
3.8.2 Recursos humanos.....	88
3.9 Diagrama de flujo de la metodología a seguir durante el desarrollo de la investigación.....	89
CAPITULO 4. Desarrollo de la investigación.....	91
4.1 Generación del Dominio.....	93
4.1.1 Generación de la geometría.....	93
4.1.2 Verificación de la calidad del mallado.....	93
4.2 Selección del modelo de turbulencia.....	99
4.3 Convergencia de la simulación numérica.....	102
4.3.1 Convergencia de la simulación para $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.....	103
4.3.2 Convergencia de la simulación para $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.....	105
4.3.3 Convergencia de la simulación para $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.....	107
4.3.4 Convergencia de la simulación para $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.....	110
4.3.5 Convergencia de la simulación para $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=20$ kW/m ² , $Q=400$ kW/m ² , $Q=1200$ kW/m ² , $Q=2000$ kW/m ²	113
4.3.6 Convergencia de la simulación para $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=20$ kW/m ² , $Q=400$ kW/m ² , $Q=1200$ kW/m ² , $Q=2000$ kW/m ²	118
4.3.7 Convergencia de la simulación para $\alpha=6$ y cantidad de calor $Q=20$ kW/m ² , $Q=400$ kW/m ² , $Q=1200$ kW/m ² , $Q=2000$ kW/m ²	123
4.3.8 Convergencia de la simulación para $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=20$ kW/m ² , $Q=400$ kW/m ² , $Q=1200$ kW/m ² , $Q=2000$ kW/m ²	128
4.4 Comportamiento de las líneas de flujo en una tobera convergente	133
4.4.1 Estudio de la tobera para $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.....	134
4.4.2 Estudio de la tobera para $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.....	141
4.4.3 Estudio de la tobera para $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$	

mm.....	150
4.4.4 Estudio de la tobera para $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	151
4.4.5 Estudio de la tobera para $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	152
4.4.6 Estudio de la tobera para $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	159
4.4.7 Estudio de la tobera para $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	168
4.4.8 Estudio de la tobera para $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	169
4.5 Visualización de resultados.....	170
4.5.1 Representación gráfica de cada rugosidad absoluta (ϵ/Din) para cada ángulo de convergencia ($\alpha= 0, \alpha= 3, \alpha= 6, \alpha= 9$).....	170
4.5.1.1 Curvas para $\alpha=6^\circ$ con distintas rugosidades absolutas ($\epsilon= 0,25$ mm y $\epsilon= 1,27$ mm).....	182
4.5.2 Representación gráfica de cada ángulo de convergencia ($\alpha= 0, \alpha= 3, \alpha= 6, \alpha= 9$) para cada rugosidad absoluta (ϵ/Din).....	183
4.5.2.1 Curvas para $\epsilon= 1,27$ mm con los distintos ángulos de convergencia.....	187
4.5.3 Representación gráfica de cada ángulo de convergencia ($\alpha= 3, \alpha= 6, \alpha= 9$) para cada cantidad de calor $Q= 20$ kW/m ² , $Q= 400$ kW/m ² , $Q= 1200$ kW/m ² , $Q= 2000$ kW/m ²	187
4.5.3.1 Curvas para $\alpha= 6^\circ$ con las distintas cantidades de calor.....	196
4.5.4 Representación gráfica de cada cantidad de calor $Q= 20$ kW/m ² , $Q= 400$ kW/m ² , $Q= 1200$ kW/m ² , $Q= 2000$ kW/m ² . Para cada ángulo de convergencia ($\alpha= 3, \alpha= 6, \alpha= 9$).....	197
4.5.4.1 Curvas para $Q= 400$ kW/m ² con los distintos ángulos de convergencia.....	205
4.5.5 Representación gráfica de la relación de presiones P/P_0	206
4.5.6 Efecto del flujo de calor en el comportamiento del fluido dentro de la tobera.....	211
4.6 Análisis de resultados.....	217
4.6.1 Generación del dominio.....	217
4.6.2 Selección del modelo de turbulencia.....	217
4.6.3 Convergencia de la simulación.....	218
4.6.4 Comportamiento de las líneas de flujo en una tobera convergente	219
4.6.5 Visualización de resultados.....	220

Conclusiones.....	223
Recomendaciones.....	225
Referencias.....	227
Apéndice.....	229

Índice de figuras.

	Pág.
Figura 2.1 Líneas de Fanno y de Rayleigh	26
Figura 2.2 Notación para aplicarse en la ecuación de cantidad de movimiento	31
Figura 2.3 línea de Rayleigh	35
Figura 2.4 Dominio computacional	47
Figura 2.5 Malla estructurada	50
Figura 2.6 Malla no estructurada	51
Figura 2.7 Sesgo en celdas	53
Figura 2.8 Ortogonalidad de la malla “Mesh orthogonality”	55
Figura 2.9 Factor de expansión de la malla “Mesh expansion factor” ...	56
Figura 2.10 Aspecto del radio de la malla “Mesh aspect ratio”	57
Figura 3.1. Esquema de la tobera	64
Figura 3.2 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha=0$	66
Figura 3.3 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha=3$	67
Figura 3.4 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha=6$	67
Figura 3.5 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha=9$	68
Figura 3.6 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha=0$	69
Figura 3.7 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha=3$	69
Figura 3.8 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha=6$	70
Figura 3.9 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha=9$	70
Figura 3.10 Creación de las diferentes caras del fluido	71
Figura 3.11 Selección del método y tipo de elemento del mallado	71
Figura 3.12 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha=9$	72
Figura 3.13 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha=6$	73

VIII

Figura 3.14 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha= 3$	73
Figura 3.15 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha= 0$	74
Figura 3.16 Intensidad de elementos del mallado de tobera de ángulo $\alpha= 0$	75
Figura 3.17 Entrada a la configuración del <i>CFX-Pre</i>	76
Figura 3.18 Selección del plano de entrada del flujo	77
Figura 3.19 Panel de configuración de condiciones de entrada del fluido	77
Figura 3.20 Selección del plano de salida del flujo	78
Figura 3.21 Panel de configuración de condiciones de salida del fluido	78
Figura 3.22 Selección del plano de la superficie del flujo	79
Figura 3.23 Panel de configuración del tamaño de grano para el coeficiente de rugosidad absoluta.....	80
Figura 3.24 Panel de configuración de la transferencia de calor	80
Figura 3.25 Panel de configuración de propiedades físicas	81
Figura 3.26 Panel de configuración del modelo de turbulencia utilizado	82
Figura 3.27 Pantalla final de confirmación	82
Figura 3.28 Entrada a la configuración del <i>Solver</i>	83
Figura 3.29 Panel de Configuración del <i>Solver</i>	84
Figura 3.30 Convergencia de las ecuaciones de masa y momento.....	85
Figura 3.31 Convergencia de la Ecuaciones de turbulencia.....	86
Figura 3.32 Diagrama de flujo de la metodología	89
Figura 4.1 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha= 0$	94
Figura 4.2 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha= 3$	95
Figura 4.3 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha= 6$	96
Figura 4.4 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha= 9$	97
Figura 4.5 Imbalance para la simulación con el modelo SST a $\alpha= 9$ y $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	100

Figura 4.6 Imbalance para la simulación con el modelo κ - ϵ a $\alpha=9$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$	101
Figura 4.7 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=0$ y $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	103
Figura 4.8 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=0$ y $\epsilon=1,27 \text{ mm}$	103
Figura 4.9 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	104
Figura 4.10 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $\epsilon=1,27 \text{ mm}$	104
Figura 4.11 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	105
Figura 4.12 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $\epsilon=1,27 \text{ mm}$	106
Figura 4.13 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	106
Figura 4.14 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $\epsilon=1,27 \text{ mm}$	107
Figura 4.15 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	108
Figura 4.16 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=1,27 \text{ mm}$	108
Figura 4.17 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	109
Figura 4.18 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=1,27 \text{ mm}$	109
Figura 4.19 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	110

Figura 4.20 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $\varepsilon=1,27$ mm.....	111
Figura 4.21 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $\varepsilon=0,25$ mm.....	112
Figura 4.22 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $\varepsilon=1,27$ mm.....	112
Figura 4.23 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=0$ y $Q=20$ kW/m ²	113
Figura 4.24 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=0$ y $Q=400$ kW/m ²	114
Figura 4.25 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=0$ y $Q=1200$ kW/m ²	114
Figura 4.26 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=0$ y $Q=2000$ kW/m ²	115
Figura 4.27 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=20$ kW/m ²	116
Figura 4.28 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=400$ kW/m ²	116
Figura 4.29 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=1200$ kW/m ²	117
Figura 4.30 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=2000$ kW/m ²	117
Figura 4.31 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $Q=20$ kW/m ²	118
Figura 4.32 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $Q=400$ kW/m ²	119
Figura 4.33 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $Q=1200$ kW/m ²	119

Figura 4.34 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$	120
Figura 4.35 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$	121
Figura 4.36 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=400 \text{ kW/m}^2$	121
Figura 4.37 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$	122
Figura 4.38 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$	122
Figura 4.39 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$	123
Figura 4.40 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $Q=400 \text{ kW/m}^2$	124
Figura 4.41 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$	124
Figura 4.42 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$	125
Figura 4.43 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$	126
Figura 4.44 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=400 \text{ kW/m}^2$	126
Figura 4.45 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$	127
Figura 4.46 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$	127
Figura 4.47 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$	128

Figura 4.48 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $Q=400 \text{ kW/m}^2$	129
Figura 4.49 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$	129
Figura 4.50 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$	130
Figura 4.51 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$	131
Figura 4.52 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q=400 \text{ kW/m}^2$	131
Figura 4.53 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$...	132
Figura 4.54 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$...	132
Figura 4.55 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	134
Figura 4.56. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	135
Figura 4.57. Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	136
Figura 4.58. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	137
Figura 4.59. Distribución de la presión en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	138
Figura 4.60. Presión vs posición en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	139
Figura 4.61. Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25 \text{ mm}$	140

Figura 4.62. Numero de Mach vs posición en el dominio $\alpha= 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	141
Figura 4.63 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	142
Figura 4.64. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	143
Figura 4.65 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	144
Figura 4.66. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	145
Figura 4.67 Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	146
Figura 4.68. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm	147
Figura 4.69 Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	148
Figura 4.70. Numero de Mach vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	149
Figura 4.71 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	152
Figura 4.72. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	153
Figura 4.73 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	154
Figura 4.74. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	155
Figura 4.75 Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	156

Figura 4.76. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	157
Figura 4.77 Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	158
Figura 4.78. Numero de Mach vs posición en el dominio $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	159
Figura 4.79 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	160
Figura 4.80. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	161
Figura 4.81 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	162
Figura 4.82. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	163
Figura 4.83 Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	164
Figura 4.84. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	165
Figura 4.85 Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	166
Figura 4.86. Numero de Mach vs posición en el dominio $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	167
Figura 4.87. Velocidad para $\alpha= 0$ con cada rugosidad absoluta...	170
Figura 4.88. Temperatura para $\alpha= 0$ con cada rugosidad absoluta....	171
Figura 4.89. Presión para $\alpha= 0$ con cada rugosidad absoluta.....	172
Figura 4.90. Numero de Mach para $\alpha= 0$ con cada rugosidad absoluta.	173
Figura 4.91. Velocidad para $\alpha= 3$ con cada rugosidad absoluta.....	174
Figura 4.92. Temperatura para $\alpha= 3$ con cada rugosidad absoluta...	175
Figura 4.93. Presión para $\alpha= 3$ con cada rugosidad absoluta.....	176

Figura 4.94. Numero de Mach para $\alpha= 3$ con cada rugosidad absoluta.	177
Figura 4.95. Velocidad para $\alpha= 9$ con cada rugosidad absoluta.....	178
Figura 4.96. Temperatura para $\alpha= 9$ con cada rugosidad absoluta...	179
Figura 4.97. Presión para $\alpha= 9$ con cada rugosidad absoluta.....	180
Figura 4.98. Numero de Mach para $\alpha= 9$ con cada rugosidad absoluta.	181
Figura 4.99. Velocidad para $\varepsilon= 0,25$ mm con cada ángulo de convergencia.....	183
Figura 4.100. Temperatura para $\varepsilon= 0,25$ mm con cada ángulo de convergencia.....	184
Figura 4.101. Presión para $\varepsilon= 0,25$ mm con cada ángulo de convergencia.....	185
Figura 4.102. Numero de Mach para $\varepsilon= 0,25$ mm con cada ángulo de convergencia.....	186
Figura 4.103. Velocidad para $\alpha= 3$ con cada cantidad de calor.....	188
Figura 4.104. Temperatura para $\alpha= 3$ con cada cantidad de calor....	189
Figura 4.105. Presión para $\alpha= 3$ con cada cantidad de calor.....	190
Figura 4.106. Numero de Mach para $\alpha= 3$ con cada cantidad de calor	191
Figura 4.107. Velocidad para $\alpha= 9$ con cada cantidad de calor.....	192
Figura 4.108. Temperatura para $\alpha= 9$ con cada cantidad de calor.....	193
Figura 4.109. Presión para $\alpha= 9$ con cada cantidad de calor.....	194
Figura 4.110. Numero de Mach para $\alpha= 9$ con cada cantidad de calor.	195
Figura 4.111. Velocidad para $Q= 20$ kW/m ² con cada ángulo de convergencia.....	197
Figura 4.112. Temperatura para $Q= 20$ kW/m ² con cada ángulo de convergencia.....	198
Figura 4.113. Presión para $Q= 20$ kW/m ² con cada ángulo de convergencia.....	199
Figura 4.114 Numero de Mach para $Q= 20$ kW/m ² con cada ángulo de convergencia.....	200

Figura 4.115. Velocidad para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	201
Figura 4.116. Temperatura para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	202
Figura 4.117. Presión para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	203
Figura 4.118. Numero de Mach para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	204
Figura 4.119. Relación P/P_o para una tobera sin fricción.....	206
Figura 4.120. Relación P/P_o para una tobera con $\varepsilon= 0,25 \text{ mm}$	207
Figura 4.121. Relación P/P_o para una tobera con $\varepsilon= 1,27 \text{ mm}$	207
Figura 4.122. Relación P/P_o para una tobera con $Q= 20 \text{ kW/m}^2$	208
Figura 4.123. Relación P/P_o para una tobera con $Q= 400 \text{ kW/m}^2$	209
Figura 4.124. Relación P/P_o para una tobera con $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$	209
Figura 4.125. Relación P/P_o para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	210
Figura 4.126. Presión vs temperatura para una tobera con $\alpha=9$	211
Figura 4.127. Velocidad vs temperatura para una tobera con $\alpha=9$	212
Figura 4.128. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $\alpha=9$	213
Figura 4.129. Presión vs temperatura para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	214
Figura 4.130. Velocidad vs temperatura para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	215
Figura 4.131. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	216
Figura A.1. Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\varepsilon= 0,25 \text{ mm}$	231
Figura A.2. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\varepsilon= 0,25 \text{ mm}$	231

Figura A.3. Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	232
Figura A.4. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	232
Figura A.5. Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	233
Figura A.6. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	233
Figura A.7. Distribución del número de Mach en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	234
Figura A.8. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	234
Figura A.9. Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	235
Figura A.10. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	235
Figura A.11. Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	236
Figura A.12. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	236
Figura A.13. Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	237
Figura A.14. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.....	237

XVIII

Figura A.15. Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\varepsilon= 0,25$ mm.....	238
Figura A.16. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\varepsilon= 0,25$ mm.....	238
Figura A.17 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	239
Figura A.18. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	239
Figura A.19 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	240
Figura A.20. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	240
Figura A.21 Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	241
Figura A.22. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	241
Figura A.23 Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	242
Figura A.24. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha= 0$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	242
Figura A.25 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	243
Figura A.26. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m ²	243

Figura A.27 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	244
Figura A.28. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	244
Figura A.29 Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	245
Figura A.30. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	245
Figura A.31 Distribución del número de Mach en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	246
Figura A.32. Numero de Mach vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$	246
Figura A.33. Velocidad para $\alpha= 6$ con cada rugosidad absoluta.....	247
Figura A.34. Temperatura para $\alpha= 6$ con cada rugosidad absoluta.....	247
Figura A.35. Presión para $\alpha= 6$ con cada rugosidad absoluta.....	248
Figura A.36. Número de Mach para $\alpha= 6$ con cada rugosidad absoluta.	248
Figura A.37. Velocidad para $\varepsilon= 1,27 \text{ mm}$ con cada ángulo de convergencia.....	249
Figura A.38. Temperatura para $\varepsilon= 1,27 \text{ mm}$ con cada ángulo de convergencia.....	249
Figura A.39. Presión para $\varepsilon= 1,27 \text{ mm}$ con cada ángulo de convergencia.....	250
Figura A.40. Número de Mach para $\varepsilon= 1,27 \text{ mm}$ con cada ángulo de convergencia.....	250
Figura A.41. Velocidad para $\alpha= 6$ con cada cantidad de calor.....	251
Figura A.42. Temperatura para $\alpha= 6$ con cada cantidad de calor.....	251
Figura A.43. Presión para $\alpha= 6$ con cada cantidad de calor.....	252
Figura A.44. Numero de Mach para $\alpha= 6$ con cada cantidad de calor...	252
Figura A.45. Velocidad para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de	

convergencia.....	253
Figura A.46. Temperatura para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	253
Figura A.47. Presión para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	254
Figura A.48. Numero de Mach para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	254
Figura A.49. Velocidad para $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	255
Figura A.50. Temperatura para $Q= \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	255
Figura A.51. Presión para $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	256
Figura A.52. Numero de Mach para $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.....	256
Figura A.53. Presión vs temperatura para una tobera con $\alpha=3$	257
Figura A.54. Velocidad vs temperatura para una tobera con $\alpha=3$	257
Figura A.55. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $\alpha=3$	258
Figura A.56. Presión vs temperatura para una tobera con $Q= 20$ kW/m^2	258
Figura A.57. Velocidad vs temperatura para una tobera con $Q= 20$ kW/m^2	259
Figura A.58. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $Q=$ 20 kW/m^2	259
Figura A.59. Presión vs temperatura para una tobera con $\alpha=6$	260
Figura A.60. Velocidad vs temperatura para una tobera con $\alpha=6$	260
Figura A.61. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $\alpha=6$	261

Índice de tablas.

	Pág.
Tabla 3.1 Variación del diámetro de salida dado el diámetro de entrada y la longitud de la tobera.....	66
Tabla 4.1 Factores de calidad de la malla $\alpha = 0$	94
Tabla 4.2 Factores de calidad de la malla $\alpha = 3$	96
Tabla 4.3 Factores de calidad de la malla $\alpha = 6$	97
Tabla 4.4 Factores de calidad de la malla $\alpha = 9$	98
Tabla 4.5 Resultados del mallado volumétrico.....	99
Tabla 4.6 Requerimientos computacionales para cada modelo de turbulencia.....	102
Tabla B.1 Dimensiones de tubería según norma ANSI B31.....	263
Tabla B.2 Valores de P/P_o para tobera con $\alpha = 0$ sin rugosidad absoluta.....	263
Tabla B.3 Valores de P/P_o para tobera con $\alpha = 3$ con rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.....	264
Tabla B.4 Valores de P/P_o para tobera con $\alpha = 6$ con rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.....	264
Tabla B.5 Valores de P/P_o para tobera con $\alpha = 9$ con rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.....	265

Nomenclatura

α	Angulo de Convergencia	°
A	Área	m ²
c_v	Calor específico a volumen constante	kJ/kg.K
c_p	Calor específico a presión constante	kJ/kg.K
λ	Conductividad térmica	W/m K
R	Constante particular de los gases	kJ/kg.K
ρ	Densidad	kg/m ³
ρ_1	Densidad en la entrada de la tobera	kg/m ³
ρ_2	Densidad en la salida de la tobera	kg/m ³
SG	Densidad relativa	.
D_{in}	Diámetro de la tobera en la entrada	m
D_{ex}	Diámetro de la tobera en la salida	m
Γ_t	Difusividad turbulenta	kg/m s
K	Energía cinética turbulenta por unidad masa	m ² /s ²
u	Energía interna específica	kJ/kg
E	Energía total	kJ
h	Entalpía específica	kJ/kg
s	Entropía específica	kJ/kg.K

XXIV

ϕ	Escalar	.
σ	Esfuerzo normal	N/m ²
τ	Esfuerzo de tracción	kg.m/s ²
f	Factor de fricción de Darcy	-
\dot{m}	Flujo másico	Kg/s
S_m	Fuente de masa	kg/m ³ .s
δ	Matriz identidad	.
N_p	Número de fases	.
M	Número de Mach	-
Pr	Número de Prandtl	-
%OK	Porcentaje de elementos de dominio que poseen alta calidad de mallado	-
%!	Porcentaje de elementos de dominio que poseen baja calidad de mallado	-
%ok	Porcentaje de elementos de dominio que poseen calidad de mallado aceptable	-
P	Presión	Pa
P_1	Presión absoluta en la entrada de la tobera	Pa
P_2	Presión absoluta en la salida de la tobera	Pa
P_0	Presión de estancamiento	Pa
p_t	Presión en la garganta	Pa
k	Razón de calores específicos	W/m.K
*	Subíndice de condición crítica	-
E	Tasa de disipación de turbulencia	m ² /s ³
T	Temperatura	°K

w	Trabajo por unidad de masa	kJ/kg
q	Transferencia de calor por unidad de masa	kJ/kg
U	Vector de velocidad	m/s
v_1	Velocidad absoluta en la entrada de la tobera	m/s
v_2	Velocidad absoluta en la salida de la tobera	m/s
c	Velocidad del sonido	m/s^2
U, V, W	Velocidad escalar	m/s
w_2	Velocidad relativa en la salida de la tobera	m/s
w_1	Velocidad relativa en la entrada de la tobera	m/s
u_1	Velocidad tangencial en la entrada de la tobera	m/s
u_2	Velocidad tangencial en la salida de la tobera	m/s
ν	Viscosidad cinemática	m^2/s
μ	Viscosidad dinámica	kg/m s
μ_{eff}	Viscosidad efectiva	kg/m s
μ_t	Viscosidad turbulenta	kg/m s
v	Volumen	m^3

Constantes

Constante	Descripción	Valor
C_μ	Constante del modelo de turbulencia κ - ε	0,09
σ_k	Constante de modelo de turbulencia para las ecuaciones κ	1,0
σ_ε	Constante del modelo de turbulencia κ - ε	1,3
$C_{\varepsilon 1}$	Constante del modelo de turbulencia κ - ε	1,44
$C_{\varepsilon 2}$	Constante del modelo de turbulencia κ - ε	1,92

Introducción

Los dos métodos fundamentales para diseñar y analizar sistemas de ingeniería relacionados con el flujo de fluidos son: la experimentación y el cálculo (Colman Alejandro 2006). El primero conlleva, por lo general, la construcción de modelos a escala que son probados en bancos de ensayo u otras instalaciones adecuadas; mientras que el segundo, implica la resolución de ecuaciones diferenciales complejas mediante el uso de computadoras, lo que se conoce como Dinámica de Fluidos Computacional o “CFD”. En la ingeniería moderna se aplican ambos métodos, juntos se complementan entre sí, permitiendo el estudio detallado de fenómenos cada vez más complejos.

La presente investigación tiene por objeto el estudio del flujo compresible a través de una tobera convergente mediante la implementación de la Dinámica de Fluidos Computacional o “CFD”, simulando numéricamente el comportamiento del fluido a través de la misma, permitiendo el estudio detallado de las distintas variables que intervienen en el estudio del flujo.

El capítulo I presenta el problema del flujo de fluido compresible a través de una tobera convergente, ya que en muchos casos, las propiedades del fluido que se desplaza a través de un conducto pueden variar. Es por ello que el estudio de los fluidos que atraviesan estos dispositivos se realiza de manera ideal, logrando así establecer modelos matemáticos que facilitan la corrección del proceso real para ajustarlo al modelo ideal. De esta manera se traza un objetivo general a cumplir mediante el desarrollo de esta investigación y así ayudar a comprender el comportamiento de este fenómeno.

En el capítulo II se sustenta la investigación mediante las bases teóricas donde se hace una descripción general del flujo de fluido compresible a través de una tobera convergente, se plantean las bases teóricas para la modelación numérica del fenómeno y se realiza la descripción del procedimiento para resolver el problema usando el método CFD. Dichos procedimientos representan una herramienta importante para la comprensión de un fenómeno tan complejo como el flujo de fluido en accesorios.

El marco metodológico se contempla en el capítulo III el cual define el tipo de investigación a realizarse, además se establecen los recursos disponibles para la elaboración de éste estudio y todas las herramientas empleadas en la modelación numérica del fenómeno.

Todos los resultados obtenidos durante la modelación matemática del fenómeno a estudiar se contemplan en el capítulo IV de ésta investigación, así como los resultados obtenidos durante el estudio de convergencia de la simulación numérica realizada y los resultados alcanzado por la investigación. Para así lograr establecer un análisis satisfactorio de todos éstos resultados y así comprender en su totalidad este fenómeno.

CAPÍTULO 1

El Problema

En este capítulo se presenta el problema del flujo de fluido compresible a través de una tobera convergente y se trazan los objetivos a cumplir para desarrollar una investigación que ayude a comprender el comportamiento de este fenómeno, considerando el alcance y las limitaciones que supone realizar una investigación de este tipo.

2 *Análisis numérico del campo de flujo compresible a través de una tobera convergente*

1.1 Situación problemática.

El control y manejo de fluidos representa una parte vital en el desarrollo y fabricación de distintos productos en la industria moderna, así como en la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías que cada día se integran más a la sociedad en busca de su beneficio. Tal es el caso de una tobera convergente, ya que éstas aceleran un flujo convirtiendo su entalpía (energía térmica) en energía cinética (energía mecánica); en ella se convierte la energía de presión (que forma parte de la entalpía) en energía de velocidad.

En muchos casos las propiedades del fluido que se desplaza a través de una tobera pueden variar, y en la mayoría de las ocasiones existe cierta fricción y transferencia de calor en la capa límite que impide que la tobera permita la máxima conversión de la energía cinética. Es por ello que el estudio de los fluidos a través de estos dispositivos se realiza de manera ideal (proceso isoentrópico) logrando así establecer modelos matemáticos que facilitan la corrección del proceso real para ajustarlo al modelo ideal.

Es necesario entonces comprender este fenómeno, para así desarrollar nuevos modelos que permitan considerar las variaciones reales del fluido a través de una tobera convergente. Para esto existen teorías sustentadas sobre ecuaciones que permiten englobar el estudio de fluidos a través de estos dispositivos considerando la rugosidad absoluta y el flujo de calor en la superficie bajo condiciones isoentrópicas y no isoentrópicas. Pero sucede que estas ecuaciones poseen una complejidad que dificulta la obtención de soluciones analíticamente y que incluso hasta ahora sólo se han conseguido soluciones exactas para casos muy concretos y simplificados. También existe la posibilidad del estudio experimental del fluido en los bancos de ensayo, pero con la limitante que suponen los altos costos de su construcción, la dificultad de obtener los instrumentos adecuados para su correcto funcionamiento y mantenimiento.

Existe también la posibilidad del estudio del fluido a través de una tobera convergente mediante métodos de simulación y análisis numérico, que permite, utilizando herramientas computacionales, obtener resultados aproximados a las ecuaciones antes mencionadas, y de esta manera poder describir las condiciones reales del fluido que se desplaza a través de una tobera considerando la rugosidad absoluta y la transferencia de calor en la superficie, con una gran exactitud, alternativa a través de la cual se plantea realizar el estudio de este fenómeno.

1.2 Objetivos.

1.2.1 Objetivo General.

Analizar numéricamente el campo de flujo compresible a través de una tobera convergente.

1.2.2 Objetivos Específicos.

- *Aplicar las ecuaciones de gobierno para el campo de flujo compresible a través de una tobera convergente tomando en cuenta su rugosidad absoluta.*
- *Aplicar las ecuaciones de gobierno para el campo de flujo compresible a través de una tobera convergente tomando en cuenta la transferencia de calor.*
- *Seleccionar el modelo matemático del campo de flujo compresible.*
- *Discretizar el dominio y fijar las condiciones de borde del modelo.*
- *Simular el campo de flujo y obtener los resultados en forma de data y por medio de representaciones gráficas de las variables y parámetros que describen el fenómeno.*

1.3 Justificación.

En el mundo actual, la utilización de programas de computadoras diseñados para actividades cada vez más específicas se encuentra en pleno incremento, la implementación del método numérico evita la realización de cálculos analíticos innecesarios u imposibles, así como también la construcción de bancos de ensayo que arrojarían resultados similares.

La realización de la investigación permitirá el desarrollo de una simulación numérica computacional mediante la utilización y comparación de distintos modelos matemáticos que permitan predecir el comportamiento de un flujo compresible a través de una tobera convergente, el cual es difícil de estudiar con precisión mediante la realización de ensayos reales, debido a la gran cantidad de variables involucradas en los distintos estados termodinámicos.

1.4 Alcance.

Con el fin de realizar el proyecto en el periodo establecido para su estudio, se ha limitado la investigación al campo de flujo compresible a través de una tobera convergente.

La simulación estará delimitada, al modelo numérico seleccionado y los resultados de esta investigación sólo serán, aplicables a toberas convergentes con fricción y transferencia de calor.

El ensayo que se va a realizar sólo arrojará resultados en forma de data y por medio de representaciones graficas.

Ésta investigación utilizará como fluido de estudio los gases ideales; específicamente aire con propiedades de entrada fijas para todo el estudio.

1.5 Limitaciones.

La escogencia del programa de computadora más idóneo para la ejecución del proyecto de investigación, puede generar retrasos debido a la complejidad del mismo, así como también, influye el aprendizaje del mismo para poder aplicarlo en el proyecto antes mencionado.

Pocas fuentes bibliográficas referidas al tema de flujo compresible a través de una tobera convergente real.

Por otra parte, motivado a que no hay ninguna materia en el pensum de la carrera en el que se usen los métodos numéricos aplicados a dinámica de fluidos, como materia obligatoria; es posible que se presente dificultad en el conocimiento de este método aplicado en la simulación.

Actualmente no se cuenta con un banco de ensayo dentro del laboratorio de térmica, en donde se estudie el flujo a través de una tobera con el cual se podrían hacer validaciones de los resultados del estudio.

Tiempo computacional, las simulaciones se harán de manera que puedan ser realizadas dentro de los límites de tiempo establecidos para concluir esta investigación.

CAPÍTULO 2

Marco Teórico

En este capítulo se sustenta la investigación mediante las bases teóricas donde se hace una descripción general del flujo de fluido compresible a través de una tobera convergente, se plantean las bases teóricas para la modelación numérica del fenómeno y se realiza una descripción del procedimiento para resolver problemas usando el método CFD (Dinámica de Fluidos Computacional).

8 *Análisis numérico del campo de flujo compresible a través de una tobera convergente*

2.1. Antecedentes.

Las investigaciones de simulación numérica relacionadas con el estudio del flujo compresible a través una tobera son de data reciente y son escasos los investigadores que se han avocado a este objeto de estudio.

ALPER OZALP A. (Turquía, 2006). Realiza un análisis numérico de flujo estrangulado a través de una tobera convergente con superficie rugosa y transferencia de calor, este modelo computacional que integra la continuidad de la simetría axial, el estado y la ecuación de la energía, para predecir el efecto combinado de la geometría de la tobera, el coeficiente de fricción y la tasa de transferencia de calor. Estos análisis se llevaron a cabo con intervalos de ángulos de convergencia de la tobera lo suficientemente amplios, rugosidad de la superficie y distintas condiciones de flujo de calor.

KRÖNER DIETMAR, MAI DUG THANH (Alemania, 2006). Realizan Soluciones numéricas de flujos compresibles en una tobera de sección variable. La investigación de las propiedades del sistema los llevo a la determinación de las ondas estacionarias dentro de una tobera. Basándose en este análisis, elaboraron un esquema numérico que tiene en cuenta el uso de ondas estacionarias. Este sistema ha demostrado ser capaz de mantener estados de equilibrio. Esto demuestra la eficiencia del nuevo régimen sobre los clásicos, que suelen dar resultados poco satisfactorios en la reducción del refinamiento del tamaño de la malla. Además, este esquema converge mucho más rápido que los clásicos en la mayoría de los casos.

PONGJET PROMVONGE, SMITH EIAMSA-ARD (Tailandia, 2006). Realizan un estudio experimental en la variación de la transferencia de calor y el coeficiente de fricción al insertar una tobera convergente en una tubería

circular al igual que una tobera divergente bajo las mismas condiciones. Los resultados experimentales revelan que el aumento del número de Reynolds en una proporción considerable conduce al aumento significativo en el número de Nusselt que indica un mayor coeficiente de transferencia de calor por convección a medida que aumenta el flujo. Sin embargo, el factor de fricción en un determinado número de Reynolds aumenta considerablemente con la reducción de la proporción de altura de la tobera y del número de Reynolds.

2.2 Expresiones para un gas ideal. [3]

La expresión que define el comportamiento de un gas ideal es:

$$p = \rho RT \quad (2.1)$$

Donde (p) y (T) son la presión y temperatura absolutas, respectivamente, (ρ) es la densidad y (R) la constante particular del gas a estudiar. En esta sección se definen los conceptos de calores específicos; la constante de los gases y los calores específicos se relacionan con el nuevo concepto de razón de calores específicos; se establecen las relaciones entre energía interna, entalpía y temperatura; se establecen las expresiones para la entropía y finalmente se consideran los procesos isoentrópico y politrópicos reversibles.

En general, el calor específico (c_v) a volumen constante, se define como:

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (2.2)$$

Donde (u) es la energía interna por unidad de masa; en otras palabras, c_v es el aumento de energía interna requerido por una unidad de masa de gas para aumentar su temperatura en un grado cuando el volumen

permanece constante. A partir de la teoría de la termodinámica es posible demostrar que para un gas ideal, u es solo función de la temperatura.

El calor específico a presión constante, (c_p) se define como:

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \quad (2.3)$$

Donde (h) es la entalpia por unidad de masa dada por $\left(h = u + \frac{p}{\rho}\right)$.

Dado que para un gas ideal $\left(\frac{p}{\rho}\right)$ es igual a (RT) y (u) solo depende de la temperatura y h solo depende de la temperatura.

En los límites de temperatura entre 277 y 555 K la mayor parte de los gases comunes presentan una ligera variación en los valores de sus calores específicos; es por esta razón que se toma el valor promedio cuando estas sustancias son consideradas como gases ideales.

Para gases ideales la ecuación (2.2) se convierte en:

$$du = c_v dT \quad (2.4)$$

Y la ecuación (2.3) se transforma en:

$$dh = c_p dT \quad (2.5)$$

Entonces, de:

$$h = u + \frac{p}{\rho} = u + RT \quad (2.6)$$

Al diferenciar la ecuación anterior:

$$dh = du + R dT \quad (2.7)$$

Si se sustituyen las ecuaciones (2.4) y (2.5) en la ecuación anterior, se tiene:

$$c_p = c_v + R \quad (2.8)$$

Esta ecuación es válida para cualquier gas que se rija por la ecuación (2.1) (aun cuando (c_p) y (c_v) sean función de la temperatura).

La razón de calores específicos (k) se define como:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.9)$$

Al combinar las ecuaciones (2.8) y (2.9), se tiene:

$$c_p = \frac{k}{k-1} R \quad (2.10)$$

$$c_v = \frac{R}{k-1} \quad (2.11)$$

2.2.1 Expresiones para la entropía.

La primera ley de la termodinámica aplicada a un sistema dice que el calor adicionado a un sistema es igual al trabajo realizado por el sistema más su aumento en energía interna. En términos de la entropía (s), la ecuación puede ser escrita como:

$$Tds = du + pd\frac{1}{\rho} \quad (2.12)$$

La cual relaciona las propiedades termodinámicas y debe ser válida para todas las sustancias puras.

Para un gas ideal el cambio de energía interna está dado por:

$$u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1) \quad (2.13)$$

Y el cambio de entalpía es:

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) \quad (2.14)$$

Si se sustituyen las ecuaciones (2.1) y (2.4) en (2.12), se tiene:

$$ds = \frac{du}{T} + \frac{p}{T} d\frac{1}{\rho} = c_v \frac{dT}{T} + Rpd\frac{1}{\rho} \quad (2.15)$$

Al integrar la ecuación anterior, se obtiene:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (2.16)$$

De las ecuaciones (2.1), (2.10) y (2.11) la ecuación (2.15) puede escribirse como:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \left[\frac{T_2}{T_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{k-1} \right] \quad (2.17)$$

O bien:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \left[\frac{p_2}{p_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^k \right] \quad (2.18)$$

Y

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^k \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1-k} \right] \quad (2.19)$$

Estas ecuaciones son representaciones diferentes de la segunda ley de la termodinámica.

Si el proceso es reversible, ($ds = dq_H/T$), o ($T ds = dq_H$); más aun, si el proceso es adiabático, ($dq_H = 0$). Por tanto ($ds = 0$) o ($s = \text{constante}$), para un proceso adiabático reversible; el proceso adiabático reversible es por ello isoentrópico. Si ($s_2 = s_1$) la ecuación (2.18) queda:

$$\frac{p_1}{p_1^k} = \frac{p_2}{p_2^k} \quad (2.20)$$

Al combinar esta ecuación con la ley general de los gases, se obtiene:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1/k} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1} \quad (2.21)$$

El cambio de entalpia para un proceso isoentrópico está dado por:

$$h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = c_p T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{k-1/k} - 1 \right] \quad (2.22)$$

Un proceso politrópicos se define por:

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{const} \quad (2.23)$$

Y puede considerarse como una aproximación a ciertos procesos verdaderos en los cuales una representación gráfica (en papel log-log) de la relación contra (ρ) es esencialmente una línea recta. Esta expresión se usa frecuentemente para calcular el trabajo en un proceso politrópico reversible a partir de la ecuación ($W = \int p d\gamma$). En un proceso politropico reversible existe transferencia de calor con excepción del caso isoentrópico ($n = k$).

2.3 Ecuaciones de gobierno. [4]

Para un sistema termodinámico dado que tengan dos grados de libertad intensivos, el comportamiento dinámico del flujo puede ser descrito mediante las leyes de la conservación de la masa, momento y energía del sistema a estudiar.

Que sea \mathbf{W} el vector desconocido definido por:

$$\mathbf{W} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho \mathbf{E}]^T = [w_1, w_2, w_3, w_4, w_5]^T \quad (2.24)$$

Donde (\mathbf{E}) es la energía total ($E = e + u^2/2$). Que (V) sea cualquier volumen con superficie de frontera (∂V) y la unidad normal saliente (\mathbf{n}) , asumiendo que el volumen no varía en el tiempo, (W) satisface las siguientes leyes de conservación:

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathbf{W} dV = \int_V \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{W} dV = - \oint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.25)$$

Que (para un sistema inercial de referencia) en la forma diferencial equivalente es:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{W} = -\nabla \cdot \mathbf{F} \quad (2.26)$$

Donde (F) es el flujo de (W) a través de la superficie frontera (∂V), el cual rinde cuenta por la contribuciones invicia (F_E) y viscosa (F_V)

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_E - \mathbf{F}_V \quad (2.27)$$

Donde:

$$\mathbf{F}_E = [\rho \mathbf{u}, \rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I}, \rho \mathbf{u} \mathbf{H}]^T \quad (2.28)$$

$$\mathbf{F}_V = [0, \sigma, -(\mathbf{q} - \mathbf{u} \cdot \sigma)]^T \quad (2.29)$$

Y (p, H, σ , q) son respectivamente, la presión termodinámica, entalpía total, el tensor de tensiones y el flujo de calor, e (I) es la unidad tensor. Para un gas ideal la presión esta relacionada a la densidad y temperatura de acuerdo a la ecuación (2.1).

El tensor de tensiones y el flujo de calor son determinados de acuerdo a las leyes de Newton y Fourier:

$$\sigma = \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{I} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (2.31)$$

De la teoría cinética se puede demostrar que, para un sistema termodinámico teniendo sólo dos grados de libertad intensivos, la viscosidad (μ) y los coeficientes de conducción de calor (λ) dependen sólo de la temperatura del gas. En particular, μ puede ser evaluado de acuerdo a la ley Sutherland:

$$\mu = \mu_r \frac{T_r + 110}{T + 110} \left(\frac{T}{T_r} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.32)$$

Donde T está en Kelvin, y la conductividad térmica se puede expresar como ($\lambda = c_p \cdot \mu / Pr$) y (Pr) es el numero de Prandtl y (c_p) el calor específico

a presión constante (el cual puede ser asumido constante para temperaturas por debajo de 1000 K), y (μ_r) y (T_r) son valores de referencia ($\mu_r = 1,789 \times 10^{-5} \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$, $T_r = 288 \text{K}$).

Las ecuaciones de conservación son formalmente cerradas una vez la rata de todos los flujos en la frontera (∂V) y el estado inicial de (W) conocida. Sin embargo, la determinación de los flujos de frontera y el cierre matemático es una tarea difícil. De hecho, el problema del cierre no está totalmente resuelto; además, el tratamiento numérico de las condiciones de borde es un tema muy crítico que merece un análisis detallado.

Es importante señalar que para los flujos estables el lado derecho de la ecuación de gobierno debe desaparecer. En dinámica de fluidos computacional esto es equivalente a decir que el residual de las ecuaciones estables se vuelven cero.

El carácter de Navier-Stokes es parabólica o hiperbólica, o más precisamente incompletamente parabólico en el caso inestable (Strikwerda, 1997; Gustafson y Sundstrom, 1978), mientras que es parabólica/elíptica en estado estable. Las ecuaciones de Euler pueden ser interpretadas como el límite de la desaparición de μ y λ , y su carácter es hiperbólico en el caso inestable, mientras que el potencial problema estable asociado es elíptico, hiperbólico o mixto dependiendo del número de Mach (i.e. dependiendo si el flujo es subsónico, supersónico o transónico).

2.4 Velocidad de una onda sonora; número de Mach. [3]

La velocidad de una perturbación pequeña en un conducto puede ser determinada por el uso de las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad. Inicialmente se pregunta si es posible que ocurra un pequeño cambio estacionario de velocidad, presión y densidad en un canal. Según la figura 2.1, la ecuación de continuidad puede ser escrita como:

$$\rho VA = (\rho + d\rho)(V + dV)A \quad (2.33)$$

Donde (A) representa la sección transversal del canal, esta ecuación puede ser reducida a:

$$\rho dV + Vd\rho = 0 \quad (2.34)$$

Cuando la ecuación de cantidad de movimiento se aplica al volumen de control denotado por las líneas punteadas

$$pA - (p + dp)A = \rho VA(V + dV - V) \quad (2.35)$$

$$dp = -\rho VdV \quad (2.36)$$

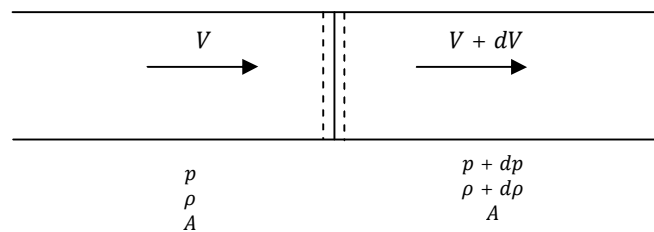


Figura 2.1 Flujo a régimen repentino permanente en un canal prismático con un pequeño cambio en la velocidad, presión y densidad.

Eliminando el término ρdV entre las dos ecuaciones, se tiene:

$$V^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (2.37)$$

Por tanto, una pequeña perturbación o un cambio repentino de condiciones en flujo a régimen permanente solo pueden ocurrir cuando la velocidad (c) se presente en el conducto. Este problema puede ser transformado en el flujo a régimen no permanente de una pequeña perturbación en un fluido en reposo si se superpone a todo el sistema y sus alrededores la velocidad (V) hacia la izquierda, ya que este hecho no afecta la dinámica del sistema. Esto se conoce como la velocidad del sonido (c) en el medio. Si la perturbación proviene de una fuente puntual, la propagación

sería una onda esférica; sin embargo, a cierta distancia de la fuente, el frente de onda debe ser esencialmente lineal o unidimensional. Perturbaciones grandes, pueden viajar a velocidades mayores que las del sonido. La ecuación para la velocidad del sonido es:

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (2.38)$$

La ecuación (2.33) puede ser expresada de varias formas usuales. Si se introduce el módulo elástico de compresión:

$$K = -\frac{dp}{d\mathcal{V}/\mathcal{V}} \quad (2.39)$$

Donde (\mathcal{V}) es el volumen del fluido sujeto a un cambio de presión (dp). Dado que:

$$\frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = \frac{dv_s}{v_s} = -\frac{dp}{\rho} \quad (2.40)$$

(K) Puede ser expresada como:

$$K = \frac{\rho dp}{d\rho} \quad (2.41)$$

Por lo tanto de la ecuación (2.23)

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (2.42)$$

Esta ecuación es aplicable tanto a líquidos como a gases.

Dado que los cambios de presión y temperatura debidos al paso de una onda sonora son sumamente pequeños, este proceso puede ser considerado como reversible. A su vez, el paso relativamente rápido de la onda, aunado a los minúsculos cambios de temperatura, hace que este

proceso sea prácticamente adiabático. En el límite, este proceso puede ser considerado isoentrópico.

$$p\rho^{-k} = \text{const} \quad \frac{dp}{d\rho} = \frac{kp}{\rho} \quad (2.43)$$

Y

$$c = \sqrt{\frac{kp}{\rho}} \quad (2.44)$$

O de la ecuación de gases ideales (2.1) se tiene:

$$c = \sqrt{kRT} \quad (2.45)$$

Lo cual demuestra que la velocidad del sonido en un gas ideal es solo función de la temperatura absoluta. En el flujo de un gas a través de un conducto, la velocidad del sonido cambia generalmente de sección en sección, ya que la temperatura varía debido a cambios de densidad y efectos de fricción. En un flujo isotérmico la velocidad del sonido permanece constante.

El número de Mach ha sido definido como el cociente entre la velocidad de un fluido y la velocidad local del sonido en el medio.

$$M = \frac{V}{c} \quad (2.46)$$

El número de Mach elevado al cuadrado, (V^2/c^2) puede ser interpretado como el cociente entre la energía cinética del fluido y la energía térmica del mismo, ya que la energía cinética es proporcional a (V^2) y la energía térmica es proporcional a (T) . El número de Mach es una medida de la importancia de la compresibilidad. Para un fluido incompresible (k) es infinita y $(M = 0)$. Para gases ideales, se tiene:

$$K = kp \quad (2.47)$$

2.5 Flujo Isoentrópico. [3]

El flujo adiabático sin fricción es una idealización que no puede ser alcanzada en el flujo de gases reales. Sin embargo, existen situaciones en las cuales el flujo se aproxima a este límite.

El flujo en transiciones, toberas y medidores venturi no presentan efectos considerables de fricción debido a las pequeñas distancias recorridas. Por otro lado, la transferencia de calor es mínima ya que los cambios que sufren las partículas son suficientemente pequeños como para no generar gradientes de velocidad y temperatura importantes.

El comportamiento de máquinas para fluidos es comparado frecuentemente con el comportamiento de un flujo isoentrópico.

Si en la ecuación de Euler, se desprecian los cambios de elevación, ésta puede ser usada para obtener resultados muy generales. Por lo tanto la ecuación que se obtiene es:

$$VdV + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (2.48)$$

Y la ecuación de continuidad:

$$\rho AV = \text{const} \quad (2.49)$$

Diferenciando (ρAV) y luego dividiendo por (ρAV) se tiene

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (2.50)$$

Donde ($d\rho$) se obtiene de la ecuación (2.38) y sustituyendo en la ecuación (2.48), resulta:

$$VdV + c^2 \frac{d\rho}{\rho} = 0 \quad (2.51)$$

Después de eliminar ($d\rho/\rho$) en las dos últimas ecuaciones y reordenándolas, se tiene:

$$\frac{dA}{dV} = \frac{A}{V} \left(\frac{V^2}{c^2} - 1 \right) = \frac{A}{V} (M^2 - 1) \quad (2.52)$$

Esta ecuación se basa en las suposiciones de que el flujo está en régimen permanente y sin fricción; sin embargo, no se han impuesto restricciones en cuanto a la transferencia de calor. En la ecuación (2.52) para que exista flujo subsónico ($M < 1$), (dA/dV) debe ser siempre negativo; o sea que el área del canal debe disminuir para que la velocidad aumente. Cuando (dA/dV) es igual a cero (solo cuando $M = 1$), la velocidad se incrementa hasta alcanzar la sección mínima o garganta; ésta es la única región en donde puede presentarse el flujo sónico. Para números de Mach mayores que la unidad (flujo supersónico) (dA/dV) es positivo y el área debe aumentar si se desea que la velocidad aumente. Luego, para conseguir un flujo supersónico a régimen permanente partiendo de un fluido en reposo en un recipiente, dicho fluido deberá pasar primero por un conducto convergente y luego por uno divergente.

Al considerar sólo el caso de flujo isoentrópico, la ecuación (2.20) puede ser escrita como:

$$p = p_1 \rho_1^{-k} \rho^k \quad (2.53)$$

Diferenciando y sustituyendo dp en la ecuación anterior se tiene:

$$VdV + k \frac{p_1}{\rho_1^k} \rho^{k-2} d\rho = 0 \quad (2.54)$$

Integrando:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1^k} \rho^{k-1} = \text{const} \quad (2.55)$$

O

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p_2}{\rho_2} \quad (2.56)$$

Si esta ecuación se expresa en función de la temperatura; se tiene:

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{k}{k-1}RT_1 = \frac{V_2^2}{2} + \frac{k}{k-1}RT_2 \quad (2.57)$$

En el caso de flujo adiabático originado en un recipiente en condiciones (p_0, ρ_0, T_0) , en cualquier otra sección se tendrá que:

$$\frac{V^2}{2} = \frac{kR}{k-1}(T_0 - T) \quad (2.58)$$

En función del número de Mach local (V/c) con $(c^2 = kRT)$, se tiene:

$$M^2 = \frac{V^2}{c^2} = \frac{2kRT(T_0 - T)}{(k-1)kRT} = \frac{2}{k-1} \left(\frac{T_0}{T} - 1 \right) \quad (2.59)$$

O

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2}M^2 \quad (2.60)$$

De las ecuaciones (2.60) y (2.21) se obtienen las ecuaciones particulares para un flujo isoentrópico:

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (2.61)$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (2.62)$$

Si la velocidad es sónica en la garganta, las condiciones de flujo reciben el nombre de críticas y se denotan por medio de un asterisco. $(M = 1)$; $(c^* = V^* = \sqrt{kRT^*})$. Al aplicar las ecuaciones (2.60) y (2.62) en condiciones críticas al orificio (para $k = 1,4$ en la parte numérica), se tiene que

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{k+1} = 0,833 ; \quad k = 1,40 \quad (2.63)$$

$$\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 0,528 ; \quad k = 1,40 \quad (2.64)$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} = 0,634 ; k = 1,40 \quad (2.65)$$

La variación del área en función del número de Mach para el caso crítico se obtiene a partir de la ecuación de continuidad y las ecuaciones (2.60) a (2.65), luego:

$$\rho AV = \rho^* A^* V^* \quad (2.66)$$

Donde (A^*) es el área mínima u orificio, luego:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{\rho^* V^*}{\rho V} \quad (2.67)$$

Dado que ($V^* = c^* = \sqrt{KRT^*}$), ($V = cM = M\sqrt{KRT}$) y empleando las ecuaciones (2.63) y (2.60), resulta:

$$\frac{V}{V^*} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{T^*}{T}} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{T^*}{T_0}} \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{1 + [(k-1)/2]M^2}{(k+1)/2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.68)$$

En forma análoga se obtiene:

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{\rho^* \rho_0}{\rho_0 \rho} = \left\{ \frac{1 + [(k-1)/2]M^2}{(k+1)/2} \right\}^{\frac{1}{(k-1)}} \quad (2.69)$$

Si se sustituyen las dos últimas ecuaciones en la ecuación (2.67).

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left\{ \frac{1 + [(k-1)/2]M^2}{(k+1)/2} \right\}^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (2.70)$$

Esta ecuación representa la variación del área del conducto en función del número de Mach. Como (A/A^*) es siempre mayor que la unidad y para cualquier valor mayor que la unidad se presentan dos valores del número de Mach, uno menor y otro mayor que la unidad para gases con ($k = 1,4$), la ecuación (2.70) se reduce a:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{5 + M^2}{6} \right)^3 ; \quad k = 1,4 \quad (2.71)$$

El flujo másico máximo (\dot{m}_{\max}) puede ser expresado en función de las condiciones de la garganta y del recipiente:

$$\dot{m}_{\max} = \rho^* A^* V^* = \rho_0 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} A^* \sqrt{\frac{kR2T_0}{k+1}} \quad (2.72)$$

En la ecuación (2.72) se sustituyen las ecuaciones (2.63) y (2.65) y si se cambia (ρ_0) por (p_0/RT_0), obteniendo así:

$$\dot{m}_{\max} = \frac{A^* p_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (2.73)$$

Para $k = 1,4$ esta ecuación se reduce a:

$$\dot{m}_{\max} = 0,686 \frac{A^* p_0}{\sqrt{RT_0}} \quad (2.74)$$

Lo cual indica que el flujo másico varía linealmente con A^* y p_0 e inversamente con la raíz cuadrada de la temperatura absoluta.

En el caso de flujo subsónico a lo largo de un conducto convergente-divergente, la velocidad en la garganta deberá ser menor que la velocidad sónica, o sea que ($M_t < 1$) (el subíndice t se refiere a la sección transversal en la garganta). El flujo másico \dot{m} se obtiene a partir de:

$$\dot{m} = \rho VA = A \sqrt{2p_0 \rho_0 \frac{k}{k-1} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{k}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (2.75)$$

Dicha ecuación se deriva de la ecuación de estado y de las ecuaciones (2.58) y (2.53). Esta ecuación es válida para cualquier sección transversal y se puede aplicar siempre y cuando la velocidad en la garganta

sea subsónica. También se puede aplicar a la sección de la garganta mediante la ecuación (2.64)

$$\frac{p_t}{p_0} \geq \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (2.76)$$

Donde p_t es la presión en la garganta. Si se usa el signo igual, la ecuación (2.75) se reduce a la ecuación (2.73).

Si se desea obtener un flujo másico máximo, el flujo corriente debajo de la garganta puede ser supersónico o subsónico, dependiendo de la presión corriente abajo. Al sustituir \dot{m} en la ecuación (2.75) por el valor dado en la ecuación (2.73), se tiene:

$$\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{k}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \frac{k-1}{2} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left(\frac{A^*}{A} \right)^2 \quad (2.77)$$

Donde (A) y (p) Pueden ser consideradas como el área y presión de salida, respectivamente. Para un valor dado de (A^*/A) (menor que la unidad) el cociente (p/p_0) tendrá dos valores (entre 0 y 1); el valor superior corresponde a flujo subsónico a través de un conducto divergente y el valor inferior se refiere al flujo supersónico a través de un conducto divergente. Para todos los valores del cociente de presiones mayores al valor superior es imposible la existencia de flujo isoentrópico; más aún en esta situación se generan ondas de choque del conducto divergente en o corriente abajo muy cerca del mismo.

2.6 Líneas De Fanno Y De Rayleigh. [3]

La entropía para un gas ideal viene dada por la ecuación:

$$s - s_1 = c_v \ln \left[\frac{p}{p_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho} \right)^k \right] \quad (2.78)$$

La ecuación de energía para un flujo adiabático sin cambio de altura, es representada por:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (2.79)$$

Y la ecuación de continuidad para área constante, viene dada por:

$$G = \rho V \quad (2.80)$$

La grafica muestra (ver figura 2.1) los limites de las líneas de Fanno y de Rayleigh.

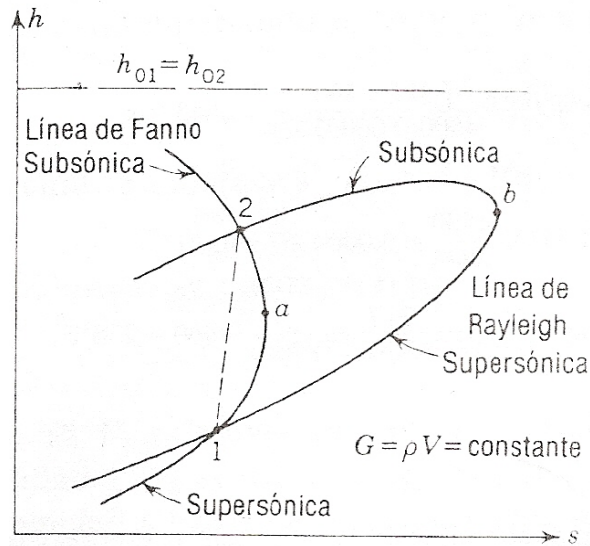


Figura 2.1 líneas de Fanno y de Rayleigh.

La ecuación de estado que relaciona (h, p y ρ) es:

$$h = c_p T = \frac{c_p p}{R \rho} \quad (2.81)$$

Al eliminar (p, ρ y V) de las cuatro ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$s = s_1 + c_v \ln \left[\frac{\rho_1^k R}{p_1 c_p} \left(\frac{\sqrt{2}}{G} \right)^{k-1} \right] + c_v \ln [h(h_0 - h)^{(k-1)/2}] \quad (2.82)$$

Para encontrar las condiciones de máxima entropía, la ecuación (2.82) es derivada con respecto a (h) y (ds/dh) e igualada a cero, indicando con el subíndice (a) , los valores en el punto de máxima entropía es:

$$\frac{ds}{dh} = 0 = \frac{1}{h_a} - \frac{k-1}{2} \frac{1}{h_0 - h_a} \quad (2.83)$$

$$h_a = \frac{2}{k+1} h_0 \quad (2.84)$$

El valor de (V_a) se obtiene combinando la ecuación anterior y la ecuación (2.79):

$$h_0 = \frac{k+1}{2} h_a = h_a + \frac{V_a^2}{2} \quad (2.85)$$

Y

$$V_a^2 = (k-1)h_a = (k-1)c_p T_a = (k-1) \frac{kR}{k-1} T_a = kRT_a = c_a^2 \quad (2.86)$$

2.6.1 Línea De Rayleigh.

Las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento deben satisfacerse por las condiciones antes y después del choque. Las ecuaciones (2.78), (2.80) y (2.81) se emplean para determinar la línea de Rayleigh suponiendo condiciones constantes corriente arriba, así como área constante. Al eliminar V de las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento, se obtiene:

$$p + \frac{G^2}{\rho} = \text{const} = B \quad (2.87)$$

Después de elimina (p) de la ecuación anterior y haciendo uso de la siguiente ecuación:

$$s = s_1 + c_v \ln \frac{\rho_1^k}{\rho_1} + c_v \ln \frac{B - G^2/\rho}{\rho^k} \quad (2.88)$$

La ecuación (2.87) puede expresarse en función de la densidad (ρ) y las condiciones corriente arriba, como:

$$h = c_p T = c_p \frac{p}{R\rho} = \frac{c_p}{R} \frac{1}{\rho} \left(B - \frac{G^2}{\rho} \right) \quad (2.89)$$

El valor máximo de entropía se calcula tomando las derivadas ($ds/d\rho$) y ($dh/d\rho$); dividiendo estas cantidades e igualando a cero (el subíndice b indica el punto máximo).

$$\frac{ds}{dh} = \frac{c_v}{c_p} R \rho_b \frac{G^2 / [\rho_b (B - G^2 / \rho_b)] - k}{\frac{2G^2}{\rho_b - B}} = 0 \quad (2.90)$$

Esta ecuación se satisface siempre y cuando el numerador sea cero y el denominador diferente de cero. Si el numerador es igual a cero, se tiene:

$$k = \frac{G^2}{\rho_b (B - G^2 / \rho_b)} = \frac{\rho_b^2 V_b^2}{\rho_b p_b} \quad (2.91)$$

O

$$V_b^2 = \frac{k p_b}{\rho_b} = c_b^2 \quad (2.92)$$

2.6.2 Flujo En Una Tobera Convergentes-Divergentes.

Las diferentes situaciones de flujo en toberas convergentes-divergentes serán analizadas de acuerdo a la representación de Liepmann y Roshko. La ecuación (2.70) da la relación entre el cociente de áreas y el número de Mach para un flujo isoentrópico a lo largo de la tobera. Por medio de la ecuación (2.61) se obtiene el cociente de áreas en función del cociente de presiones dando como resultado la ecuación:

$$\frac{A^*}{A} = \frac{\rho V}{\rho^* V^*} = \frac{[1 - (p/p_0)^{k-1/k}]^{1/2} (p/p_0)^{1/k}}{\left[\frac{(k-1)}{2}\right]^{1/2} [2/(k+1)]^{(k+1)/2(k-1)}} \quad (2.93)$$

A partir de los cocientes de áreas es posible graficar la distribución de presión y el número de Mach para una tobera convergente-divergente.

2.7 Flujo Adiabático Con Rozamiento En Conductos. [3]

Para analizar el flujo de gas por una tubería o conducto de área constante se deben tomar en cuenta las siguientes suposiciones:

1. Gas ideal (calor específico constante).
2. Flujo unidimensional a régimen permanente.
3. Flujo adiabático (sin transferencia de calor a través de las paredes).
4. Factor de rozamiento o fricción constante a través de todo el conducto.
5. Diámetro efectivo del conducto, D igual a 4 veces al radio hidráulico (área transversal dividida por el perímetro).
6. Los cambios de altura se desprecian al compararlos con los efectos de fricción.
7. No se suministra o extrae trabajo del flujo.

Las ecuaciones decisivas son la de continuidad, la de energía, la de cantidad de movimiento y la ecuación de estado. Una partícula de gas en el extremo corriente arriba del conducto se representa por un punto en la línea de Fanno, para la condición apropiada de entalpía de estancamiento (h_0) y del flujo másico (G) por unidad de área. A medida que la partícula se mueve corriente abajo sus propiedades cambian, debido a la fricción o a condiciones irreversibles, de modo que la entropía siempre aumenta en el flujo adiabático. Luego el punto que representa estas propiedades se mueve sobre la línea de Fanno hacia el punto de máxima (s), donde ($M = 1$). Si el

conducto es alimentado originalmente por una tobera convergente-divergente el flujo puede ser inicialmente supersónico; y la velocidad disminuirá corriente abajo. Si el flujo es subsónico en el extremo corriente arriba, la velocidad aumentara en la dirección corriente abajo.

El gas no puede cambiar gradualmente de subsónico a supersónico, o viceversa, en un conducto de área constante.

La ecuación de cantidad de movimiento deberá incluir en este caso los efectos de esfuerzos cortantes en la pared; es conveniente escribir la ecuación de movimiento para un segmento de conducto de longitud (δx) como:

$$pA - \left(p + \frac{dp}{dx} \delta x \right) A - \tau_0 \pi D \delta x = \rho VA \left(V + \frac{dV}{dx} \delta x - V \right) \quad (2.94)$$

Que se simplifica a la ecuación:

$$dp + \frac{4\tau_0}{D} dx + \rho V dV = 0 \quad (2.95)$$

De la ecuación ($\tau_0 = \rho f V^2 / 8$) donde (f) es el factor de fricción de Darcy-Weisbach, se obtiene:

$$dp + \frac{f\rho V^2}{2D} dx + \rho V dV = 0 \quad (2.96)$$

Si (f) es constante, o el valor promedio sobre la longitud en cuestión, esta ecuación se transforma en una ecuación para (x) como función del número de Mach. Dividiendo la ecuación (2.96) por (p) se tiene:

$$\frac{dp}{p} + \frac{f\rho V^2}{2Dp} dx + \frac{\rho V}{p} dV = 0 \quad (2.97)$$

Las variables que intervienen en el flujo de fluido a través de un conducto de muestran en la figura 2.2.

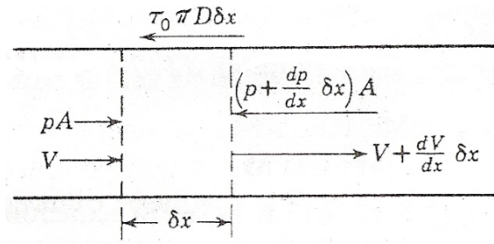


Figura 2.2 Notación para aplicarse en la ecuación de cantidad de movimiento.

Cada término está dado en función de (M). A partir de la ecuación (2.46) se obtiene:

$$V^2 = M^2 \frac{k\rho}{\rho} \quad (2.98)$$

O

$$\frac{\rho V^2}{\rho} = kM^2 \quad (2.99)$$

Esta ecuación corresponde al término intermedio de la ecuación de movimiento. Reordenando la ecuación (2.98), se obtiene:

$$\frac{\rho V}{\rho} dV = kM^2 \frac{dV}{V} \quad (2.100)$$

De la ecuación de energía y con el objeto de expresar (dV/V) en función de (M), se tiene:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} = c_p T + \frac{V^2}{2} \quad (2.101)$$

Al diferenciar dicha ecuación se obtiene:

$$c_p dT + V dV = 0 \quad (2.102)$$

Después de dividir por ($V^2 = M^2 kRT$), se tiene:

$$\frac{c_p}{R} \frac{1}{kM^2} \frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0 \quad (2.103)$$

Al sustituir ($c_p/R = k/(k - 1)$), se obtiene:

$$\frac{dT}{T} = -M^2(k - 1) \frac{dV}{V} \quad (2.104)$$

Luego si se diferencia ($V^2 = M^2kRT$) y se divide por la misma ecuación, resulta:

$$2 \frac{dV}{V} = 2 \frac{dM}{M} + \frac{dT}{T} \quad (2.105)$$

Eliminando (dT/T) en las ecuaciones (2.104) y (2.105) y simplificando dicha ecuación, se obtiene:

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM/M}{[(k - 1)/2]M^2 + 1} \quad (2.106)$$

Finalmente para expresar (dp/V) en función de (M), empleando las ecuaciones (2.1) y (2.80), se obtiene:

$$pV = GRT \quad (2.107)$$

Diferenciando la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} - \frac{dV}{V} \quad (2.108)$$

Las ecuaciones (2.104) y (2.105) son usadas para eliminar (dT/T) y (dV/V), obteniendo:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{(k - 1)M^2 + 1}{[(k - 1)/2]M^2 + 1} \frac{dM}{M} \quad (2.109)$$

Si se sustituyen las ecuaciones (2.99) y (2.109) en la ecuación de movimiento (2.92) y luego se ordenan los términos, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{f}{D} dx &= \frac{2(1 - M^2)}{kM^3\{[(k - 1)/2]M^2 + 1\}} dM \\ &= \frac{2}{k} \frac{dM}{M^3} - \frac{k + 1}{k} \frac{dM}{M\{[(k - 1)/2]M^2 + 1\}} \end{aligned} \quad (2.110)$$

La cual puede ser integrada directamente. Empleando los límites ($x = 0$), ($M = M_0$); ($x = 1$), ($M = M$), se desarrolla la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{fl}{D} &= -\frac{1}{kM^2} \Big]_{M_0}^M - \frac{k+1}{2k} \ln \frac{M^2}{[(k-1)/2]M^2 + 1} \Big]_{M_0}^M \\ &= \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M_0^2} - \frac{1}{M^2} \right) + \frac{k+1}{2k} \ln \left[\left(\frac{M_0}{M} \right)^2 \frac{(k-1)M^2 + 2}{(k-1)M_0^2 + 2} \right] \end{aligned} \quad (2.111)$$

Para ($k = 1,4$) estas ecuaciones se reducen a la siguiente ecuación:

$$\frac{fl}{D} = \frac{5}{7} \left(\frac{1}{M_0^2} - \frac{1}{M^2} \right) + \frac{6}{7} \ln \left[\left(\frac{M_0}{M} \right)^2 \frac{M^2 + 5}{M_0^2 + 5} \right] \quad k = 1,4 \quad (2.112)$$

Si (M_0) es mayor que 1, (M) no puede ser menor que 1; si (M_0) es menor que 1, (M) no puede ser mayor que 1. Para las condiciones limite ($M = 1$) y ($k = 1,4$), se obtiene:

$$\frac{fl_{\max}}{D} = \frac{5}{7} \left(\frac{1}{M_0^2} - 1 \right) + \frac{6}{7} \ln \frac{6M_0^2}{M_0^2 + 5} \quad k = 1,4 \quad (2.113)$$

La presión, la velocidad y la temperatura también pueden ser expresadas en forma integral en función del número de Mach. Con el objeto de simplificar las ecuaciones siguientes, la integración se realiza desde las condiciones corriente arriba a las condiciones donde ($M = 1$) indicadas por (p^* , V^* y T^*), de la ecuación (2.109), se obtiene:

$$\frac{p^*}{p_1} = M_0 \sqrt{\frac{(k-1)M_0^2 + 2}{k+1}} \quad (2.114)$$

A partir de la ecuación (2.100), se obtiene:

$$\frac{V^*}{V_0} = \frac{1}{M_0} \sqrt{\frac{(k-1)M_0^2 + 2}{k+1}} \quad (2.115)$$

A partir de las ecuaciones (2.104) y (2.106), se obtiene:

$$\frac{dT}{T} = -(k-1) \frac{M dM}{[(k-1)/2]M^2 + 1} \quad (2.116)$$

Integrando resulta:

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{(k-1)M_0^2 + 2}{k+1} \quad (2.117)$$

2.8 Flujo Sin Rozamiento En Conductos Con Transferencia De Calor. [3]

En el estudio del flujo a régimen permanente de un gas ideal a través de un conducto de área constante se debe despreciar el rozamiento o fricción y no se realiza trabajo alguno sobre el fluido, ni por éste.

Para el análisis de este caso, las ecuaciones apropiadas son:

Continuidad:

$$G = \frac{\dot{m}}{A} = \rho V \quad (2.118)$$

Movimiento:

$$p + \rho V^2 = \text{const} \quad (2.119)$$

Energía:

$$q_H = h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = c_p(T_2 - T_1) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = c_p(T_{02} - T_{01}) \quad (2.120)$$

Donde T_{01} y T_{02} son las temperaturas de estancamiento isoentrópico, o sea las temperaturas generadas en una sección cuando el flujo es llevado al reposo en forma isoentrópica.

La línea de Rayleigh, obtenida al resolver las ecuaciones de movimiento y de continuidad para una sección transversal constante despreciando la fricción, es muy útil al analizar este flujo. Primero,

eliminando (V) en las ecuaciones (2.118) y (2.119), se obtiene la ecuación (2.87).

En la figura 2.3 se muestran los límites de las líneas de Rayleigh al graficar la entalpía vs la entropía del fluido.

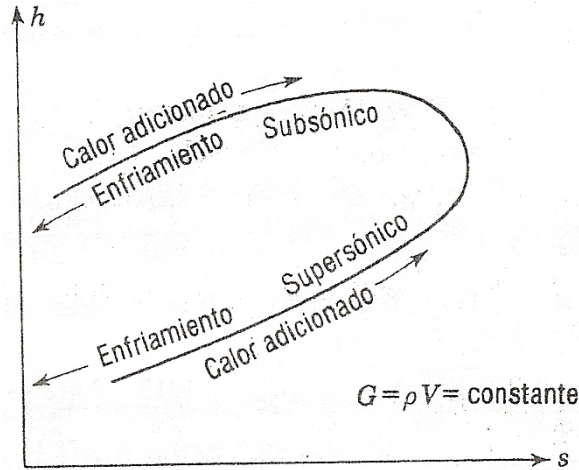


Figura 2.3 línea de Rayleigh.

Las ecuaciones (2.88) y (2.89) expresan la entropía (s) y la entalpía (h) en función del parámetro (ρ) para estas suposiciones.

Al derivar la ecuación (2.85) y la ecuación (2.118), se tiene:

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{G^2}{\rho^2} = V^2 \quad (2.121)$$

Luego en el punto máximo de (s) sobre la línea Rayleigh, ($V = \sqrt{dp/d\rho}$) y también ($M = 1$), o sea que predominan las condiciones sónicas. La adición de calor a un flujo supersónico causa una disminución en el número de Mach hasta llegar a ($M = 1$) y al sumar la cantidad exacta de calor se llegara exactamente a ($M = 1$). Si se adiciona más calor se genera estrangulamiento y las condiciones corriente arriba se alteran para reducir el gasto másico del flujo.

La ecuación (2.120) indica que el aumento de la presión de estancamiento isoentrópica es una medida de calor agregado.

Al utilizar la ecuación de movimiento:

$$p_1 + kp_1M_1^2 = p_2 + kp_2M_2^2 \quad (2.122)$$

Y

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + kM_2^2}{1 + kM_1^2} \quad (2.123)$$

Escribiendo esta ecuación para el caso límite cuando ($p_2 = p^*$) con ($M_2 = 1$), se tiene:

$$\frac{p}{p^*} = \frac{1 + k}{1 + kM^2} \quad (2.124)$$

Donde (p) es la presión en cualquier punto en el conducto, donde (M) es el número de Mach correspondiente. Para el caso subsónico, (M) aumenta hacia la derecha (fig.2.3), (p) disminuye; y para el caso supersónico cuando (M) disminuye hacia la derecha, (p) aumenta.

Para derivar las otras relaciones importantes se hace uso de la ecuación de energía (2.120) y se obtiene:

$$c_p T_0 = \frac{kR}{k-1} T_0 = \frac{kR}{k-1} T + \frac{V^2}{2} \quad (2.125)$$

Donde (T_0) es la temperatura de estancamiento isoentrópico y (T) es la temperatura del flujo libre en la misma sección. Aplicando estas ecuaciones a la sección 1 y dividiendo por ($kRT_1/(k-1)$), se obtiene:

$$\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + (k-1) \frac{M_1^2}{2} \quad (2.126)$$

Para la sección 2 se obtiene la ecuación:

$$\frac{T_{02}}{T_2} = 1 + (k-1) \frac{M_2^2}{2} \quad (2.127)$$

Si se divide la ecuación (2.124) por la ecuación (2.127), se obtiene:

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \frac{T_1 \left[2 + (k-1)M_1^2 \right]}{T_2 \left[2 + (k-1)M_2^2 \right]} \quad (2.128)$$

Para determinar el cociente (T_1/T_2) como función del número de Mach se sigue el siguiente procedimiento. De la ley de gas ideal, ($p_1 = \rho_1 RT_1$), ($p_2 = \rho_2 RT_2$), se sustituye la expresión (2.1) en ambos términos, se obtiene:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 \rho_1} \quad (2.129)$$

Por la ley de continuidad ($\rho_2/\rho_1 = V_1/V_2$); se sustituyen cada término por las ecuaciones (2.45) y (2.46) en la expresión anterior para obtener las expresiones:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (2.130)$$

Y

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_1}{M_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad (2.131)$$

Si se sustituye las ecuaciones (2.123) y (2.131) en la ecuación (2.129) y se simplifica:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{M_1 \left[2 + (k-1)M_2^2 \right]}{M_2 \left[2 + (k-1)M_1^2 \right]} \right)^2 \quad (2.132)$$

Si esta ecuación es sustituida en la ecuación (2.128), se obtiene:

$$\frac{T_{01}}{T_{02}} = \left(\frac{M_1 \left[2 + (k-1)M_2^2 \right]}{M_2 \left[2 + (k-1)M_1^2 \right]} \right)^2 \frac{2 + (k-1)M_1^2}{2 + (k-1)M_2^2} \quad (2.133)$$

Cuando esta ecuación es aplicada a la sección corriente abajo, donde ($T_{02} = T_0^*$) y ($M_2 = 1$) y omitiendo los subíndices en la sección corriente arriba, resulta:

$$\frac{T_0}{T_0^*} = \frac{M^2(k-1)[2 + (k-1)M^2]}{(1 + kM^2)^2} \quad (2.134)$$

En este momento ya se cuenta con todas las ecuaciones necesarias para la determinación de flujo sin fricción con transferencia de calor en un conducto de área constante. La transferencia de calor por unidad de masa está dada por $(q_H = c_p(T_0^* - T_0))$ para $(M = 1)$ a la salida.

2.9. Modelos de Turbulencia “Eddy Viscosity”. [1]

Esta hipótesis supone que los esfuerzos de Reynolds pueden estar relacionados con los gradientes de velocidad promedio y la viscosidad de “Eddy”, a través de la hipótesis del gradiente de difusión. Se representan mediante la siguiente ecuación:

$$-\overline{\rho u \otimes u} = \mu_t(\nabla U + (\nabla U)^T) - \frac{2}{3}\delta(\rho k + \mu_t \nabla \cdot U) \quad (2.135)$$

Donde (μ_t) es la viscosidad turbulenta o viscosidad de Eddy.

Análoga a la hipótesis de viscosidad de Eddy, la difusividad de Eddy es la hipótesis que afirma que los flujos de Reynolds son un escalar linealmente relacionados con el gradiente de la media escalar:

$$-\overline{\rho u \phi} = \Gamma_t \nabla \phi \quad (2.136)$$

Donde (Γ_t) , es el número de turbulencia de Prandtl [adimensional].

Las ecuaciones anteriores sólo pueden expresar los términos de las fluctuaciones de la turbulencia en función de la velocidad promedio si la viscosidad turbulenta (μ_t) se conoce, tomando en cuenta que tanto los modelos $(k - \varepsilon)$ y $(k - \omega)$ proporcionan esta variable; sujeto a esta hipótesis, tanto la ecuación de momento promedio de Reynolds y la ecuación escalar de transporte se escriben como:

$$\frac{\partial \rho U}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = B - \nabla p' + \nabla \cdot (\mu_{eff} (\nabla U + (\nabla U)^T)) \quad (2.137)$$

Donde (B) es la suma de las fuerzas en el cuerpo y (μ_{eff}) es la viscosidad efectiva definida por:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (2.138)$$

Y (p') es la presión modificada definida por:

$$p' = p + \frac{2}{3}pk + \frac{2}{3}\mu_t \bar{\nabla} \cdot U \quad (2.139)$$

2.9.1 Modelo de turbulencia K - ε .

El modelo de turbulencia empleado para el flujo multifásico es una generalización del modelo $(K - \varepsilon)$ para una sola fase. Implementando el modelo $(K - \varepsilon)$ sólo para la fase continua.

$$\frac{\partial (r_\alpha \rho_\alpha k)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha k) = \nabla \cdot \left(r_\alpha \frac{\mu_{eff\alpha}}{C_k} \nabla k \right) + P_k - \rho_\alpha \varepsilon \quad (2.140)$$

$$\frac{\partial (r_\alpha \rho_\alpha \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha U_\alpha \varepsilon) = \nabla \cdot \left(r_\alpha \frac{\mu_{eff\alpha}}{C_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 P_k - C_2 \rho_\alpha \varepsilon) \quad (2.141)$$

$$P_k = 2\mu_t \varepsilon(u) : \varepsilon(u) \quad (2.142)$$

$$\mu_{eff1} = \mu_t + \mu_1 \quad (2.143)$$

$$\mu'_{eff\beta} = r_\beta \mu_\beta + r_1 \mu_{eff1} \quad (2.144)$$

$$\mu_t = C_\mu \rho \alpha \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.145)$$

El modelo $(k - \varepsilon)$ tiene cinco constantes, que garantizan la homogeneidad dimensional. Las cuales son:

$$C_\mu = 0,09$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44$$

$$C_{\varepsilon 2} = 1,92$$

$$\sigma_k = 1,0$$

$$\sigma_\varepsilon = 1,3$$

2.9.2 Modelo de turbulencia $(k - \omega)$.

Una de las ventajas de la formulación $(k - \omega)$ es el tratamiento para zonas cercanas a la pared para cálculos con bajo número de Reynolds. El modelo no requiere la resolución de ecuaciones no lineales complejas, como en el modelo $(k - \varepsilon)$ y por lo tanto es más preciso y más robusto.

El modelo $(k - \omega)$ asume que la viscosidad turbulenta está relacionada con la energía cinética de la turbulencia, mediante la relación siguiente:

$$\mu_f = \rho \frac{k}{\omega} \quad (2.146)$$

El punto inicial de la presente formulación es que el modelo $(k - \omega)$ desarrollado por Wilcox resuelve dos ecuaciones de transporte, una para la energía cinética de la turbulencia, (k) y otra para la frecuencia de la turbulencia. Estas ecuaciones se presentan a continuación:

Ecuación k:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - B' \rho k \omega \quad (2.147)$$

Ecuación ω :

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \omega) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k\omega}} \right) \nabla \omega \right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - B' \rho k \omega^2 \quad (2.148)$$

Las variables independientes, la densidad (ρ) y el vector de velocidad (U) son tratadas como variables conocidas provenientes del método de Navier-Stokes, (P_k) es la tasa de producción de turbulencia, la cuales se calculan en el modelo ($k - \epsilon$) a través de la ecuación 2.142.

Las constantes del modelo que garantizan la homogeneidad dimensional son las siguientes:

$$\beta' = 0,09$$

$$\alpha = 5/9$$

$$\beta = 0,075$$

$$\sigma_k = 2$$

$$\sigma_\omega = 2$$

2.9.3 Modelo “Shear Stress Transport” (SST).

El modelo ($k-\omega$) basado en el transporte de esfuerzos cortantes, brinda una alta precisión en la predicción de la aparición y cantidad de la separación de flujos bajo condiciones de gradientes de presión adversas; esta alta precisión se obtiene limitando la formulación de “Eddy Viscosity”: mediante las siguientes expresiones:

$$V_f = \frac{a_1 k}{\max(a_{1\omega}, SF_2)} \quad (2.149)$$

Dónde.

$$V_f = \frac{\mu_t}{\rho} \quad (2.150)$$

Donde (F_2) es una función de mezcla, la cual restringe el limitador de la capa límite de la pared y (S) es un invariante de medida de la velocidad de deformación.

La mezcla de funciones es esencial para el éxito del método. Su formulación se basa en la distancia más cercana a la superficie y en las variables de flujo. Estas formulaciones son:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (2.151)$$

Con:

$$\arg_1 = \min \left(\max \left(\frac{\sqrt{x}}{B' \omega y}, \frac{500v}{y^2 \omega} \right), \left(\frac{4\rho k}{CD_{kw} \sigma_{\omega 2} y^2} \right) \right) \quad (2.152)$$

Donde (Y) es la distancia a la pared más cercana, además:

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \nabla k \nabla \omega, 1.0 \times 10^{-10} \right) \quad (2.153)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (2.154)$$

Con:

$$\arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{B' \omega y}, \frac{500V}{y^2 \omega} \right) \quad (2.155)$$

2.10. Método de Volumen Finito (FVM). [4]

Si las funciones que se buscan no son lo suficientemente regular, entonces el resto de la formula de Taylor no es más pequeño que los primeros términos, tal que, por ejemplo, muchos esquemas de diferencias finitas no pueden aplicarse al computo de las funciones discontinuas.

Además, la mayoría de los métodos de diferencia finita(FDM) aplican a través de un mapeo del dominio computacional al físico; este mapeo también tiene que ser lo suficientemente regular para permitir que formulas truncadas de Taylor sean lo suficientemente exactas. Otra manifestación de estas dificultades es la necesidad de conservar la integral de algunas cantidades extensivas importantes durante un cálculo inestable. Estas complicaciones en el diseño de esquemas FD han motivado la introducción de formulaciones integrales expresando las leyes de conservación de una forma relativamente sencilla (por lo menos para una exactitud del segundo orden) en el dominio físico, y eso permitiría el computo de funciones discontinuas.

Sin embargo, la primera motivación en introducir volúmenes finitos era expresar explícitamente las leyes de conservación al introducir la noción del flujo. El dominio físico se considera que está dividido en celdas. Entre el tiempo t^n y el t^{n+1} , el incremento de una cantidad (extensiva) física, nos permite decir que la masa (mass) en la celda C_j , denotado por:

$$\text{mass}_j = \text{meas}(C_j)\text{density}_j \quad (2.156)$$

Es dado por la suma de flujo flux_{jk} intercambiado con cada celda cercana C_j :

$$\text{mass}_j = \text{mass}_j + \sum_{k \in N(j)} \text{flux}_{jk} \quad (2.157)$$

La conservación de la masa total se asegura por la igualdad:

$$\text{flux}_{jk} = -\text{flux}_{kj} \quad (2.158)$$

En el caso de las leyes lineales de conservación, estas pueden ser escritas, por ejemplo como:

$$\text{meas}(C_j)u_j^{n+1} = \text{meas}(C_j)u_j^{n+1} + \sum_{k \in N(j)} (t^{n+1} - t^n)H_v(u_j, u_k) \quad (2.159)$$

En el cual el flujo elemental se asume que satisface una igualdad consistente y para aproximar el flujo normal de (uV) a través de la interfaz de las dos celdas:

$$H_v(u_j, u_j) = \int_{\partial C_j \cap \partial C_j} V \cdot nu_j d\sigma \quad (2.160)$$

El teorema Lax-Wendroff (Lax y Wendroff, 1960) para el caso de estabilidad lineal puede resumirse como:

Si el esquema es conservativa de acuerdo a la definición del flujo (2.157), (2.158), y si la solución discreta converge al límite, entonces el límite es una solución débil.

Las teorías que establecen la convergencia del volumen finito y una exactitud aun mayor que la del teorema anterior no se ha establecido todavía, excepto a través de los desarrollos ENO (Essentially Non-Oscillatory, Esencialmente no oscilatorio), (Harten y Osher, 1987) para un orden más alto; véase también por ejemplo Cockburn et al.(1994) para caso no estructurado. Sin embargo, la teoría FDM es generalmente invocado para justificaciones con una alta exactitud.

La forma de la celda es una pregunta importante y controversial. En métodos de celdas centradas, mallados primarios de la partición (celdas triangulares, por ejemplo). En métodos de vertex centrados, una partición

dual (por ejemplo construido de triángulos medianos) es usada para la derivación del flujo. Los métodos primal son mejores para capturar variaciones alineadas con el mallado. Métodos duales gozan un gran número de vecina directos, permitiendo más exactitud de acuerdo a mallados irregulares.

Tal como para FDM, los esquemas FVM pueden sufrir inestabilidades para cómputos altos de Peclet, y viscosidades artificiales o contra viento son introducidas para la estabilización.

2.11 Teoría de la dinámica computacional de fluidos (CFD). [1]

Dos métodos fundamentales para diseñar y analizar sistemas de ingeniería relacionados con el flujo de fluidos son: experimentación y cálculo.

El primero conlleva, por lo general, la construcción de modelos que son probados con túneles de viento u otras instalaciones, mientras que el segundo implica resolver ecuaciones diferenciales, ya sea de manera analítica o computacional. Los ingenieros modernos aplican tanto análisis experimental como CFD, y los dos métodos se complementan entre sí, por ejemplo, los ingenieros podrían obtener propiedades globales, como sustentación, fuerza de arrastre, caída de presión o potencia, experimentalmente; pero emplean la CFD para obtener detalles acerca del campo de flujo, como los esfuerzos de corte, velocidad y perfiles de presión y líneas de corriente. Además, los datos experimentales se emplean con frecuencia para validar soluciones de CFD al comparar las cantidades globales determinadas de manera computacional y experimental. La CFD se emplea entonces para abreviar el ciclo de diseño por estudios paramétricos que son controlados con cuidado, de modo que se reduce la cantidad necesaria de análisis experimental.

EL estado actual de la dinámica de fluidos computacional es éste: puede manejar flujos laminares con facilidad, pero los flujos turbulentos de

interés práctico son imposibles de resolver sin tener que recurrir a los modelos de turbulencia. Por desgracia, ningún modelo de turbulencia es universal, y una solución de la CFD de flujo turbulento es tan buena dependiendo que tan apropiado es el modelo de turbulencia aplicado. Pese a esta limitación, los modelos de turbulencia estándares producen resultados razonables para muchos problemas de prácticos de ingeniería.

2.11.1. Procedimiento de solución.

El modelo homogéneo multifásico para la ecuación de la continuidad es el siguiente:

$$\frac{\partial(r_\alpha \rho_\alpha)}{\partial t} + \nabla(r_\alpha \rho_\alpha U) = S_{Msa} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta} \quad (2.161)$$

Donde S_{Msa} representa la fuente de masa y $\Gamma_{\alpha\beta}$ es la tasa de flujo másico por unidad de volumen de la fase β a la fase α .

El modelo homogéneo para la ecuación de transporte asume:

$$U_\alpha = U, 1 \leq \alpha \leq N_p$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + (\rho U \otimes U - \mu(\nabla U + (\nabla U)^T)) = S_M - \nabla p \quad (2.162)$$

Donde:

$$\rho = \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_\alpha \rho_\alpha \quad (2.163)$$

$$\mu = \sum_{\alpha=1}^{N_p} r_\alpha \mu_\alpha \quad (2.164)$$

- El modelo homogéneo no toma en cuenta el término de transferencia de calor entre fases.

- Es esencialmente un modelo de transporte de una sola fase, con densidad y viscosidad variable.

Para resolver de manera numérica estas ecuaciones se efectúan los siguientes pasos:

1. Se elige un dominio computacional y se genera una malla (conocida también como red de nodos); el dominio se divide en muchos elementos pequeños llamados celdas. Para dominios de dos dimensiones (2-D), las celdas son áreas, mientras que para dominios tridimensionales (3-D) las celdas son volúmenes, ver figura 2.5. Puede considerarse a cada celda como un pequeño volumen de control en el que se resuelven las versiones separadas de las ecuaciones de conservación y transporte.

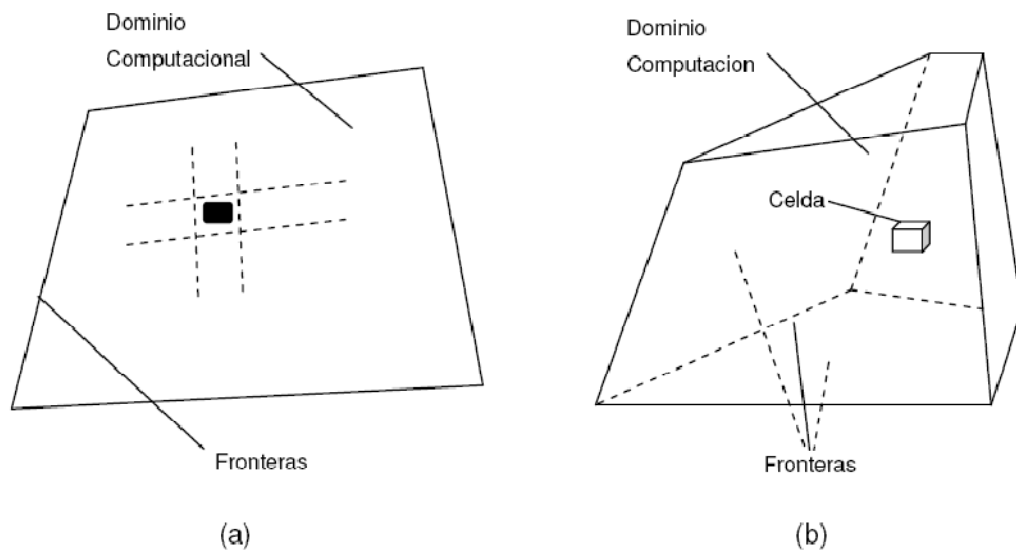


Figura 2.4 Dominio computacional

Un dominio computacional es la región en el espacio en la cual las ecuaciones de movimiento se resuelven mediante la CFD. Una celda es un subconjunto pequeño del dominio computacional. Se ilustra en la figura 2.4 (a) un dominio bidimensional y celdas cuadriláteras, y en la figura 2.4 (b) un dominio tridimensional y celdas hexaédricas. Los límites de un dominio

bidimensional se denominan lados, y los límites de un dominio tridimensional se llaman caras.

2. Las condiciones de frontera se especifican en cada lado del dominio computacional (flujos 2-D) o en cada cara del dominio (flujos 3-D).
3. Se especifica el tipo de fluido (agua, aire y gasolina, entre otros), junto con las propiedades del fluido (temperatura, densidad y viscosidad, entre otros). La mayoría de los paquetes de CFD tienen integrada la base de datos de propiedades de fluidos más comunes, lo que hace este paso relativamente fácil.
4. Se seleccionan los parámetros numéricos y los algoritmos de solución.
5. Los valores de primera aproximación para las variables de campo de flujo se especifican para cada celda. Estas son condiciones iniciales, que podrían ser correctas o no, pero son necesarias como un punto de partida, para que el proceso de iteración pueda proceder (paso 6).
6. Al comenzar con los valores de primera aproximación, las formas discretizadas de las ecuaciones 2.161 y 2.162 se resuelven por iteración, por lo general en el centro de cada celda. Si se trasladaran todos los términos de la ecuación 2.162 a un lado para obtener cero del otro lado de la ecuación, entonces la solución numérica sería “exacta” cuando la suma de todos estos términos, llamada el residuo, se volvería cero para cada celda del dominio en una solución de la de CFD, sin embargo, esta suma nunca es igual a cero pero es de esperar que disminuya conforme se efectúen las iteraciones. Un residuo puede considerarse como una medida de la desviación de una solución numérica para determinada ecuación de conservación o transporte respecto a la solución exacta, y se tiene que monitorear el residuo promedio relacionado con cada ecuación de conservación o transporte para ayudar determinar cuándo converge la solución. A veces se necesitan cientos, o inclusive miles, de iteraciones para que

converja la solución a una solución final, y los residuos pueden disminuir en varios órdenes de magnitud.

7. Cuando converge la solución, las variables de campo de flujo como la velocidad y la presión se trazan y analizan de manera gráfica. Se pueden definir y se analizan también otras funciones particulares que se forman mediante combinaciones algebraicas de variables de campo de flujo. La mayoría de los paquetes de CFD tienen integrados post-procesadores, diseñados para analizar el campo de flujo de manera gráfica y rápida.
8. Las propiedades globales del campo de fluido, como la caída de presión, las propiedades integrales, como las fuerzas (de sustentación y de arrastre), los torques que actúan sobre un cuerpo, se calculan a partir de la solución que se obtiene por convergencia. Con la mayoría de los paquetes de CFD, esto puede hacerse “sobre la marcha” a medida que proceden las iteraciones, En numerosos casos, de hecho, es aconsejable monitorear estas cantidades junto con los residuos durante el proceso de iteración; cuando converge una solución, las propiedades globales e integrales deben establecerse en valores constantes también.

2.11.2. Generación e independencia de la malla.

El primer paso (y posiblemente el paso más importante) en una solución de CFD, es generar una malla que define las celdas en las que se calculan las variables de flujo (velocidad y presión, entre otras) en todo el dominio computacional. Los modernos paquetes comerciales de la CFD, vienen con sus propios generadores de malla, y también están disponibles programas para generar mallas independientes.

2.11.2.1. *Mallas estructuradas.*

Una malla estructurada consta de celdas planas con cuatro lados (2-D) o celdas volumétricas con seis caras (3-D). Aunque la forma rectangular de las celdas podría estar distorsionada, cada celda se numera de acuerdo con los índices (i, k) que no necesariamente corresponden a las coordenadas $(x, (y) \text{ y } (z))$. En la figura 2.5 se ilustra una malla estructurada 2-D.

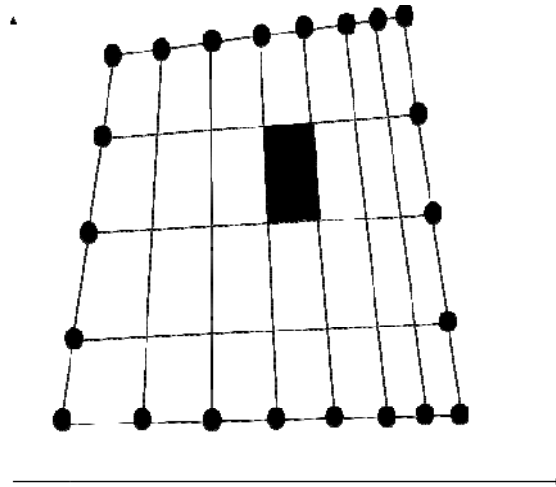


Figura 2.5 Malla estructurada. [2]

En el ejemplo de la figura 2.5 se observa una malla estructurada bidimensional con ocho nodos y siete intervalos en los lados superior e inferior, y cinco nodos y cuatro intervalos en los lados izquierdo y derecho.

2.11.2.2. *Malla no estructurada.*

Una malla no estructurada consta de celdas de varias formas, usualmente se emplean triángulos o cuadriláteros (2-D) y tetraedros o hexaedros (3-D). Se generan dos mallas no estructuradas para el mismo dominio en la figura 2.6, con la misma distribución de intervalo en los lados; estas mallas se muestran en la figura 2-6. A diferencia de la malla estructurada, en la no estructurada, no puede identificarse a las celdas de

manera única mediante los índices i y j ; en cambio, las celdas se numeran internamente de alguna otra manera por el paquete de la CFD.

Para configuraciones geométricas complejas, por lo general es mucho más fácil para el usuario del paquete de generación de malla crear una no estructurada. Por ejemplo, algunos paquetes de la CFD (usualmente antiguos) están escritos de manera específica para mallas estructuradas; estos paquetes convergen con mayor rapidez, y a menudo con mayor exactitud, por utilizar la identificación de celdas por índices como se hace en caso de las mallas estructuradas. Sin embargo, los modernos paquetes de la CFD de aplicación general, pueden manejar mallas estructuras y no estructuradas, esto ya no es un problema. Algo más importante es que se generan menos celdas con una malla estructurada que con una no estructurada. En la figura 2.5, por ejemplo, la malla estructurada es de $8 \times 4 = 32$ celdas, mientras que la malla triangular no estructurada de la figura 2.6 (a) tiene 76 celdas, y la malla cuadrilátera no estructurada de la figura 2.6 (b) tiene 38 celdas, aun cuando se aplica la distribución de nodos idéntica en los lados de los tres casos.

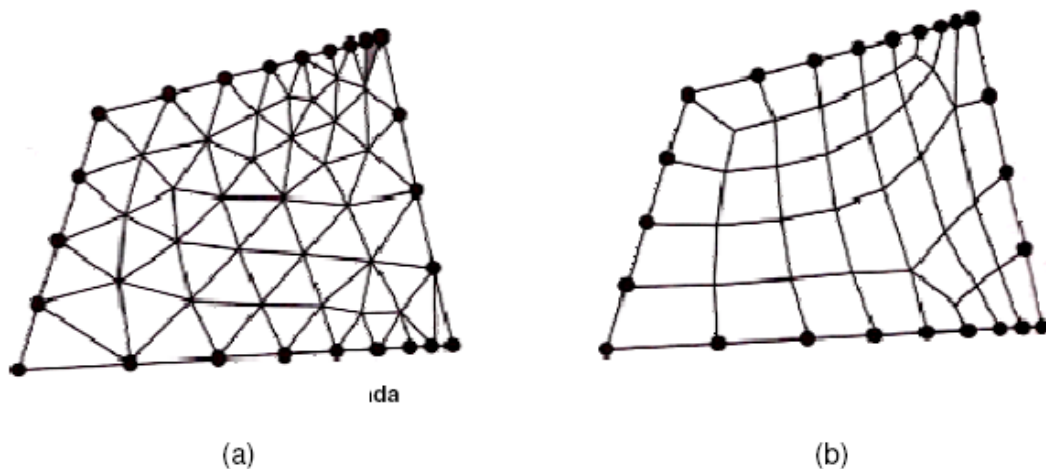


Figura 2.6 Malla no estructurada. [2]

En el ejemplo de la figura 2.6 se presenta una malla no estructuradas bidimensionales con nueve nodos y ocho intervalos en los lados superior e inferior, y cinco nodos y cuatro intervalos en los lados izquierdo y derecho. (a) malla estructural no estructurada y (b) malla cuadrilátera no estructurada. La celda sombreada en a) es moderadamente sesgada.

En las capas límite, donde las variables de flujo cambian con rapidez en la dirección normal a la pared y se requieren mallas de alta resolución en la cercanía a ésta, las mallas estructuradas permiten una resolución mucho más fina que las no estructuradas para el mismo número de celdas. Se debe enfatizar que sin importar el tipo de malla que se elija (estructurada o no estructurada, cuadrilátera o triangular, entre otros), es la calidad de la malla lo que es más imprescindible para soluciones confiables de la CFD. En particular, debe tenerse siempre cuidado que cada una de las celdas no esté muy sesgada porque esto puede crear dificultades e inexactitudes de convergencia en la solución numérica. La celda sombreada de la figura 2-6a es un ejemplo de una celda con sesgo moderadamente alto, definido como la desviación respecto de la simetría. Hay varias clases de sesgo, tanto para celdas de dos como de tres dimensiones; el tipo de sesgo más apropiado para celdas bidimensionales es el sesgo equiángulo, definido como:

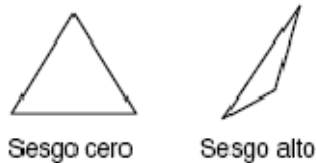
Sesgo equiángulo:

$$Q_{EAS} = MAX \left(\frac{\theta_{max} - \theta_{igual}}{180 - \theta_{igual}} \cdot \frac{\theta_{igual} - \theta_{min}}{\theta_{igual}} \right) \quad (2.165)$$

Donde θ_{min} y θ_{max} son los ángulos mínimos y máximo (en grados) entre dos lados cualesquiera de la celda, y θ_{igual} es el ángulo entre dos lados de una celda equilátera ideal con el mismo número de lados. Para celdas triangulares ($\theta_{igual} = 60^\circ$) y para celdas cuadriláteras ($\theta_{igual} = 90^\circ$). Se puede mostrar mediante la ecuación 2.139 que ($0 < \theta_{EAS} < 1$) para cualquier celda de 2-D. Por definición, un triángulo equilátero tiene sesgo cero. De la

misma manera, un cuadrado o rectángulo tiene sesgo cero. Un elemento triangular o cuadrilátero muy distorsionado podría tener un sesgo inaceptablemente alto ver figura 2.8. Algunos paquetes de generación de malla emplean esquemas numéricos para emparejar la malla con el fin de reducir el sesgo.

a) Celdas triangulares



b) Celdas cuadriláteras

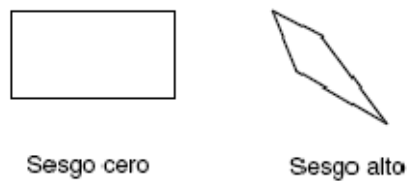


Figura 2.7 Sesgo en celdas. [2]

El sesgo se muestra en dos dimensiones en la figura 2.7: a) un triángulo equilátero tiene cero sesgo, pero un triángulo muy distorsionado tiene mucho sesgo. b) de manera similar un rectángulo tiene sesgo cero, pero una cuadrilátera muy distorsionada tiene alto sesgo. Otros factores afectan también la calidad de la malla. Por ejemplo, los cambios abruptos en el tamaño de celda conducen en el paquete de la CFD a dificultades numéricas o de convergencia. También, las celdas con una razón de sus dimensiones muy grande, a veces pueden causar problemas. Aunque es posible reducir la cantidad de celdas al usar una malla estructurada en vez de una no estructurada, una malla estructurada no siempre es la mejor elección, lo cual depende de la forma del dominio computacional.

2.11.2.3. Malla híbrida.

Una malla híbrida es la que combina regiones o bloques de mallas estructuradas y no estructuradas. Por ejemplo, se puede juntar una malla estructurada cercana a una pared con un bloque de malla no estructurada fuera de la región de influencia de la capa límite. Con frecuencia se emplea una malla híbrida para permitir alta resolución cerca de una pared sin necesitar alta resolución lejos de la pared ver figura 2.6). Cuando se genera cualquier tipo de malla (estructurada, no estructurada, híbrida) debe tenerse cuidado siempre de que cada una de las celdas no esté muy sesgada. Por ejemplo, ninguna de las celdas de la figura 2.6 tiene algún sesgo importante.

2.11.3. Verificación de la geometría.

2.11.3.1. Verificación de ejes “sliver edge checking”.

Realiza una búsqueda de los ejes más pequeños en la geometría, los cuales pueden producir una malla de baja calidad en regiones cercanas a éstos; usando como criterio el valor de tolerancia de longitud mínima de un eje, como $1,6 \text{ E-1}[\text{mm}]$.

2.11.3.2. Verificación de caras “sliver face checking”.

Es un factor de verificación de geometría que relaciona el perímetro con el área para cada cara. Caras con un alto factor de sliver face pueden resultar en mallas con una pobre calidad superficial. El sliver face factor es calculado mediante la siguiente fórmula:

$$\text{sliver factor} = \frac{(\text{perimetro})^2}{4\pi \times \text{Area}} \quad (2.166)$$

El límite usado normalmente como “sliver factor” es 25.

2.11.3.3. Verificación de la distorsión “*parametrization face checking*”.

Es un parámetro que mide la distorsión de las caras, la máxima distorsión aceptada normalmente es 10.

2.11.4. Calidad de la malla.

Usar una malla con una adecuada calidad es una parte importante para controlar los errores de discretización. La calidad de la malla puede ser medida mediante el cálculo de tres valores principalmente como lo son:

2.11.4.1. Ortogonalidad de la malla “*mesh orthogonality*”.

El concepto de malla ortogonal se refiere al ángulo entre caras de elementos adyacentes o el ángulo entre ejes de elementos adyacentes, estén cerca de su ángulo óptimo (por ejemplo, 90° para cuadrilátero y los 60° para elementos de caras triangulares). La medida más relevante de la ortogonalidad de la malla, se ilustra en la figura 2.8. Se trata de el ángulo entre el vector que une a dos (volumen de control) nodos (s) y el vector normal en cada punto de integración de superficie (n) asociados con el borde.

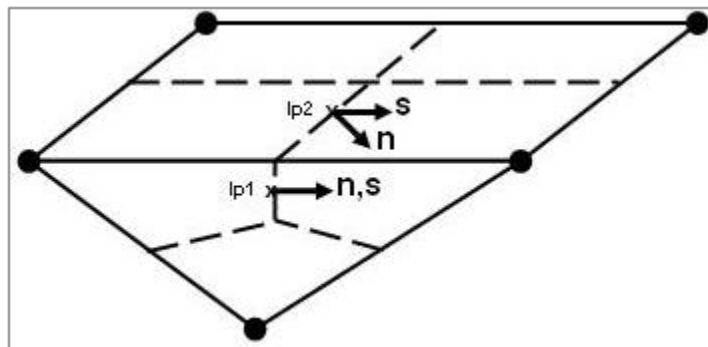


Figura 2.8 Ortogonalidad de la malla “Mesh orthogonality”. [1]

El Mínimo Angulo de Ortogonalidad aceptable es 20° .

2.11.4.2. Factor de expansión de la malla “mesh expansion factor”.

Este factor se refiere a la mayor tasa de cambio de volumen entre volúmenes de control adyacentes. Y se calcula de manera aproximada relacionando el radio máximo con el radio mínimo de volúmenes de control adyacentes. El “Mesh expansión factor” recomendado para las aplicaciones es ≤ 20 y se puede observar en el ejemplo de la figura 2.9.

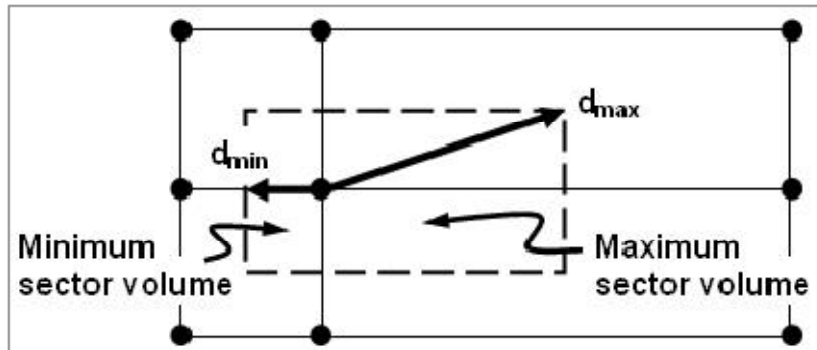


Figura 2.9 Factor de expansión de la malla “Mesh expansion factor” [1]

2.11.4.3. Aspecto del radio de la malla “mesh aspect ratio”.

El concepto de “Mesh Aspect Ratio” estudia los elementos de la malla a medida que estos se van estrechando y envuelve la relación entre la máxima distancia y la mínima área adyacentes a cada nodo a través de todo el dominio, como se ilustra en la figura 2.10. Un rango aceptable de “Mesh Aspect Ratio” sería < 100 .

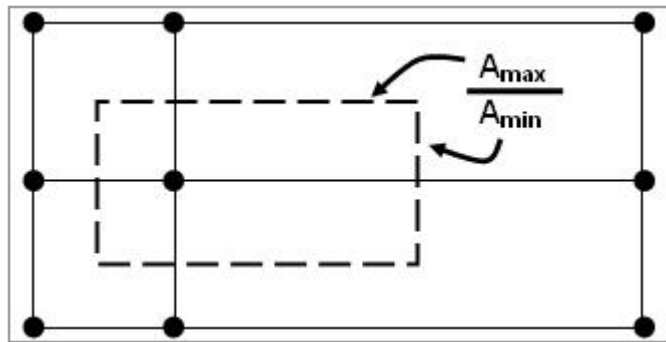


Figura 2.10 Aspecto del radio de la malla “Mesh aspect ratio” [1]

2.11.5. Criterio de convergencia de la raíz media promedio. [1]

El Residuo de la raíz media promedio o RMS por sus siglas en inglés “ROOT MEAN SQUAR”, consiste en sumar todos los residuos del dominio, determinar la media de los residuos y por último calcular la raíz cuadrada de la media obtenida. Una medida de convergencia de la solución puede ser obtenida por el trazado de los residuos para cada ecuación al final de cada intervalo de tiempo de la simulación o “TimeStep”. Para la determinación del valor de RMS razonable para evaluar la convergencia pueden tenerse en cuenta los siguientes lineamientos:

- Valores por encima de $1 \cdot 10^{-4}$ puedan ser suficientes para obtener una evaluación cualitativa del campo de flujo
- $1 \cdot 10^{-4}$ es una convergencia relativamente imprecisa, pero puede ser suficiente para muchas aplicaciones de ingeniería.
- $1 \cdot 10^{-5}$ representa una buena convergencia y usualmente suficiente para la mayoría de aplicaciones de ingeniería.
- $1 \cdot 10^{-6}$ o menor representa una convergencia bastante alta y es ocasionalmente requerida para problemas sensibles a la geometría. En muchos casos no es posible obtener este nivel convergencia, particularmente utilizando un programa de solución de ecuaciones de precisión simple.

CAPÍTULO 3

Marco Metodológico

En este capítulo se define el tipo de investigación a realizar, se establecen los recursos disponibles y se describe el procedimiento empleado para la modelación numérica del fenómeno de flujo de fluido compresible a través de una tobera convergente.

3.1 Nivel de la investigación.

El nivel de la investigación es el grado de dificultad con que se aborda un objeto u fenómeno. Hernández Sampieri et al (2003) en su libro “Metodología de la Investigación” define cuatro niveles de investigación: exploratoria, descriptiva, correlacional y explicativa. A su vez Sabino (1986) define la investigación descriptiva como:

“Su preocupación primordial radica en describir algunas características fundamentales de conjuntos homogéneos de fenómenos, utilizando criterios sistemáticos que permitan poner de manifiesto su estructura o comportamiento. De esta forma se pueden obtener las notas que caracterizan a la realidad estudiada.”

Esta investigación se caracteriza por describir e identificar el comportamiento del flujo compresible a través de una tobera convergente, mediante aproximaciones numéricas, utilizando los adelantos de la Dinámica de Fluidos Computacional o CFD, por tal motivo es una investigación de tipo descriptiva.

3.2 Diseño de investigación.

El diseño de la investigación, no es más que la estrategia general que adopta el investigador para responder al problema planteado. En atención al diseño, la investigación se clasifica en: documental, de campo y experimental.

La investigación de campo es un método directo para obtener información confiable que permita conocer la situación real del problema e imaginarse las propuestas para solucionarlo, para la UPEL (1998), la investigación de campo es:

“El análisis sistemático de problemas en la realidad, con el propósito bien sea de describirlos, interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos o predecir su ocurrencia, haciendo uso de métodos característicos de cualquiera de los paradigmas o enfoques de investigación conocidos o en desarrollo. La fuente principal de datos es el sitio donde se presenta el problema, los datos de interés son recogidos en forma directa de la realidad, en este sentido se trata de investigaciones a partir de datos originarios o primarios” (p.8).

Esta investigación es del tipo de campo ya que se espera describir, entender e interpretar los datos que se obtendrán de la aplicación de la Dinámica de Fluidos Computacional o CFD en el análisis de flujo compresible en una tobera convergente. La investigación está orientada según las siguientes etapas: una revisión bibliográfica de las teorías de diseño de toberas reales, seleccionar el(los) ángulo(los) de convergencia, seleccionar el(los) coeficiente(es) de rugosidad así como la(las) condición(es) de transferencia de calor a estudiar de acuerdo a las bases teóricas disponibles, la determinación de los modelos matemáticos y leyes fundamentales que dominan en la simulación a realizar; y la realización y post-análisis de la simulación numérica.

3.3 Revisión bibliográfica.

Revisión bibliográfica de trabajos de grado y otras publicaciones relacionadas con el estudio de flujo a través de una tobera, con el fin de determinar los parámetros físicos involucrados en el flujo de fluido en una tobera, así como también determinar los modelos matemáticos y leyes

fundamentales que definen el comportamiento del fluido a través de una tobera.

3.4 Selección de la tobera estudiar.

Se selecciona una tobera de tipo convergente real considerando rugosidad y transferencia de calor, tomando como criterio principal la validación de la simulación a través del uso de datos experimentales, facilitando la comparación de los resultados con los obtenidos en investigaciones anteriores realizadas en toberas de características similares.

A su vez, la tobera seleccionada permite realizar un diseño preciso en el programa de computadora CAD y su posterior procesamiento en el programa de análisis numérico debido a la sencillez de su geometría, permitiendo un proceso de cálculo más acertado y una mayor exactitud en los resultados obtenidos.

3.5 Selección de los modelos matemáticos.

Una vez realizada la revisión bibliográfica satisfactoria, se determinan los modelos matemáticos más apropiados para la realización de la simulación numérica basándose en la interpretación de la investigación bibliográfica y de ser necesario la comparación de los resultados obtenidos en la simulación de modelos similares al seleccionado en esta investigación.

3.6 Desarrollo del experimento numérico.

Esta sección consta de las siguientes fases:

3.6.1 Modelación de la tobera a estudiar.

La meta general es construir un modelo predictivo para flujos en toberas convergentes en la presencia de rugosidad en la superficie y transferencia de calor constante. El modelo debe permitir la determinación de los parámetros de diseño necesarios como geometría de la tobera, condiciones de borde para cualquier requerimiento de rendimiento dependiendo de las aplicaciones, por ende los requisitos primordiales son adaptabilidad, simplicidad y tiempo de cálculo. Los cálculos yacen en los principios de la conservación de la masa y de la energía y en el momento y ecuaciones de estado del volumen de control, dados en la figura 3.1.

Los esquemas para las toberas pueden ser designados en varios estilos (ecuación 3.1); los de forma lineal estrechándose, el cual está en consideración en el presente trabajo e interpreta la interacción de los parámetros estructurales principales de la tobera, tales como los diámetros de entrada y salida ($D_{in} - D_{ex}$), longitud (L) y ángulo de convergencia (α). Ya que las secciones laterales y transversales de la tobera juegan un rol importante en el conjunto principal de las ecuaciones.

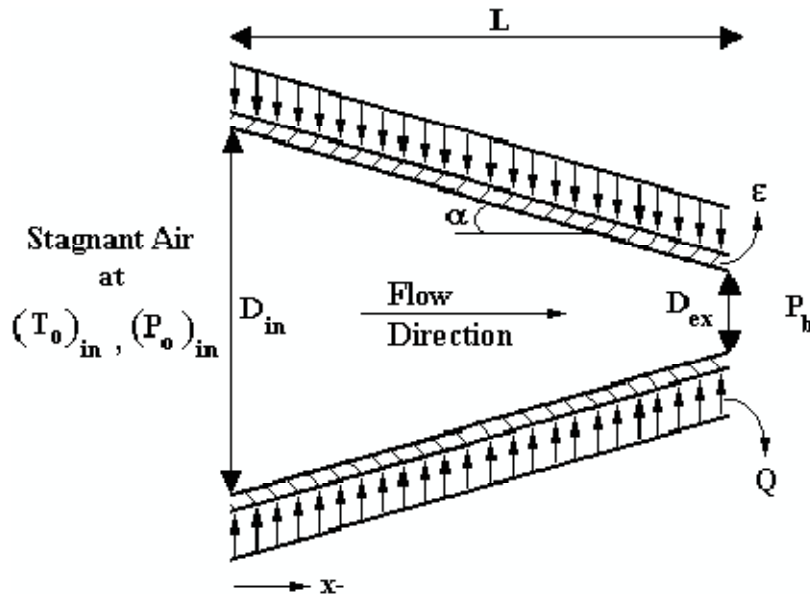


Figura 3.1. Esquema de la tobera.

$$\tan(\alpha) = \frac{D_{in} - D_{ex}}{2L}, \quad (3.1)$$

$$D = D_{in} - 2 \cdot x \cdot \tan(\alpha) \quad (3.2)$$

El presente modelo está basado en el hecho de que la convergencia de la tobera es operada establemente, por ello las condiciones de estancamiento de la presión y la temperatura son continuas y homogéneas aguas arriba de la tobera convergente. Por otra parte, como en muchos trabajos numéricos (Kammash & Godfroy 1997; Lear et al 1997; Park et al 2001) la velocidad del aire, presión y temperatura son consideradas uniformes a través de cualquier sección normal al eje del flujo. Es bien conocido que las propiedades del aire, como el calor específico a presión constante (C_p), viscosidad cinemática (ν) y el número de Prandtl (Pr), son substancialmente dependientes de la temperatura (Incropera & De Witt 1990).

3.6.2 Diseño de la tobera a estudiar mediante software de diseño asistido por computadora (CAD).

El dominio a estudiar se dibuja mediante una herramienta de diseño asistido por computadora llamado SolidWorksTM, la cual permite dibujar de acuerdo a la geometría deseada (diámetros, ángulo de convergencia y longitud.).

Para dimensionar la tobera se toma como D_{in} 102.26 mm (4") según norma ANSI B31.3 para tubería de acero al carbono cedula 40, ver anexo B.1, posteriormente se procede a dimensionar el resto de los parámetros a partir de la ecuación 3.1 y 3.2 cuyos valores son:

Tabla 3.1. Variación del diámetro de salida dado el diámetro de entrada y la longitud de la tobera.

Dado el Di y L			
Din (mm)	102.260	L(mm)	100
Angulo α	Radian	Tang(α)	Dex(mm)
0.00	0.00	0.00	102.26
3.00	0.05	0.05	91.78
6.00	0.10	0.11	81.24
9.00	0.16	0.16	70.58

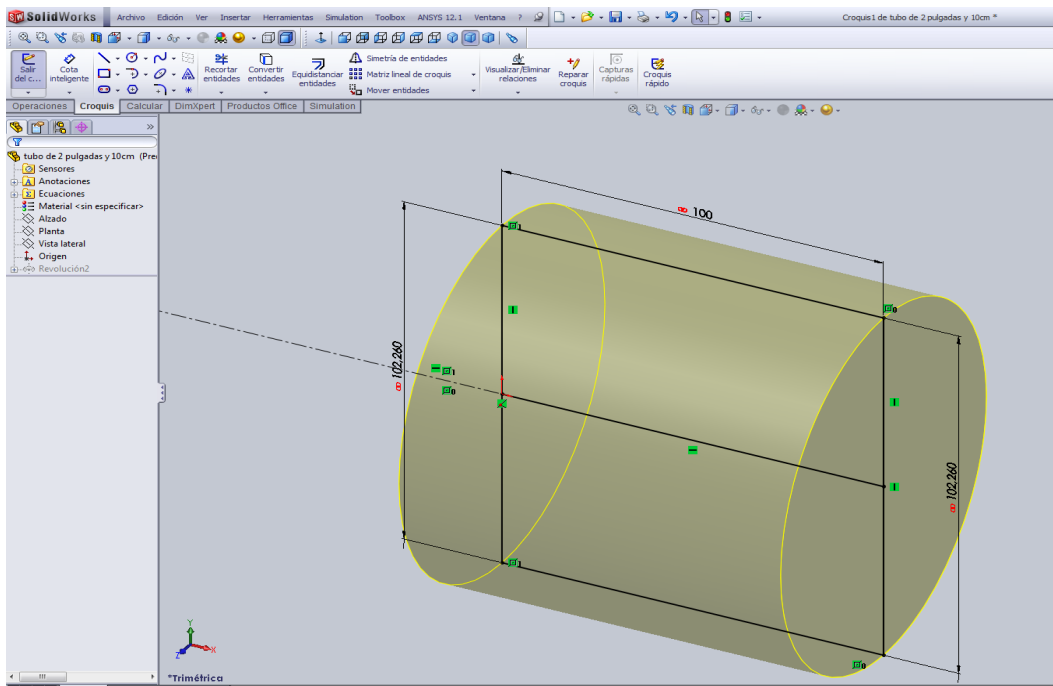


Figura 3.2 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha = 0$.

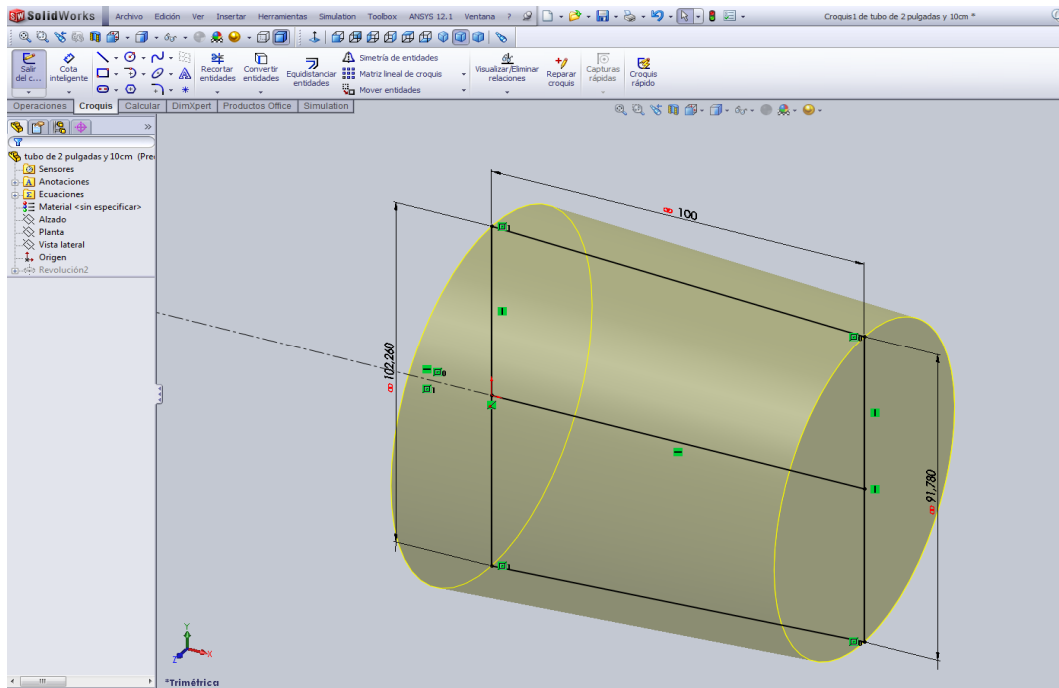


Figura 3.3 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha=3$.

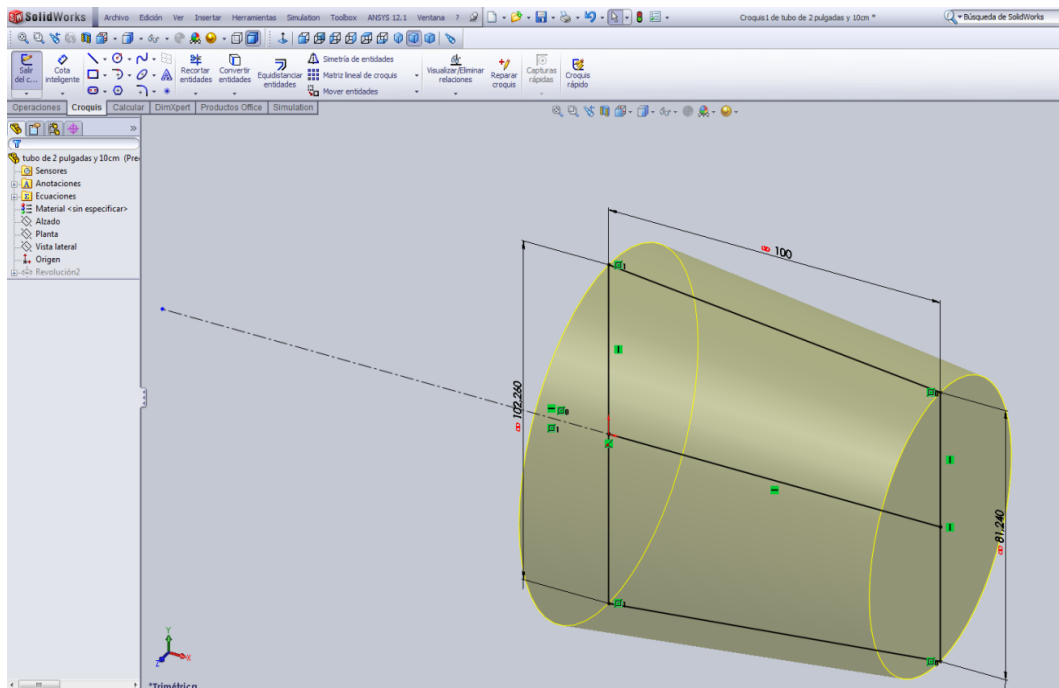


Figura 3.4 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha=6$.

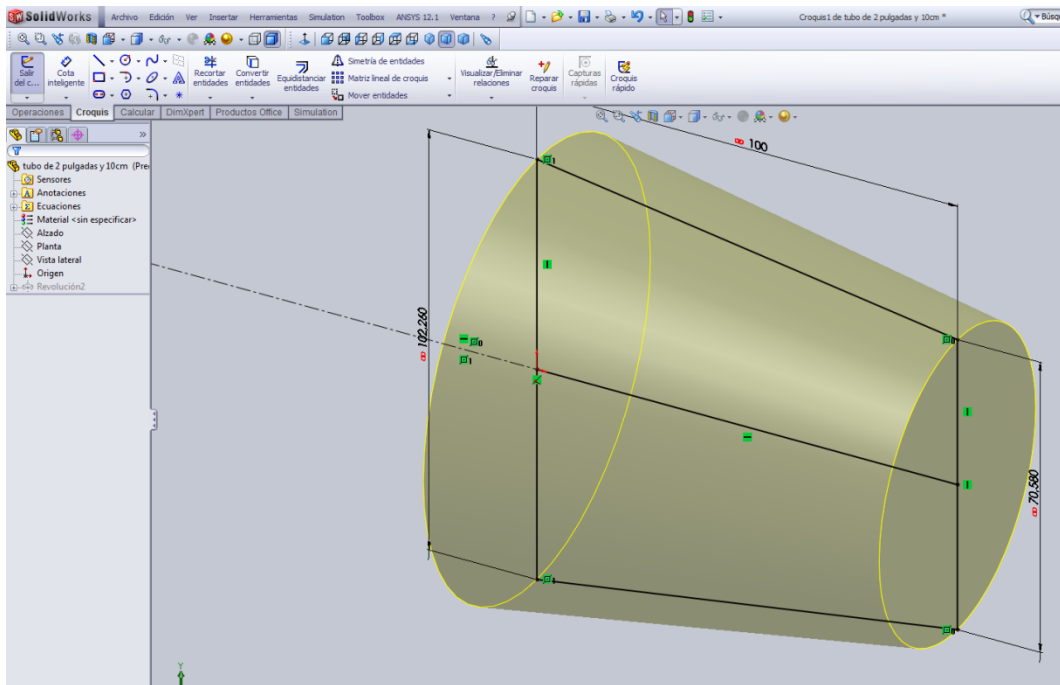


Figura 3.5 Configuración del diseño de la tobera para $\alpha=9$.

3.6.3 Establecimiento de la geometría, mallado y condiciones de contorno del experimento.

Se importan los diferentes diseños de las toberas al software de verificación de geometría, con la finalidad de evaluar el correcto funcionamiento del diseño, a través de la aceptación de la geometría por parte del programa.

El resultado de importar la geometría creada en el programa CAD, al modulo de verificación de geometría se muestra en la figura 3.6.

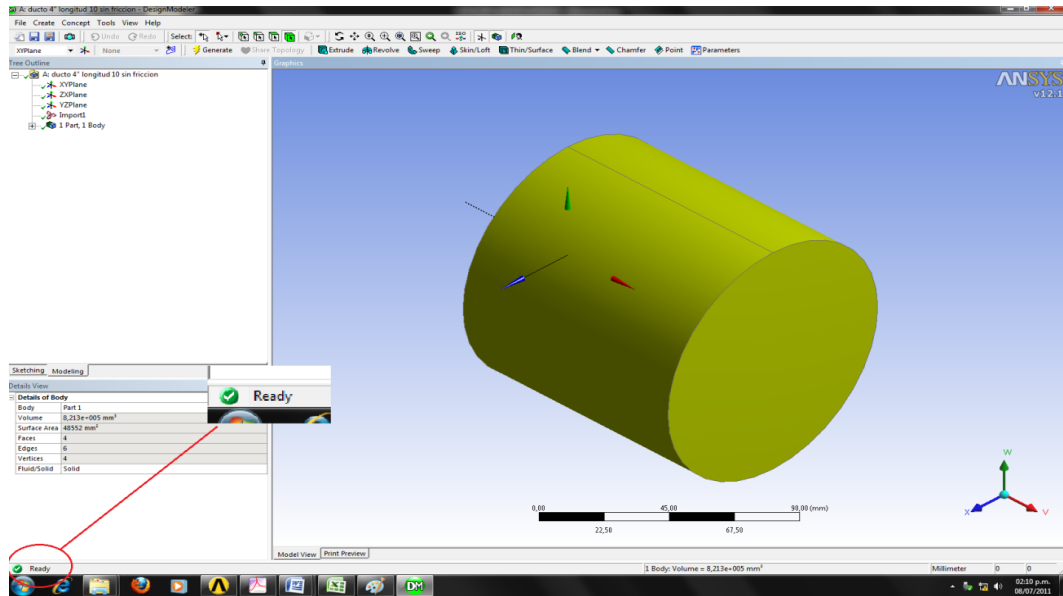


Figura 3.6 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha = 0$.

Una vez aceptado el diseño por el programa de geometría, este procede a verificarlo y posteriormente arroja un mensaje de validación y correcto funcionamiento del diseño para luego pasar al proceso de mallado.

En la figura 3.7 se puede observar la aceptación de la geometría de la tobera con $\alpha = 3^\circ$ por parte del programa.

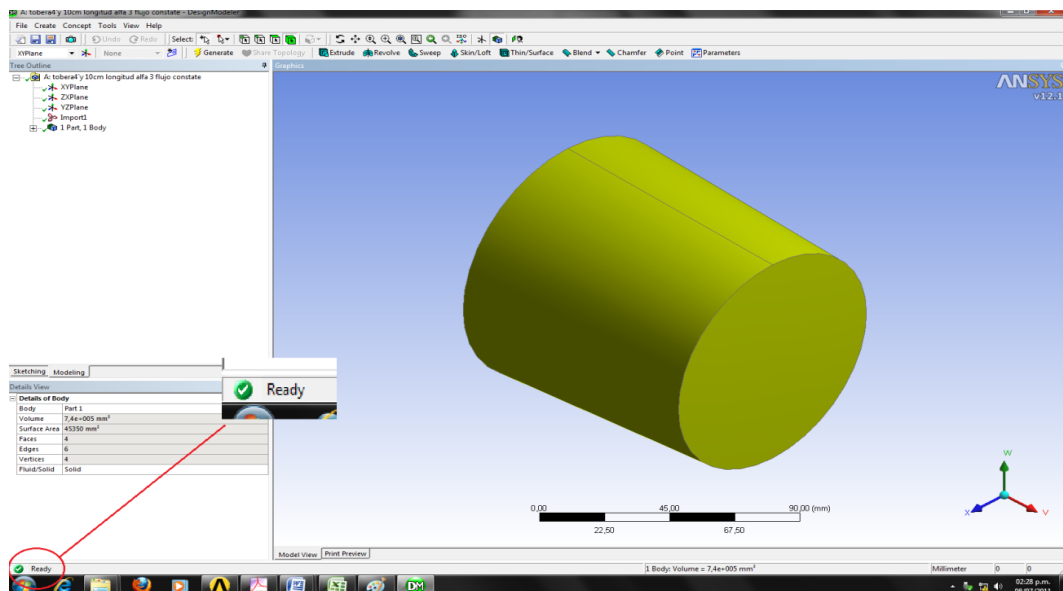


Figura 3.7 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha = 3$.

La validación de la tobera con $\alpha = 6^\circ$, se puede ver en la figura 3.8.

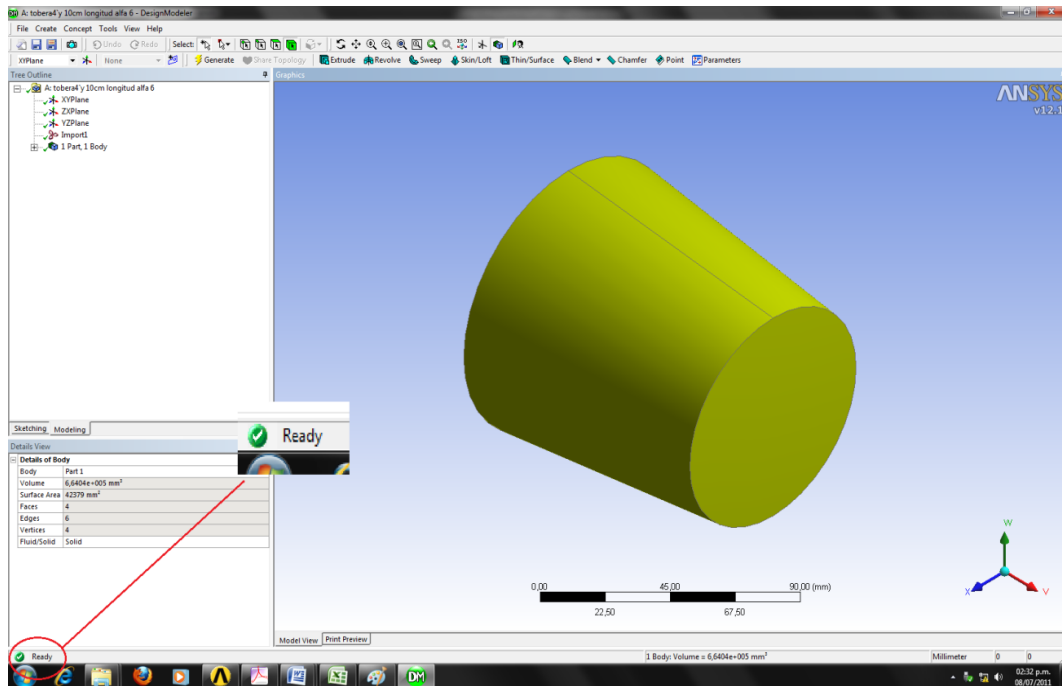


Figura 3.8 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha = 6$.

La figura 3.9 muestra como la tobera de $\alpha = 9^\circ$ aprueba la verificación de la geometría.

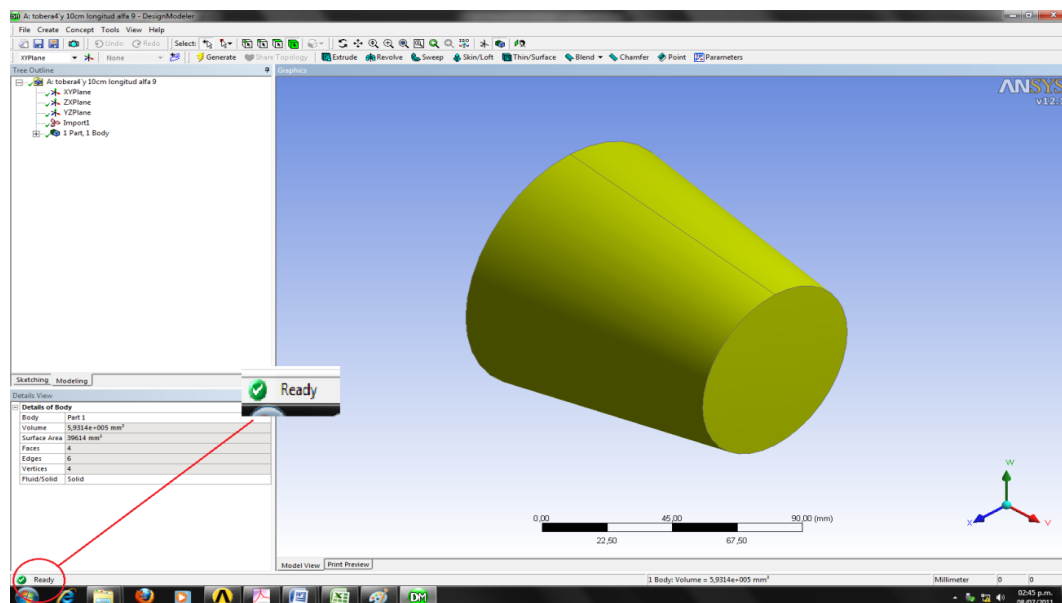


Figura 3.9 Validación de la geometría para la tobera con $\alpha = 9$.

Una vez introducida la geometría del dominio en el software de mallado; se procede a configurar el mallado del mismo, comenzando por la creación de cara de entrada del fluido, la cara de salida del fluido y la superficie de flujo del fluido de la tobera (ver figura 3.10).

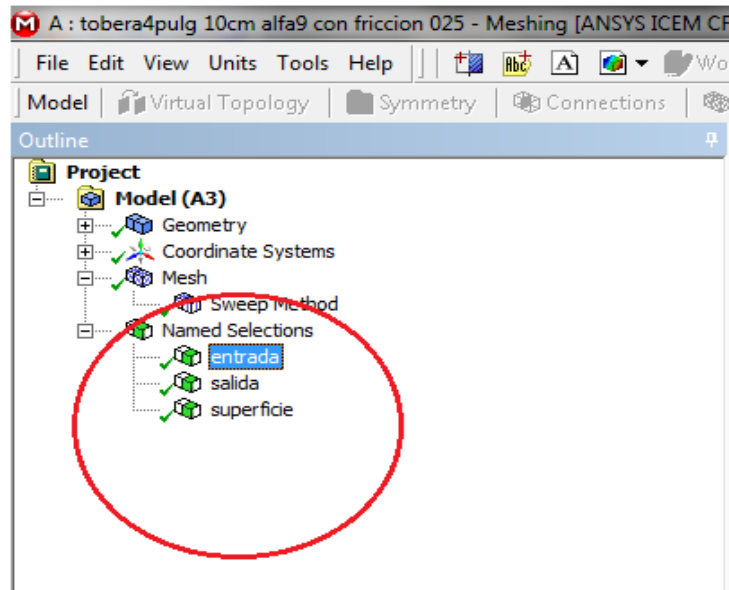


Figura 3.10 Creación de las diferentes caras del fluido.

Una vez creadas las caras del flujo se configuran los parámetros del modelo de mallado, como se muestra en la figura 3.11.

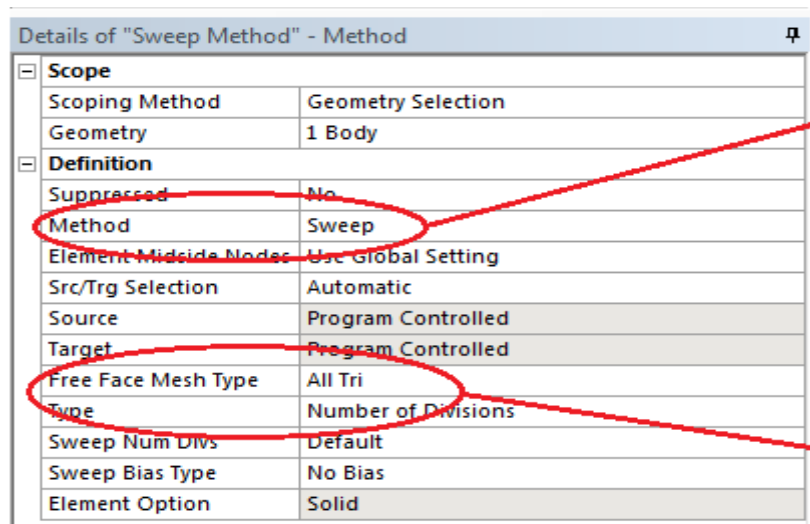


Figura 3.11 Selección del método y tipo de elemento del mallado.

Se configura la intensidad del mallado a un valor medio el cual muestra el número de elementos suficientes para obtener los resultados esperados. El resultado de la topología y el mallado previo se muestra en la figura 3.12.

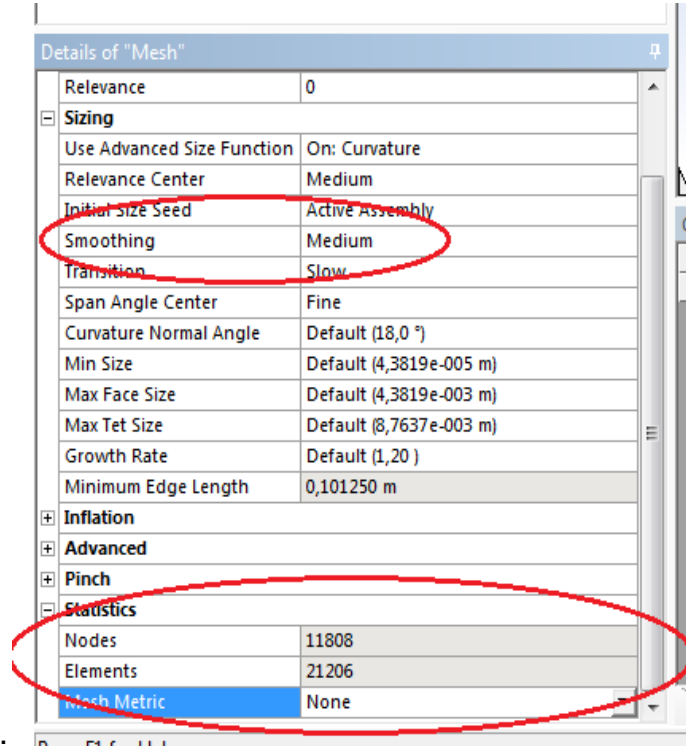


Figura 3.12 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha=9$.

El número aproximado de elementos para la discretización del dominio fue de 21206 para una tobera con ángulo $\alpha=9$. Dicho número fue elegido mediante el estudio de varias intensidades de mallados, donde se llegó a la conclusión de que con un número de elementos de aproximadamente 21206 se obtendrían resultados satisfactorios con un tiempo computacional no muy elevado.

Para la tobera cuyo ángulo de convergencia $\alpha = 6$ se conserva la misma configuración. El resultado de la topología y el mallado previo se muestra en la figura 3.13.

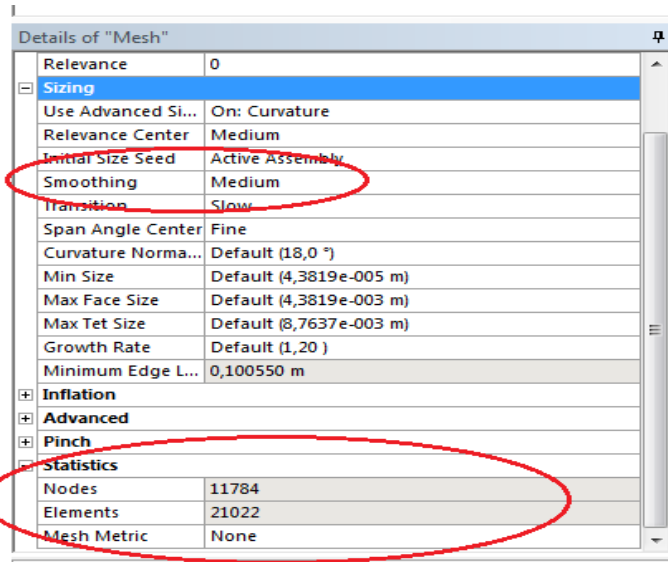


Figura 3.13 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha = 6$.

El número aproximado de elementos para la discretización del dominio fue de 21022 para una tobera con ángulo $\alpha = 6$.

Para la tobera cuyo ángulo de convergencia $\alpha = 3$ se conserva la misma configuración. Ver figura 3.14.

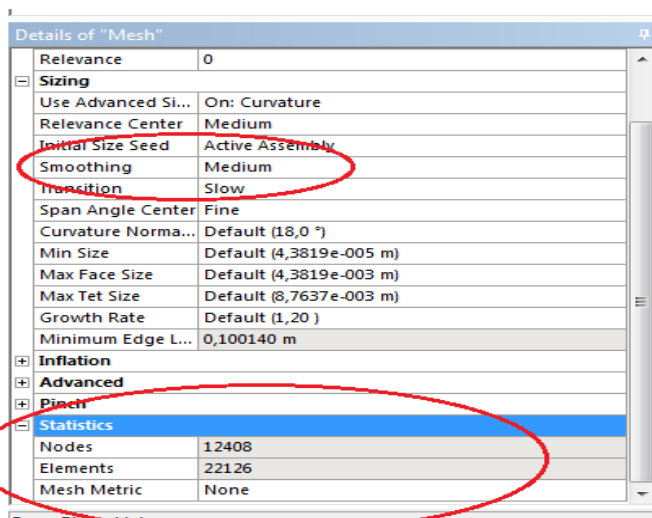


Figura 3.14 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha = 3$.

El número aproximado de elementos para la discretización del dominio fue de 22126 para una tobera con ángulo $\alpha = 3^\circ$. El resultado de la topología y el mallado previo se muestra en la figura 3.14.

Para la tobera cuyo ángulo de convergencia $\alpha = 0^\circ$ se conserva la misma configuración. El resultado de la topología y el mallado previo se muestra en la figura 3.15.

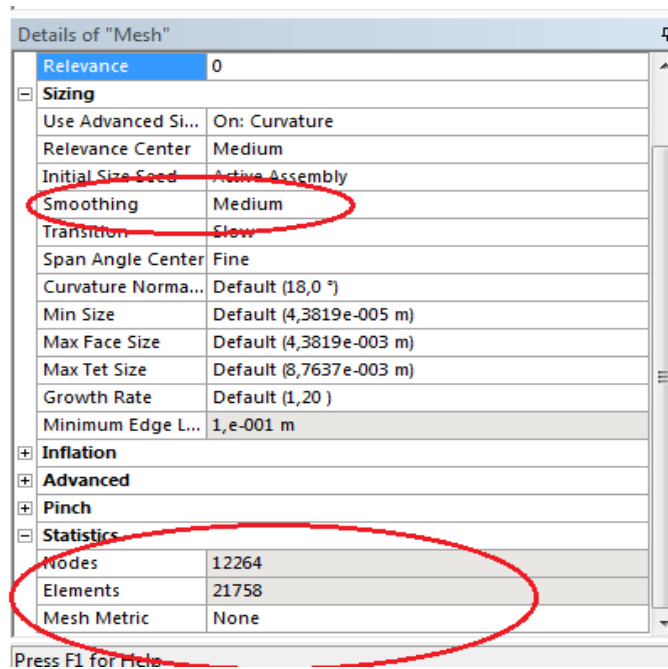


Figura 3.15 Intensidad de elementos del mallado para $\alpha = 0^\circ$.

El número aproximado de elementos para la discretización del dominio fue de 21758 para una tobera con ángulo $\alpha = 3^\circ$

Una vez verificado el número aproximado de elementos, se procede a la creación del mallado, presentando una distribución uniforme, tal como se puede apreciar en la figura 3.16

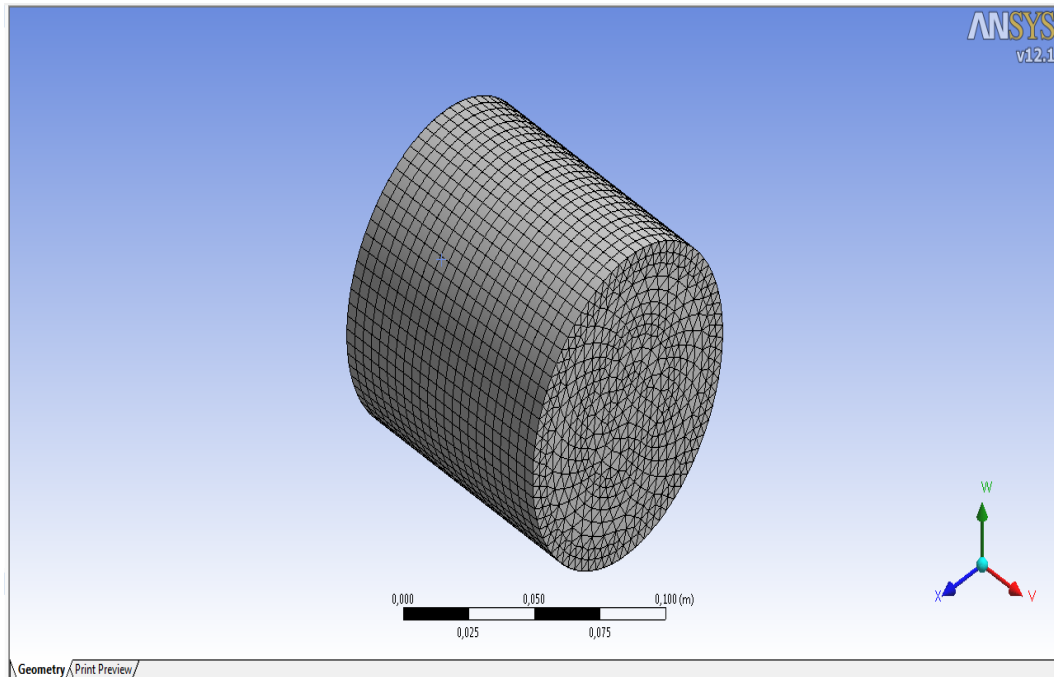


Figura 3.16 Intensidad de elementos del mallado de tobera de ángulo $\alpha=0$.

Obsérvese que la geometría de los elementos es triangular porque permite que las líneas de flujo en la superficie entren y salgan de las caras de los elementos en ángulos cuasi-ortogonales, lo que simplifica el cálculo y la obtención de las soluciones de ecuaciones que rigen el movimiento del fluido y disminuye los requerimientos computacionales. La elección de otra geometría de elementos dependerá del tipo de estudio que se requiera llevar a cabo y de la geometría del dominio, y el mallado posiblemente tendrá que ser realizado en otros programas destinados a esta función.

3.6.4 Configuración del dominio y condiciones de borde del campo de flujo.

Se debe primero definir las diferentes áreas que conforman la tobera; como la entrada y salida de fluido así como los límites que debe tener el

paso de flujo. Una vez importado el mallado se procede a la configuración de partes por medio de la herramienta CFX-Pre como se indica en la figura 3.17.

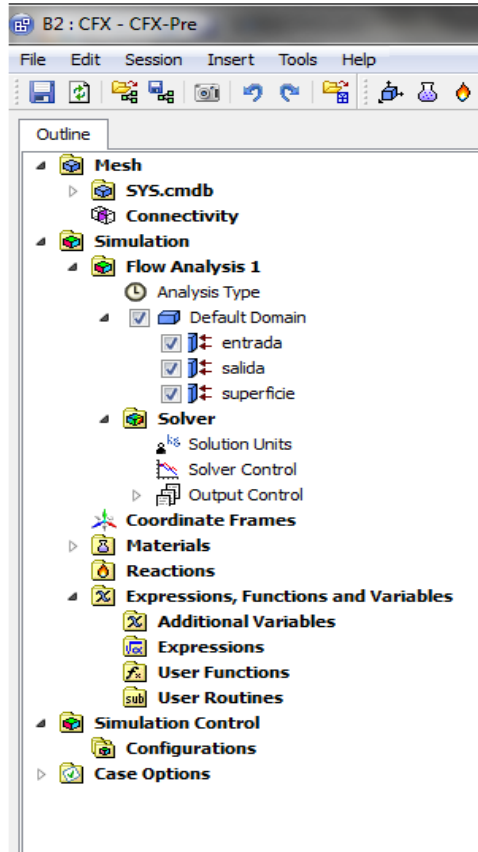


Figura 3.17 Entrada a la configuración del CFX-Pre.

Se procede a la configuración de cada una de las partes del flujo como son la entrada, la salida y la superficie de la tobera, estas condiciones varían para cada uno de los distintos ángulos como lo son para $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 3^\circ$, $\alpha = 6^\circ$, $\alpha = 9^\circ$. Este procedimiento es similar para cada uno de estos casos como se indica en la figura 3.18.

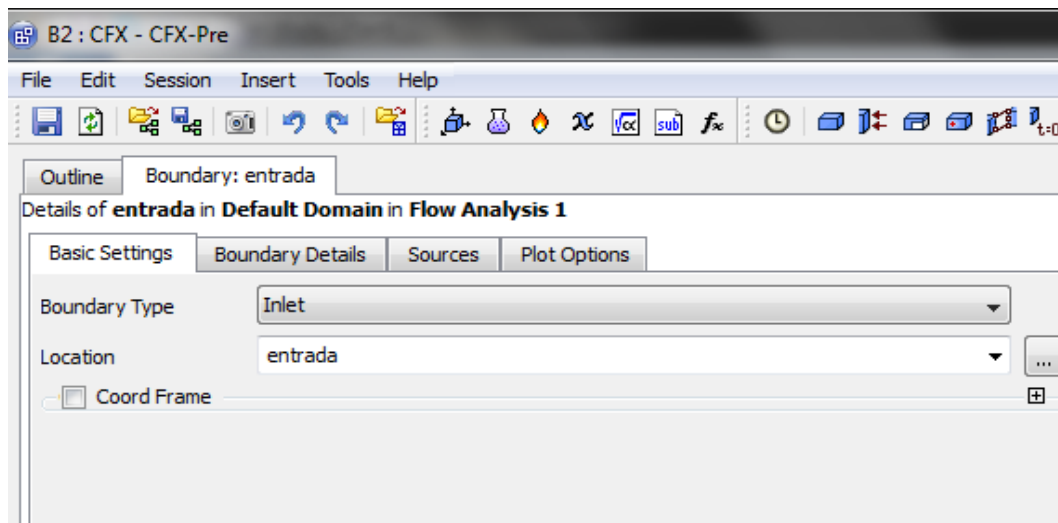


Figura 3.18 Selección del plano de entrada del flujo.

Luego de confirmar el plano y tipo de flujo se proceden a configurar las condiciones de borde a la entrada de la tobera, el tipo de régimen de fluido, la cantidad de flujo másico que atraviesa la tobera, dirección del flujo, modelo de turbulencia y por último la temperatura de entrada del fluido como se muestra en la figura 3.19.

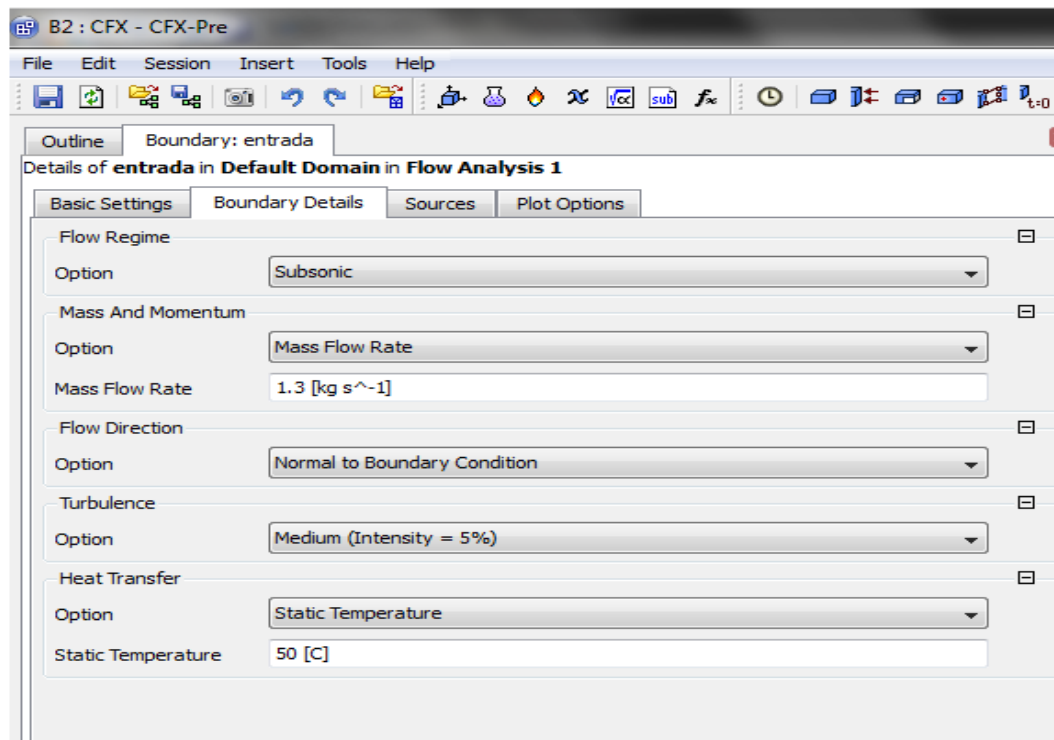


Figura 3.19 Panel de configuración de condiciones de entrada del fluido.

Luego se procede de igual forma al establecimiento de las condiciones de salida, estableciendo el mismo valor de entrada del flujo másico para así cumplir con la ley de conservación de masa del fluido como se muestra en la figura 3.20.

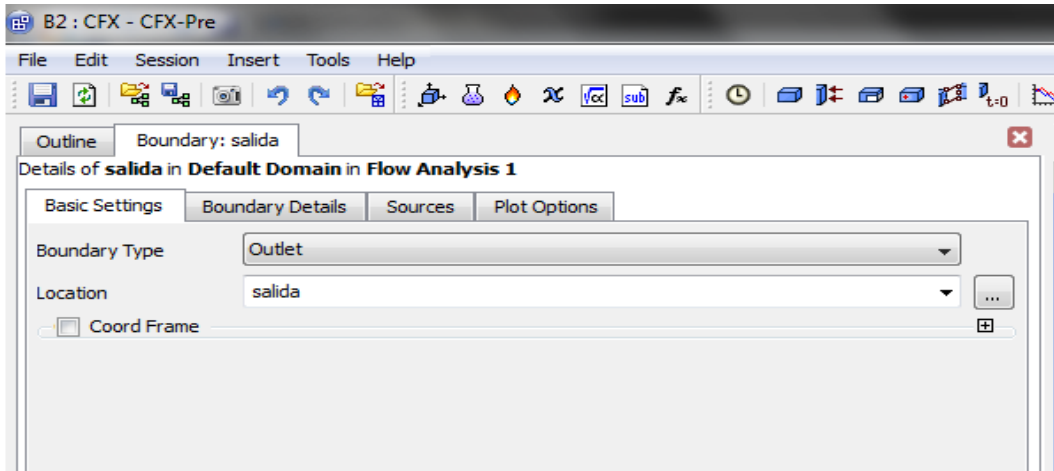


Figura 3.20 Selección del plano de salida del flujo.

Al igual que las condiciones de entrada del fluido, se procede a la configuración de las condiciones de salida del mismo, como se puede apreciar en la figura 3.21

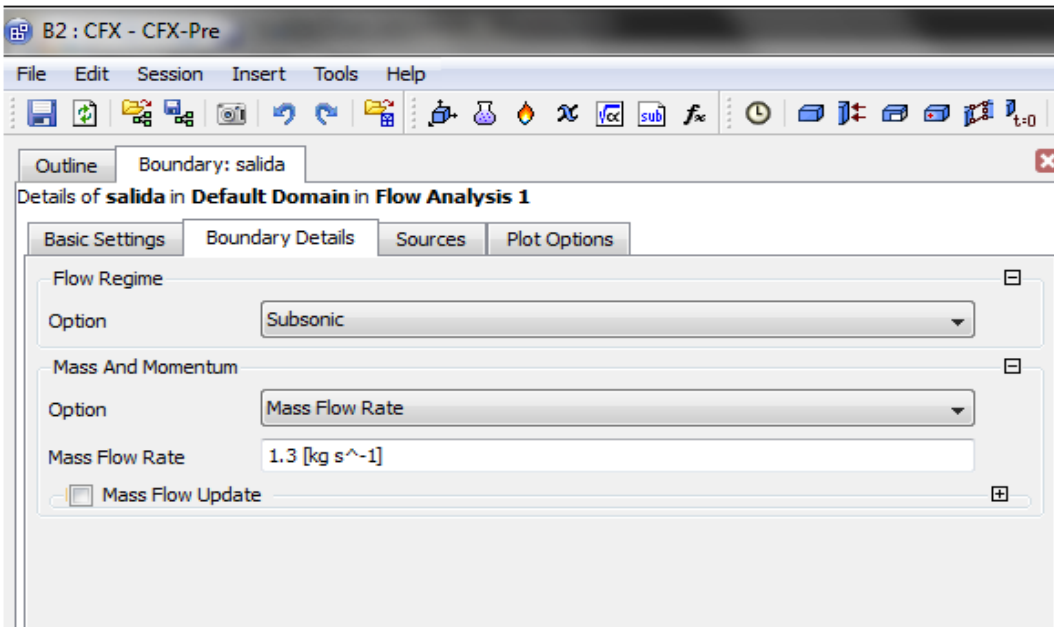


Figura 3.21 Panel de configuración de condiciones de salida del fluido.

De igual forma se configuran las condiciones de estudio de la superficie del fluido que pasará a través de la tobera, en esta etapa se debe configurar la rugosidad de pared de la tobera así como la condición de transferencia de calor de la pared de la misma por lo tanto esta configuración varía para cada caso de estudio, en nuestro caso existen 2 variaciones de coeficiente de rugosidad y 4 variaciones de transferencia de calor como se muestra en la figura 3.22

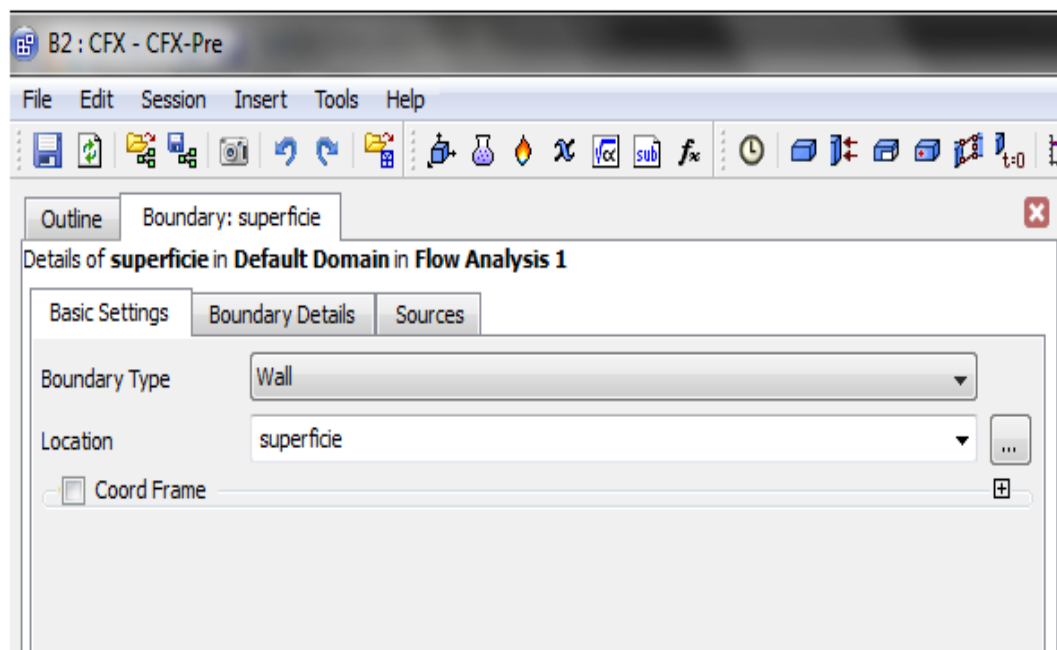


Figura 3.22 Selección del plano de la superficie del flujo.

Una vez configuradas las condiciones de la superficie, se procede a establecer el tamaño de grano para el coeficiente de rugosidad absoluta, tal como se muestra en la figura 3.23.

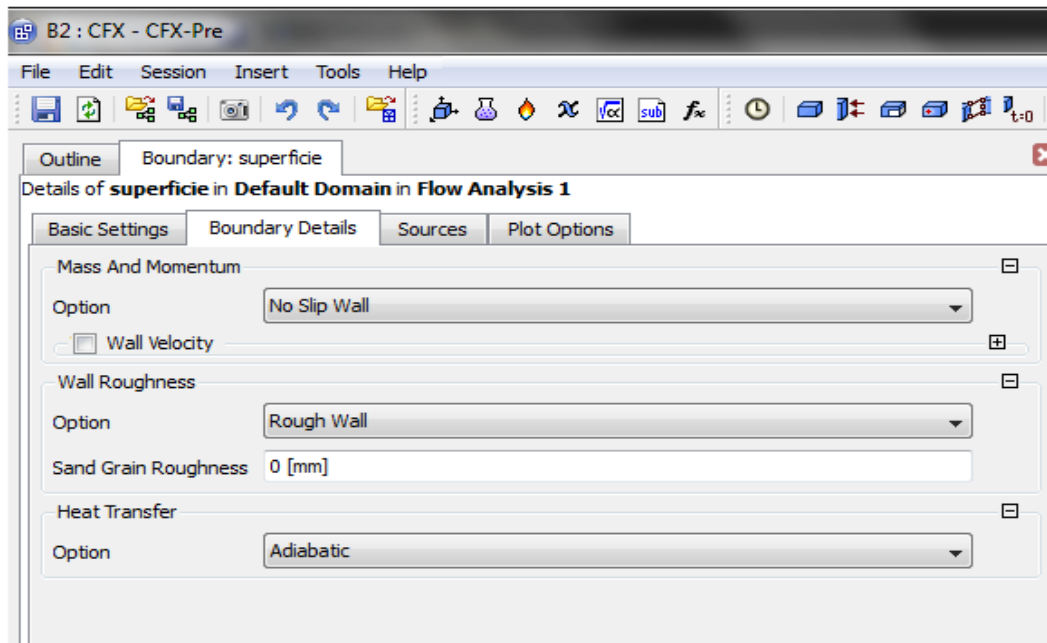


Figura 3.23 Panel de configuración del tamaño de grano para el coeficiente de rugosidad absoluta.

De igual forma se establece la cantidad de calor que será suministrado al flujo como se aprecia en la figura 3.24

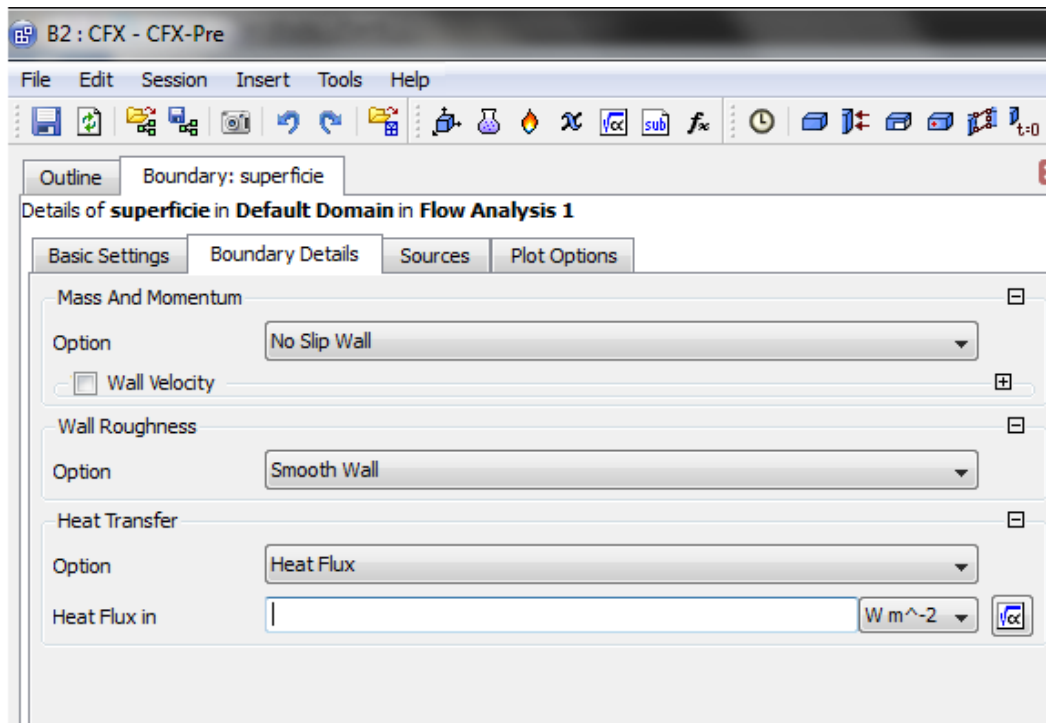


Figura 3.24 Panel de configuración de la transferencia de calor.

Luego de la configuración general de las condiciones del fluido, se procede a la configuración de las condiciones físicas como el tipo de fluido (agua, aire, vapor de agua, etc.); tipo de régimen (estacionario o transitorio); modelos de transferencia de calor y turbulencia al igual que se fija la presión de referencia, estas propiedades son las mismas para cada uno de los casos a estudiar.

En la figura 3.25 se observa la selección del fluido de trabajo, en éste caso “aire” como gas ideal, además de la presión de referencia de 101,3 kPa (1 atm). Dejando los demás valores como los pre-establecidos por el programa.

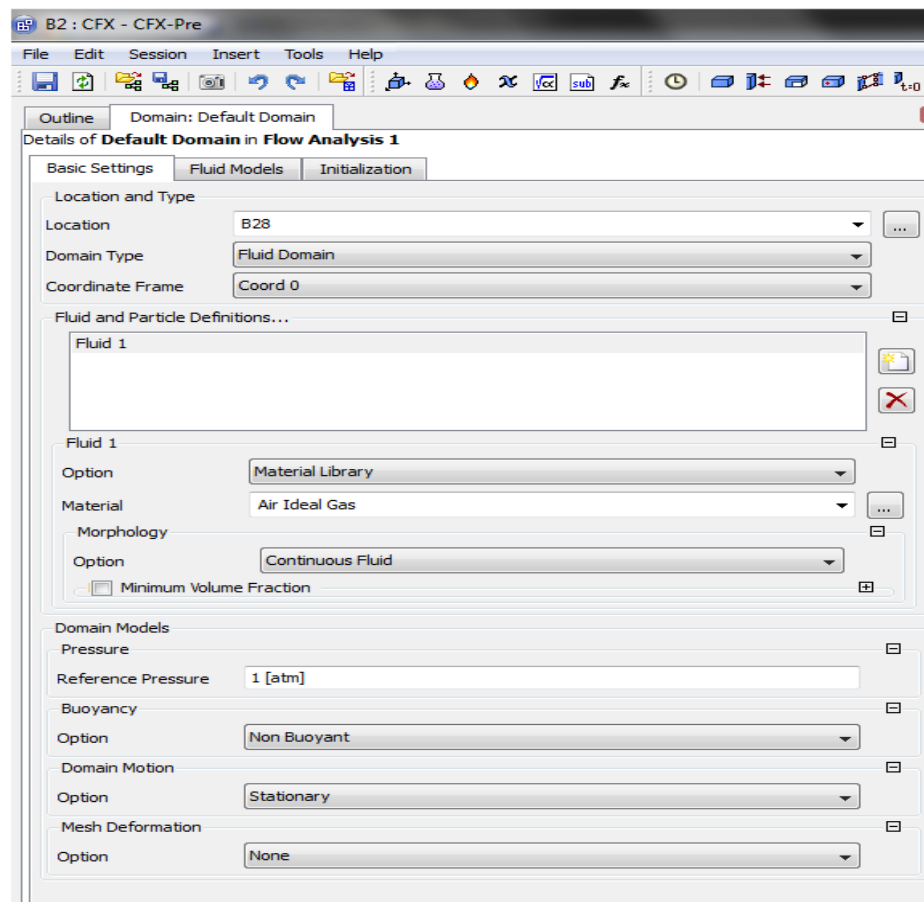


Figura 3.25 Panel de configuración de propiedades físicas.

Por otra parte se establece el modelo de turbulencia a utilizar tal como se observa en la figura 3.26.

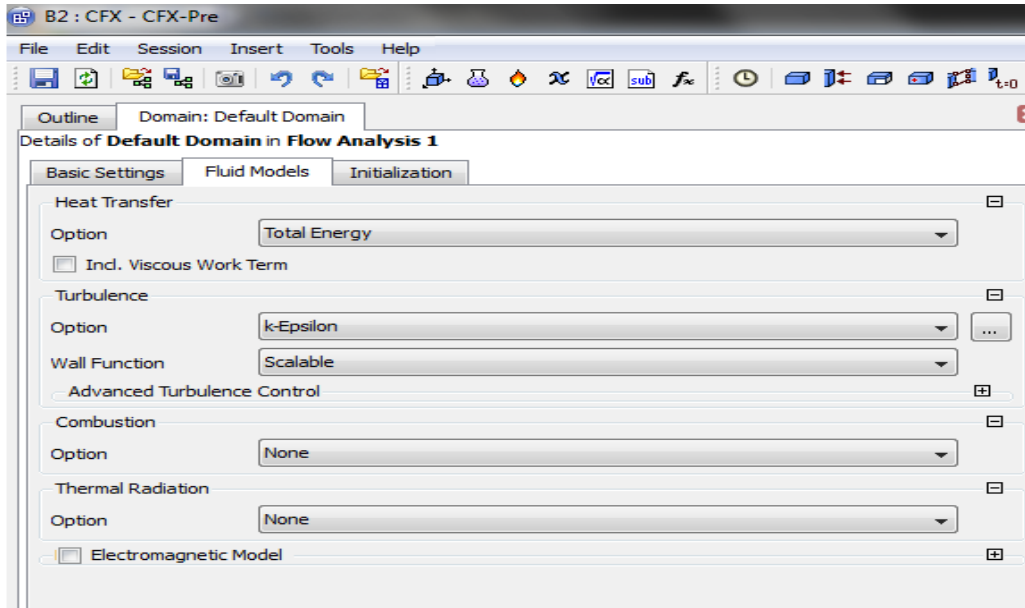


Figura 3.26 Panel de configuración del modelo de turbulencia utilizado.

Una vez establecidas todas las condiciones del fluido, el programa queda listo para continuar con la simulación, tal como se puede ver en la figura 3.27.

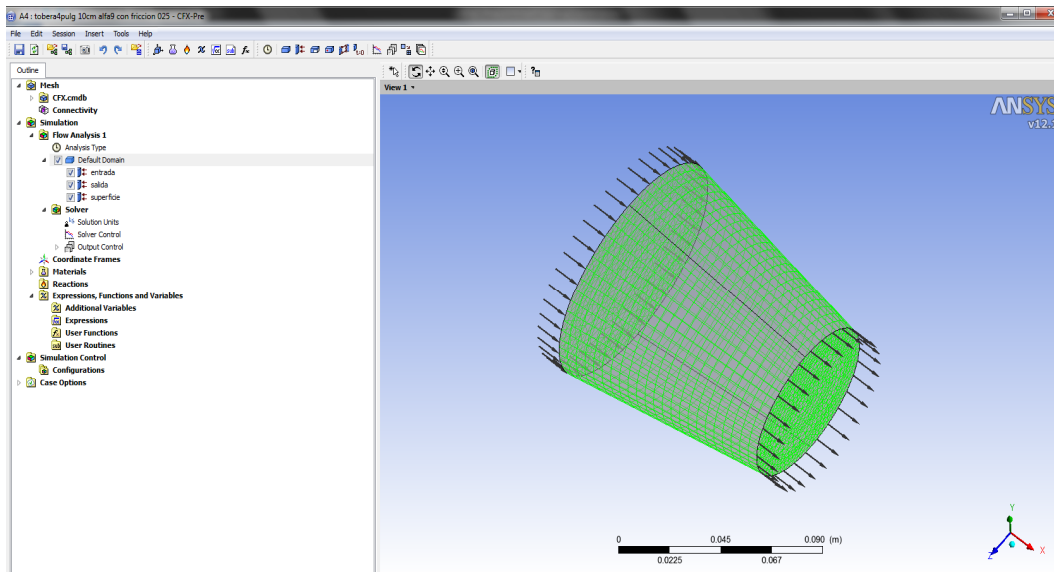


Figura 3.27 Pantalla final de confirmación.

3.6.5 Configuración del Solver.

La configuración del *Solver*, se refiere a los criterios de convergencia que tendrá el software a la hora de realizar los cálculos, para esto se entra al panel de configuración *Solver control* como se muestra en la figura 3.28.

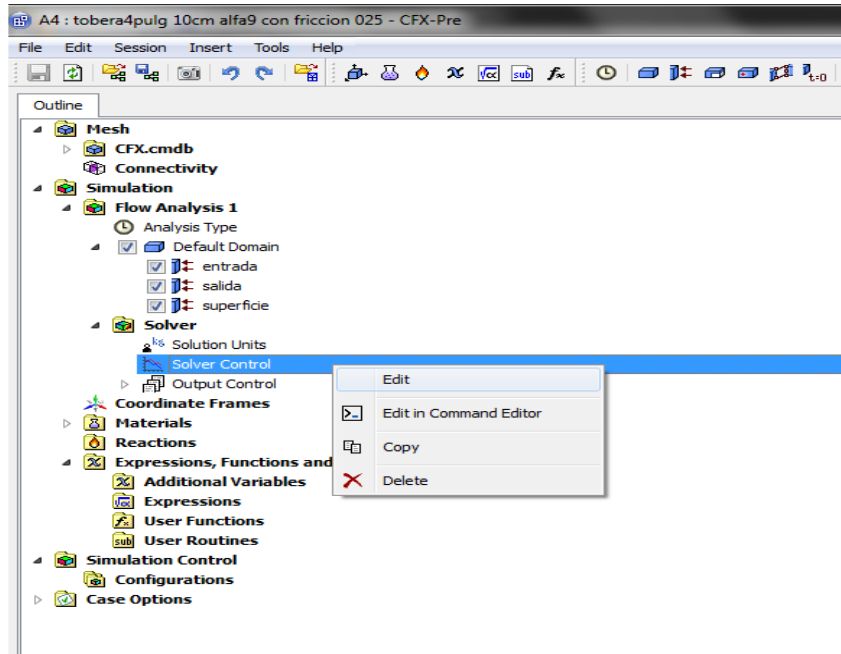


Figura 3.28 Entrada a la configuración del *Solver*.

Donde se especifica el número máximo de iteraciones o pasos a realizar para el cálculo, así como el valor objetivo del criterio de convergencia ya sea residual o máximo como se muestra en la figura 3.29. El cálculo se detendrá al cumplirse cualquiera de estas dos condiciones.

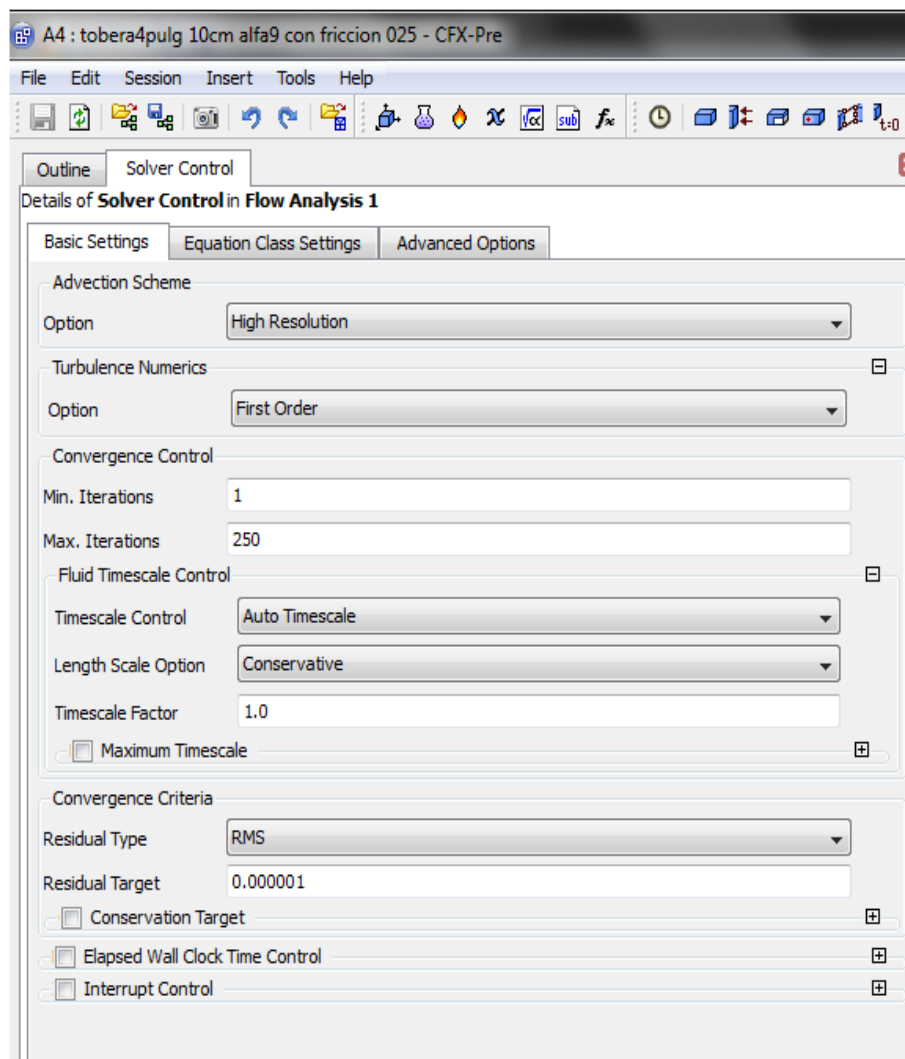


Figura 3.29 Panel de Configuración del Solver.

3.6.6 Convergencia de la simulación.

Utilizando un procesador de ecuaciones, se iteran las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ hasta cumplir con el criterio de convergencia establecido.

Para el criterio de convergencia se utiliza un valor de RMS (raíz cuadrada promedio o "root mean square") máximo de 0,000001. Este valor se selecciona de acuerdo a las recomendaciones del manual de teoría del

procesador de ecuaciones, y para garantizar la convergencia de la solución se colocan 250 iteraciones como límite, valor que se selecciona luego de realizar varias pruebas a diferentes rangos de iteraciones.

Después de haber concluido las iteraciones y haber alcanzado una solución satisfactoria, se procede a tabular la data característica obtenida en la simulación.

En la figura 3.30 se observa el comportamiento de las curvas de convergencia de masa y momento presentadas durante la solución.

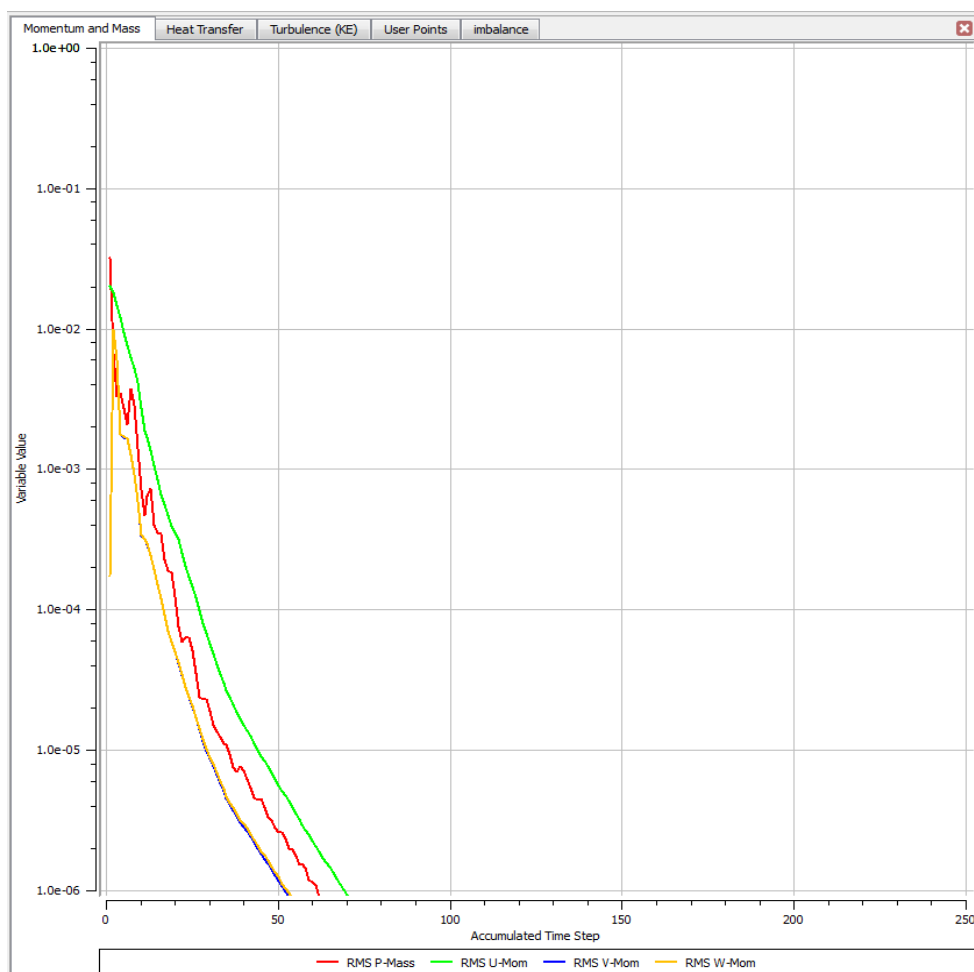


Figura 3.30 Convergencia de las ecuaciones de masa y momento.

En la figura 3.31 se aprecia la convergencia de las ecuaciones de turbulencia aplicadas en el estudio del flujo de fluido en el conducto.

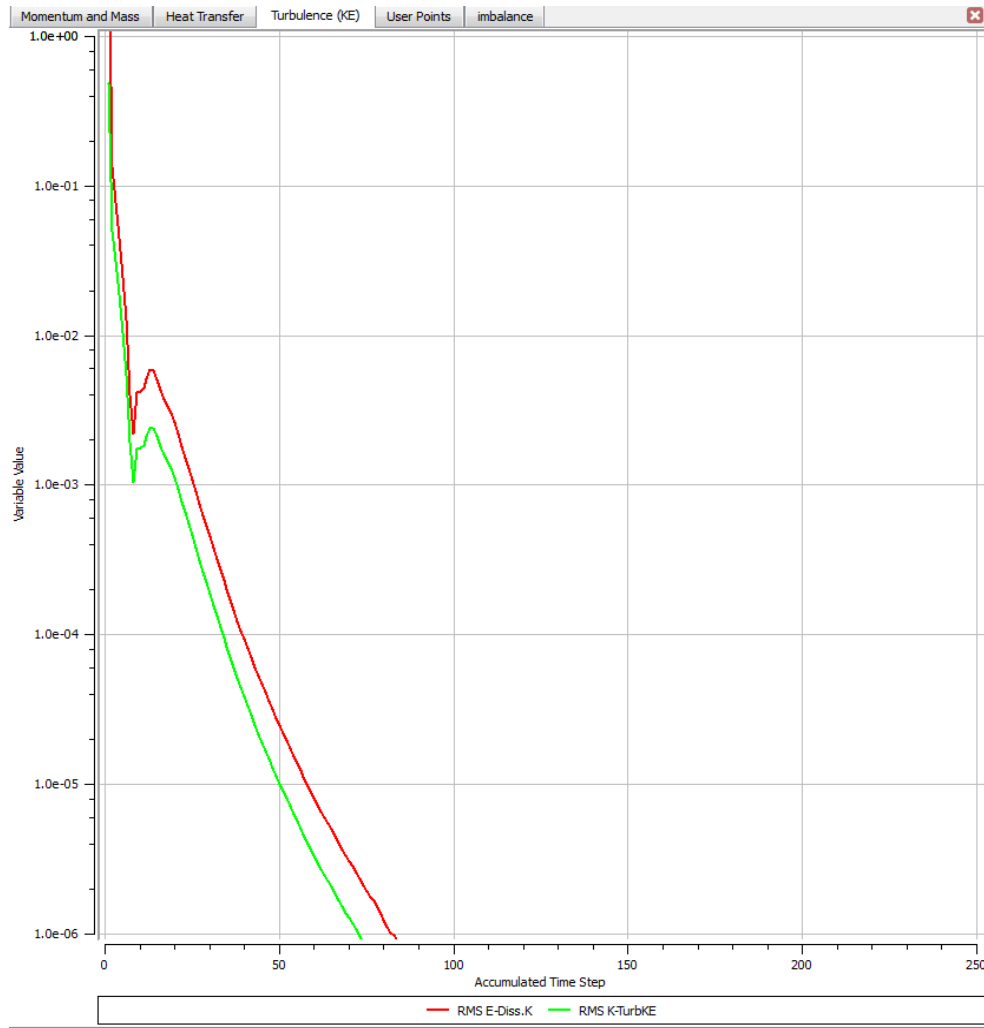


Figura 3.31 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia.

3.6.7 Obtención de los resultados.

Para la representación de los resultados, se analizan las soluciones de las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y modelo de turbulencia mediante un software de procesamiento de datos, que convierte dichas soluciones en representaciones gráficas bidimensionales y tridimensionales, tablas de datos, reporte de soluciones y curvas características, lo que permite una mejor comprensión de los resultados para

su posterior análisis. Las representaciones de los datos elegidas para el análisis del flujo en una tobera convergente, para cada ángulo de convergencia, coeficiente de fricción y cantidad de calor, serán las siguientes:

- Curvas de número de Mach en la dirección de flujo dentro del dominio.
- Curvas de presión del fluido en la dirección de flujo dentro del dominio.
- Curvas de temperatura del fluido en la dirección de flujo dentro del dominio.
- Curvas de velocidad del fluido en la dirección de flujo dentro del dominio.
- Curvas de la razón de presiones del fluido en la dirección de flujo dentro del dominio.

Estos resultados son obtenidos a través del software de post-procesamiento. Adicionalmente se incluyen imágenes que servirán de referencia para el análisis de los resultados.

3.6.8 Valoración de los resultados.

Se realiza un estudio de convergencia de las ecuaciones de gobierno según el criterio utilizado para la convergencia. Se realizan las gráficas del comportamiento de los parámetros de la tobera. Se compara los resultados con los obtenidos en estudios precedentes a este.

3.7. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

La técnica a emplear para la recolección de información y datos se basa primordialmente en el estudio material bibliográfico de trabajos de investigación, artículos, revistas, normas relacionadas principalmente con el

campo de la simulaciones numéricas de fluidos comprensibles a través de tuberías, válvulas, bombas, etc. Otra parte importante incluye la revisión de tutoriales y la realización de cursos, que vayan dirigidos al aprendizaje de los manejos de software de tipo CFD.

3.8. Recursos administrativos.

A continuación se presentan los recursos que son necesarios para el desarrollo de la investigación, se clasifica en recursos materiales englobando todos los instrumentos esenciales que se han de utilizar; recursos humanos englobando la experticia involucrada en el ámbito de la investigación.

3.8.1. Recursos materiales.

- Computadora.
- Trabajos de investigación.
- Textos.
- Tutoriales.

3.8.2. Recursos humanos.

- Tutor académico y profesores en el área.

3.9 Diagrama de flujo de la metodología a seguir para el desarrollo de la investigación.

La metodología a seguir se puede apreciar en el diagrama de flujo de la figura 3.32.

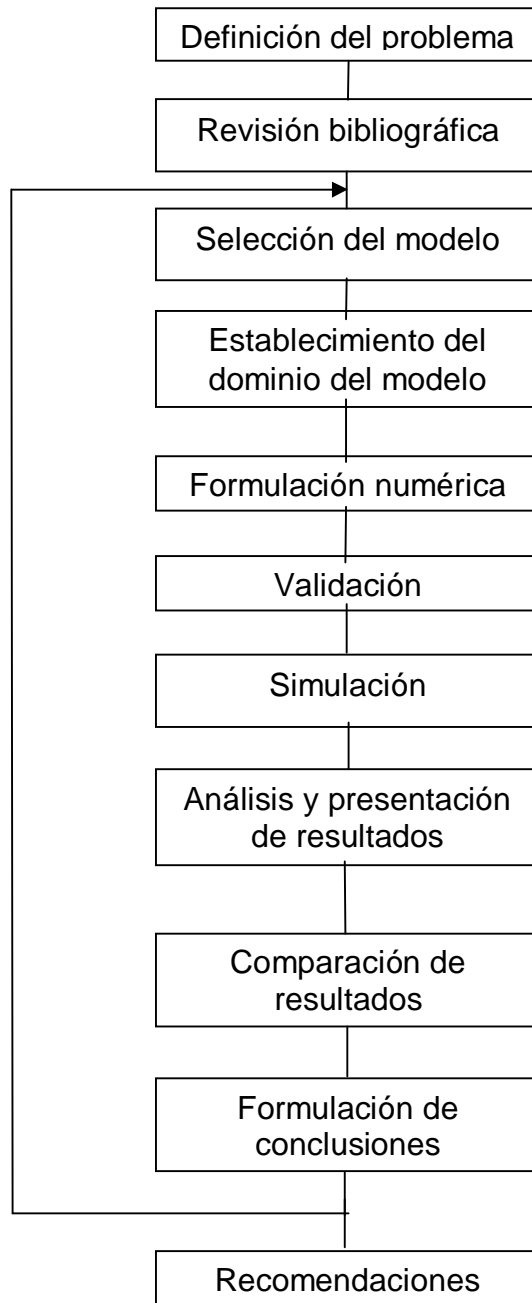


Figura 3.32 Diagrama de flujo de la metodología

CAPÍTULO 4

Análisis De Flujo Compresible En Una Tobera Convergente

Se presentan los resultados obtenidos durante la generación del dominio y selección del modelo matemático a utilizar para modelar el campo de flujo. Luego se muestran los resultados obtenidos durante el estudio de convergencia de las simulaciones numéricas realizadas y por último se presentan los resultados alcanzados en la investigación y sus respectivos análisis.

4.1 Generación del dominio.

4.1.1 Establecimiento de las condiciones de trabajo.

El fluido de trabajo seleccionado para el estudio es aire como gas ideal por ser un fluido compresible y de fácil estudio.

Se estableció como flujo másico de entrada a las toberas un valor de 1.3 kg/s, por ser el flujo máximo que puede pasar a través de la tobera a estudiar, manteniendo la condición de Mach igual a uno en la salida y existe flujo subsónico en toda la tobera.

El campo de estudio está limitado a cuatro ángulos de convergencia ($\alpha=0^\circ$, $\alpha=3^\circ$, $\alpha=6^\circ$ y $\alpha=9^\circ$), dos valores de rugosidad absoluta ($\epsilon=0,25\text{mm}$ y $\epsilon=1,27\text{mm}$) y cuatro valores de calor superficial (20, 400, 1200 y 2000 kW/m²). Con éstos parámetros de estudio se puede observar de forma clara el comportamiento de un fluido compresible a través de una tobera convergente.

La modelación de las distintas toberas a través del programa de diseño CAD, (como se explica en el capítulo anterior) facilita notablemente el estudio de los distintos fenómenos bajo las condiciones establecidas.

4.1.1 Verificación de la calidad del mallado.

El programa de generación de la malla analiza la calidad del pre-mallado, con el fin de observar donde se encuentran los elementos más críticos que se deben modificar para el refinamiento del mallado. Esto con el fin de evitar problemas de convergencia en la solución numérica.

Una vez verificado el pre-mallado se realizó el mallado volumétrico para el estudio, el cual observan en las figuras desde la 4.1 hasta la 4.4.

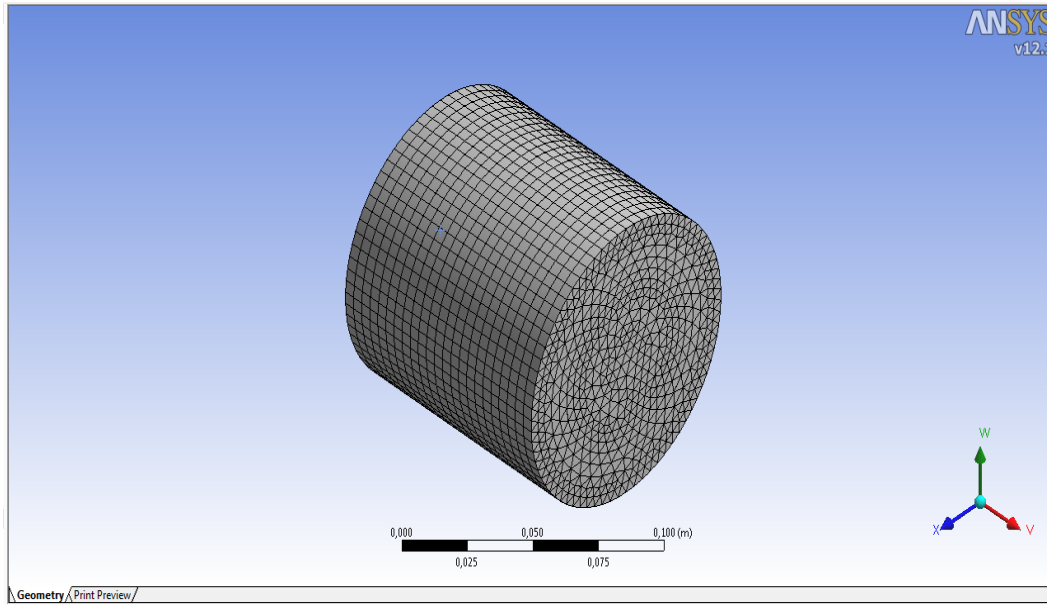


Figura 4.1 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha = 0$.

Para la realización de la simulación, se definen parámetros en torno a la calidad de la malla y en función de la convergencia numérica. Dichos parámetros son analizados por el programa antes de realizar la simulación. El resultado del análisis se aprecia en la tabla 4.1 la cual muestra los factores de la calidad del mallado.

Tabla 4.1 Factores de calidad de la malla $\alpha = 0$.

Estadísticas del mallado									
Nombre del dominio	Angulo de ortogonalidad			Factor de expansión			Factor de aspecto de la malla		
	Mínimo (grados)			Máximo			Máximo		
$\alpha = 0$	76,4 OK			3 ok			2 ok		
	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK
$\alpha = 0$	0	0	100	0	0	100	0	0	100

En el diagnóstico de la calidad del mallado se especifican los valores relevantes para cada parámetro y rangos de interpretación para cada parámetro de la tabla 4.1. Dichos rangos son considerados como “bueno”, “aceptable” y “malo” y son visualizados en la tabla mediante los símbolos “%OK”, “%ok” y “%!” en forma de porcentajes, respectivamente. Para los valores dentro del rango “bueno” los elementos no tienen ninguna tendencia a producir errores numéricos en el proceso de solución de las ecuaciones. Para los valores dentro del rango “aceptable”, se puede obtener ciertos errores en las soluciones si estas incluyen cálculos de flujos en regímenes transitorios, estudios específicos en capas límite y flujos en secciones de dimensiones reducidas principalmente. Sin embargo para condiciones de flujo en régimen permanente, el error se estabiliza y se reduce acorde aumenta el número de iteraciones por lo que no se requiere un refinamiento mayor, a menos que sea estrictamente necesario para el estudio, o que la solución no converja. Para los valores en el rango “malo”, las probabilidades de errores de cálculo y convergencia se hacen más altas para cualquier solución de las ecuaciones y se recomienda el refinamiento del mallado. El estudio de la convergencia para validar las soluciones de las ecuaciones será presentado más adelante.

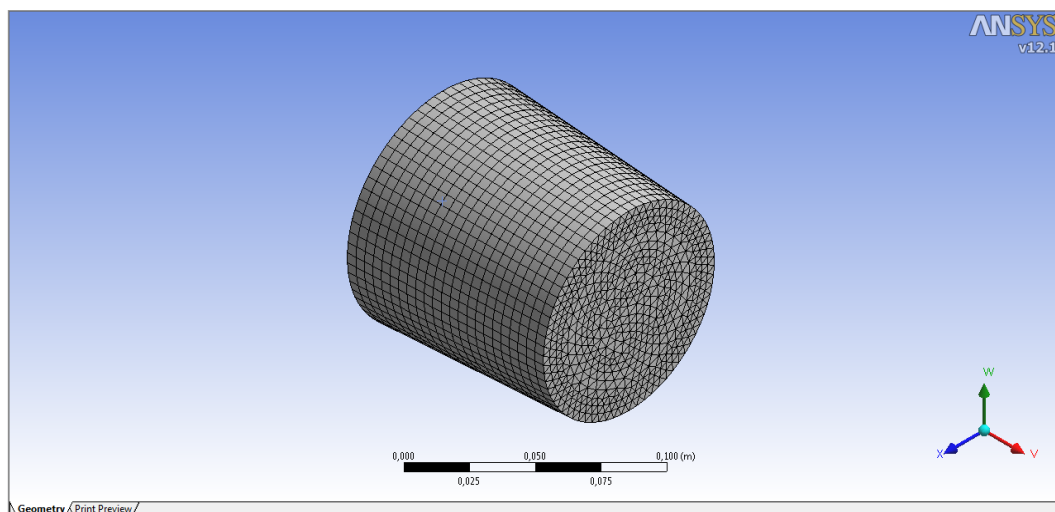


Figura 4.2 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha = 3^\circ$.

Tabla 4.2 Factores de calidad de la malla $\alpha= 3$.

Estadísticas del mallado									
Nombre del dominio	Angulo de ortogonalidad			Factor de expansión			Factor de aspecto de la malla		
	Mínimo (grados)			Máximo			Máximo		
$\alpha= 3$	75,4 OK			3 ok			2 ok		
	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK
$\alpha= 3$	0	0	100	0	0	100	0	0	100

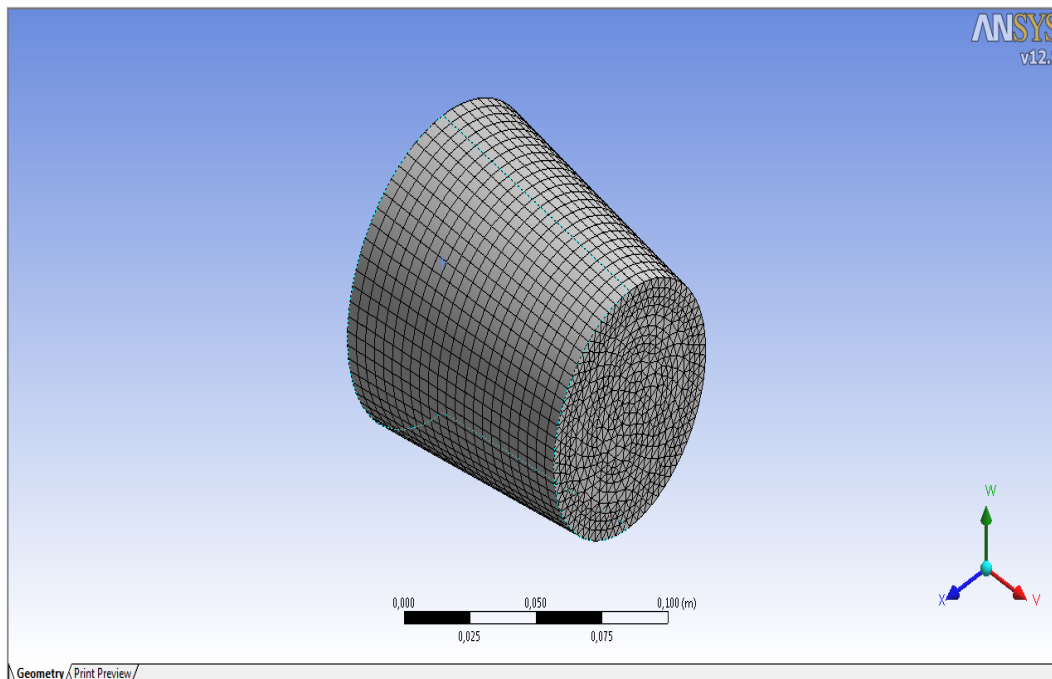


Figura 4.3 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha= 6$.

Tabla 4.3 Factores de calidad de la malla $\alpha = 6$.

Estadísticas del mallado									
Nombre del dominio	Angulo de ortogonalidad			Factor de expansión			Factor de aspecto de la malla		
	Mínimo (grados)			Máximo			Máximo		
$\alpha = 6$	74,2 OK			3 ok			2 ok		
	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK
$\alpha = 6$	0	0	100	0	0	100	0	0	100

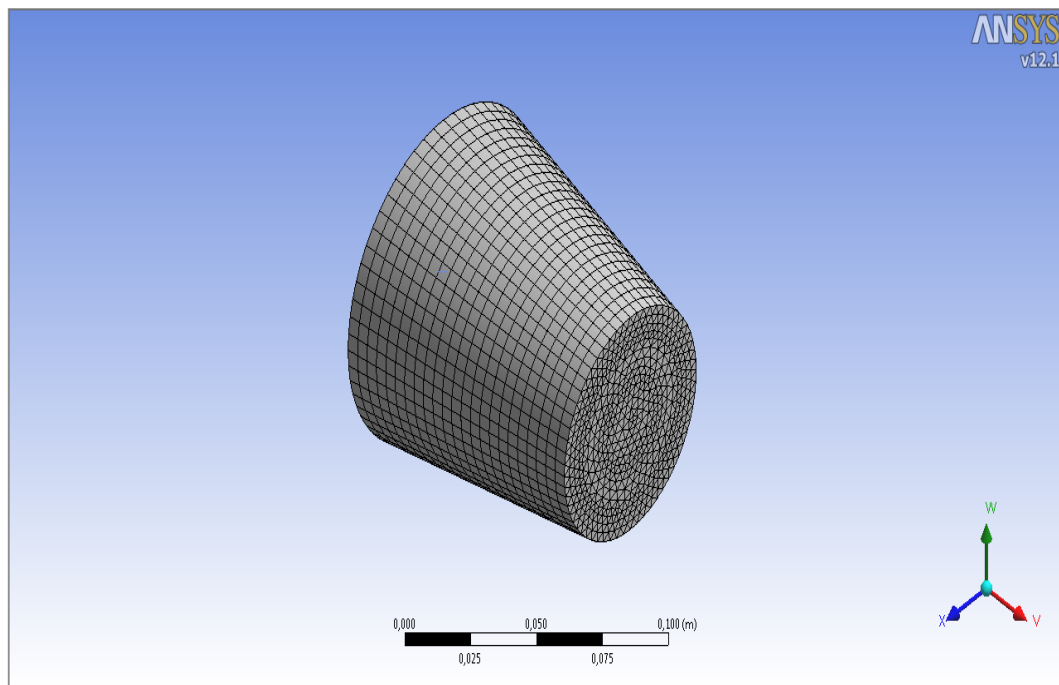


Figura 4.4 Mallado volumétrico de tobera con ángulo $\alpha = 9$.

Tabla 4.4 Factores de calidad de la malla $\alpha=9$.

Estadísticas del mallado									
Nombre del dominio	Angulo de ortogonalidad			Factor de expansión			Factor de aspecto de la malla		
	Mínimo (grados)			Máximo			Máximo		
$\alpha=9$	74,8 OK			3 ok			2 ok		
	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK	%!	%ok	%OK
$\alpha=9$	0	0	100	0	0	100	0	0	100

Los resultados del mallado se pueden apreciar en la tabla 4.5, donde se especifica la cantidad de elementos totales, el tipo de elementos y los nodos presentes en el mallado.

Tabla 4.5 Resultados del mallado volumétrico.

Características del mallado			
Nombre del dominio	Cantidad total de nodos	Cantidad total de elementos	Tipo de elementos
$\alpha=0$	12264	21758	Prismático
$\alpha=3$	12408	22126	Prismático
$\alpha=6$	11784	21022	Prismático
$\alpha=9$	11808	21206	Prismático

Obsérvese que la geometría de los elementos es prismática. Esta geometría es la recomendada para el estudio de flujos en tuberías y toberas,

ya que permite que las líneas de flujo entren y salgan de las caras de los elementos en ángulos cuasi-ortogonales, lo que simplifica el cálculo y la obtención de las soluciones de ecuaciones que rigen el movimiento del fluido y disminuye los requerimientos computacionales. La elección de otra geometría de elementos dependerá del tipo de estudio que se requiera llevar a cabo y de la geometría del dominio, y el mallado posiblemente tendrá que ser realizado en otros programas destinados a esta función.

4.2 Selección del modelo de turbulencia.

La selección del modelo de turbulencia se realiza como resultado de la comparación de los dos modelos más recomendados para la simulación y la interpretación de dichos resultados bajo las leyes de conservación. Los modelos a analizar son el modelo Kappa-Épsilon (κ - ϵ) por su robustez y amplio campo de aplicación en soluciones de ingeniería, y el modelo de Transporte de Esfuerzos Cortantes (SST ó “Shear Stress Transport”) basado en ecuaciones Kappa-Omega (κ - ω) por su capacidad de predicción del comportamiento del flujo en zonas de geometrías reducidas y cercanas a las paredes del dominio.

Si bien ambos modelos presentan configuraciones similares, se encuentran diferencias en la resolución numérica de las ecuaciones realizada por el programa. Para el estudio de estas diferencias se introduce el término de Imbalance, que se refiere al error porcentual que existe en la conservación de las ecuaciones de continuidad y momento entre la entrada y salida del flujo en el dominio. Una simulación correctamente realizada implica un porcentaje de imbalance muy bajo, menor al 0,5%[1]. Esto representa también una medida de la convergencia de la simulación, la cual se analizará más adelante.

La selección del modelo de turbulencia se realiza al comparar los valores de imbalance en la tobera de estudio mas crítica con un ángulo de convergencia $\alpha=9$ y una transferencia de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

Como se observa en la figura 4.5, para el número de iteraciones establecido, las ecuaciones de masa y momento se estabilizan en 0 a partir de las 40 iteraciones. Esto indica que las leyes de conservación se están cumpliendo para los modelos asociados al fluido.

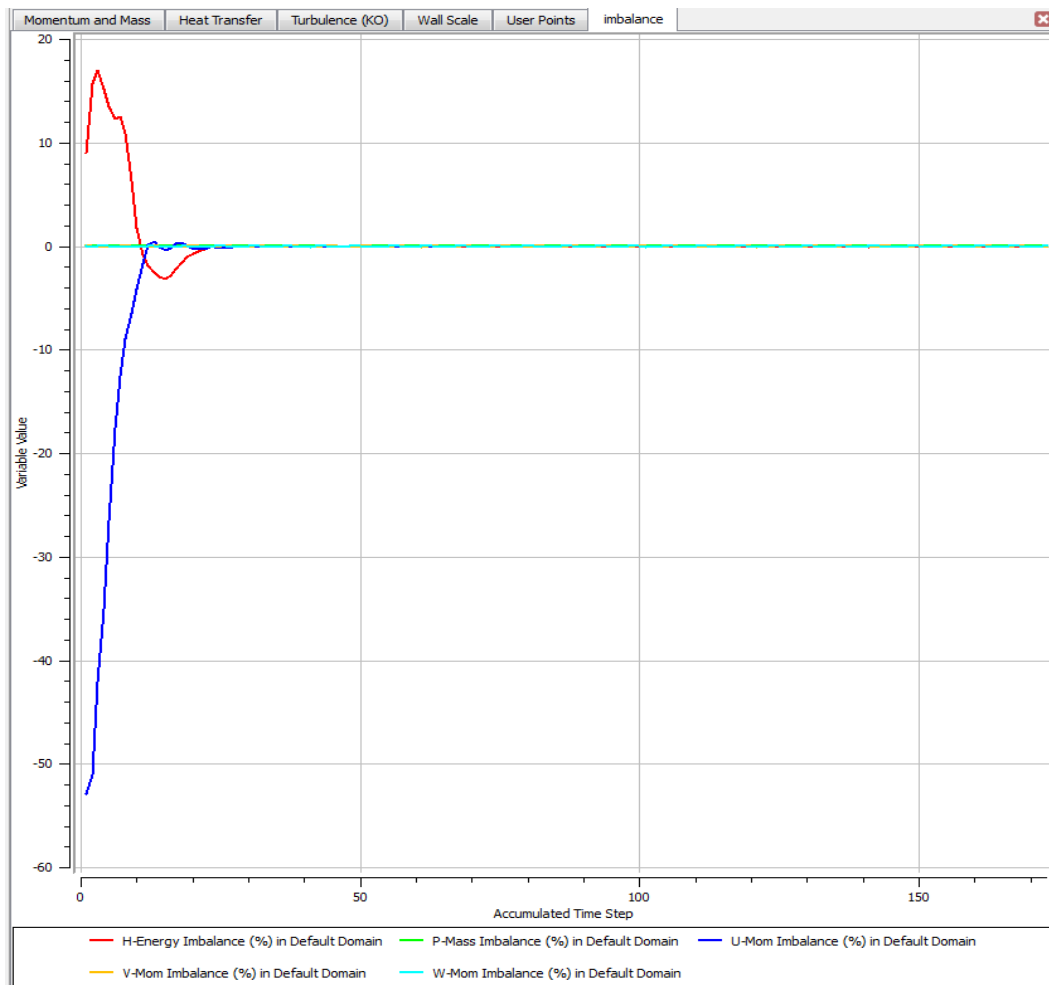


Figura 4.5 Imbalance para la simulación con el modelo SST a $\alpha=9$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En la figura 4.6 se observa un comportamiento similar al de la figura 4.5, encontrándose la caída del imbalance en 0% a un número de iteraciones iguales, lo que indica que se está cumpliendo la conservación de las ecuaciones aun para un tiempo computacional mayor.

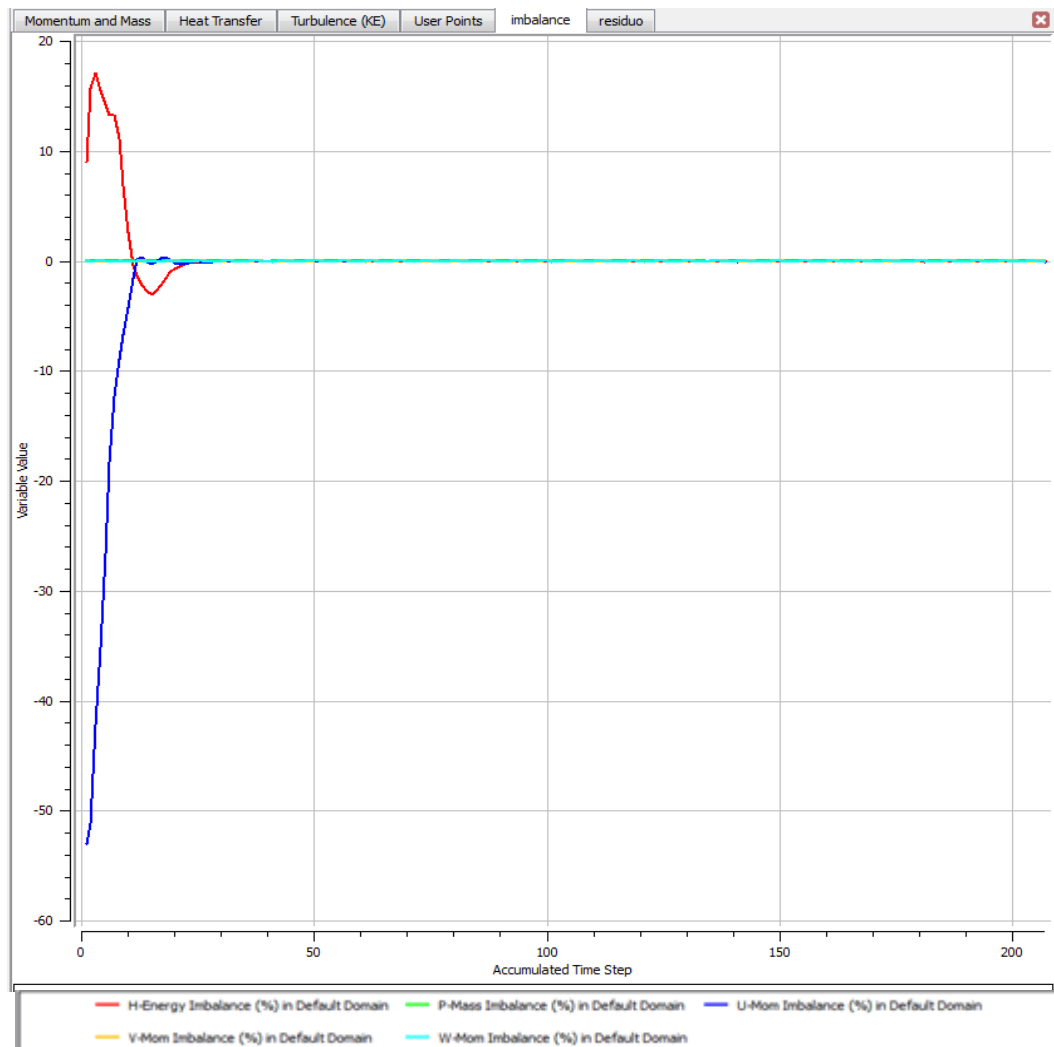


Figura 4.6 Imbalance para la simulación con el modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ a $\alpha= 9$ y $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

Otro criterio relevante para la evaluación de ambos modelos son los tiempos computacionales que se necesitaron para cada caso. En la tabla 4.6 se muestran los valores de iteraciones y tiempos computacionales para cada caso.

Tabla 4.6. Requerimientos computacionales para cada modelo de turbulencia

Dominio	Numero de iteraciones		Tiempo computacional (h:min:seg)	
	κ - ϵ	SST	κ - ϵ	SST
$\alpha=9$ y $Q=$				
2000	173	207	0:03:23	0:04:37
kW/m^2				

Como resultado de las comparaciones entre los resultados obtenidos para ambos modelos, se selecciona el modelo Kappa-Épsilon (κ - ϵ) por tener mejor convergencia y un tiempo de cómputo menor. Sin embargo, ambos modelos de turbulencia dan como resultados valores similares con muy poco porcentaje de error, por lo tanto, con ambos modelos de turbulencia κ - ϵ y SST, los resultados tendrán un comportamiento similar de las ecuaciones de masa y momento con requerimientos computacionales iguales. Los resultados presentados a continuación, fueron realizados con el modelo de turbulencia Kappa-Epsilon (κ - ϵ), ángulos de convergencia de la tobera ($\alpha=0^\circ$, $\alpha=3^\circ$, $\alpha=6^\circ$ y $\alpha=9^\circ$), rugosidad absoluta ($\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm) y flujo de calor superficial ($Q=20$ kW/m^2 , $Q=400$ kW/m^2 , $Q=1200$ kW/m^2 y $Q=2000$ kW/m^2).

4.3 Convergencia de la simulación numérica.

A continuación se presenta el comportamiento de las curvas de convergencia de la simulación. Desde la figura 4.7 hasta la 4.54 se encuentran las curvas de convergencia de masa y momento, turbulencia e imbalance para las mallas del dominio a ángulos de convergencia de la tobera ($\alpha=0$, $\alpha=3$, $\alpha=6$, $\alpha=9$), rugosidad absoluta ($\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm) y flujo de calor superficial ($Q=20$ kW/m^2 , $Q=400$ kW/m^2 , $Q=1200$ kW/m^2 y $Q=2000$ kW/m^2) para demostrar la convergencia de los modelos matemáticos durante la simulación.

4.3.1 Convergencia de la simulación para $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\varepsilon= 0,25$ mm y $\varepsilon= 1,27$ mm.

En las figuras 4.7 y 4.8 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\varepsilon= 0,25$ mm y $\varepsilon= 1,27$ mm.

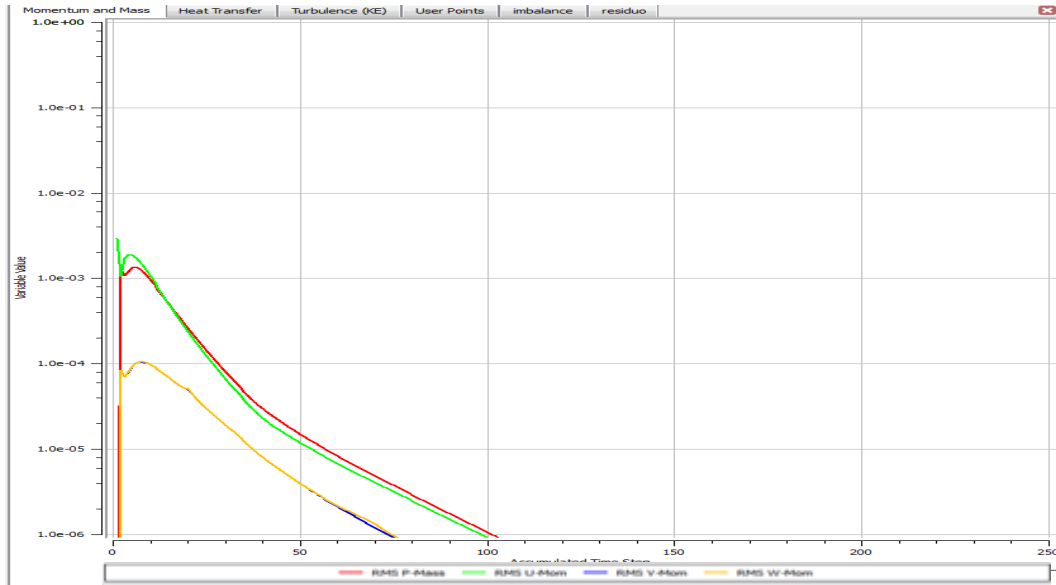


Figura 4.7 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 0$ y $\varepsilon= 0,25$ mm.

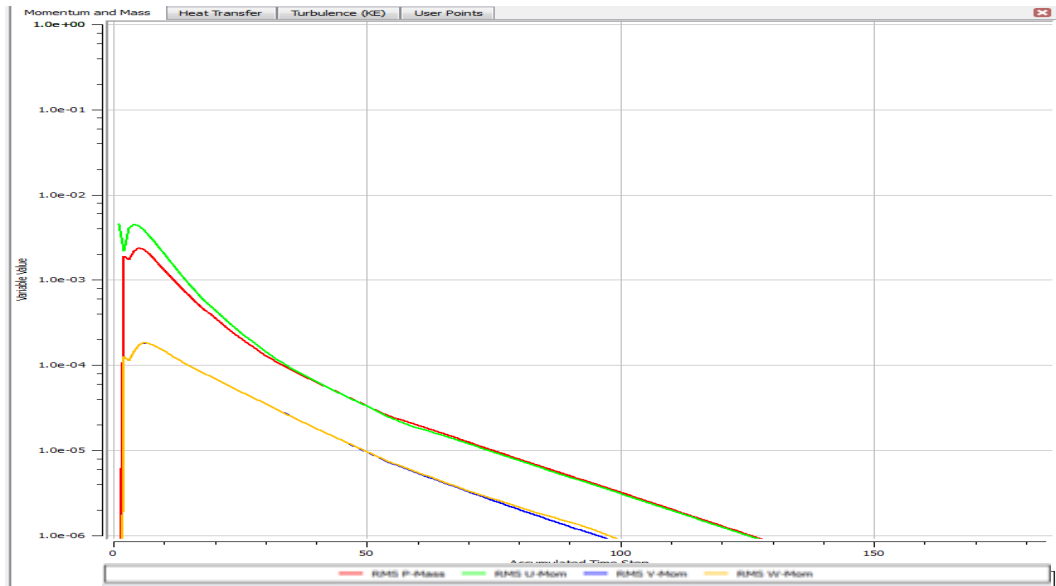


Figura 4.8 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 0$ y $\varepsilon= 1,27$ mm.

Como se estableció anteriormente, el criterio de convergencia es realizar iteraciones hasta obtener un valor residual en las ecuaciones de masa y momento de $1 \cdot 10^{-6}$. En las figuras 4.7 y 4.8 se observa como terminan las iteraciones en el momento que se alcanza el criterio de convergencia establecido.

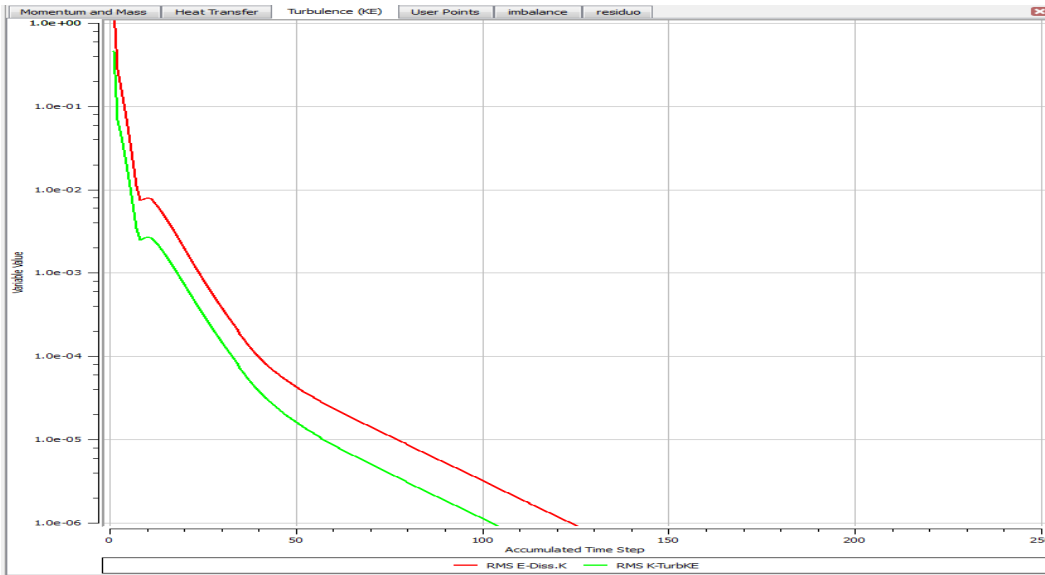


Figura 4.9 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha = 0$ y $\epsilon = 0,25$ mm.

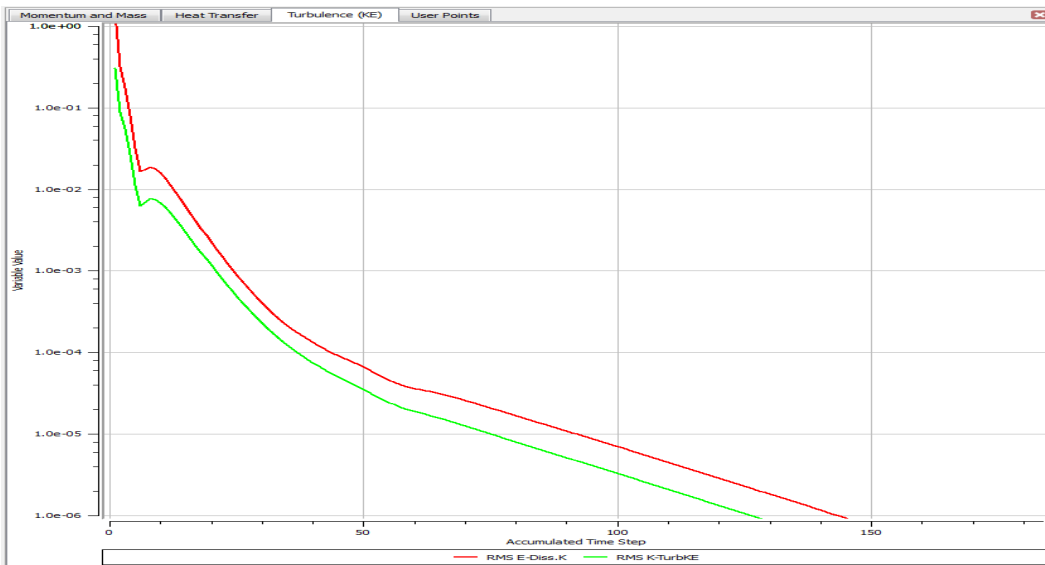


Figura 4.10 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha = 0$ y $\epsilon = 1,27$ mm.

En las figuras 4.9 y 4.10 se observa como los parámetros de turbulencia del modelo κ - ϵ para ambas ecuaciones (2.119 y 2.120) pertenecientes al modelo han culminado con valores por debajo del valor RMS $1 \cdot 10^{-6}$. Estas ecuaciones no se evalúan bajo el mismo criterio de convergencia que las de masa y momento ya que poseen modelos de transporte propios de la ecuación. Por lo tanto, el criterio de evaluación de la convergencia para el modelo de turbulencia se basa en que a medida que el valor RMS de las ecuaciones se reduzca, el resultado será aun más preciso y se podrá considerar la convergencia de las soluciones de las ecuaciones de turbulencia. Este comportamiento se repite en todas las simulaciones realizadas en este trabajo.

4.3.2 Convergencia de la simulación para $\alpha= 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm y $\epsilon= 1,27$ mm.

En las figuras 4.11 y 4.12 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha= 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm y $\epsilon= 1,27$ mm.

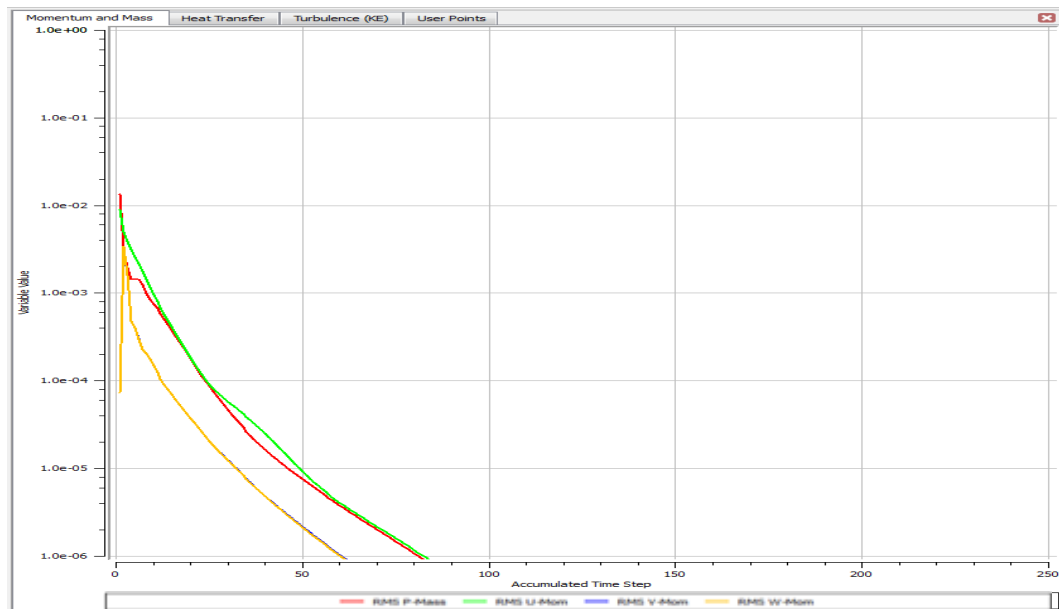


Figura 4.11 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 3$ y $\epsilon= 0,25$ mm.

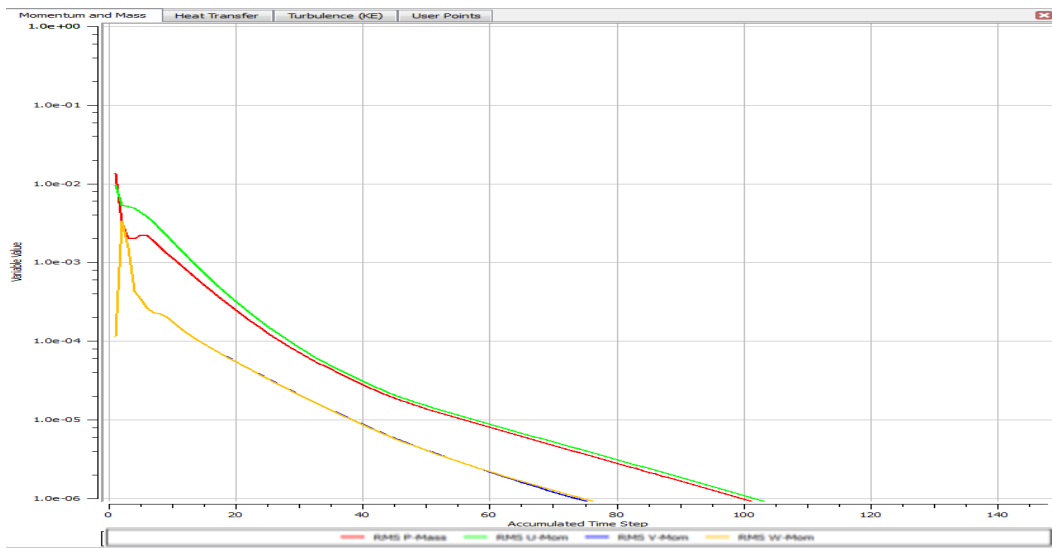


Figura 4.12 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $\epsilon=1,27$ mm.

En las figuras 4.11 y 4.12 se observa la convergencia de las soluciones para el valor de RMS establecido. Se aprecia también que la convergencia se alcanza para un número menor de iteraciones que para el ángulo de convergencia $\alpha=0$.

En las figuras 4.13 y 4.14 se observan las gráficas de convergencia de las ecuaciones de turbulencia para $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.

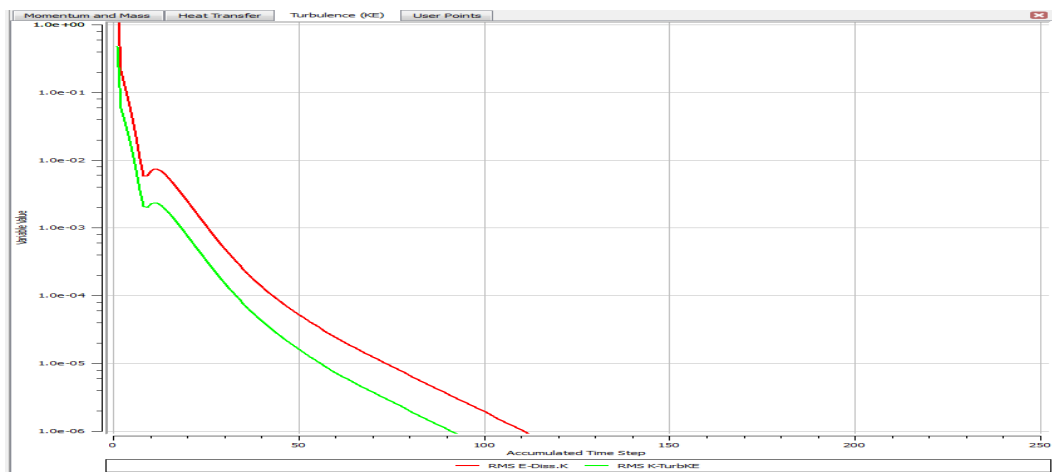


Figura 4.13 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $\epsilon=0,25$ mm.

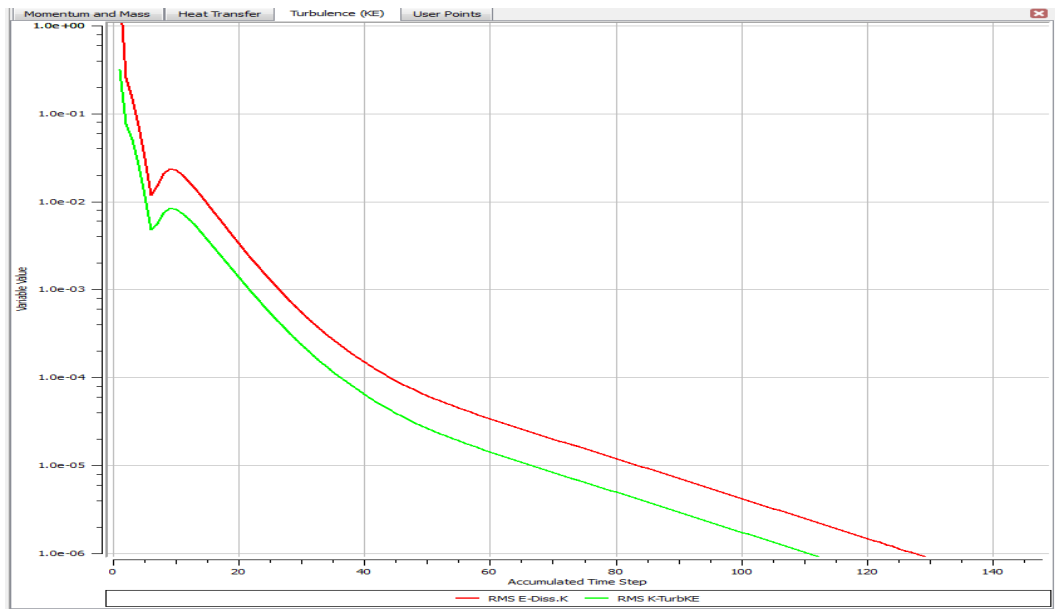


Figura 4.14 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $\epsilon=1,27$ mm.

Las curvas mostradas convergen para valores de RMS menores a $1 \cdot 10^{-6}$, lo cual es un indicio de que las soluciones a las ecuaciones tienen una alta precisión.

4.3.3 Convergencia de la simulación para $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.

En las figuras 4.15 y 4.16 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.

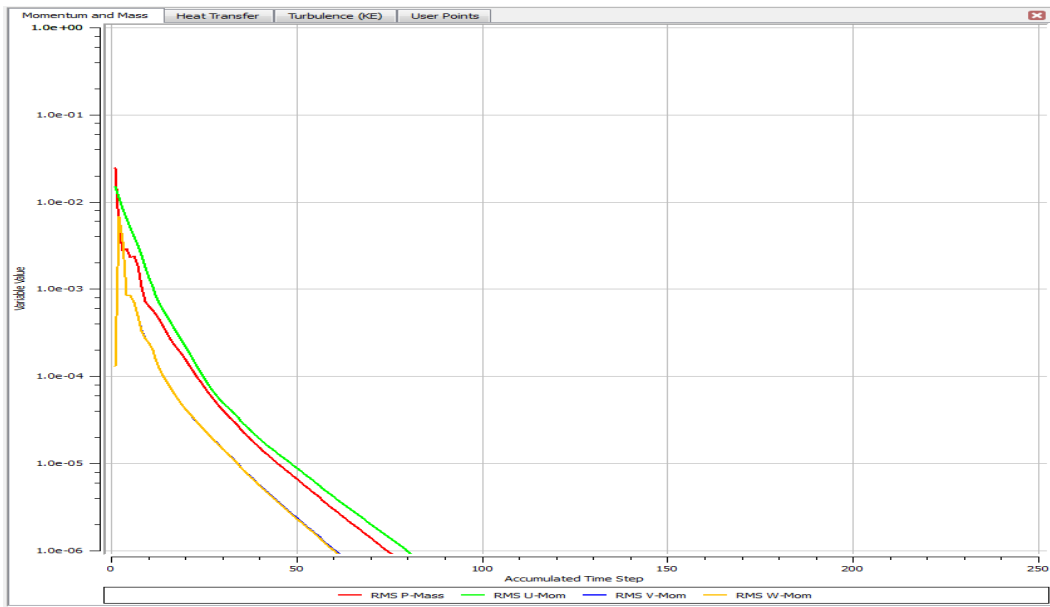


Figura 4.15 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=0,25$ mm.

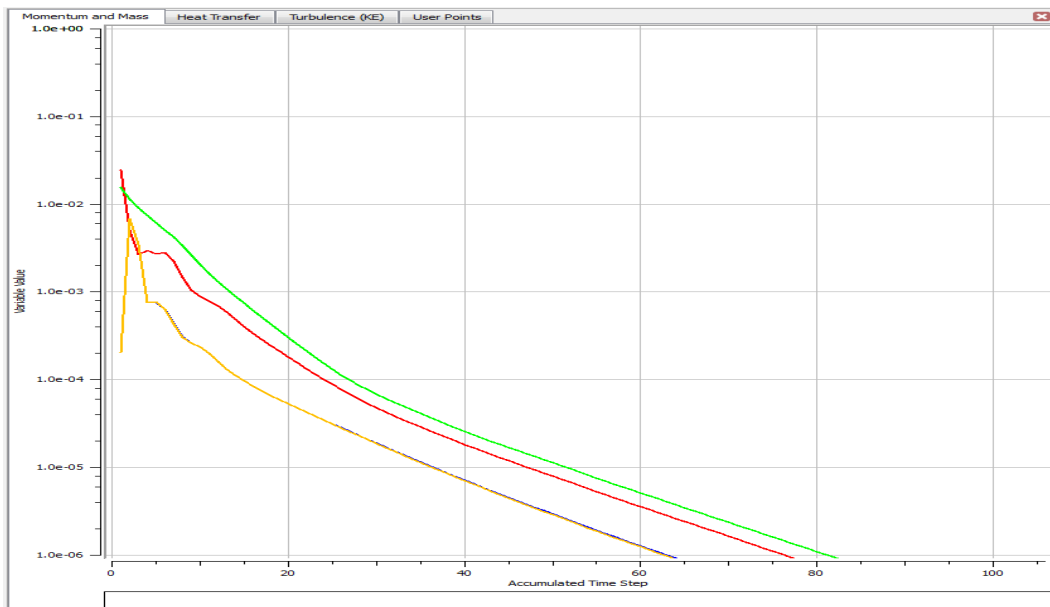


Figura 4.16 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=1,27$ mm.

En las figuras 4.15 y 4.16 se observa la convergencia de las soluciones para el valor de RMS establecido. Se aprecia también que la convergencia se alcanzó para un número menor de iteraciones que para el ángulo de

convergencia $\alpha=0$ y $\alpha=3$ lo que indica que se obtienen los resultados en un tiempo menor de computo con una buena precisión.

En las figuras 4.17 y 4.18 se observan las gráficas de convergencia de las ecuaciones de turbulencia para $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.

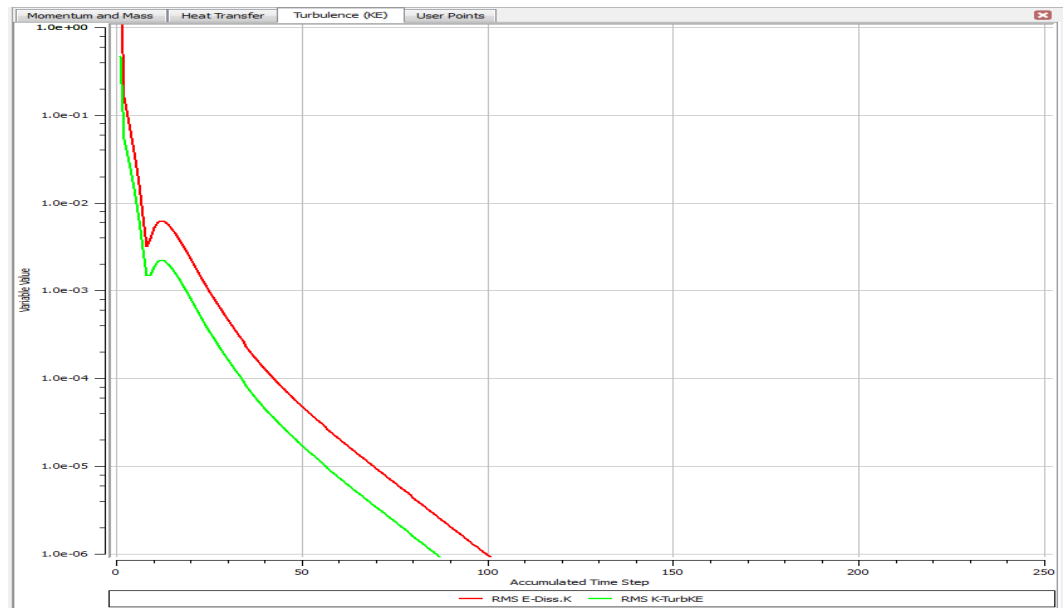


Figura 4.17 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=0,25$ mm.

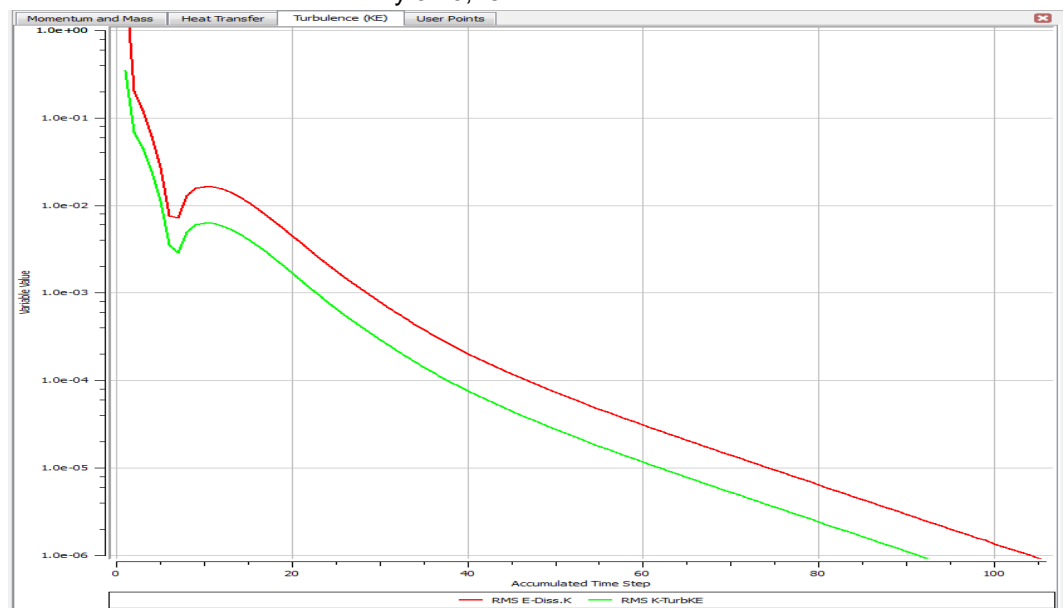


Figura 4.18 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $\epsilon=1,27$ mm.

El comportamiento de ambas gráficas (ver figura 4.17 y 4.18) de turbulencia es muy parecido al igual que el número de iteraciones necesarias para alcanzar el valor RMS lo cual da un claro indicio que no existe mucha variación en el comportamiento del fluido para valores de rugosidad distintos.

4.3.4 Convergencia de la simulación para $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.

En las figuras 4.19 y 4.20 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon=1,27$ mm.



Figura 4.19 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $\epsilon=0,25$ mm.



Figura 4.20 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $\epsilon/D_{in}=0,0125$.

En las figuras 4.19 y 4.20 se muestran la convergencia de las soluciones para el valor de RMS establecido. Se aprecia también que la convergencia se alcanza para un número menor de iteraciones que para el ángulo de convergencia $\alpha=0^\circ$ y $\alpha=3^\circ$ y $\alpha=6^\circ$ lo que indica que a medida que aumenta el ángulo se obtienen los resultados en un tiempo menor de computo con una buena precisión.

En las figuras 4.21 y 4.22 se observan las gráficas de convergencia de las ecuaciones de turbulencia para $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\varepsilon=0,25$ mm y $\varepsilon=1,27$ mm.

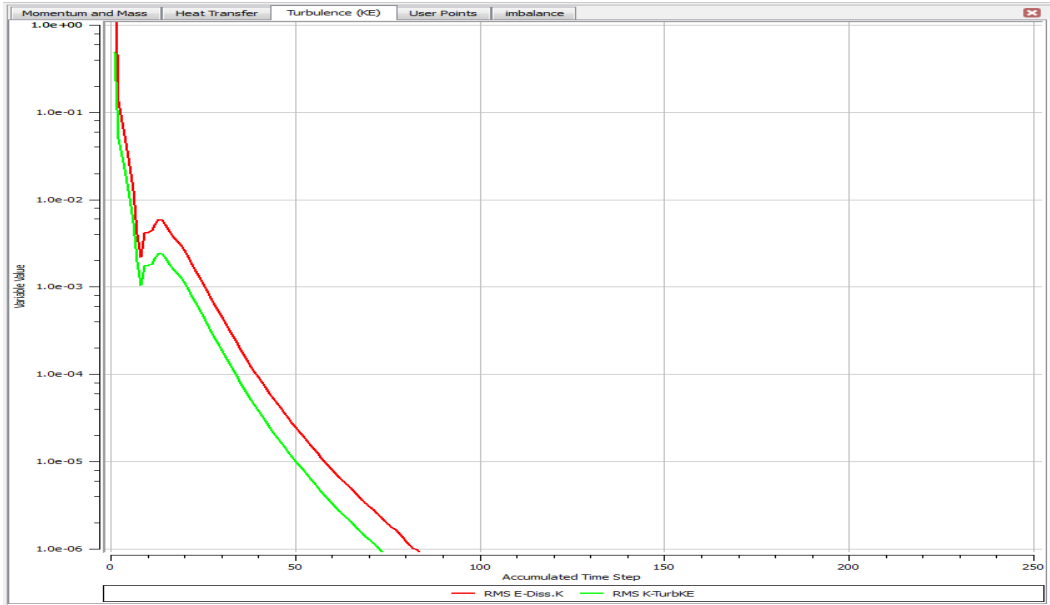


Figura 4.21 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $\varepsilon=0,25$ mm.

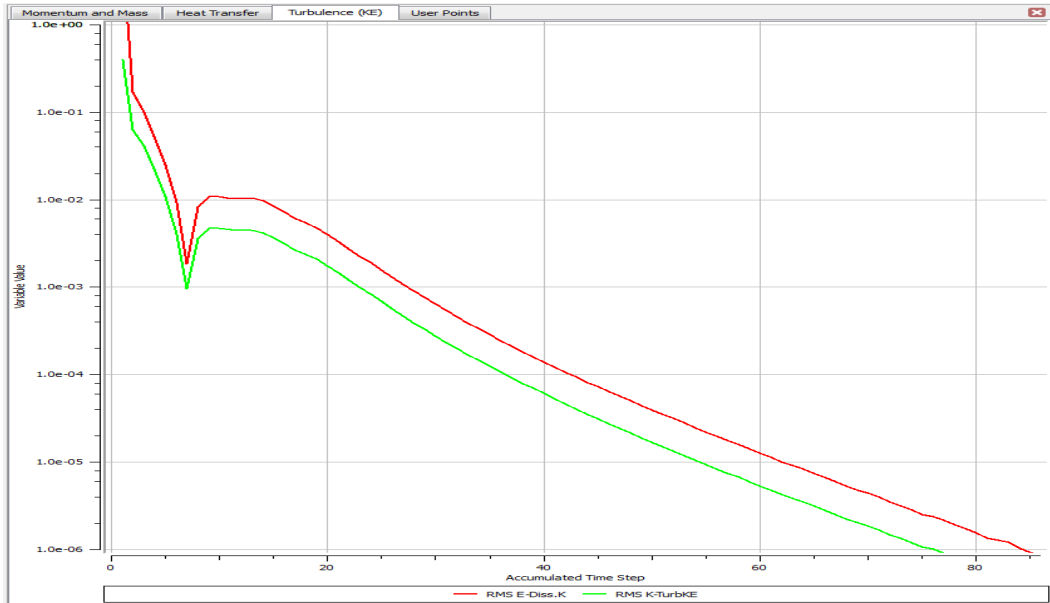


Figura 4.22 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $\varepsilon=1,27$ mm.

El comportamiento de ambas gráficas (ver figuras 4.21 y 4.22) de turbulencia es muy parecido, al igual que el número de iteraciones necesarias para alcanzar el valor RMS, lo cual nos da un claro indicio que no existe mucha variación en el comportamiento del fluido para valores de rugosidad distintos, por otra parte este comportamiento es similar para los ángulos de convergencia menores a 9 lo que da un claro indicio que se está cumpliendo el modelo de turbulencia para todos los estudios realizados a diferentes ángulos de convergencia y valores de rugosidad distintos..

4.3.5 Convergencia de la simulación para $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=20$ kW/m², $Q=400$ kW/m², $Q=1200$ kW/m², $Q=2000$ kW/m².

En las figuras 4.23, 4.24, 4.25 y 4.26 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=20$ kW/m², $Q=400$ kW/m², $Q=1200$ kW/m², $Q=2000$ kW/m².

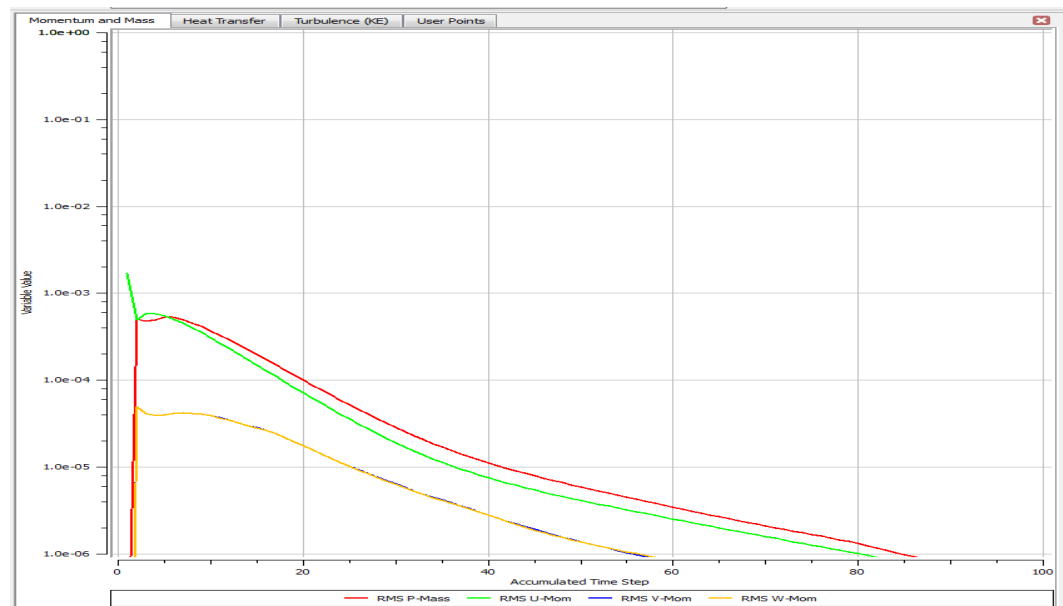


Figura 4.23 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=0$ y $Q=20$ kW/m².

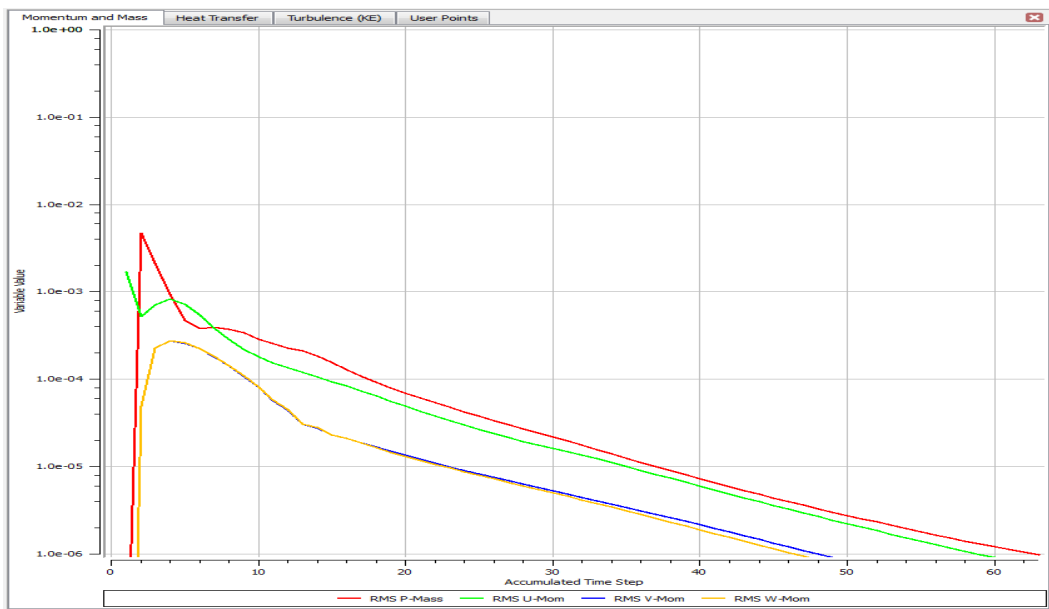


Figura 4.24 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha = 0$ y $Q = 400$ kW/m^2 .

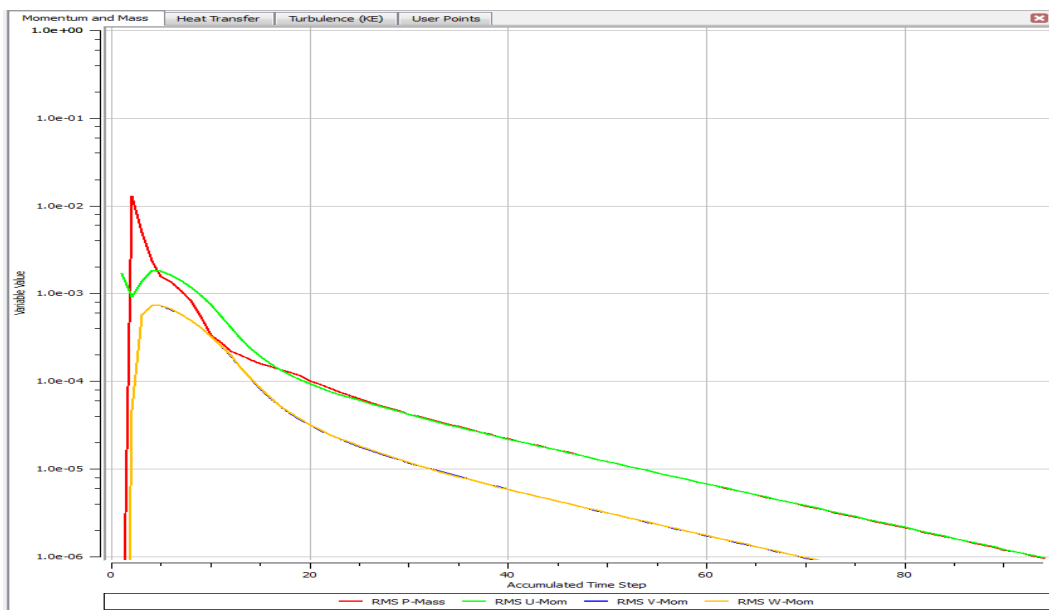


Figura 4.25 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha = 0$ y $Q = 1200$ kW/m^2 .

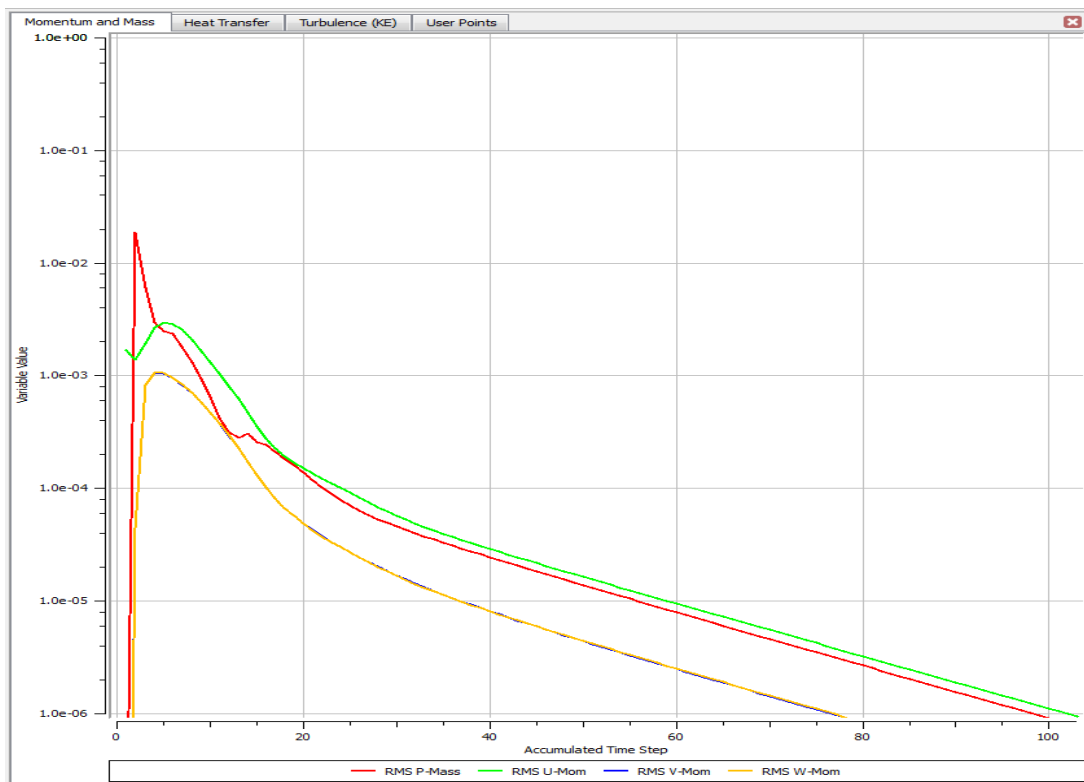


Figura 4.26 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 0$ y $Q= 2000$ kW/m^2 .

En las gráficas (ver figuras 4.23, 4.24, 4.25 y 4.26) se observa la convergencia de las soluciones para el valor de RMS establecido. Se aprecia claramente que la convergencia presenta un comportamiento similar para todos los calores estudiados, lo cual es un buen indicio que el comportamiento del fluido no varía considerablemente al suministrarle más calor a la tobera, de igual forma se ve que el número de iteraciones es similar para cada uno de los estudios estos nos quiere decir que se logra la convergencia en cada caso de las ecuaciones de gobierno del estudio.

En las figuras 4.27, 4.28, 4.29 y 4.30 se observan las gráficas de convergencia de las ecuaciones de turbulencia para $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=20\text{ kW/m}^2$, $Q=400\text{ kW/m}^2$, $Q=1200\text{ kW/m}^2$, $Q=2000\text{ kW/m}^2$.

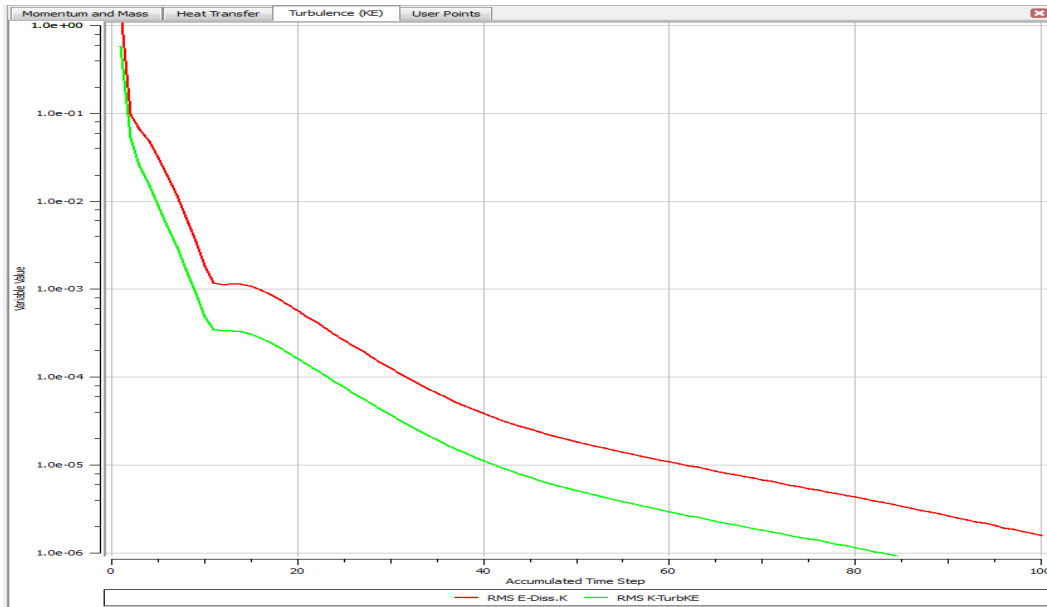


Figura 4.27 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=20\text{ kW/m}^2$.

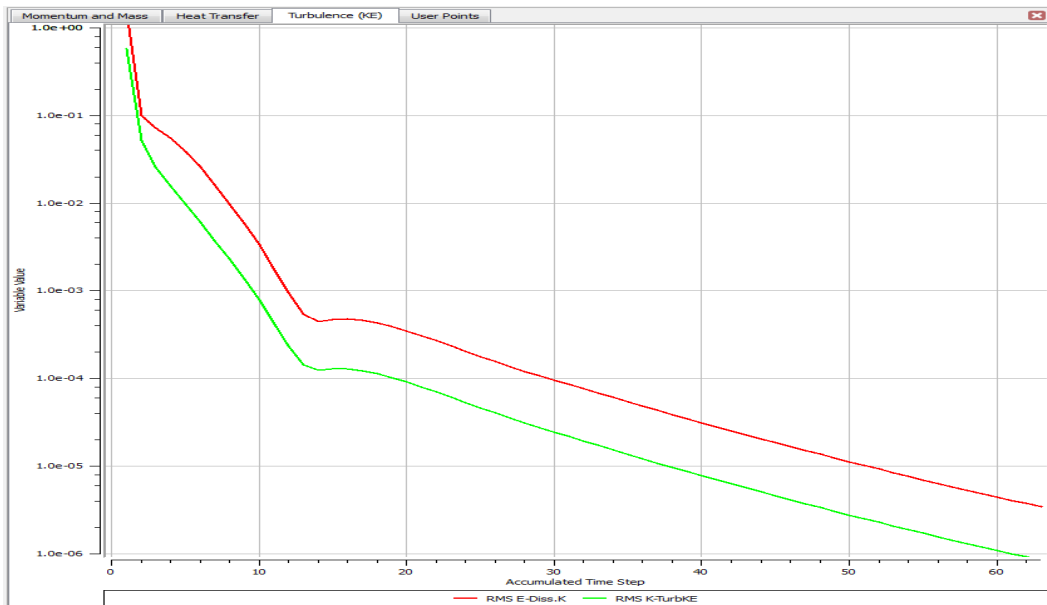


Figura 4.28 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=400\text{ kW/m}^2$.

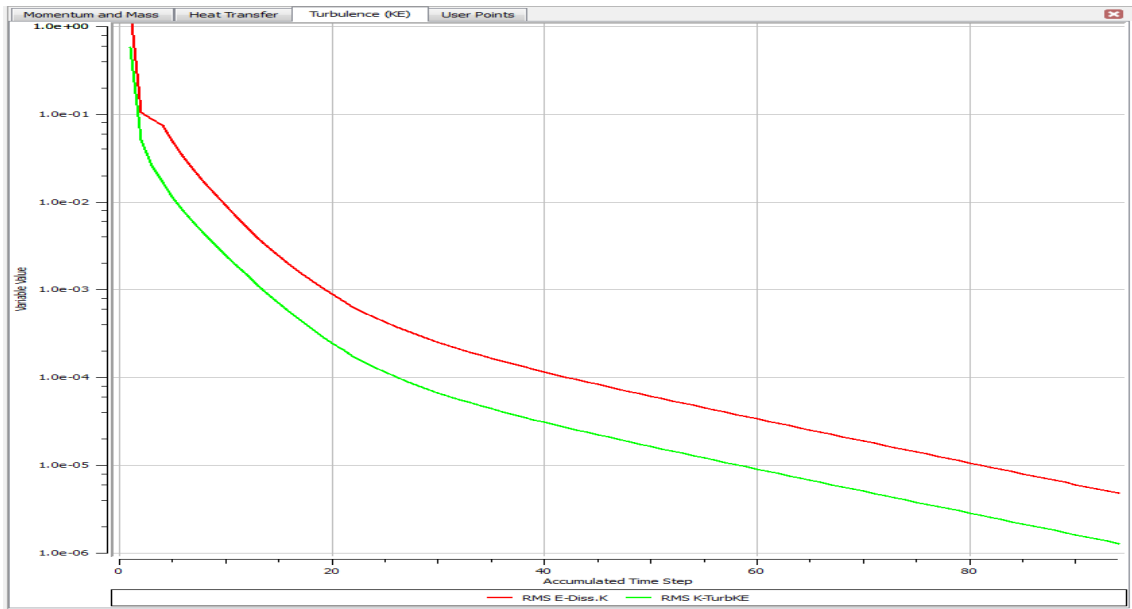


Figura 4.29 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$.

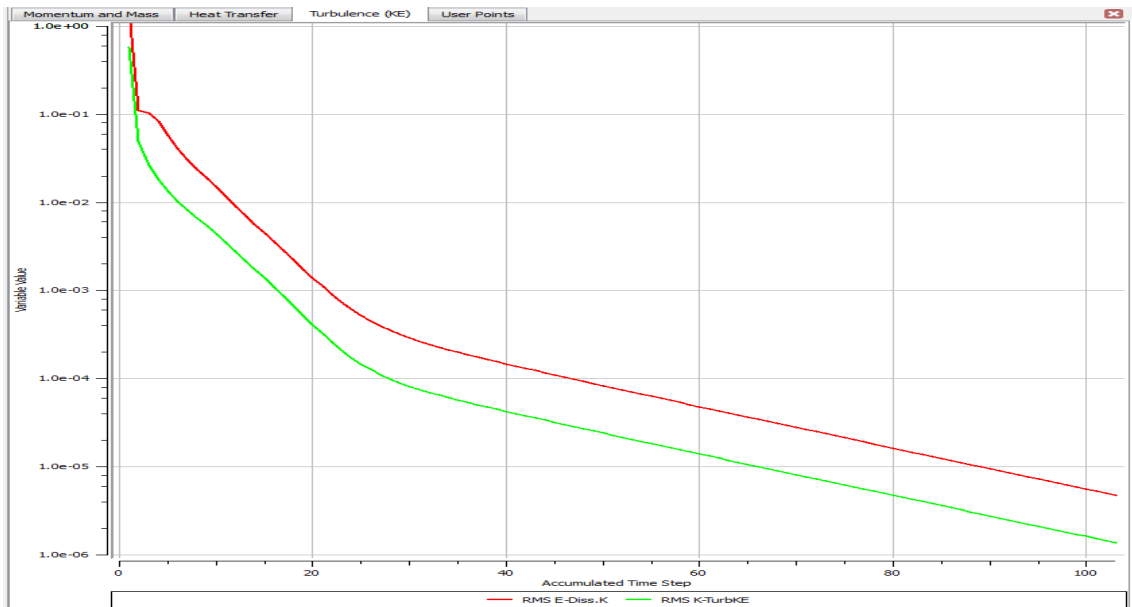


Figura 4.30 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=0$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.29 y 4.30 se puede apreciar que el comportamiento del modelo de turbulencia es similar para cada uno de los casos por lo tanto el estudio de los distintos calores no influye considerablemente en el modelo de

turbulencia utilizado ya que se alcanzan los valores de RMS a una misma cantidad de iteraciones.

4.3.6 Convergencia de la simulación para $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=20 \text{ kW/m}^2$, $Q=400 \text{ kW/m}^2$, $Q=1200 \text{ kW/m}^2$, $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.31, 4.32, 4.33 y 4.34 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=20 \text{ kW/m}^2$, $Q=400 \text{ kW/m}^2$, $Q=1200 \text{ kW/m}^2$, $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

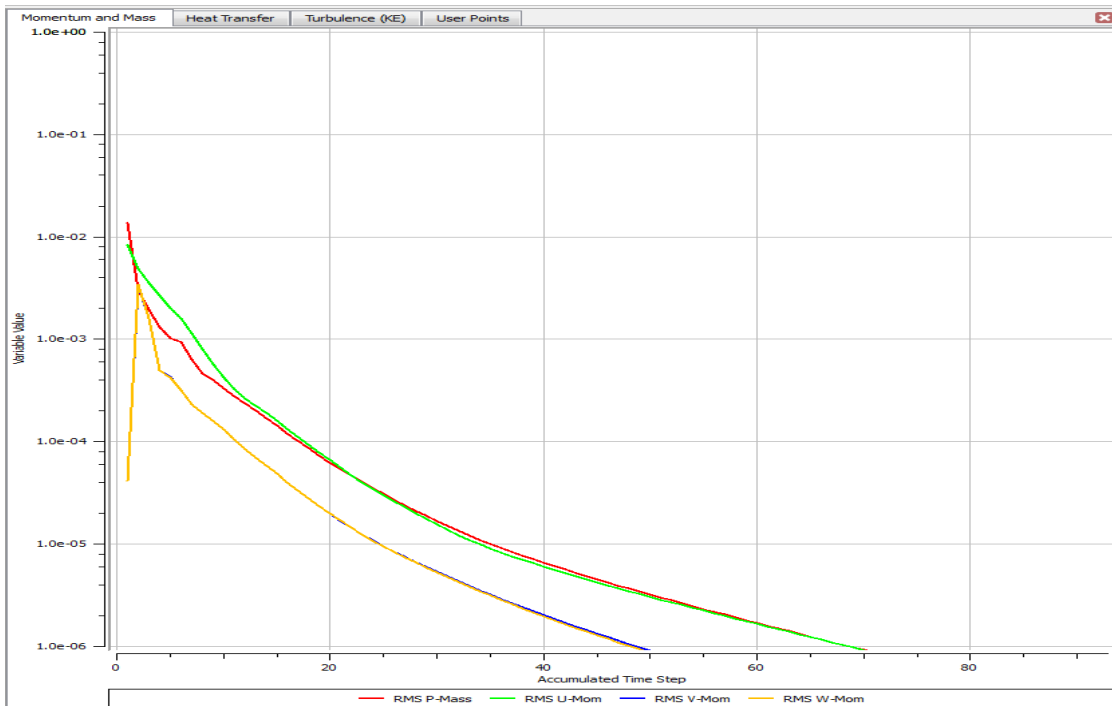


Figura 4.31 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=3$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$.

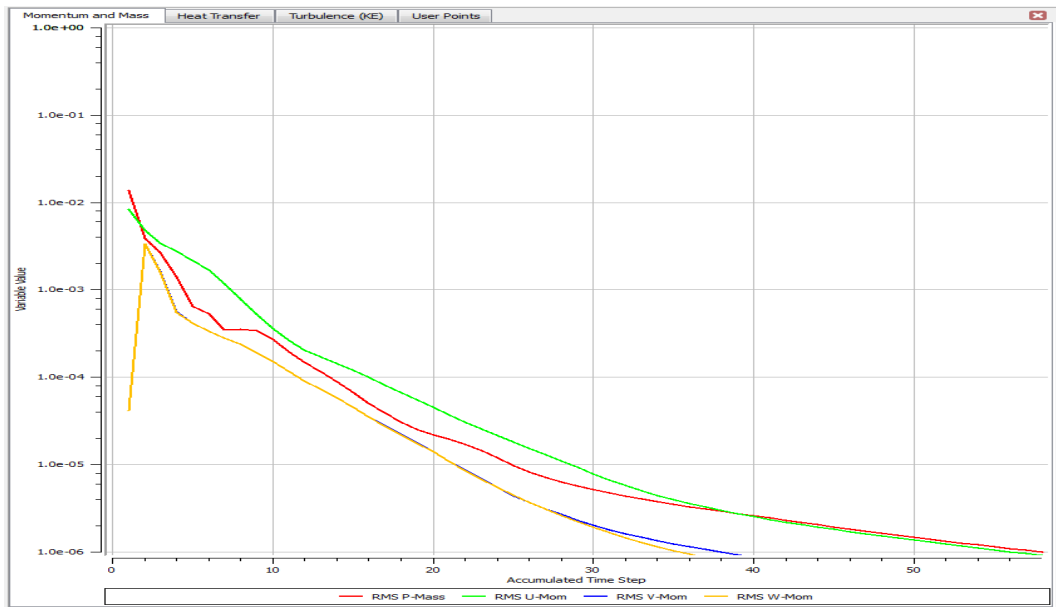


Figura 4.32 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 3$ y $Q= 400$ kW/m^2 .

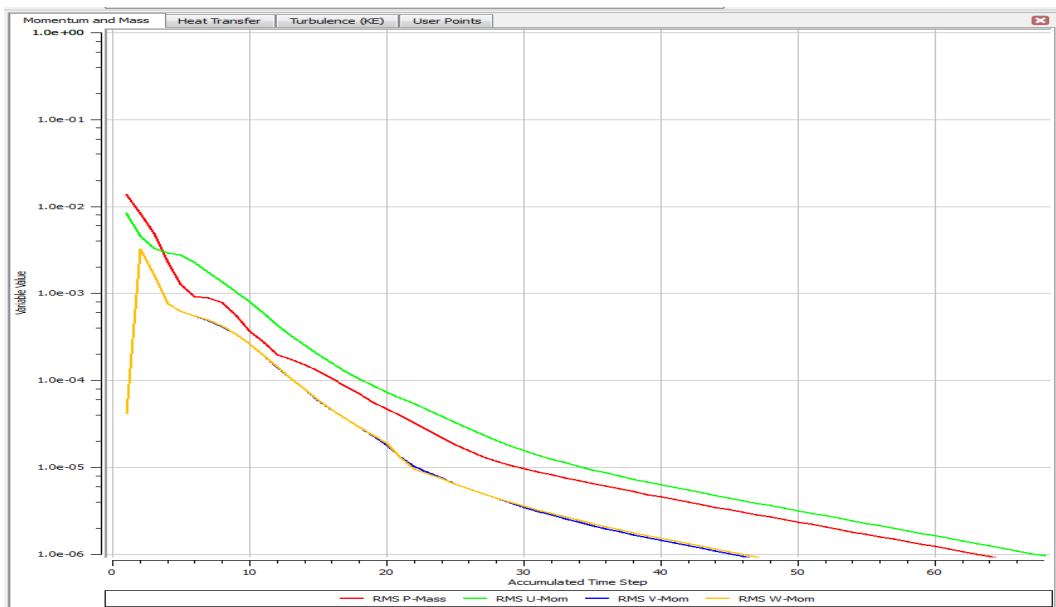


Figura 4.33 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 3$ y $Q= 1200$ kW/m^2 .

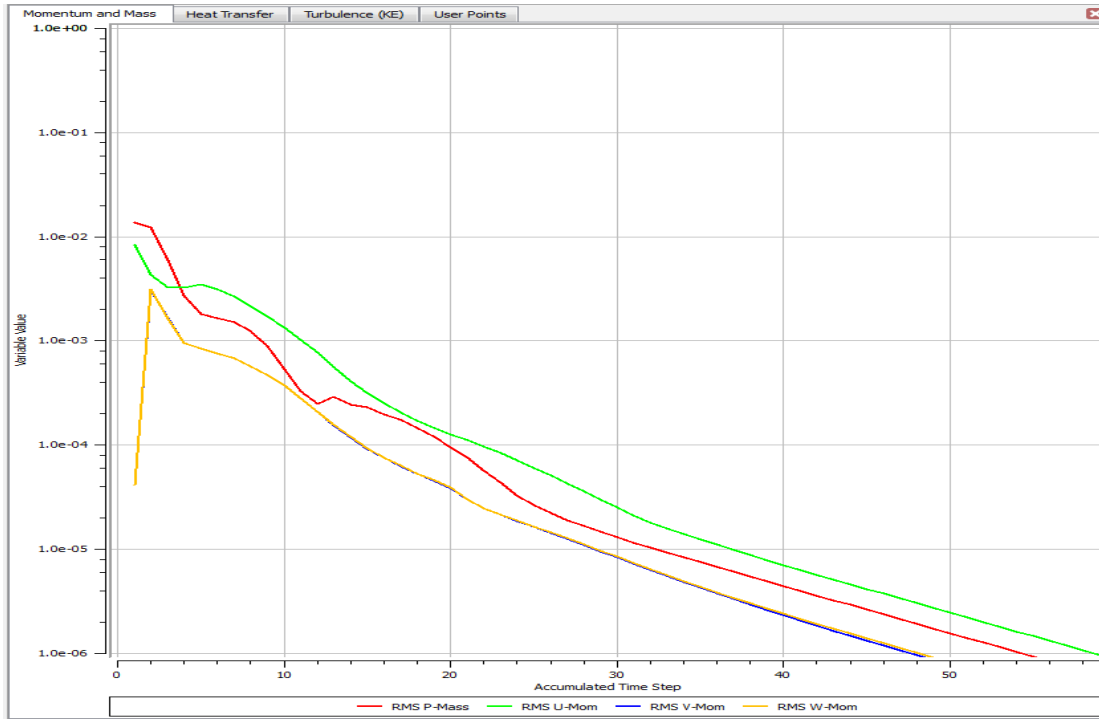


Figura 4.34 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 3$ y $Q= 2000$ kW/m^2 .

En las figuras 4.31, 4.32, 4.33 y 4.34 se observa el comportamiento de las curvas de convergencia para un ángulo $\alpha= 3$, este es similar para cada valor de Q por lo tanto el estudio se está cumpliendo a cabalidad para un número de iteraciones igual.

En las figuras 4.35, 4.36, 4.37 y 4.38 se observan las gráficas de convergencia de las ecuaciones de turbulencia para $\alpha= 3$ y cantidad de calor $Q= 20 \text{ kW/m}^2$, $Q= 400 \text{ kW/m}^2$, $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$, $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

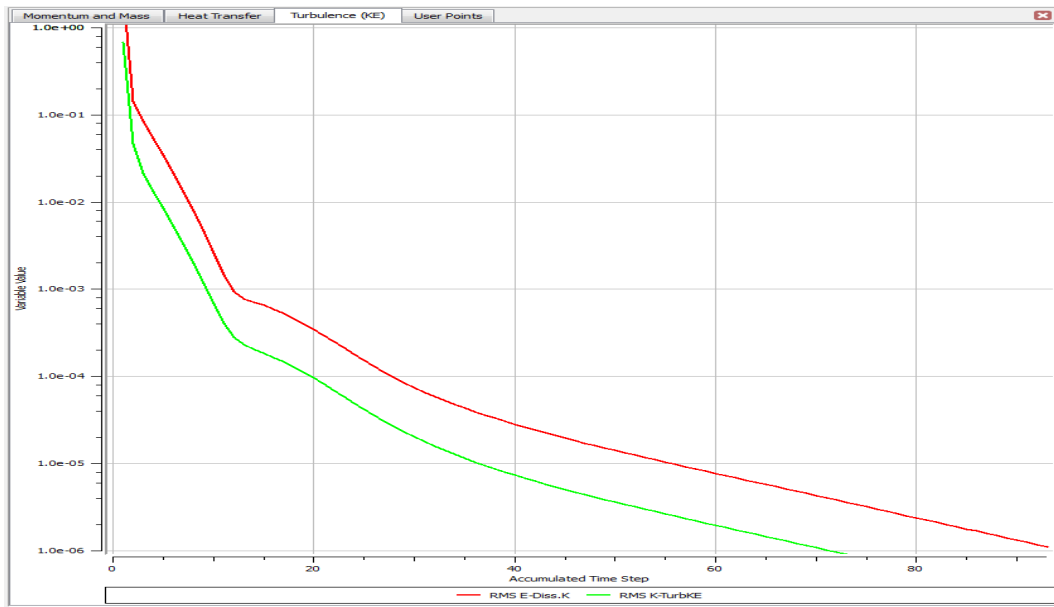


Figura 4.35 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$.

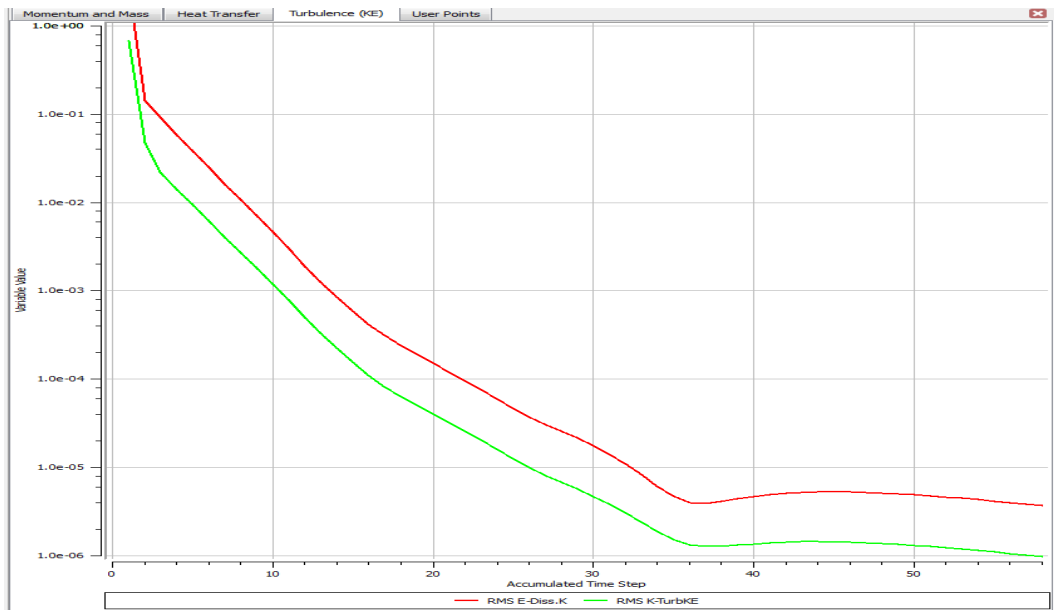


Figura 4.36 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=400 \text{ kW/m}^2$.

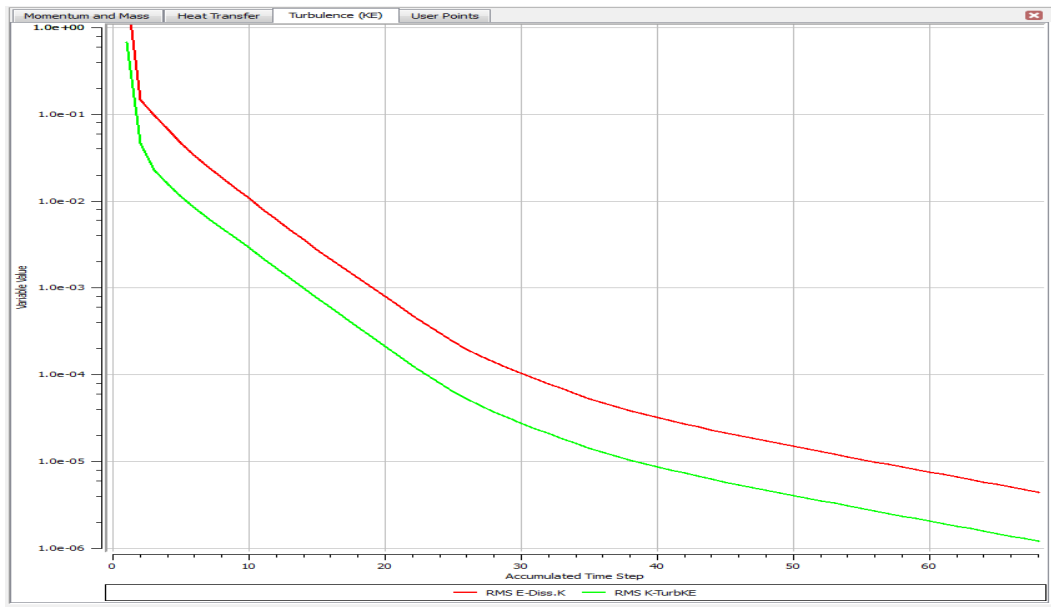


Figura 4.37 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$.

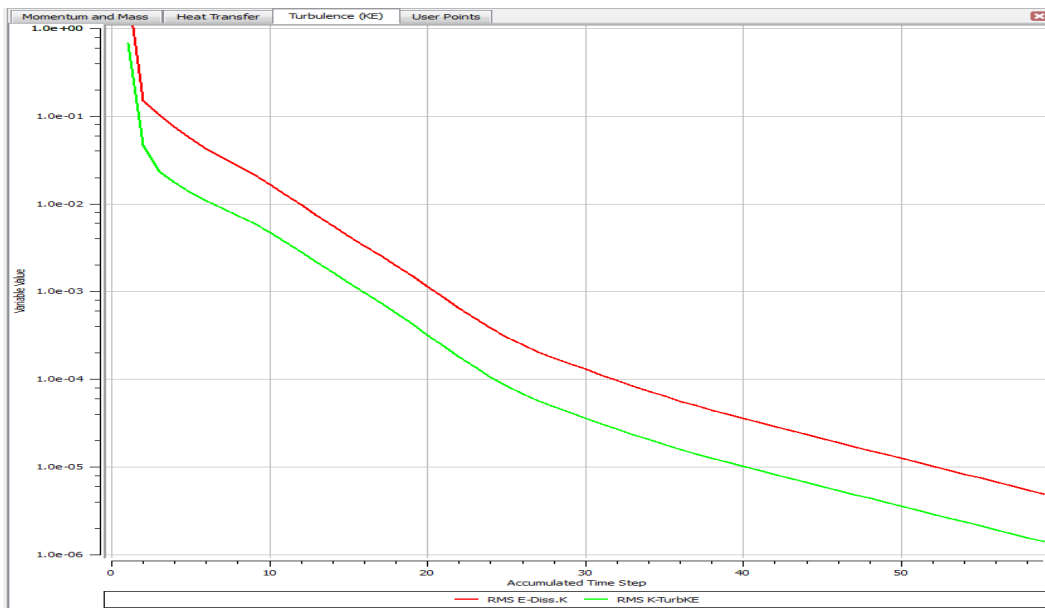


Figura 4.38 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=3$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.35, 4.36, 4.37 y 4.38 se puede apreciar que el comportamiento del modelo de turbulencia es similar para cada uno de los casos por lo tanto el estudio de los distintos calores no influye

considerablemente en el modelo de turbulencia utilizado, al igual que ocurre con el resto de los ángulos de convergencia.

4.3.7 Convergencia de la simulación para $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 20 \text{ kW/m}^2$, $Q= 400 \text{ kW/m}^2$, $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$, $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.39, 4.40, 4.41 y 4.42 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 20 \text{ kW/m}^2$, $Q= 400 \text{ kW/m}^2$, $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$, $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

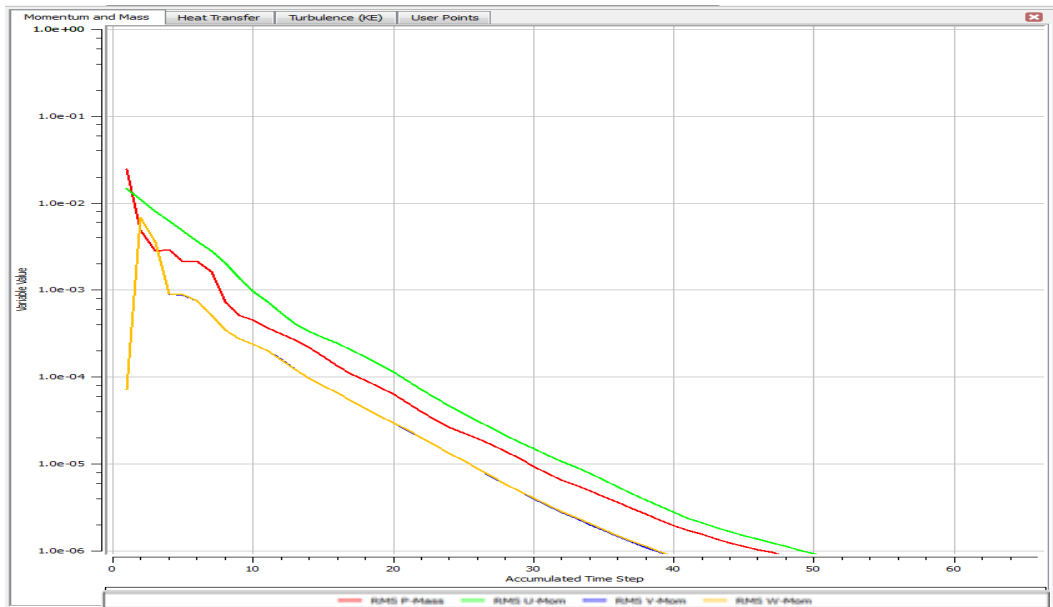


Figura 4.39 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 6$ y $Q= 20 \text{ kW/m}^2$.

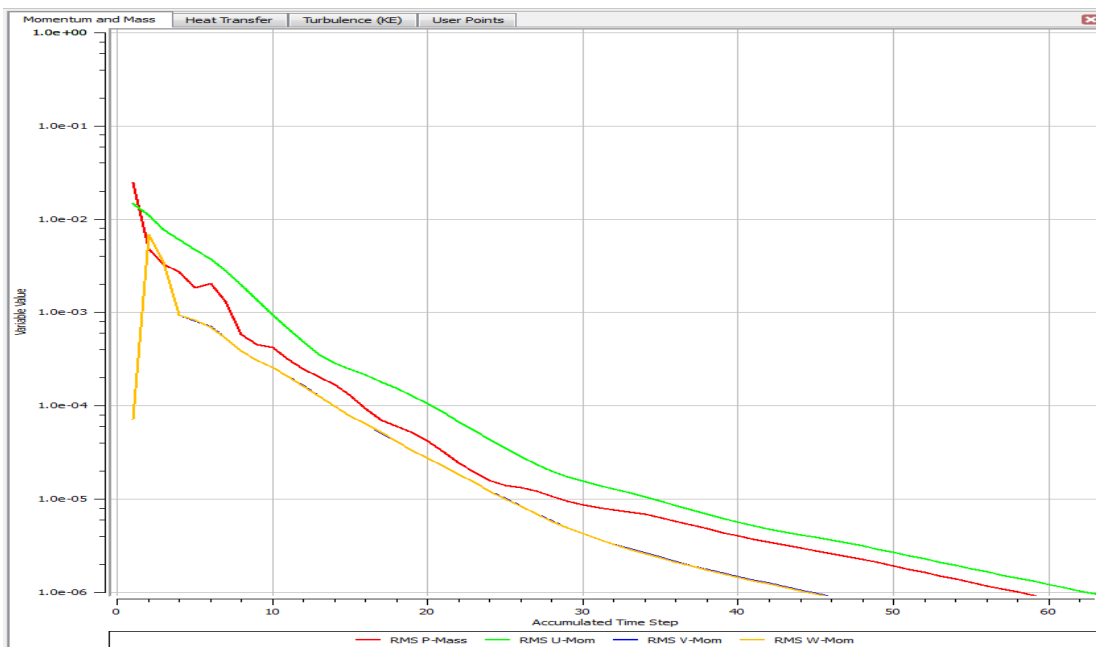


Figura 4.40 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 6$ y $Q= 400$ kW/m^2 .

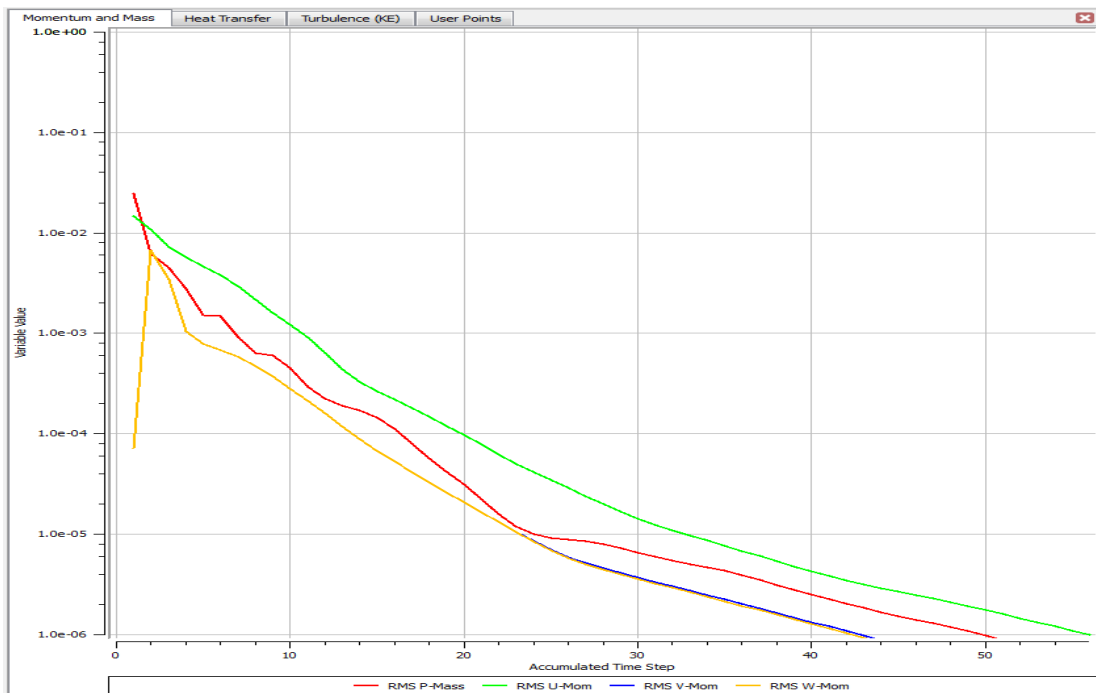


Figura 4.41 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 6$ y $Q= 1200$ kW/m^2 .

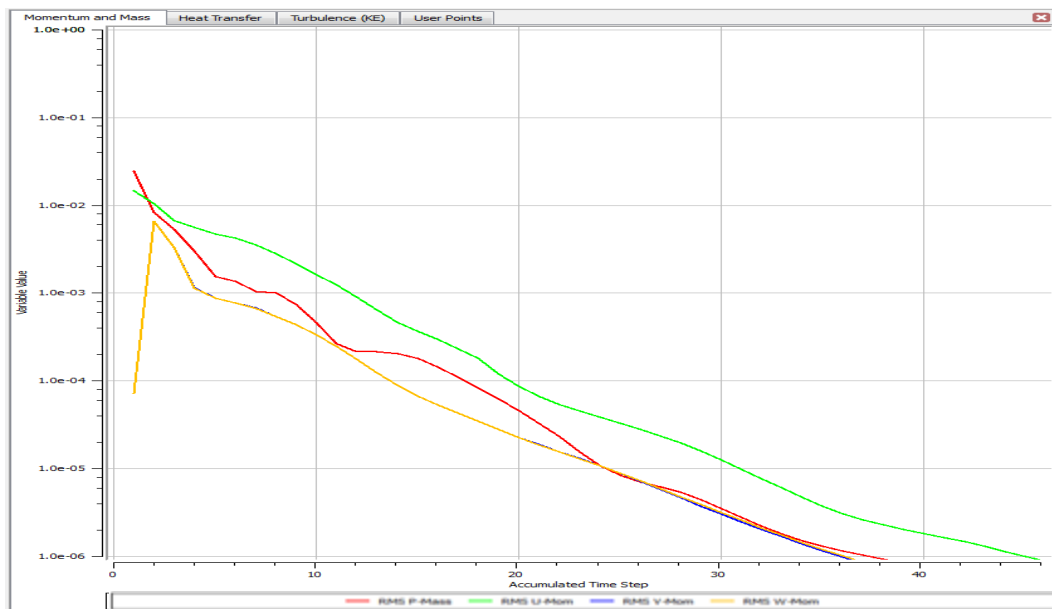


Figura 4.42 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=6$ y $Q=1200$ kW/m^2 .

En las figuras 4.39, 4.40, 4.41 y 4.42 al igual que las anteriores se observa claramente un comportamiento similar en la convergencia de las ecuaciones de conservación y cantidad de movimiento, lo cual, nos da un indicativo del correcto cumplimiento de estas leyes para los estudios realizados por lo tanto los resultados obtenidos están aceptados dentro del campo de la ingeniería.

En las figuras 4.43, 4.44, 4.45 y 4.46 se observan las gráficas de convergencia de las ecuaciones de turbulencia para $\alpha=6$ y cantidad de calor $Q=20$ kW/m^2 , $Q=400$ kW/m^2 , $Q=1200$ kW/m^2 , $Q=2000$ kW/m^2 .

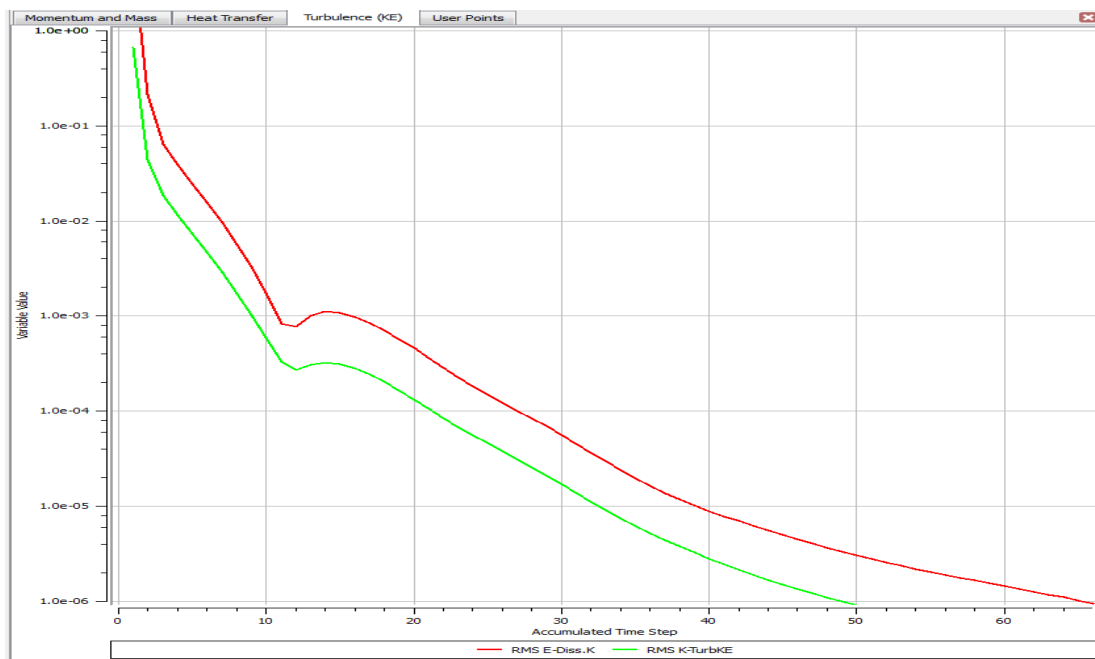


Figura 4.43 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$.

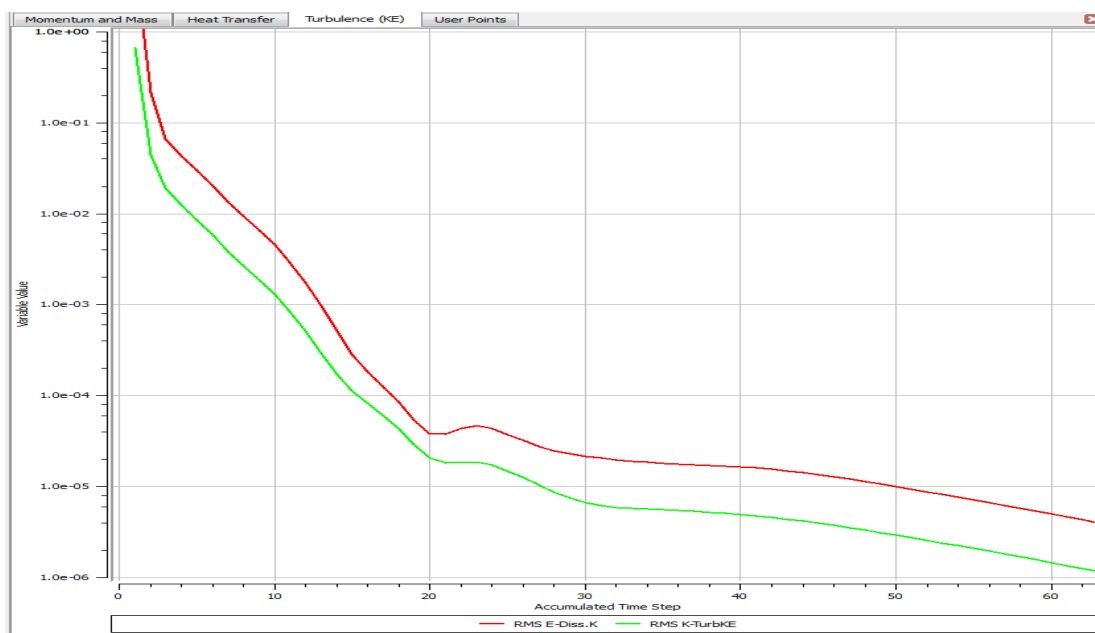


Figura 4.44 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=400 \text{ kW/m}^2$.

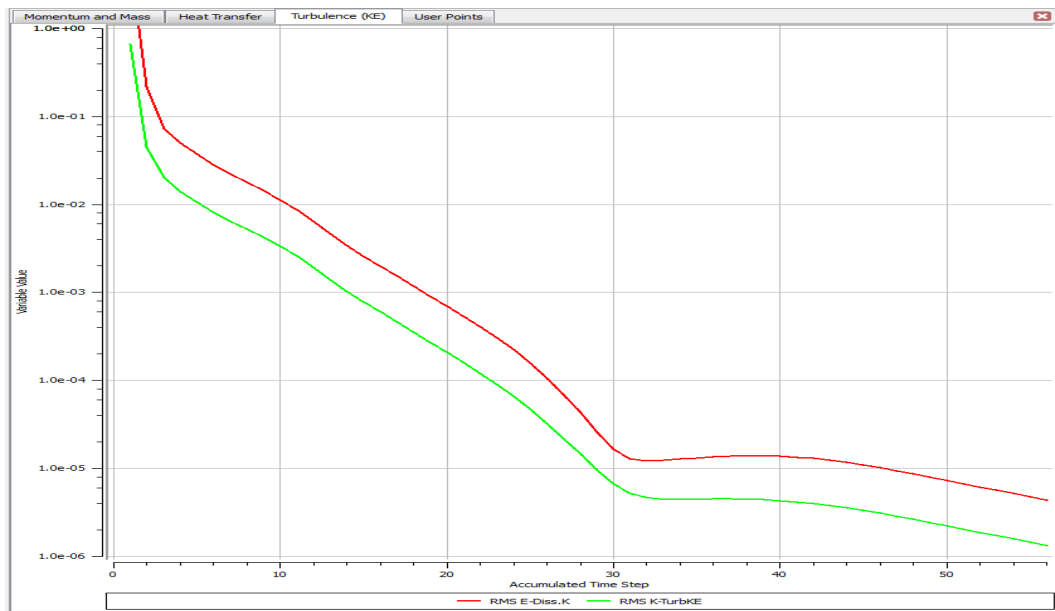


Figura 4.45 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$.

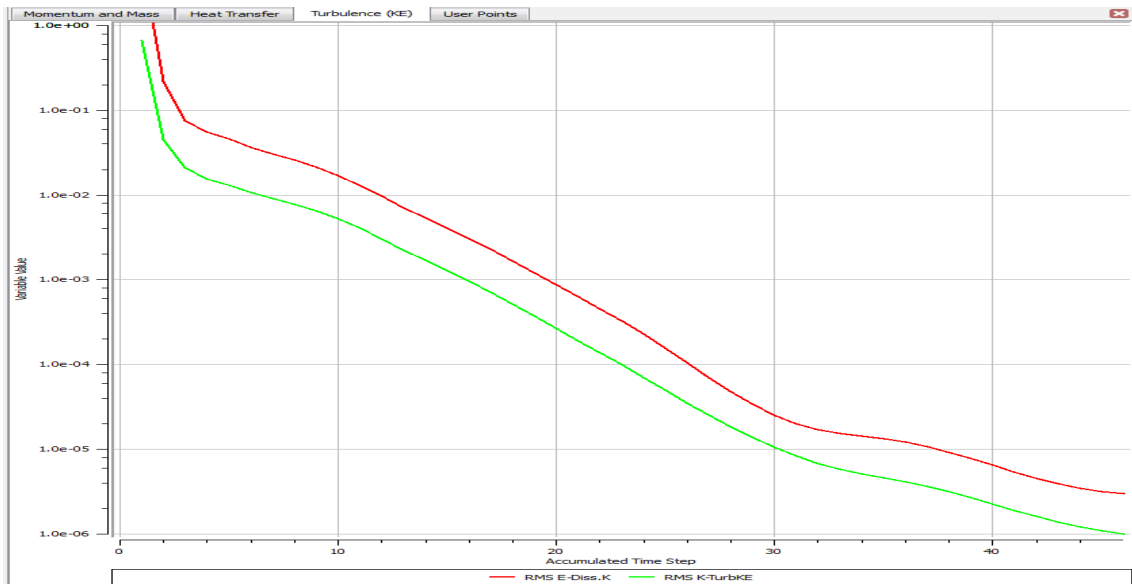


Figura 4.46 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=6$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.43, 4.44, 4.45 y 4.46 presentes son un correcto indicativo que el modelo de turbulencia se cumple para cada una de las condiciones de transferencia de calor, al igual como vienen comportándose las gráficas anteriores el comportamiento es similar aun cuando se están

variando los ángulos α , lo cual nos dice que los valores de calor no influyen considerablemente sobre el comportamiento del fluido aun cuando estos se están incrementando considerablemente.

4.3.8 Convergencia de la simulación para $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=20 \text{ kW/m}^2$, $Q=400 \text{ kW/m}^2$, $Q=1200 \text{ kW/m}^2$, $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.47, 4.48, 4.49 y 4.50 se muestran los gráficos de convergencia de la simulación numérica para $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=20 \text{ kW/m}^2$, $Q=400 \text{ kW/m}^2$, $Q=1200 \text{ kW/m}^2$, $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

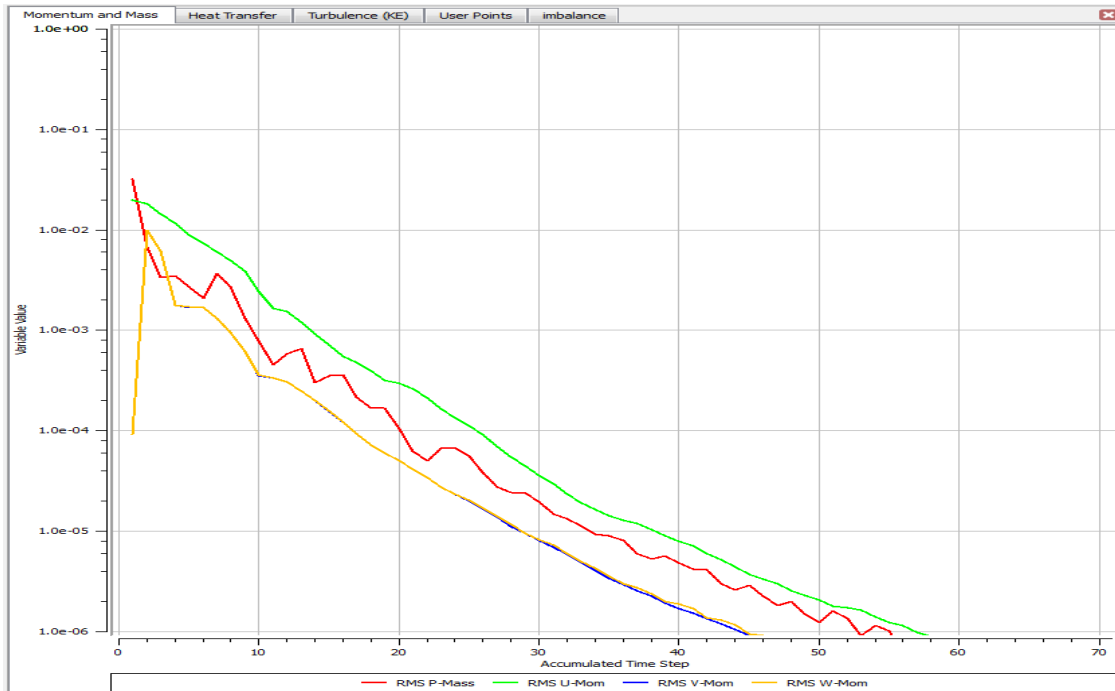


Figura 4.47 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $Q=20 \text{ kW/m}^2$.

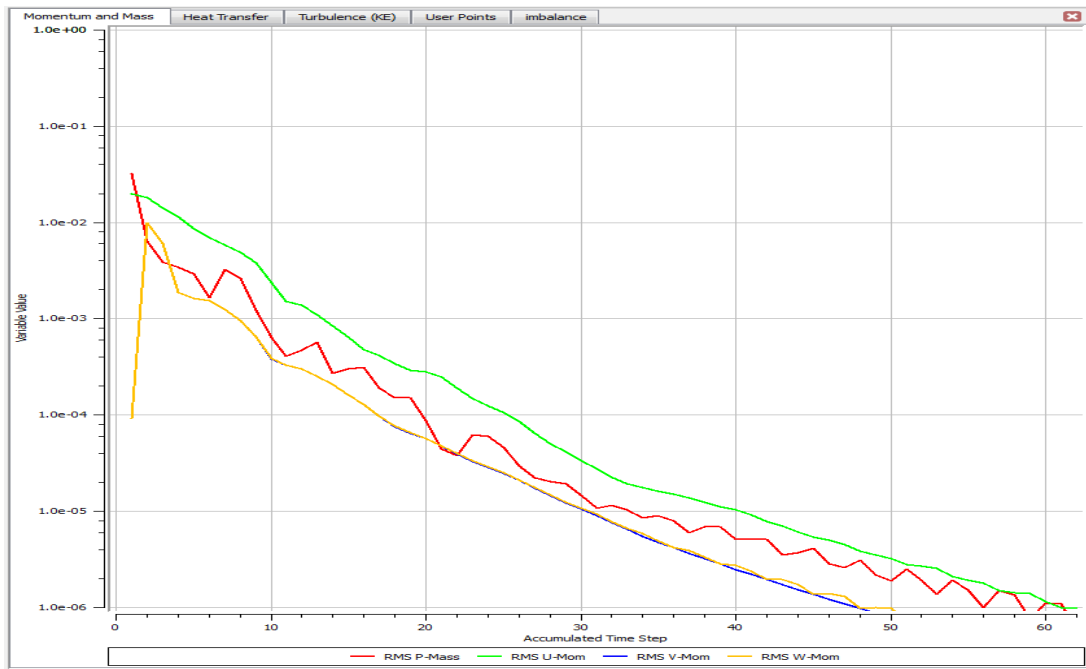


Figura 4.48 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $Q=400$ kW/m^2 .

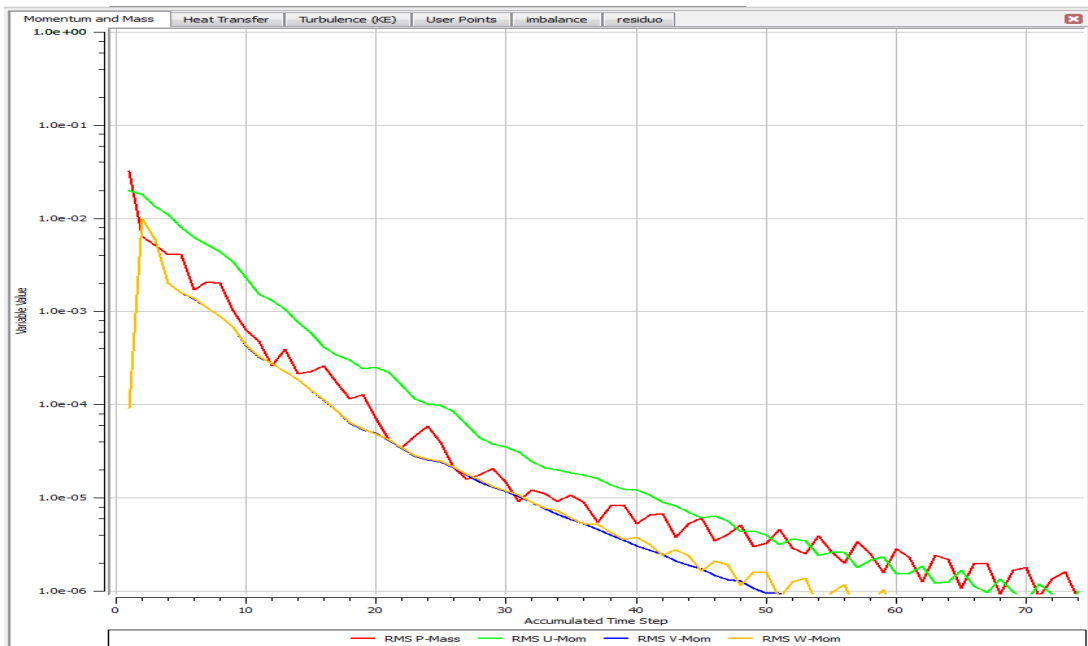


Figura 4.49 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha=9$ y $Q=1200$ kW/m^2 .

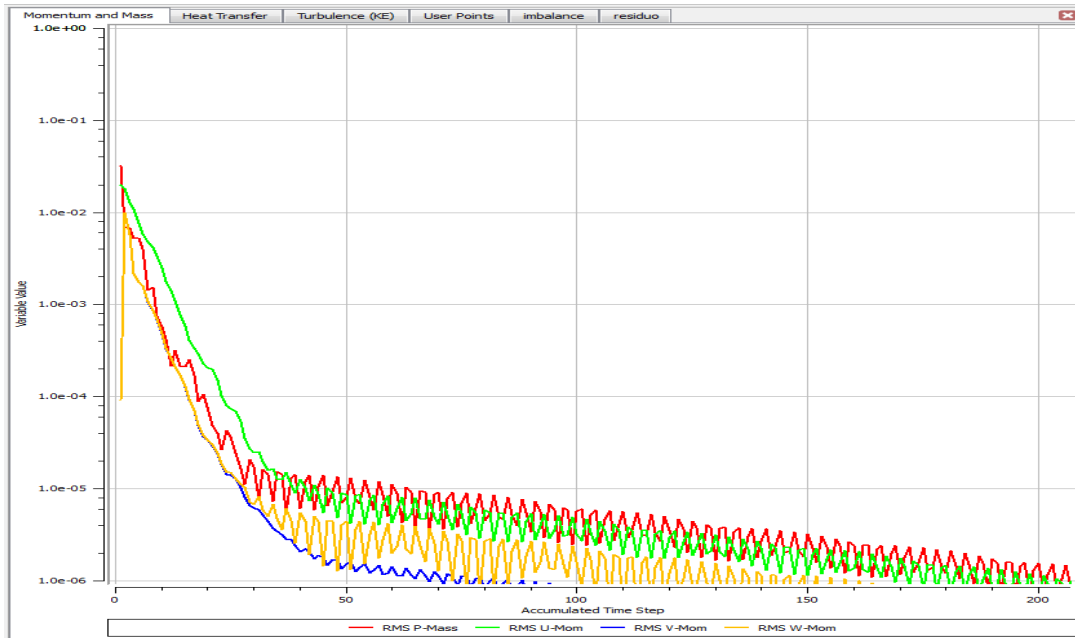


Figura 4.50 Convergencia de masa y momento para la simulación $\alpha= 9$ y $Q= 2000$ kW/m^2 .

En las figuras 4.47, 4.48, 4.49 y 4.50 se aprecia claramente que para el ángulo de convergencia de 9° a medida que aumenta el coeficiente de transferencia de calor las ecuaciones de momento y cantidad de movimiento se hacen más inestables, sin embargo esto no quiere decir que los cálculos no converjan, ya que como se explico anteriormente los niveles de $\text{RMS} < 1 \cdot 10^{-6}$ proporcionan resultados útiles para los análisis de ingeniería, estas variaciones en la convergencia nos indican que a medida que se aumenta la transferencia de calor en la tobera el fluido alcanza su condición crítica más rápido, es decir, el cambio de régimen de subsónico a supersónico, por lo tanto la variación de las propiedades se hace más violenta durante el paso por la tobera.

En las figuras 4.51, 4.52, 4.53 y 4.54 se observan las gráficas de convergencia de las ecuaciones de turbulencia para $\alpha= 9$ y cantidad de calor $Q= 20 \text{ kW/m}^2$, $Q= 400 \text{ kW/m}^2$, $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$, $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

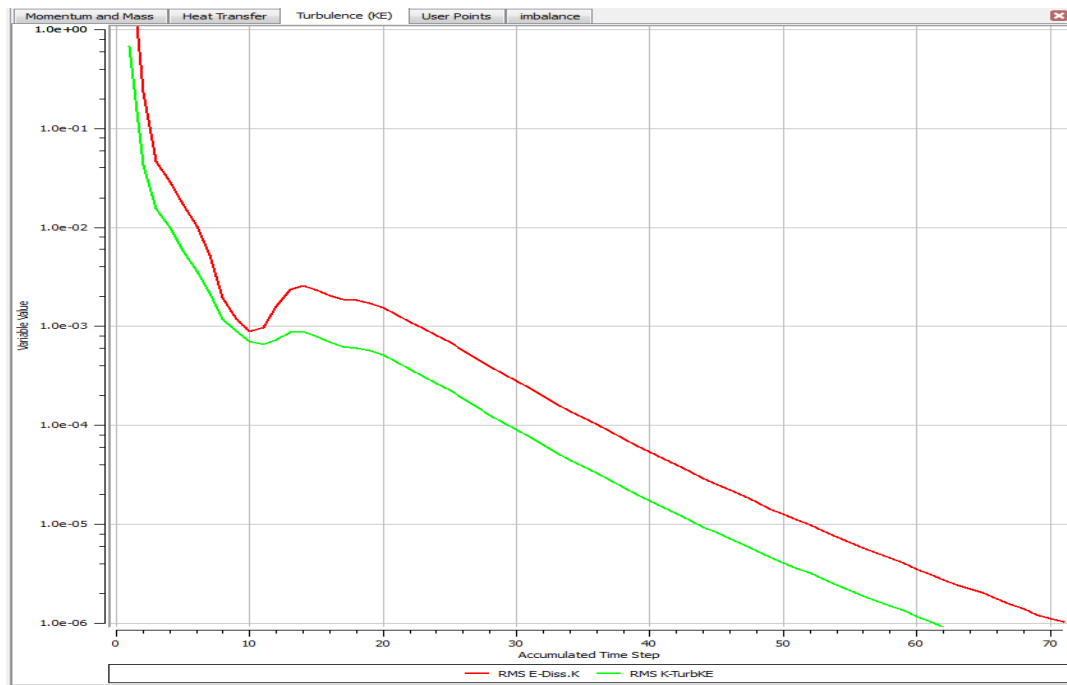


Figura 4.51 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q= 20 \text{ kW/m}^2$.



Figura 4.52 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q= 400 \text{ kW/m}^2$.

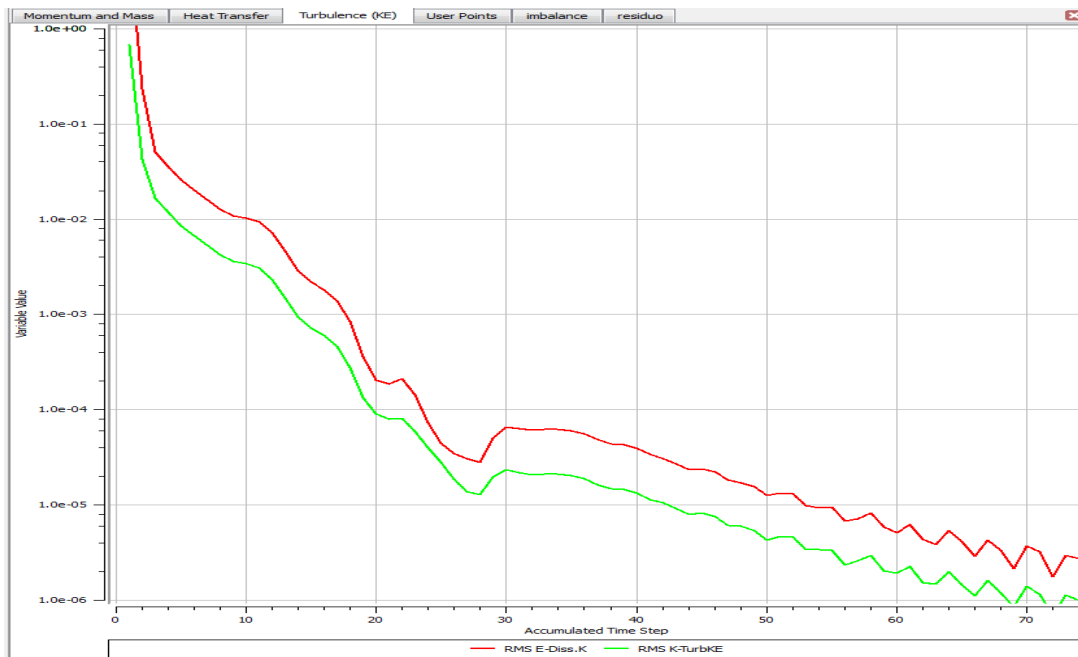


Figura 4.53 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q=1200 \text{ kW/m}^2$.

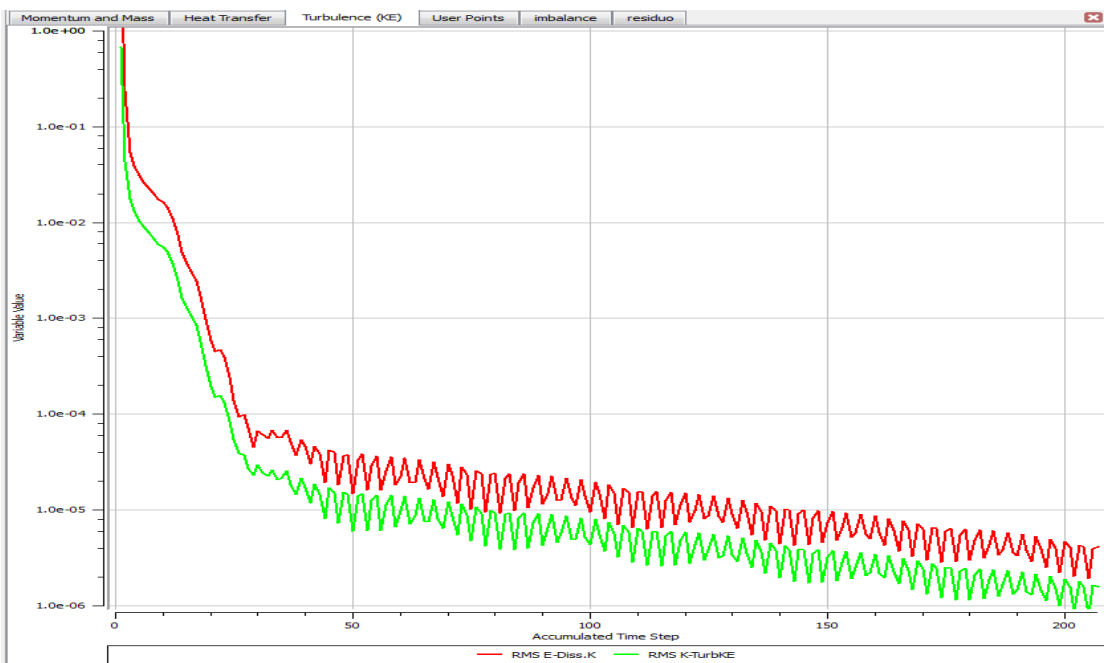


Figura 4.54 Convergencia de las ecuaciones de turbulencia para la simulación $\alpha=9$ y $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.51, 4.52, 4.53 y 4.54 se observa que las ecuaciones de turbulencia convergen para valores comprendidos en el rango de $1 \cdot 10^{-4} < \text{RMS} < 1 \cdot 10^{-6}$, esto es indicativo que aun cuando hay variaciones en la convergencia, los valores obtenidos están dentro del campo necesario para validar los resultados, estas variaciones son indicativos que a medida que aumenta la transferencia de calor hacia la tobera el modelo de turbulencia se ve afectado por el aumento de la velocidad del fluido y la rápida llegada de las propiedades del mismo a su condición mas critica.

4.4 Comportamiento de las líneas de flujo en una tobera convergente.

Para determinar el comportamiento del fluido dentro de la tobera, se realiza el estudio del mismo variando los ángulos de convergencia, así como aumentando la rugosidad en la superficie de flujo y de esta manera observar la variación de las condiciones del fluido tanto a la entrada como a la salida, para posteriormente comparar el comportamiento de las mismas a distintos valores, de igual forma al cambiar el flujo de calor se realizan los mismos estudios.

4.4.1 Estudio de la tobera para $\alpha = 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm

La distribución de la velocidad en la tobera de ángulo $\alpha = 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm se observa en la figura 4.55.

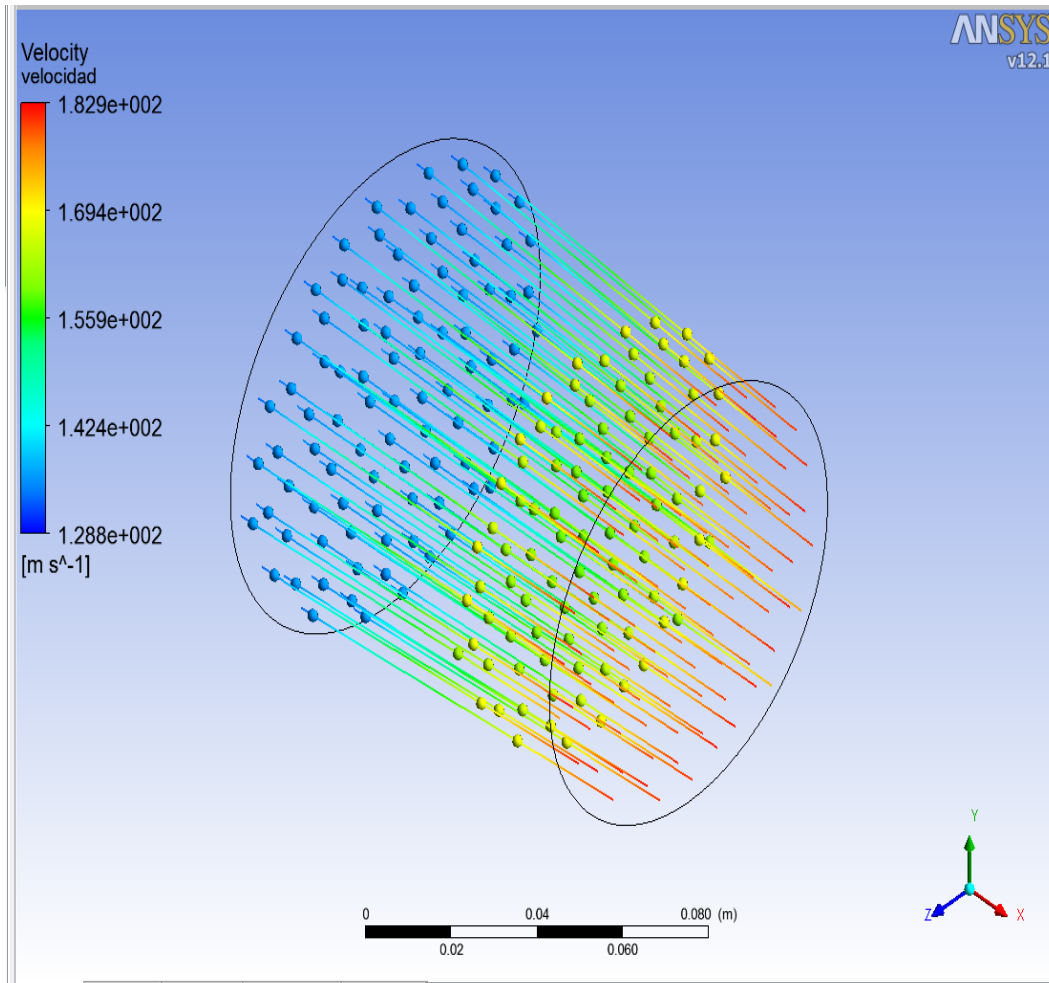


Figura 4.55 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha = 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de velocidad vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.56.

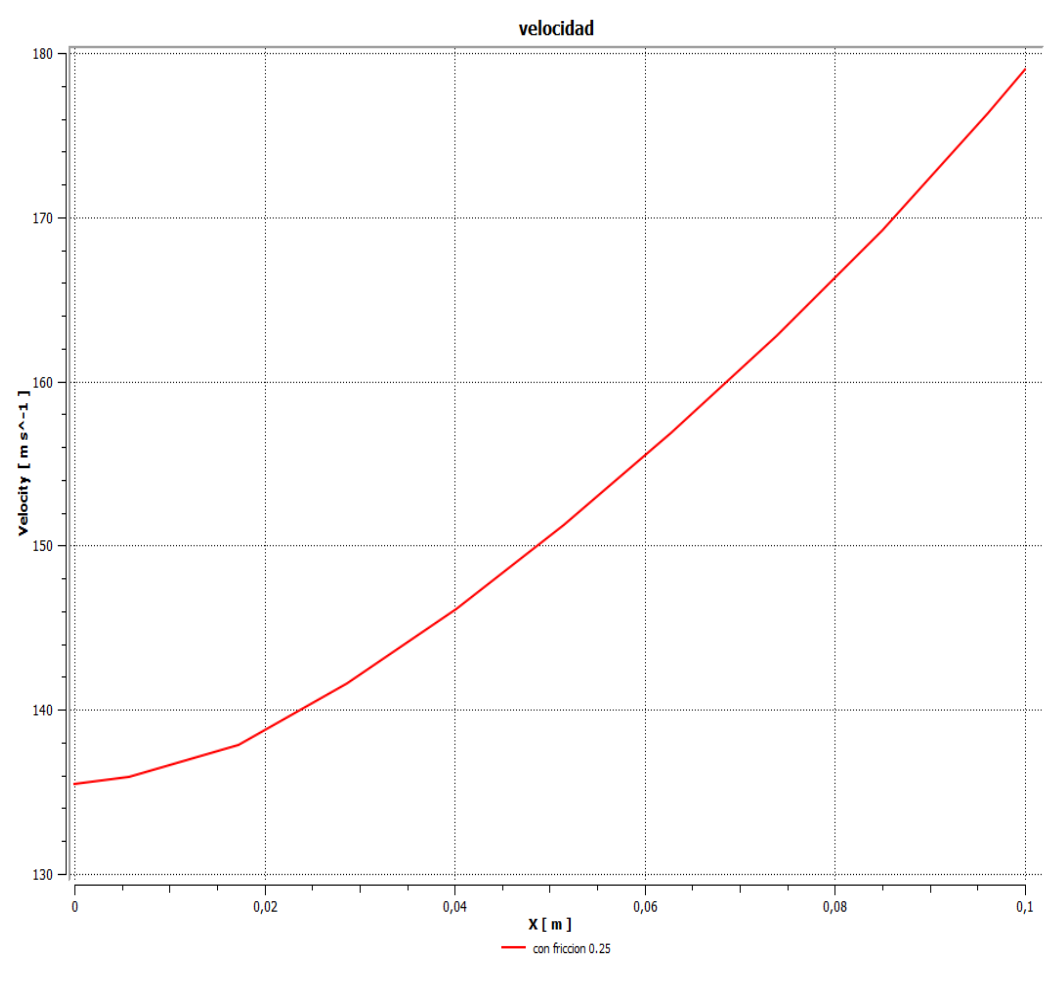


Figura 4.56. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.

Esta gráfica presenta un comportamiento más estable ya que al variar el ángulo de convergencia α se crea una tobera convergente presentando un incremento en la velocidad mayor en comparación con la tobera de ángulo $\alpha= 0^\circ$. ver figura 4.56.

La distribución de la temperatura en la tobera de ángulo $\alpha= 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm se observa en la figura 4.57.

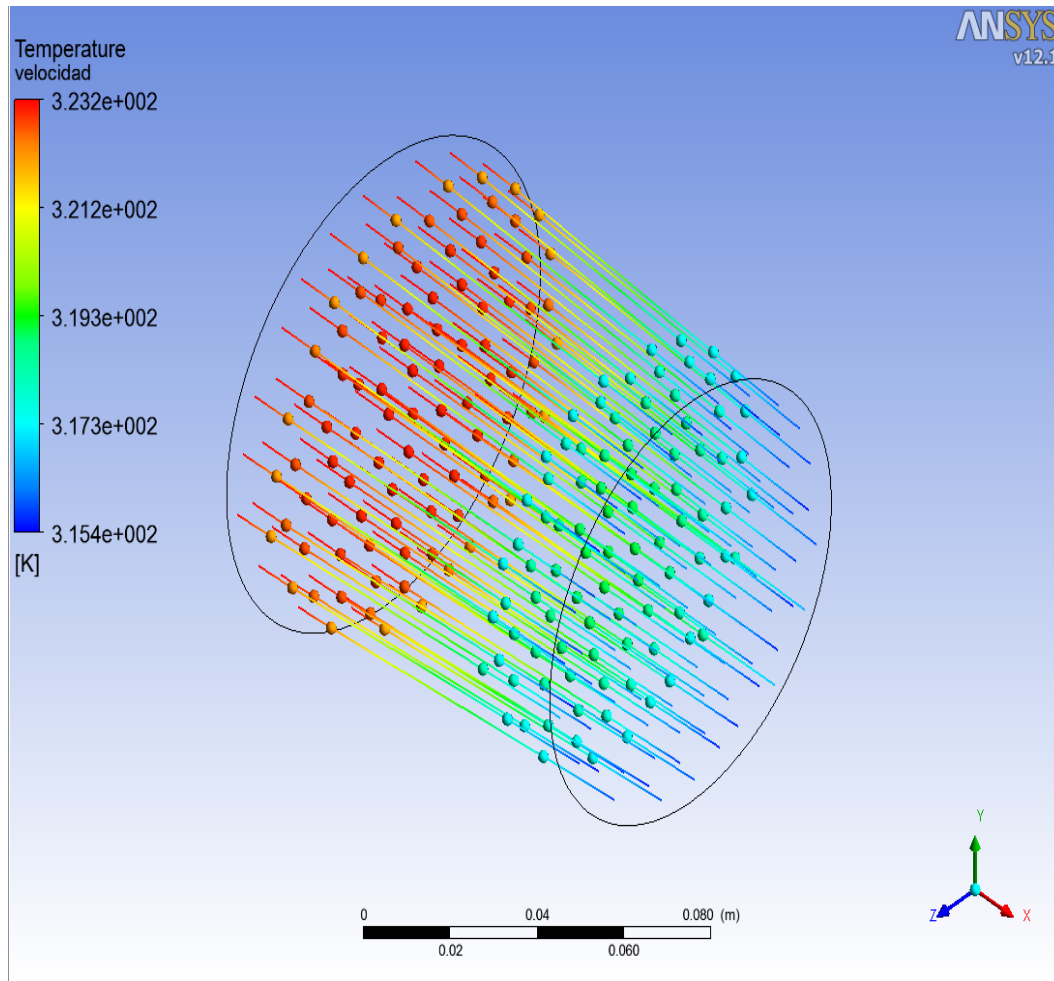


Figura 4.57 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha= 3$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de temperatura vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.58.

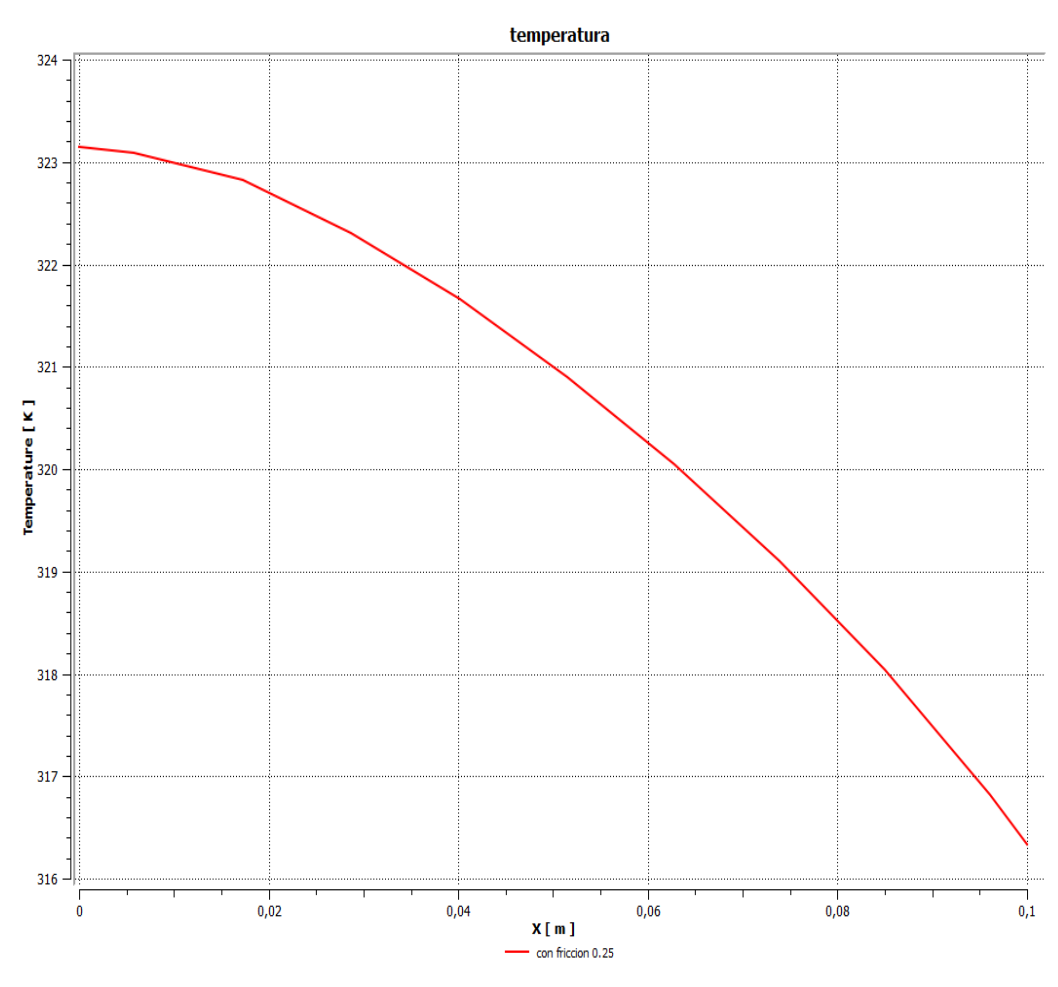


Figura 4.58. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

Esta gráfica presenta un decrecimiento bastante estable en comparación con los casos de convergencia anteriores, la variación de temperatura es un poco mayor de aproximadamente 10 K, todo esto se debe a la variación del ángulo de convergencia. Ver figura 4.58

La distribución de la presión en la tobera de ángulo $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm se observa en la figura 4.59.

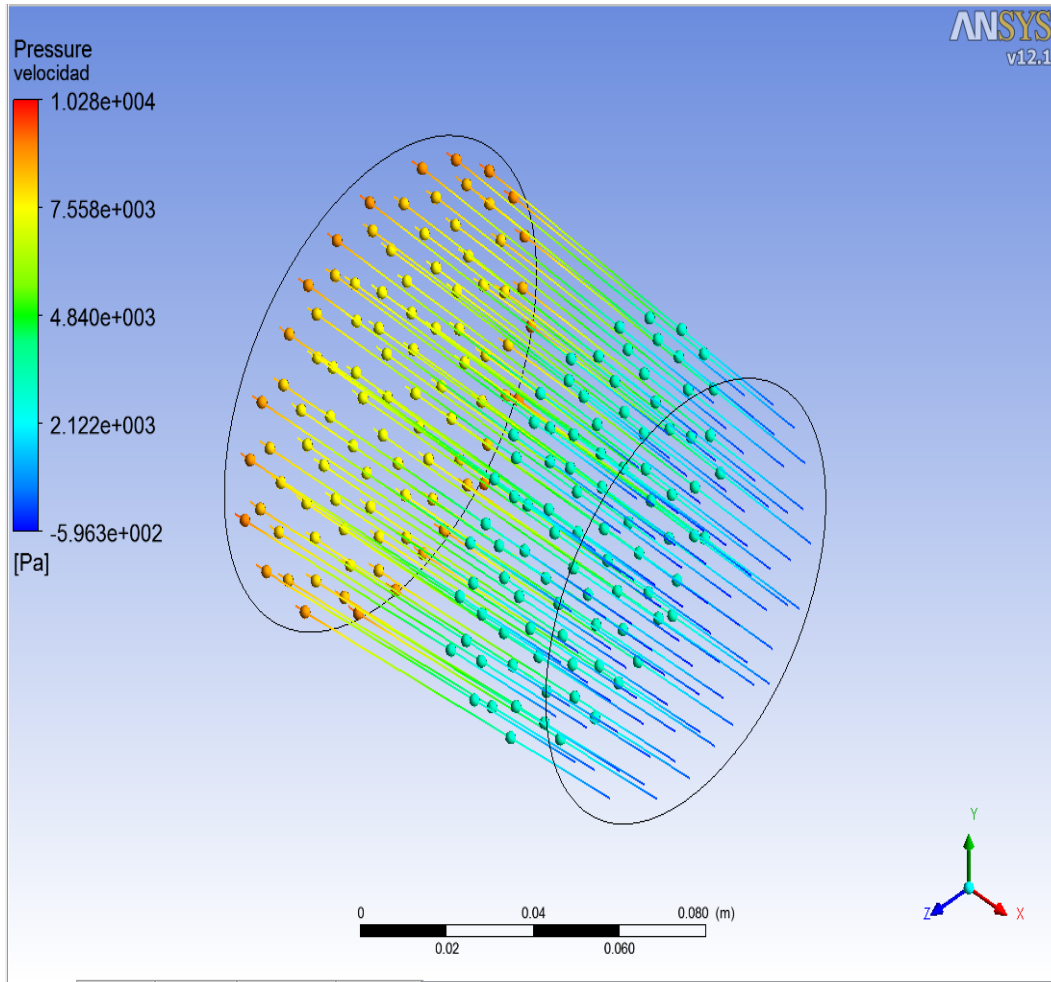


Figura 4.59 Distribución de la presión en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de presión vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.60.

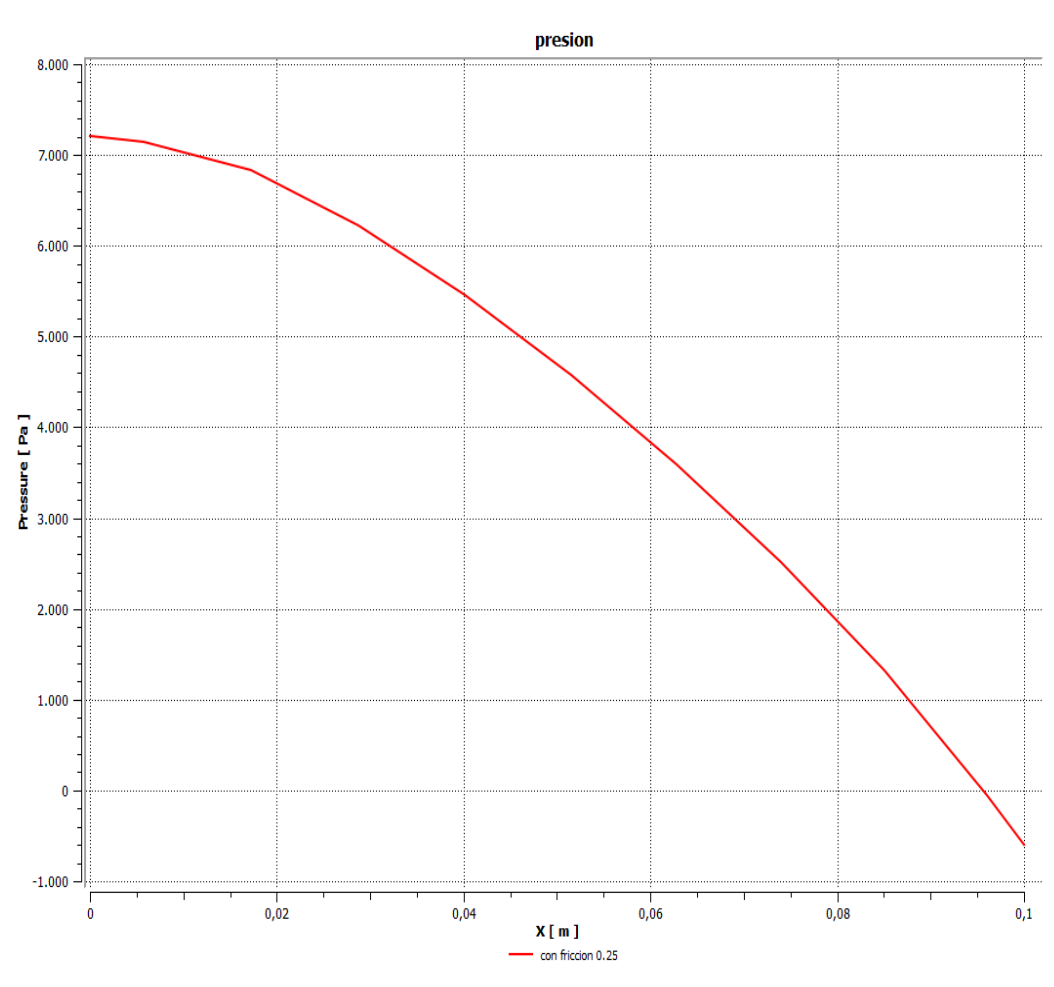


Figura 4.60. Presión vs posición en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

La gráfica de presión presenta un comportamiento descendente, lo cual indica el buen desempeño del estudio en cuanto a los valores teóricos logrando así unos buenos resultados en la simulación. Ver figura 4.60.

La distribución del número de Mach en la tobera de ángulo $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm se observa en la figura 4.61.

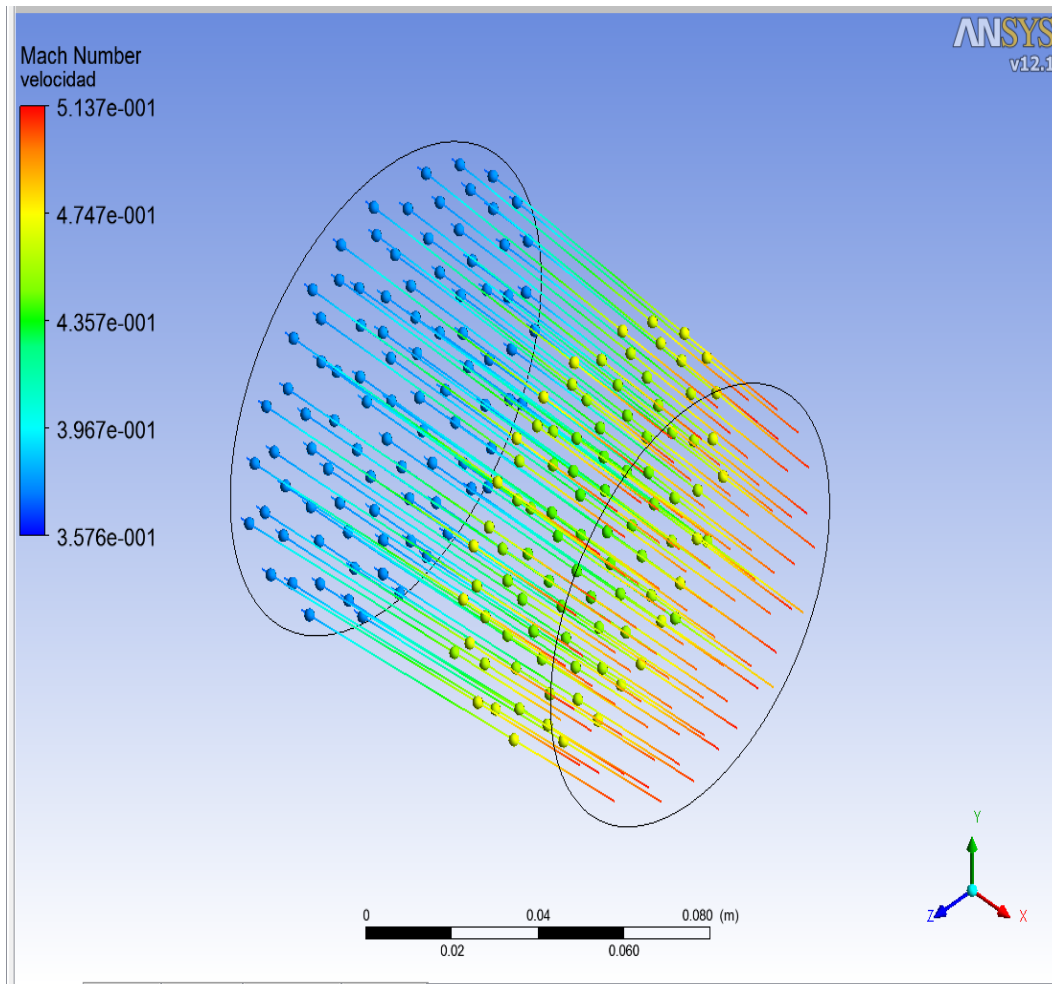


Figura 4.61 Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de número de Mach vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.62.

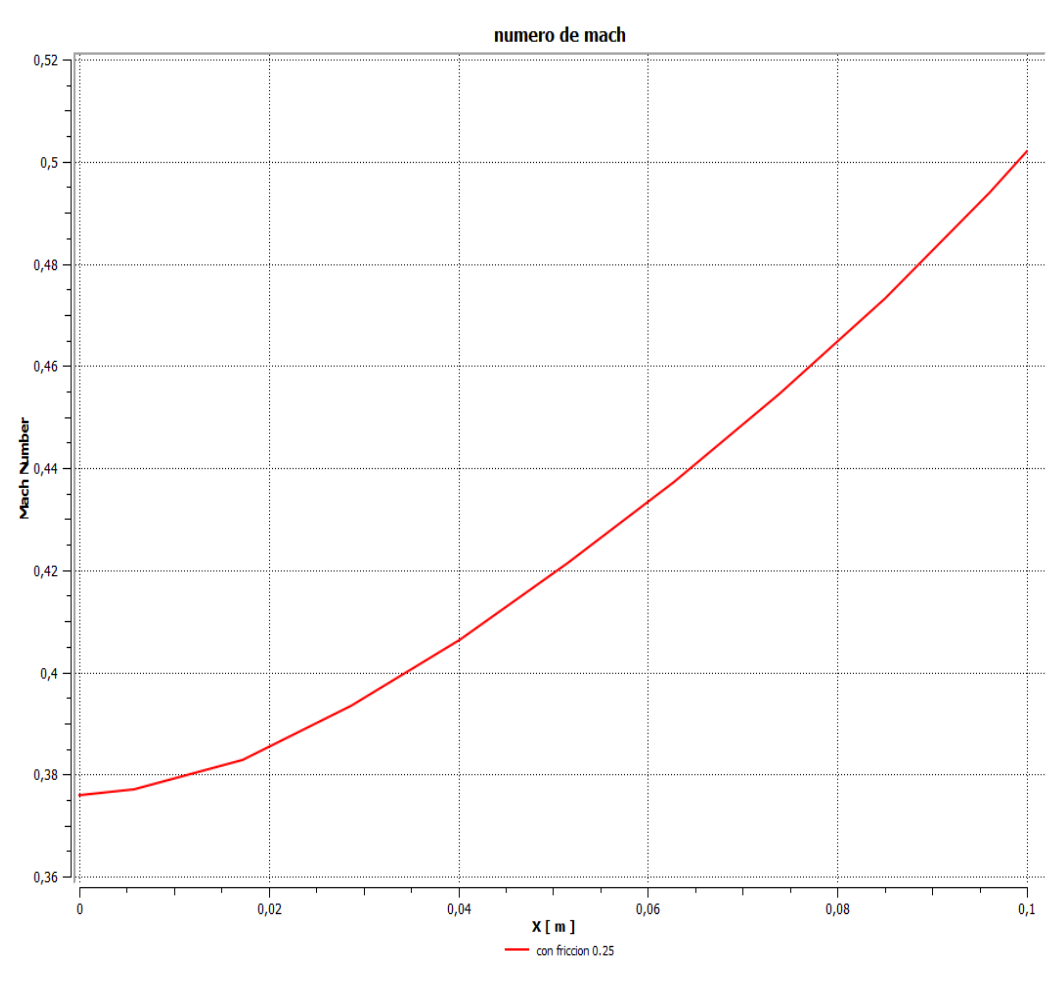


Figura 4.62. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha=3$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

La gráfica del número de Mach presenta un crecimiento mayor en comparación con el ángulo de convergencia 0 ya que se estabiliza totalmente la gráfica además que el número de Mach crece a una tasa mayor. Ver figura 4.62

4.4.2 Estudio de la tobera para $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm

La distribución de la velocidad en la tobera de ángulo $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm se observa en la figura 4.63.

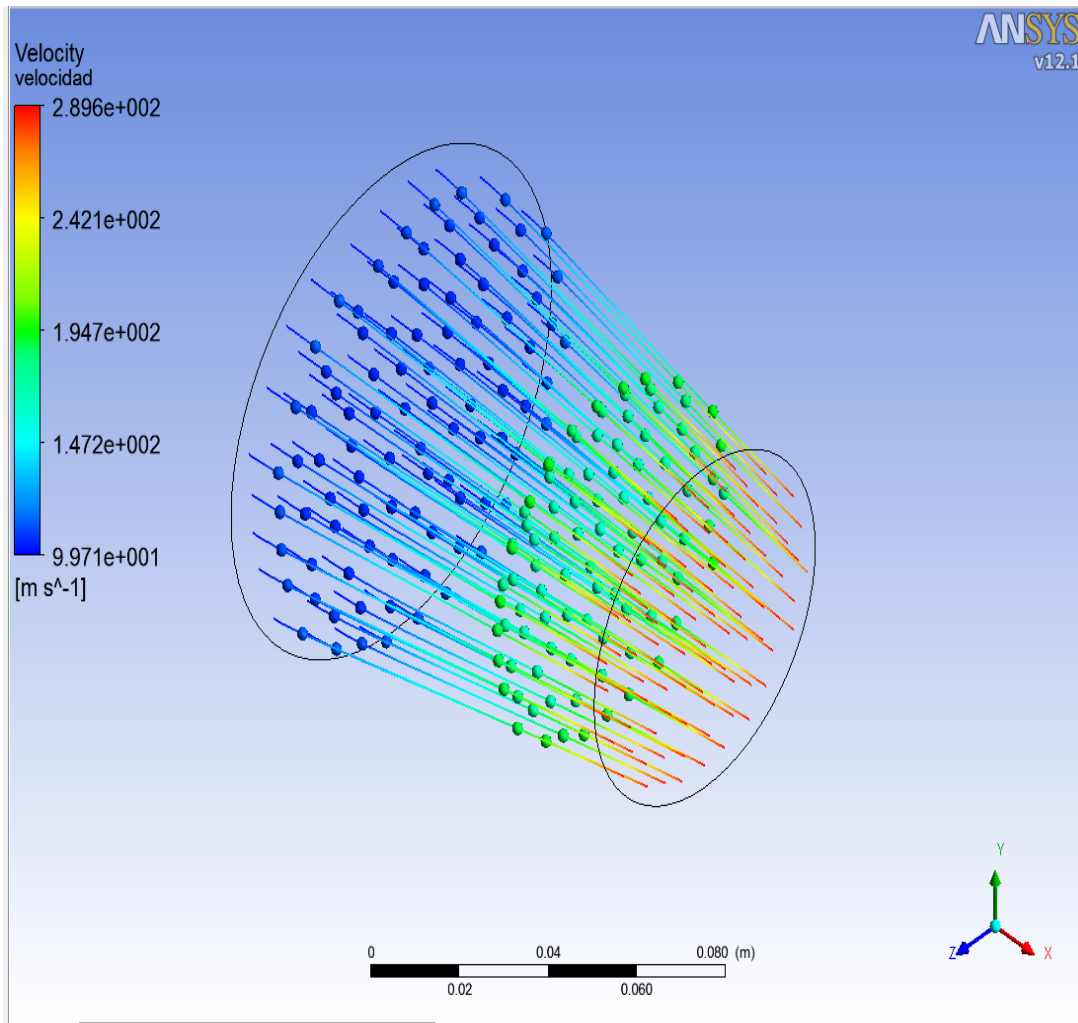


Figura 4.63 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha = 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de velocidad vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.64.

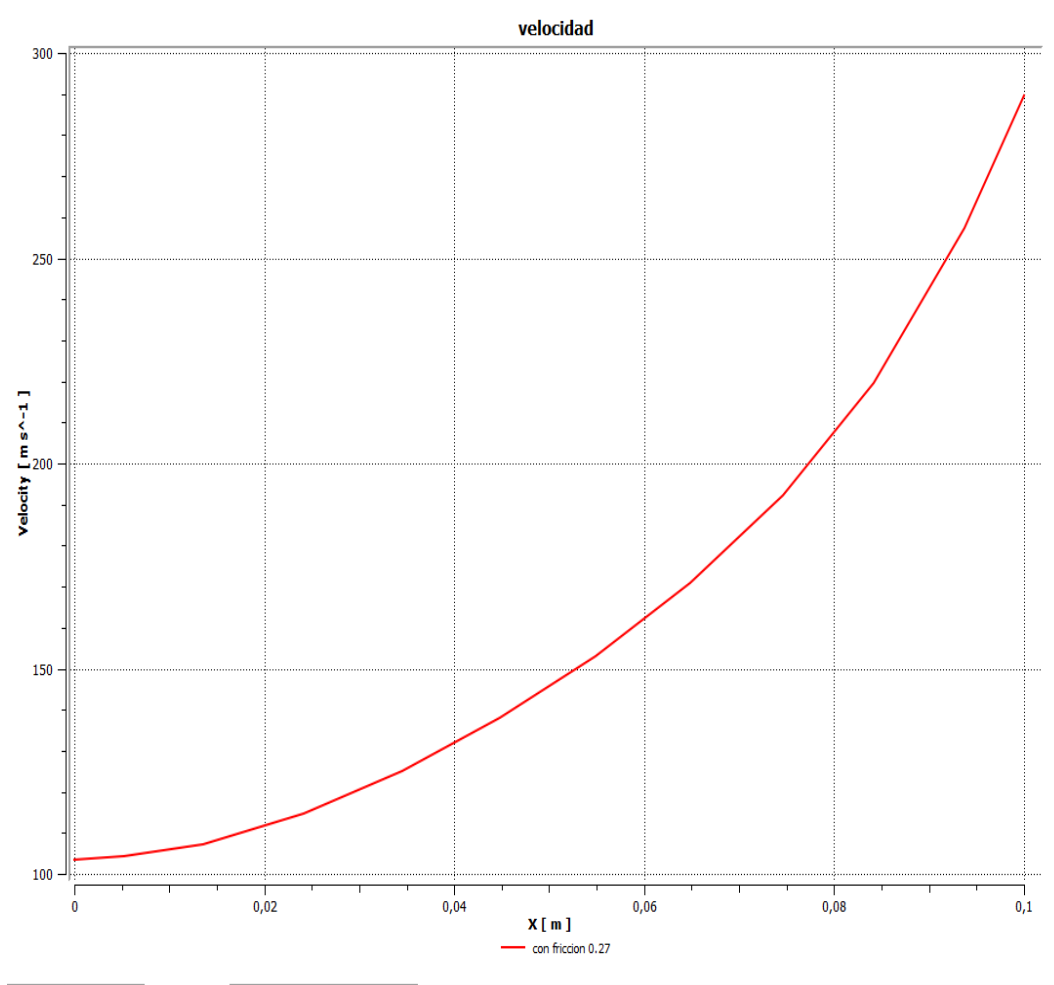


Figura 4.64. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

La gráfica muestra el crecimiento de la velocidad nuevamente con valores mayores que los casos anteriores, gracias al incremento del ángulo de convergencia, ya que a medida que este aumenta el área a la salida se reduce y por consiguiente la velocidad aumenta a la salida de la tobera. Ver figura 4.64.

La distribución de la temperatura en la tobera de ángulo $\alpha = 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm se observa en la figura 4.65.

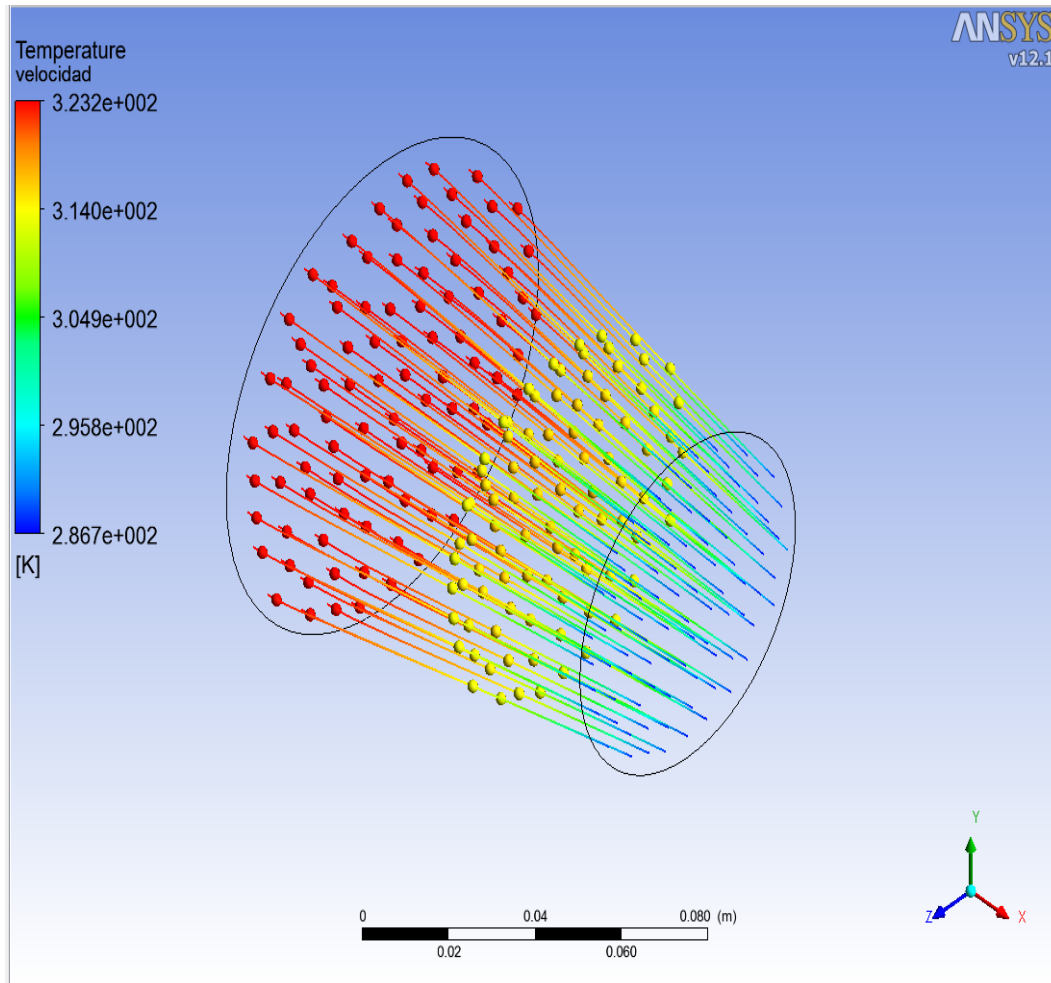


Figura 4.65 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha = 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de temperatura vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.66.

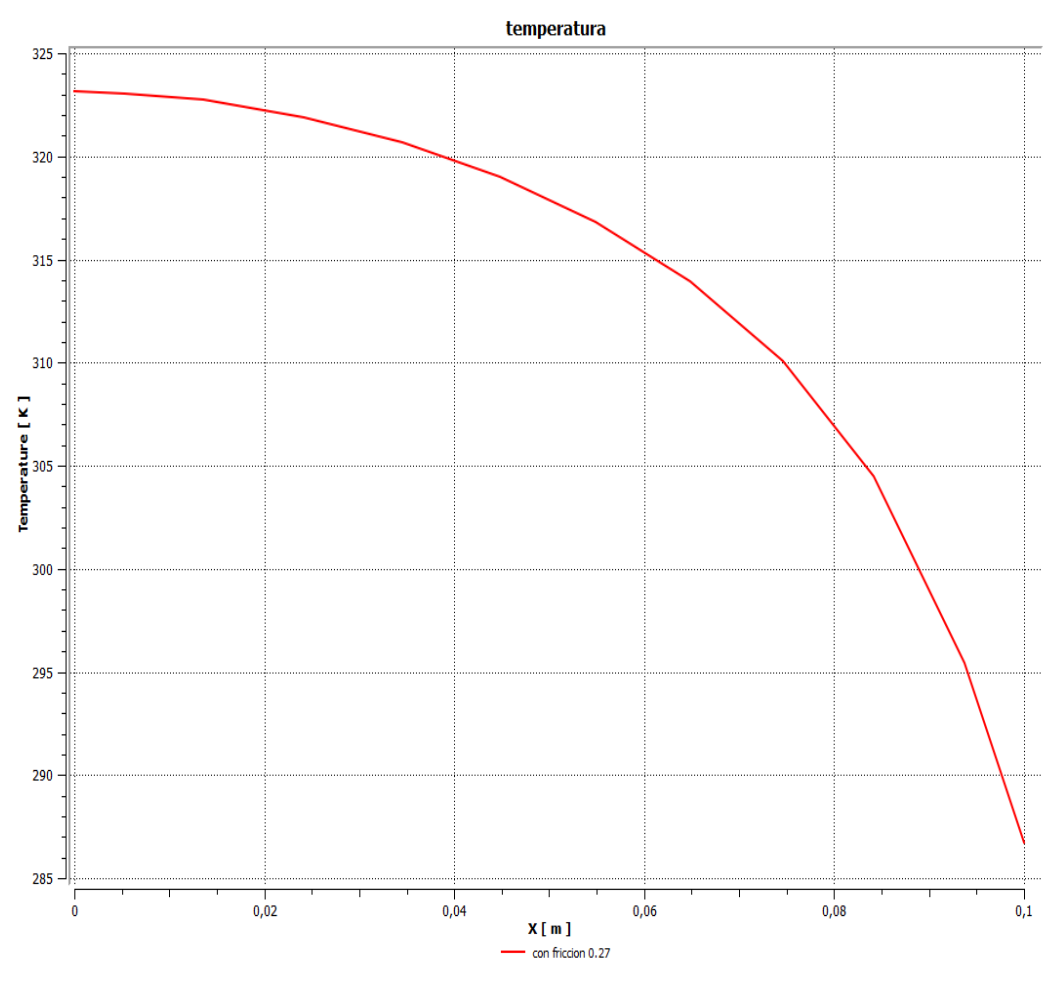


Figura 4.66. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

La gráfica presenta una disminución al igual que los casos de estudio anterior, a diferencia de este, la salida de la temperatura es mayor ya que el fluido aumenta su velocidad y disminuye la presión por lo tanto debe compensarse con la temperatura. Ver figura 4.66.

La distribución de la presión en la tobera de ángulo $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm se observa en la figura 4.67.

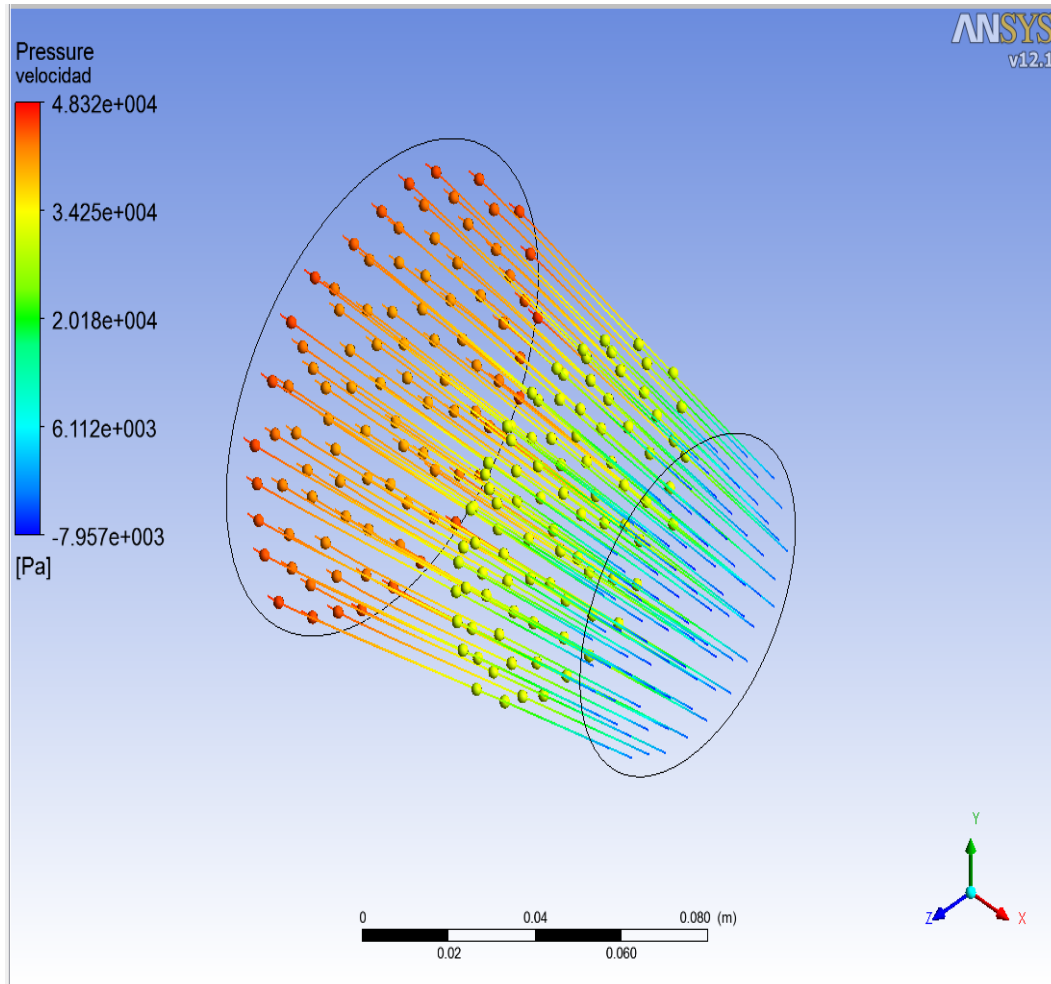


Figura 4.67 Distribución de la presión en el dominio $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de presión vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.68.

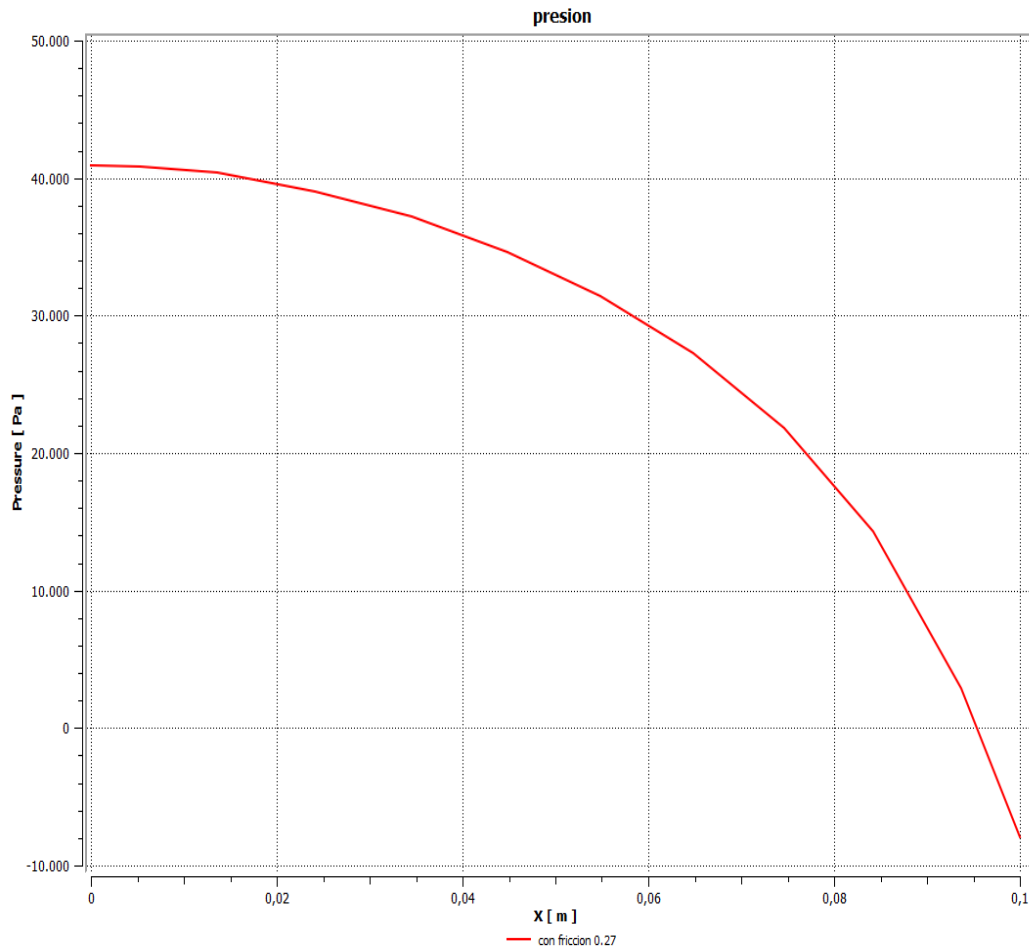


Figura 4.68. Presión vs posición en el dominio $\alpha = 9$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.

La gráfica presenta un aumento en la presión de entrada para lograr mantener el flujo másico en la tobera, presenta el mismo comportamiento de los estudios anteriores, lo cual da una conclusión de que se están cumpliendo las leyes de continuidad, momento y energía. Ver figura 4.68.

La distribución del número de Mach en la tobera de ángulo $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm se observa en la figura 4.69.

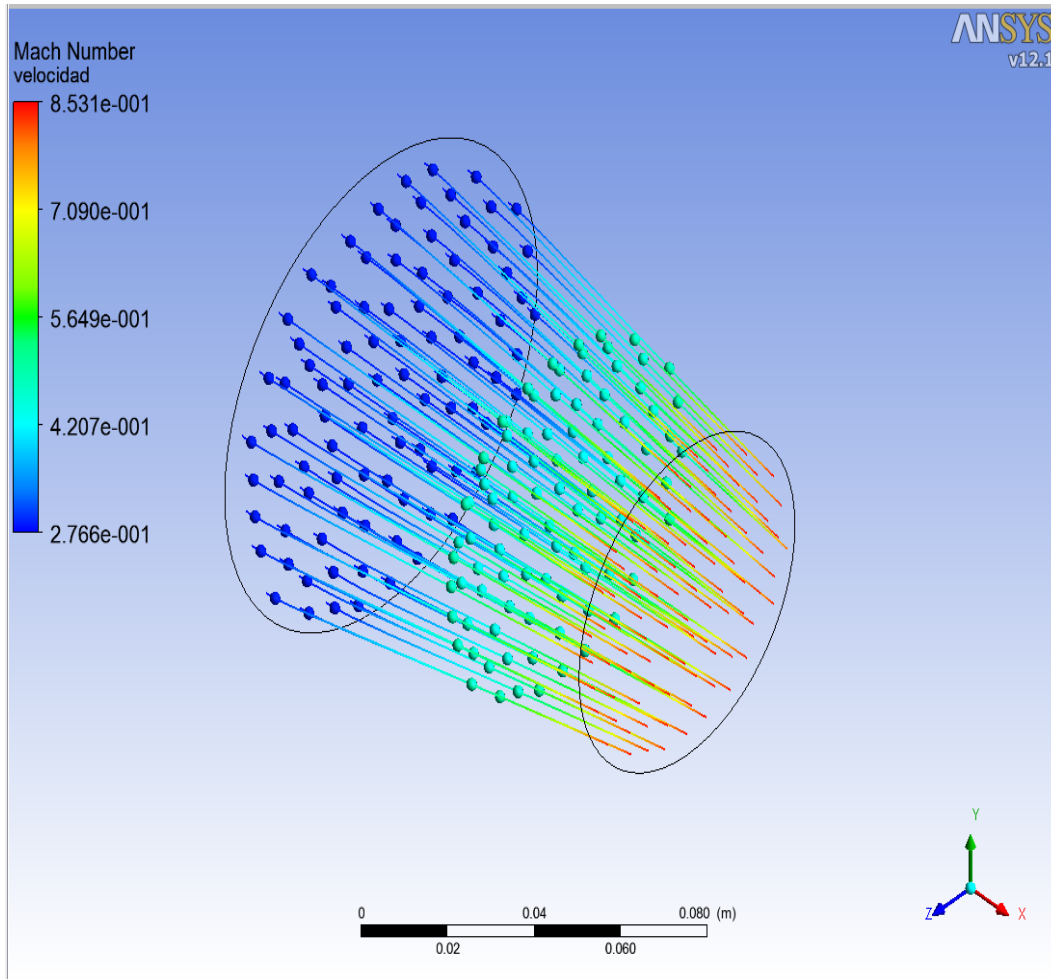


Figura 4.69 Distribución del número de Mach en el dominio $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de número de Mach vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.70.

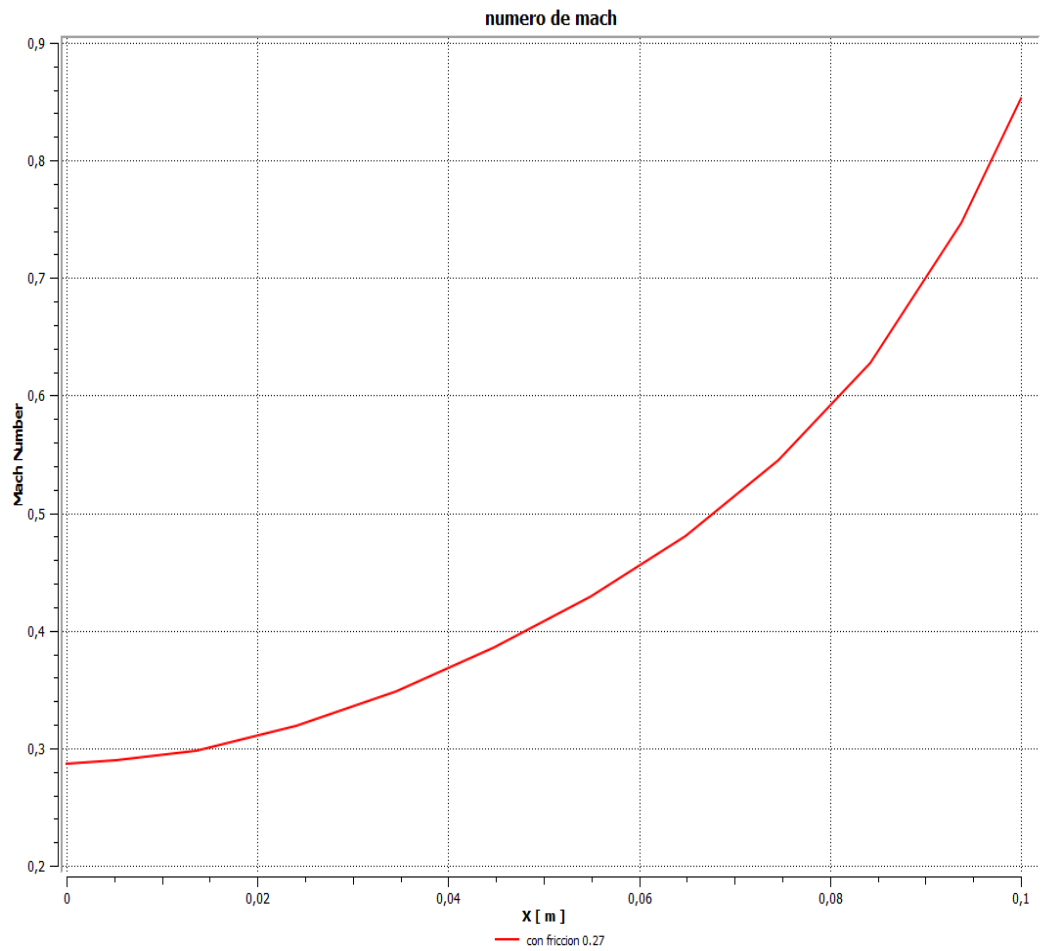


Figura 4.70. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha=9$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

Esta gráfica presenta un comportamiento creciente, debido a que el ángulo de convergencia es el mayor que se va a estudiar se puede apreciar que el flujo alcanza casi la condición crítica a la salida, ya que la reducción de área es máxima por lo tanto se acerca el Mach al valor crítico el cual es 1, llegando al extremo de la condición subsónica. Ver figura 4.70.

Estos mismos estudios se realizaron para un valor de rugosidad absoluta mayor de $\epsilon=1,27$ mm, esta rugosidad fue evaluada para los mismos ángulos de convergencia ($\alpha=0$, $\alpha=3$, $\alpha=6$, $\alpha=9$), logrando un comportamiento similar en cada uno de los casos, estos resultados indica

que la variación de la rugosidad no influye considerablemente en las propiedades de salida y entrada del flujo en la tobera, estos resultados se observaran más adelante en las gráficas comparativas de los resultados obtenidos.

A partir de aquí se procederá a realizar los estudios de la influencia de la transferencia de calor sobre los distintos ángulos de convergencia de la tobera, sólo se explicará el comportamiento de cada ángulo de convergencia para una cantidad de calor de $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ por ser la condición más crítica, sin embargo los resultados obtenidos para el resto de las cantidades de calor se comparan más adelante en las gráficas comparativas de todos los casos estudiados.

4.4.3 Estudio de la tobera para $\alpha= 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25 \text{ mm}$.

- Al presentar un ángulo $\alpha= 0$ y una rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25 \text{ mm}$ la curva velocidad vs posición de la tobera presenta un leve incremento en la velocidad por acción del coeficiente de rugosidad, pero este incremento es muy bajo ya que se está en la presencia de una tobera completamente tubular por poseer un ángulo de $\alpha= 0$. Ver figura A.2
- La grafica temperatura vs posición para una tobera con ángulo $\alpha= 0$ y una rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25 \text{ mm}$ presenta un leve decremento en la temperatura por acción del coeficiente de rugosidad, pero esta disminución es muy bajo ya que se está en la presencia de una tobera completamente tubular por poseer un ángulo de $\alpha= 0$. Ver figura A.4.
- La presión en la tobera cuyo ángulo $\alpha= 0$ y una rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25 \text{ mm}$ presenta una disminución en la presión por acción del coeficiente de rugosidad, desde un valor máximo de 700 Pa hasta la presión de salida igual a la atmosférica ya que se está en presencia de una tobera completamente tubular por poseer un ángulo de $\alpha= 0$. Ver figura A.6.

- El número de Mach presenta un pequeño aumento en el número de Mach por acción del coeficiente de rugosidad, pero este aumento está por el orden del 1%, ya que se está en presencia de una tobera completamente tubular y una rugosidad absoluta de $\epsilon = 0,25$ mm. Ver figura A.8.

4.4.4 Estudio de la tobera para $\alpha = 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.

- La velocidad en la tobera con ángulo $\alpha = 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm presenta un comportamiento creciente, al igual que los casos de $\alpha = 0$ y $\alpha = 3$ con la diferencia que la velocidad a la salida es mayor, todo esto gracias a que el ángulo de convergencia se incrementa y esto genera un aumento en la velocidad. Ver figura A.10.
- La curva temperatura vs posición en el dominio $\alpha = 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm muestra un comportamiento muy similar al estudio de $\alpha = 3$ presentando la misma tendencia y una temperatura aproximada a la entrada de 323 K y 306 K a la salida, esto quiere decir que el comportamiento es similar aun cuando varía el ángulo. Ver figura A.12.
- La gráfica presión vs posición con $\alpha = 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm muestra de nuevo un comportamiento similar a los estudios anteriores con $\alpha = 0$ y $\alpha = 3$, al incrementar el ángulo a un valor de $\alpha = 6$, la presión inicial debe sufrir un incremento a fin de conservar el flujo másico en la tobera. Ver figura A.14
- La gráfica presión vs posición con $\alpha = 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm presenta claramente una tendencia creciente, lo cual indica el incremento del número de Mach desde los 0,34 hasta 0,64 a causa de la variación del ángulo de convergencia, este comportamiento es similar al caso $\alpha = 3$ sólo que la salida es a un Mach mayor debido a la disminución del área. Ver figura A.16.

4.4.5 Estudio de la tobera para $\alpha = 3$ y cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$.

La distribución de la velocidad en la tobera de ángulo $\alpha = 3$ y cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$ se observa en la figura 4.71.

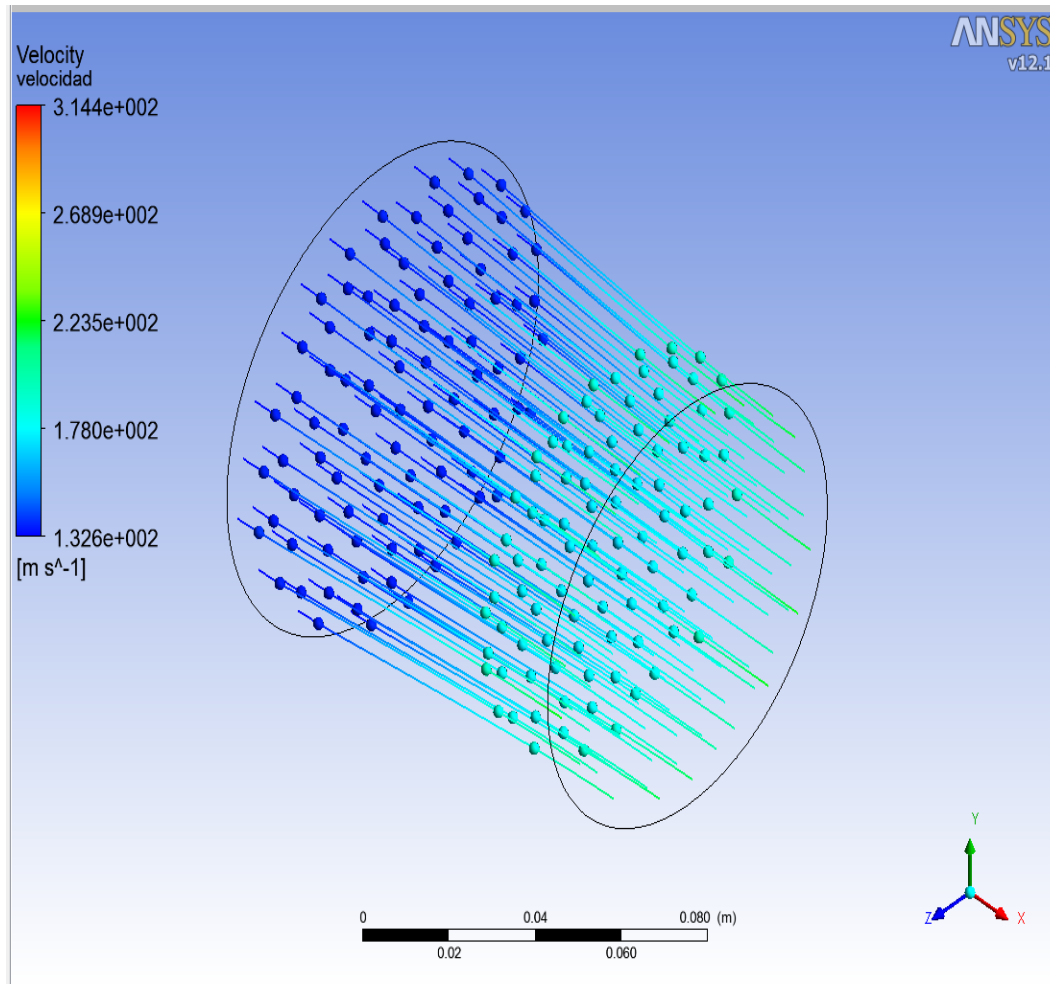


Figura 4.71 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha = 3$ y cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de velocidad vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.72.

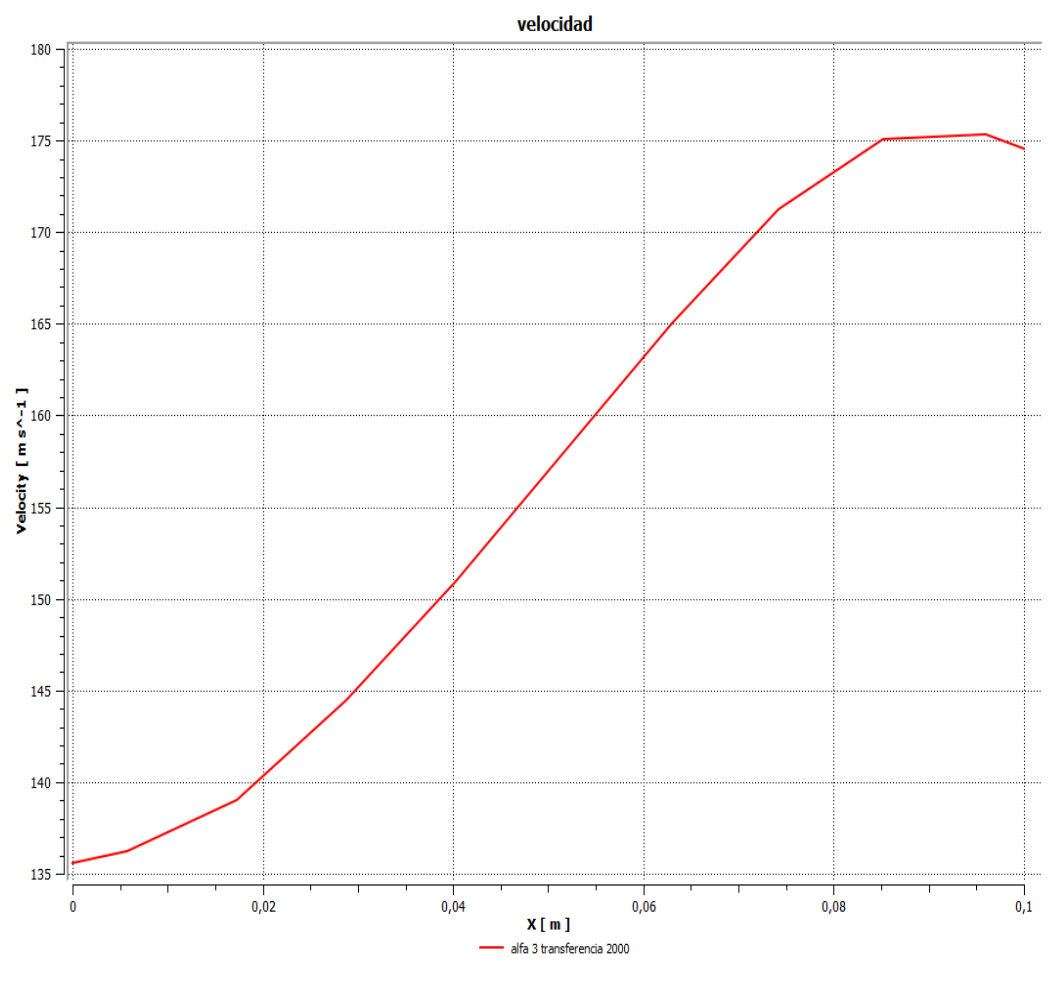


Figura 4.72. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha = 3$ y cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$.

En esta gráfica se observa que al aumentar el ángulo de convergencia el flujo se comienza a estabilizar completamente, lo cual demuestra el cumplimiento de las leyes que rigen el flujo de fluido a través de una tobera convergente con transferencia de calor. Ver figura 4.72.

La distribución de la temperatura en la tobera de ángulo $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$ se observa en la figura 4.73.

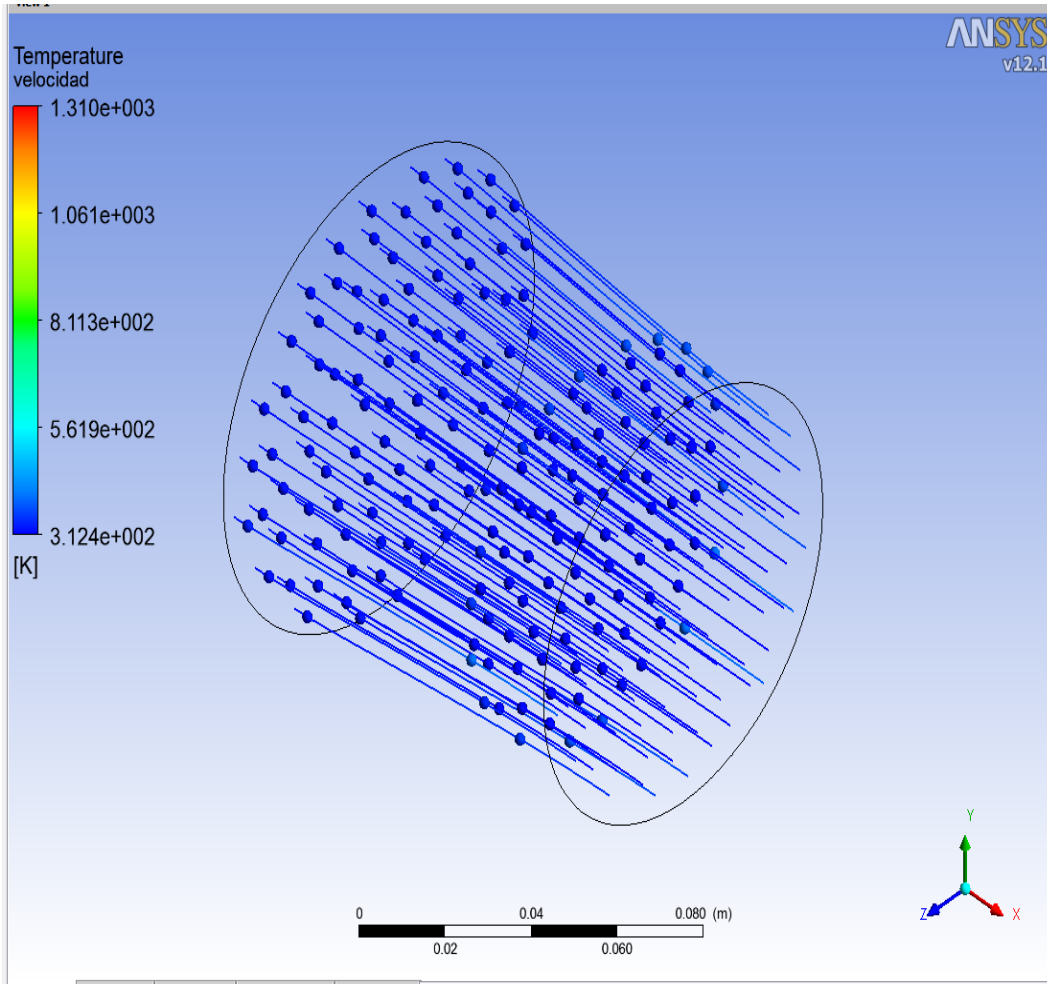


Figura 4.73 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de temperatura vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.74.

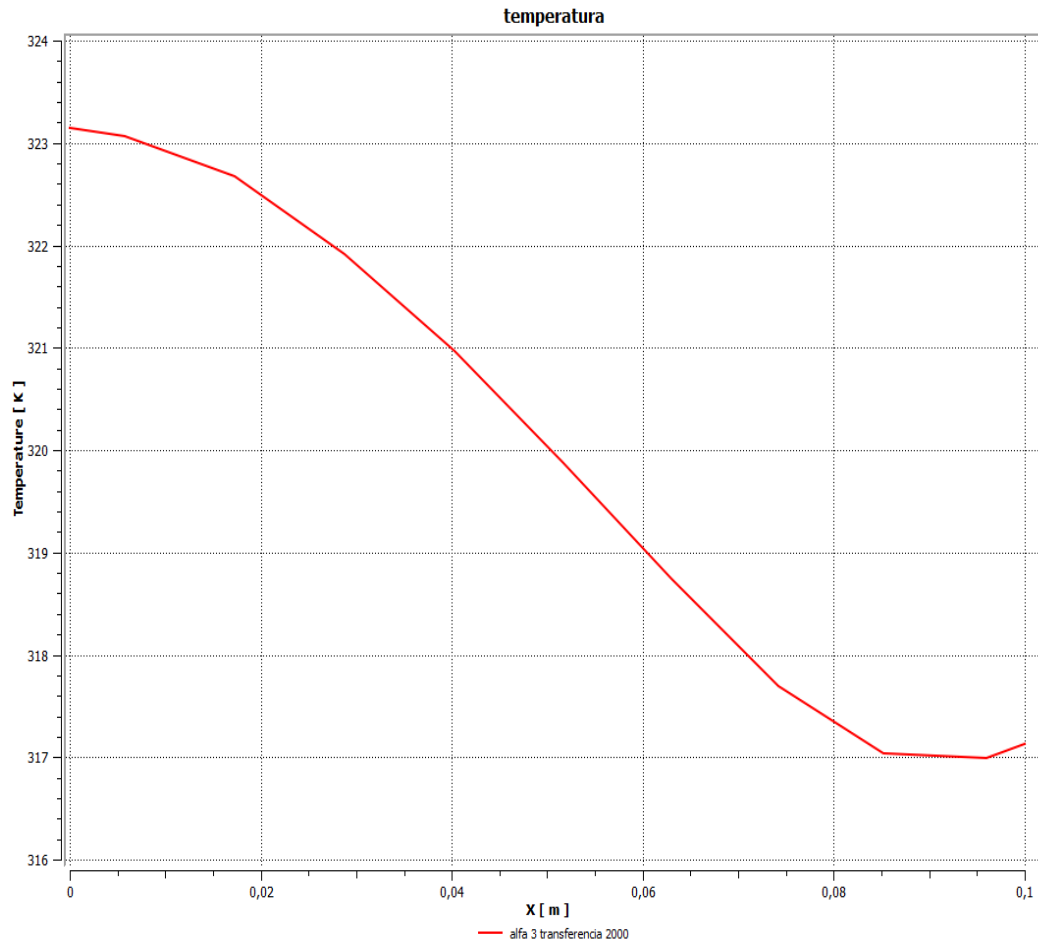


Figura 4.74. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

En esta gráfica se aprecia claramente una caída en la temperatura del fluido, aunque es poca ya que la temperatura del fluido no sufre muchos cambios al aumentar el ángulo de convergencia a 3° . Ver figura 4.74.

La distribución de la presión en la tobera de ángulo $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$ se observa en la figura 4.75.

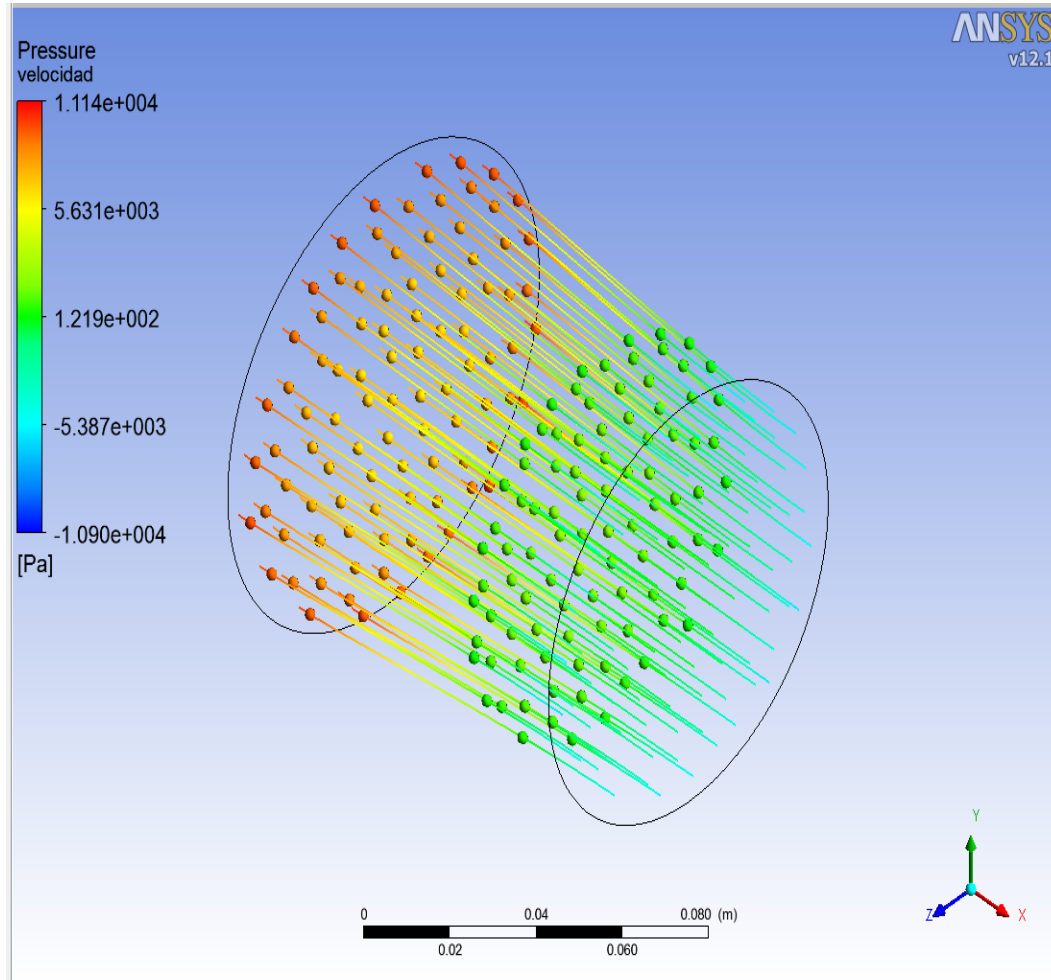


Figura 4.75 Distribución de la presión en el dominio $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de presión vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.76.

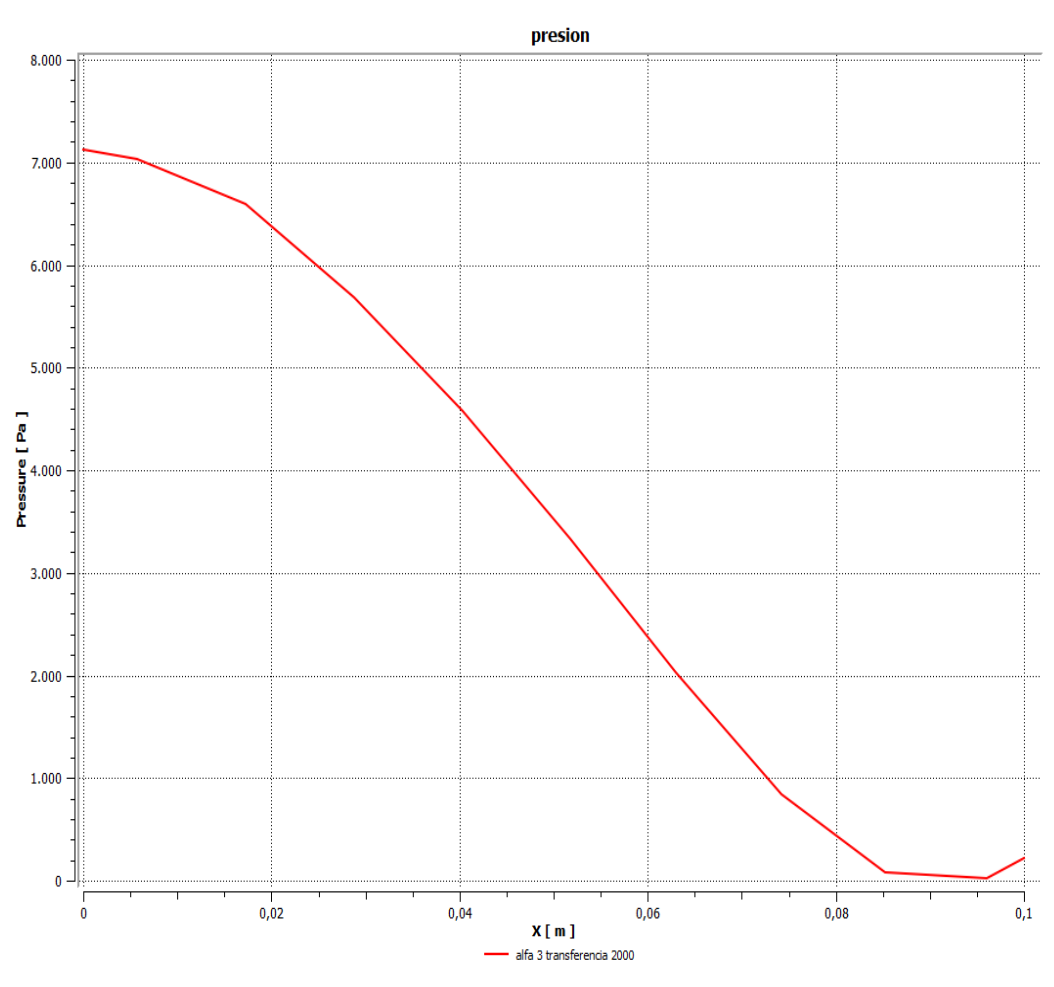


Figura 4.76. Presión vs posición en el dominio $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

En esta gráfica la presión cae considerablemente desde el valor máximo a la entrada, hasta un valor mínimo a la salida, todo esto debido a que se debe conservar el flujo másico a lo largo de la tobera y la disminución de área hace que para poder compensar el aumento de la velocidad debe disminuir la presión del fluido a la salida. Ver figura 4.76.

La distribución del número de Mach en la tobera de ángulo $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$. se observa en la figura 4.77.

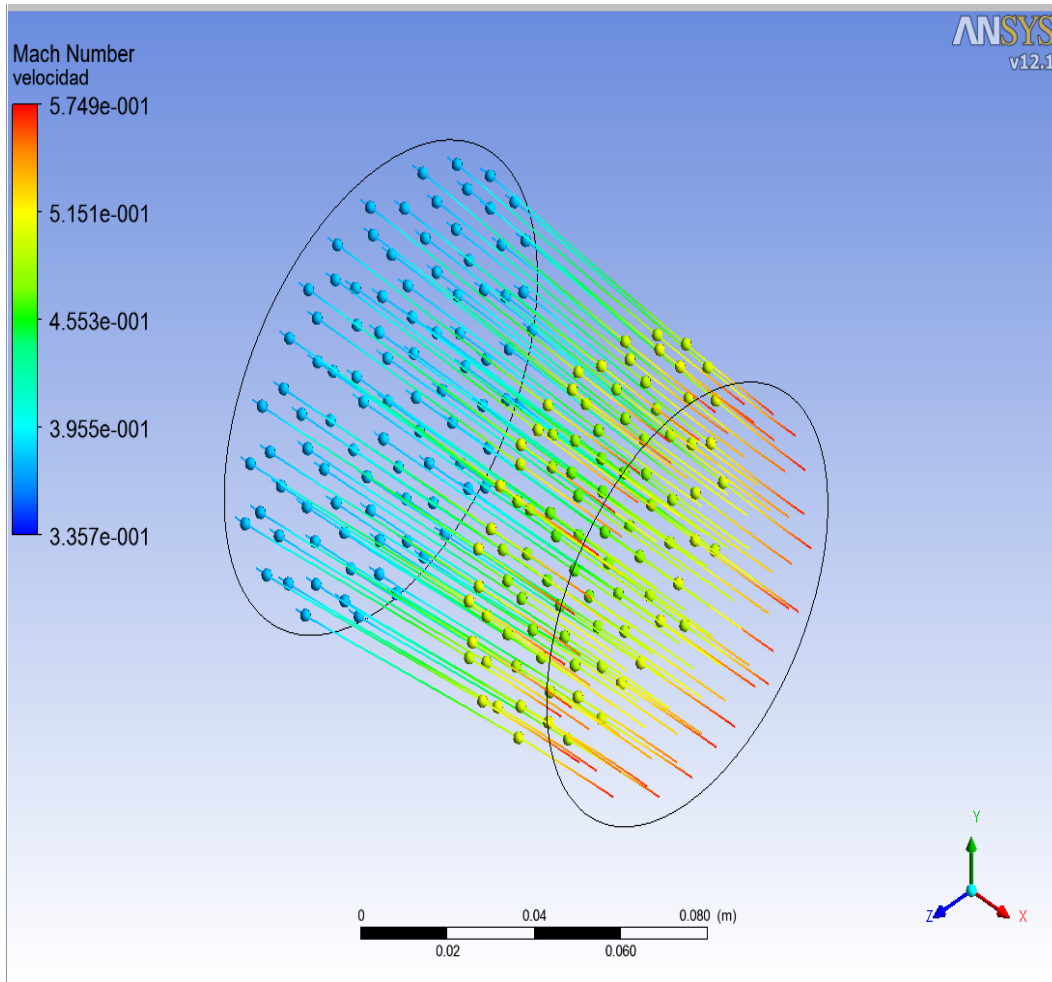


Figura 4.77 Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de numero de Mach vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.78.

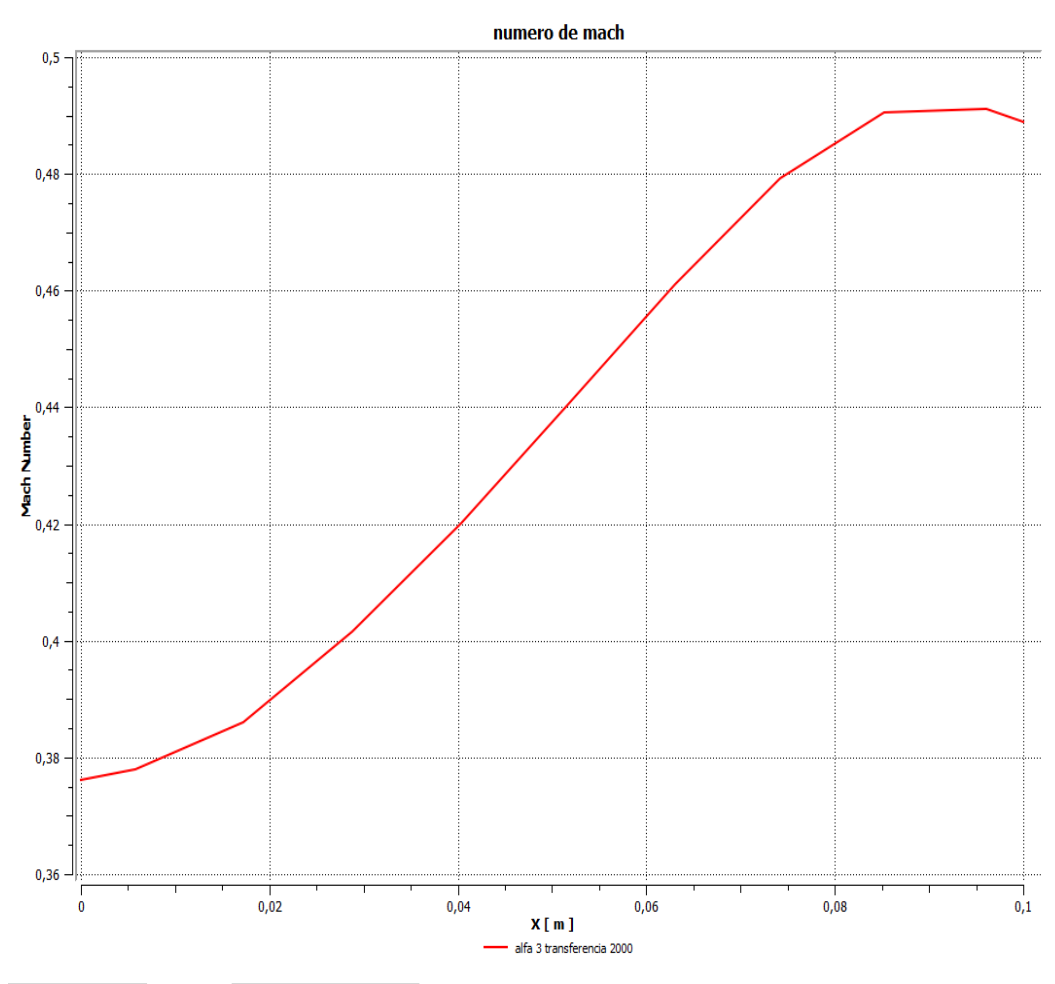


Figura 4.78. Numero de Mach vs posición en el dominio $\alpha=3$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

Esta gráfica presenta el mismo comportamiento que la de velocidad por encontrarse directa relacionada con el número de Mach. Ver figura 4.78.

4.4.6 Estudio de la tobera para $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

La distribución de la velocidad en la tobera de ángulo $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 se observa en la figura 4.79.

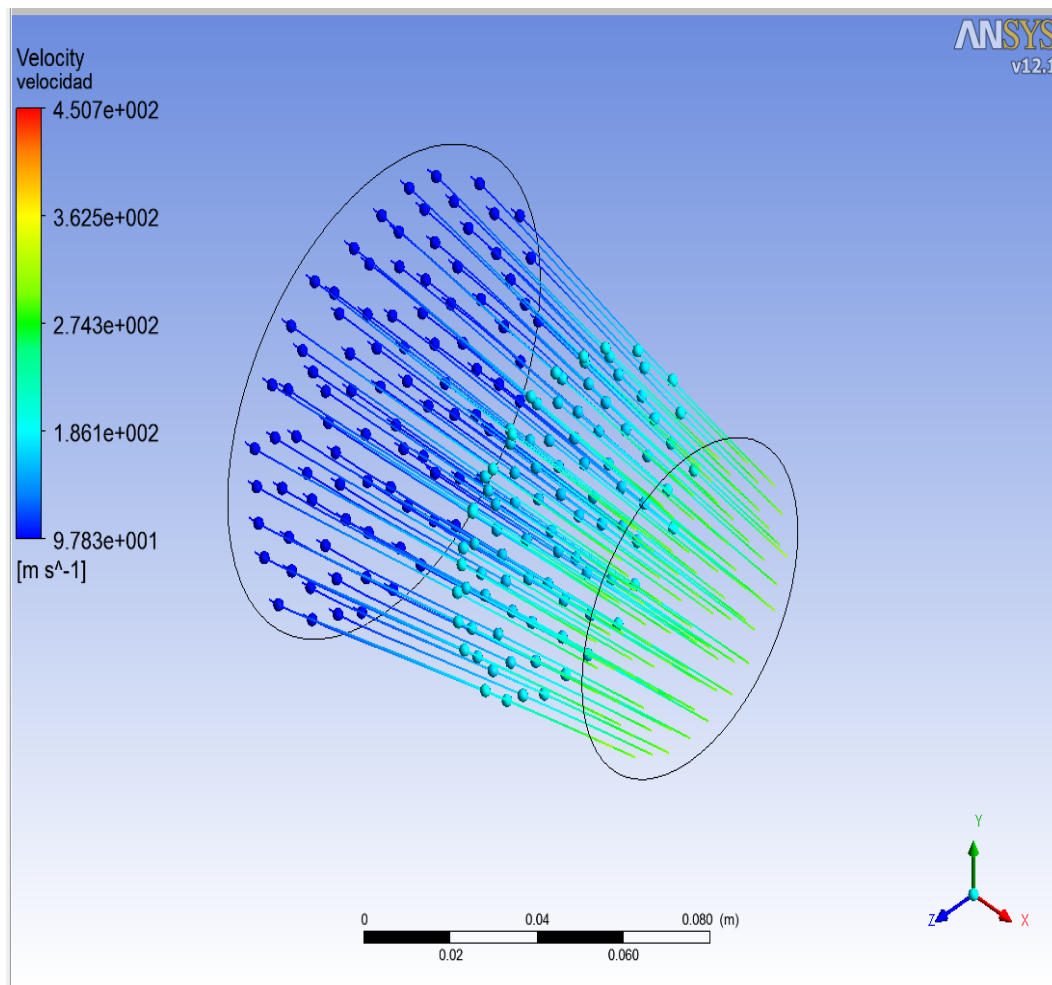


Figura 4.79 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de la velocidad vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.80.

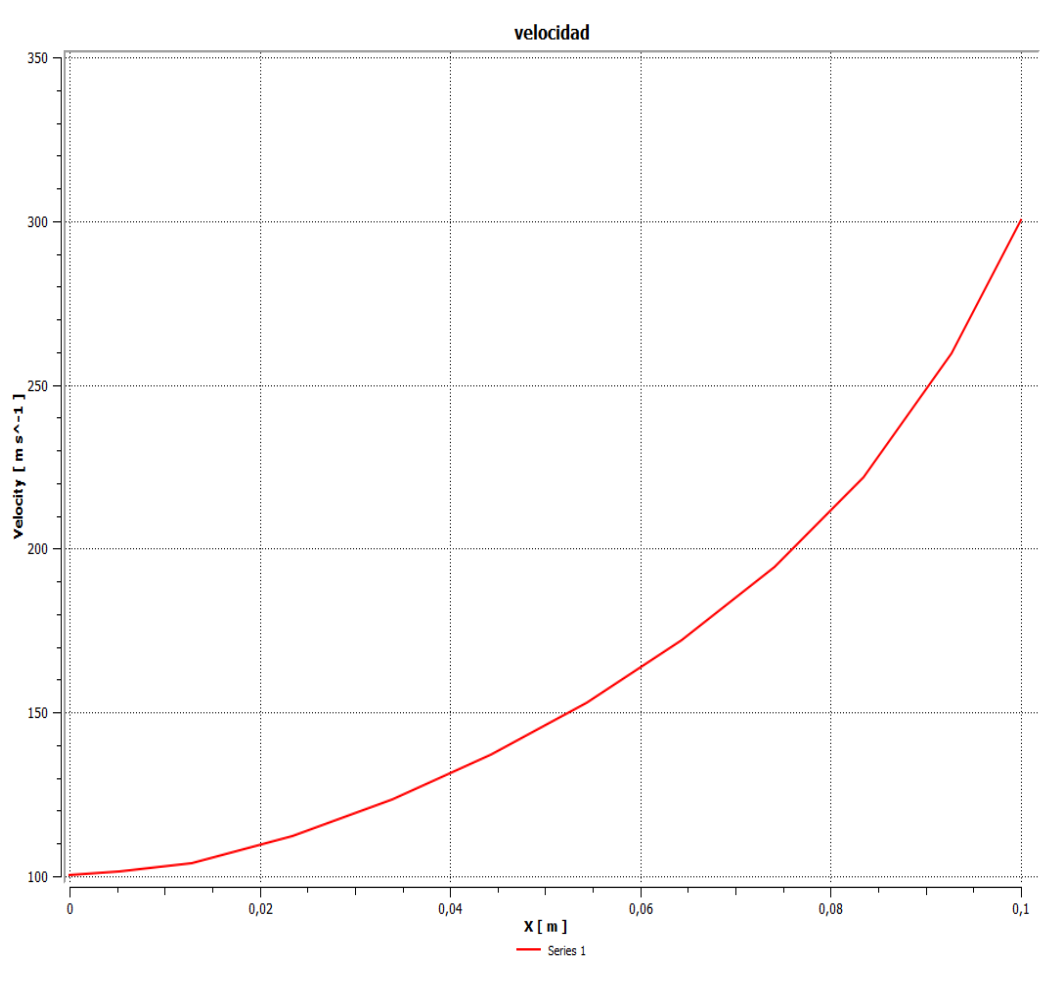


Figura 4.80. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha = 9$ y cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$.

Se aprecia claramente que el aumento del ángulo de convergencia α produce una disminución del área de salida produciendo un mayor incremento de la velocidad, aun cuando se ha disminuido un poco la velocidad de entrada, la salida se ha incrementado. Ver figura 4.80.

La distribución de la temperatura en la tobera de ángulo $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$ se observa en la figura 4.81.

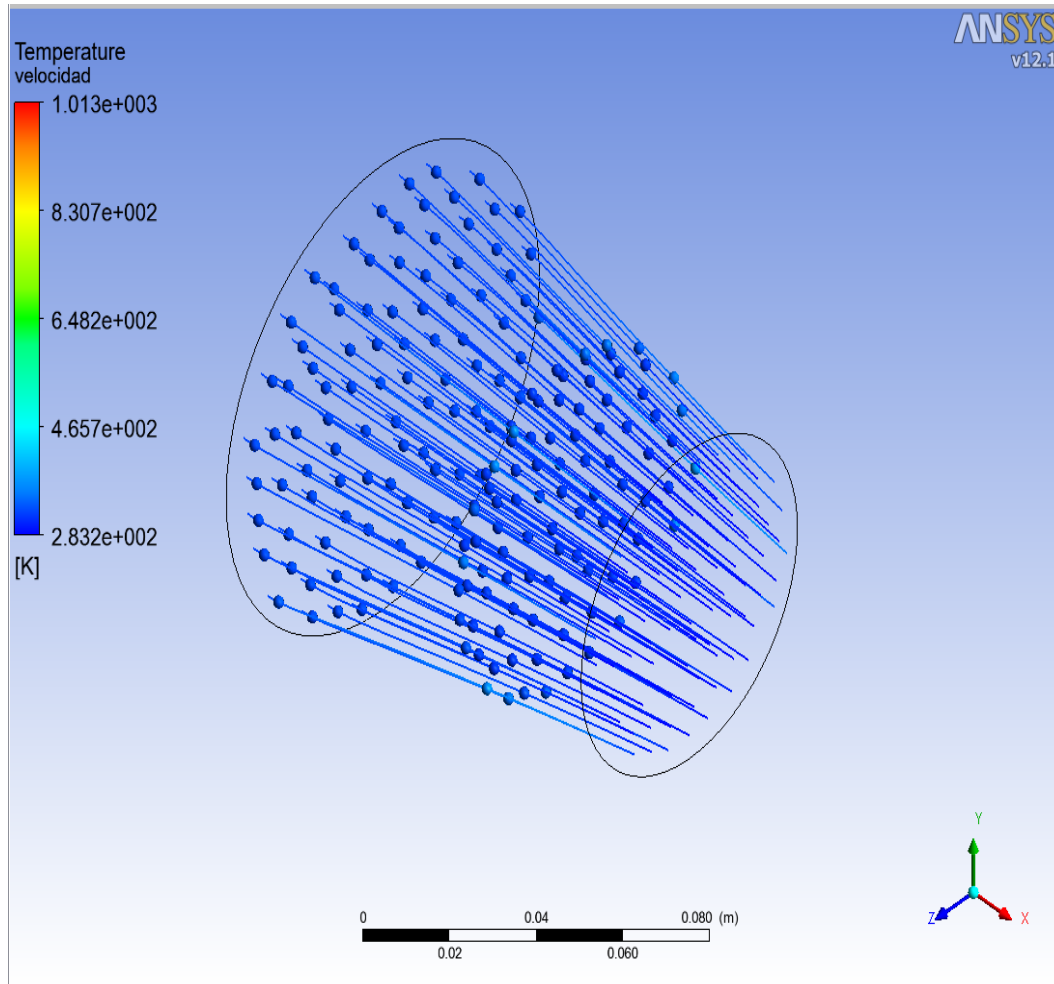


Figura 4.81 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de la temperatura vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.82.

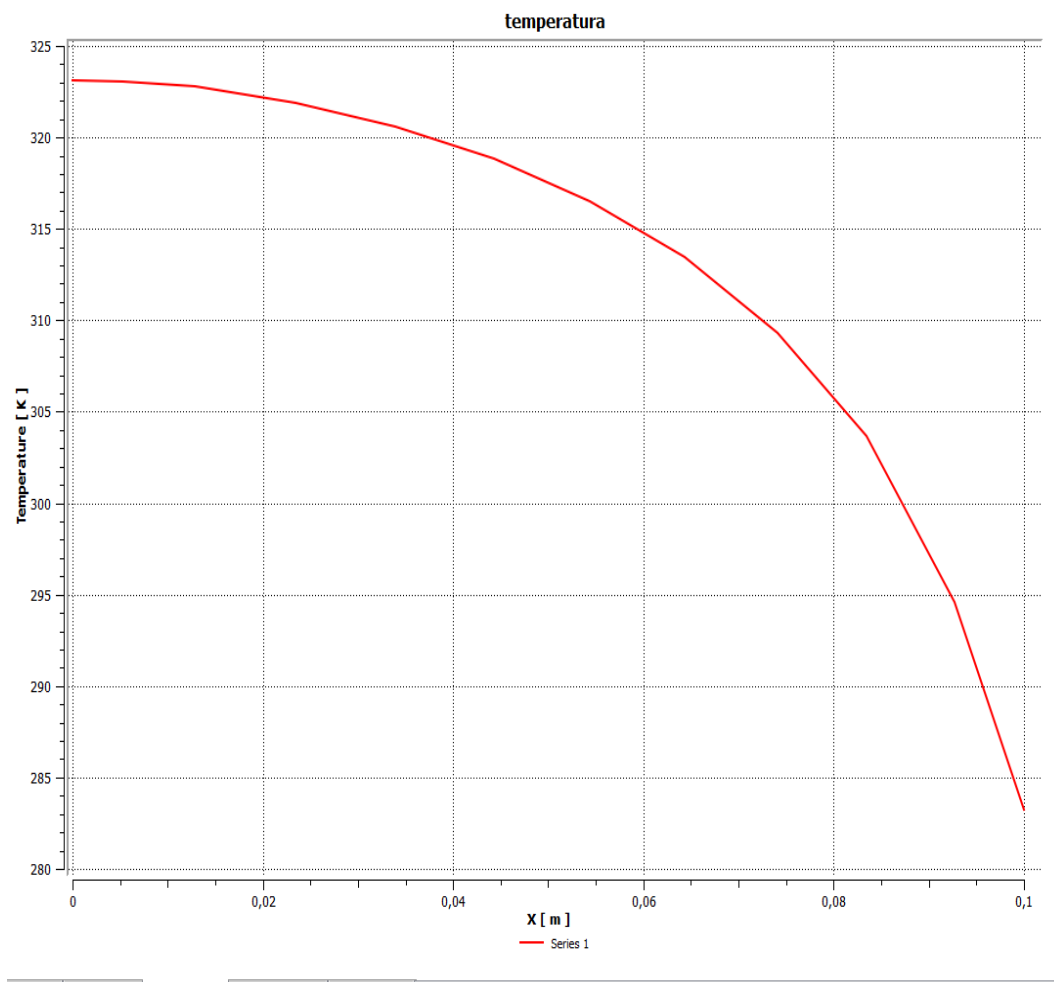


Figura 4.82. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

La temperatura al inicio se conserva claramente ya que ésta es la propiedad de entrada del fluido, sin embargo ésta va disminuyendo progresivamente hasta alcanzar una temperatura mucho menos a la salida, esto se debe al incremento de la velocidad y a la caída de presión dentro de la tobera. Ver figura 4.82.

La distribución de la presión en la tobera de ángulo $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$ se observa en la figura 4.83.

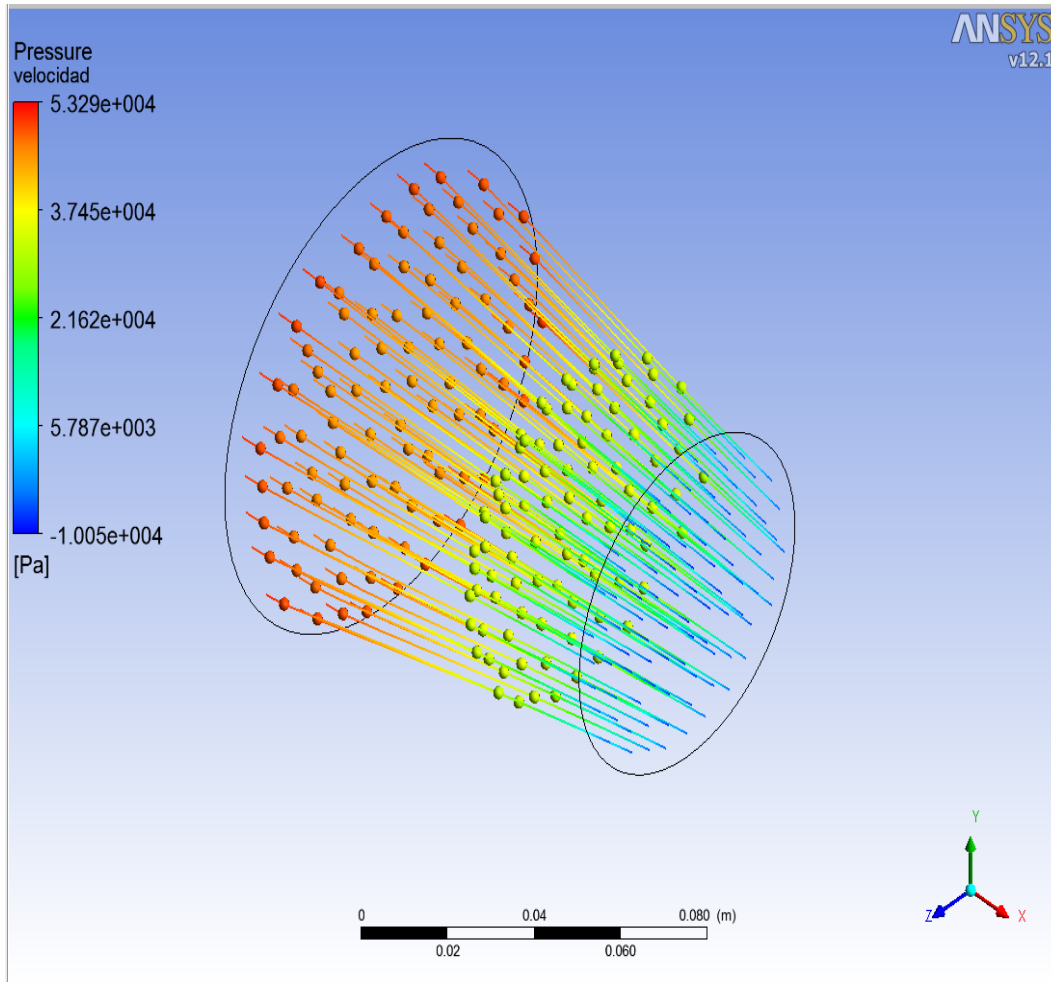


Figura 4.83 Distribución de la presión en el dominio $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico de la presión vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.84.

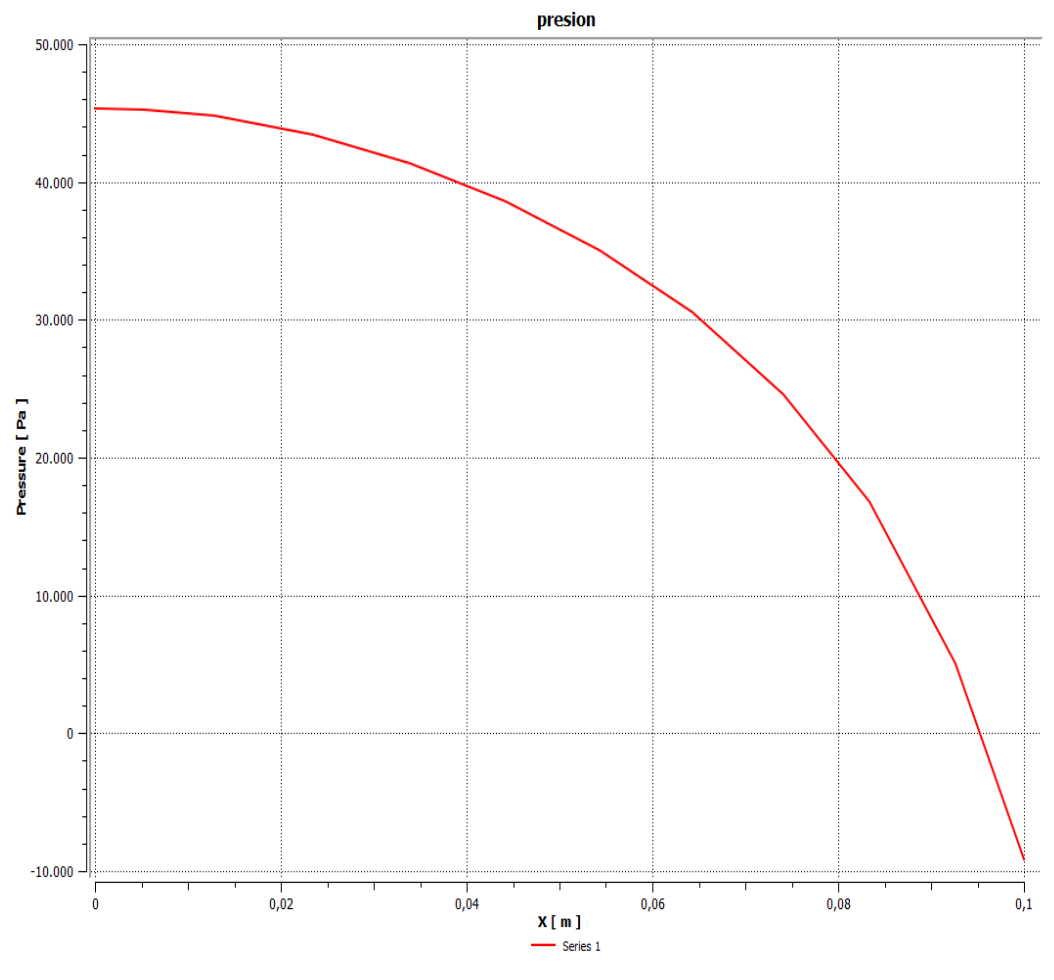


Figura 4.84. Presión vs posición en el dominio $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

La presión aumenta a la entrada para conservar el flujo másico dentro de la tobera, sin embargo esta cae logarítmicamente hasta alcanzar la presión atmosférica a la salida, lo cual demuestra el cumplimiento de las leyes de conservación que rigen el flujo en una tobera. Ver figura 4.84.

La distribución del número de Mach en la tobera de ángulo $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$ se observa en la figura 4.85.

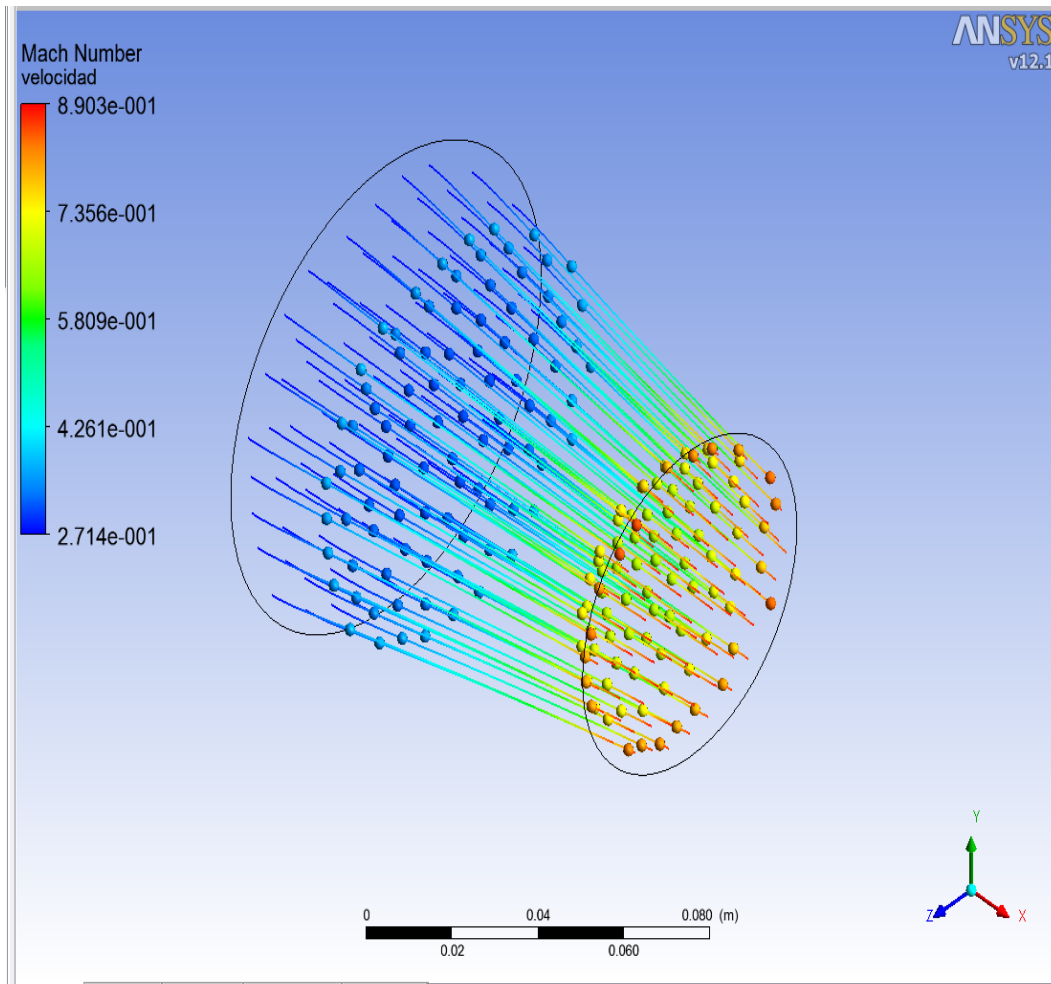


Figura 4.85 Distribución del número de Mach en el dominio $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

A partir de los datos de esta figura se puede realizar un gráfico del número de Mach vs posición del fluido a lo largo de la tobera. Ver figura 4.86.

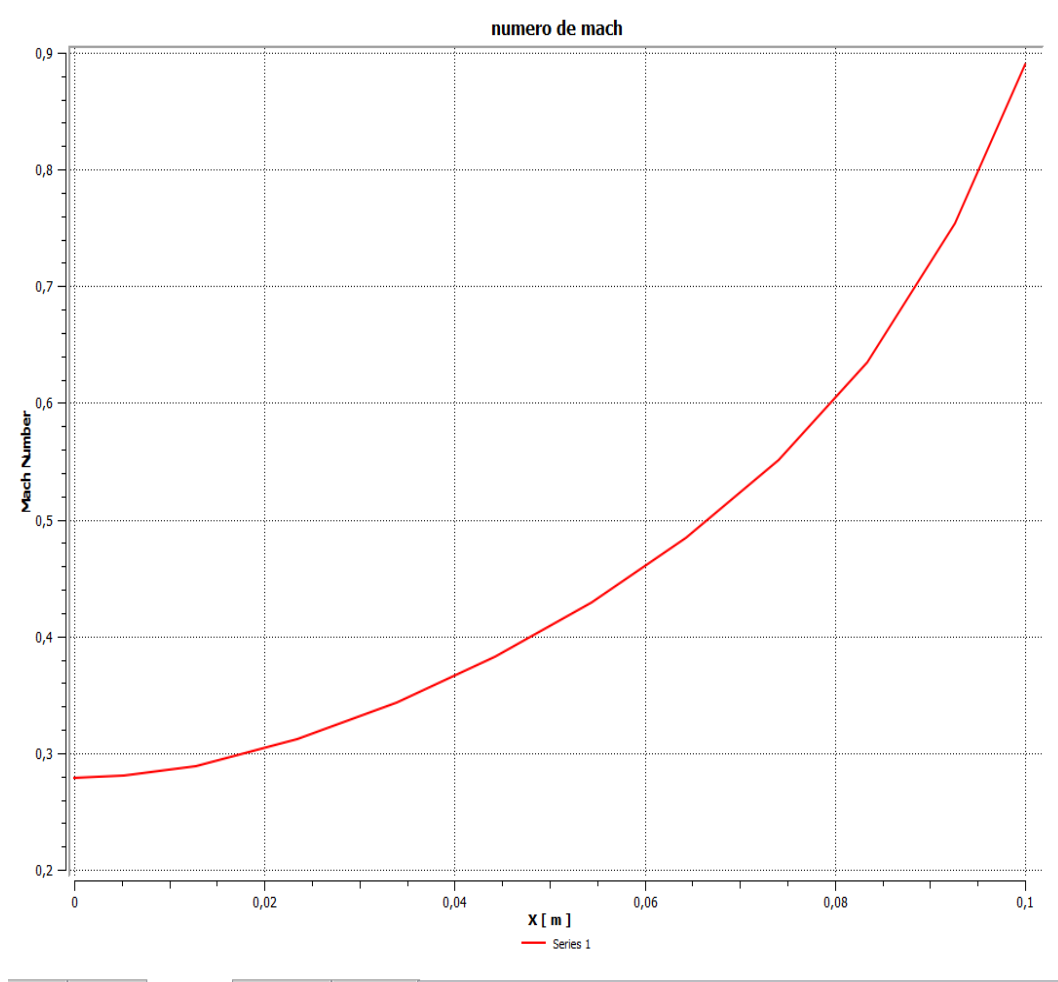


Figura 4.86. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha=9$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

El comportamiento de esta gráfica es el mismo que la gráfica de velocidad por estar directamente relacionadas, por otra parte debido al incremento del ángulo de convergencia el número de Mach alcanza un valor mayor casi llegando al valor crítico, este valor se encuentra en la frontera del régimen de subsónico a supersónico. Ver figura 4.86.

4.4.7 Estudio de la tobera para $\alpha = 0$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m².

- En la gráfica velocidad vs posición con $\alpha = 0$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m² observa una tendencia creciente lo que indica que el fluido se acelera por influencia del calor suministrado, sin embargo existe una convergencia en la gráfica, lo cual es indicativo que el fluido comienza a presentar una inestabilidad producto de la gran cantidad de calor suministrado al fluido, vale destacar que la variación es muy pequeña, solo que la escala es bastante grande, para los valores de calor más bajos esta inestabilidad se hace cada vez menor, estos resultados serán analizados más adelante. Ver figura A.16.
- La curva de temperatura para $\alpha = 0$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m², al igual que la curva de velocidad anterior presenta esta pequeña inestabilidad, sin embargo se sigue cumpliendo la tendencia que debe seguir el fluido para conductos con transferencia de calor, el cual es que disminuya la temperatura a medida que pasa el fluido por el conducto. Ver figura A.20.
- La presión para el caso $\alpha = 0$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m² al igual que la de velocidad y temperatura anterior presenta esta pequeña inestabilidad, sin embargo se sigue cumpliendo la tendencia que debe seguir el fluido para conductos con transferencia de calor. el cual es la caída de presión para compensar el aumento de la velocidad. Ver figura A.22.
- La curva número de Mach vs posición para $\alpha = 0$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m² va relacionada con la gráfica de velocidad por lo tanto presenta el mismo comportamiento. El número de Mach comienza con un valor de 0,405 para luego comenzar a aumentar y llega al punto donde se hace un inestable debido a la longitud del conducto estudiado,

ya que se deben compensar estas propiedades para conservar el flujo másico. Ver figura A.24.

4.4.8 Estudio de la tobera para $\alpha = 6$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m².

- En la curva de velocidad para $\alpha = 6$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m² se puede apreciar claramente que al aumentar nuevamente el ángulo de convergencia de la tobera a un valor de $\alpha = 6$ las gráficas se estabilizan completamente presentando una tendencia creciente de la velocidad, aunque el fluido entra a la tobera con una velocidad menor a unos 120 m/s, debido a la disminución del área esta alcanza una velocidad mucho mayor a la salida que los casos anteriores. Ver figura A.26.
- La grafica de temperatura vs posición para $\alpha = 6$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m² muestra que aun cuando la temperatura de entrada es la misma para todos los caso de estudio (323 K), debido al aumento de la velocidad ésta la temperatura disminuye a lo largo del flujo hasta alcanzar la temperatura de salida (305 K), la cual será menor a medida que el ángulo de convergencia aumente. Ver figura A.28.
- La curva de presión para $\alpha = 6$ y cantidad de calor $Q = 2000$ kW/m² muestra claramente un aumento en la presión a la entrada de la tobera con respecto a los casos anteriores, disminuyendo así logarítmicamente hasta alcanzar una presión a la salida similar a la del ambiente (101 kPa). Al apreciar la gráfica se observa claramente que al aumentar el ángulo α hasta los 6° el fluido se hace más estable. Ver figura A.30
- En esta gráfica el número de Mach a la entrada presenta un valor similar a los estudios anteriores, sin embargo a la salida aumenta considerablemente y esto ocurre debido a la disminución del área de salida, esta gráfica presenta el mismo desempeño que la de velocidad ya que ambas variables están directamente relacionadas. Ver figura A.32.

4.5 Visualización de resultados.

Se presentan los datos obtenidos de velocidad, temperatura, presión y número de Mach todos éstos representados mediante gráficos en conjunto de todos los casos a fin de comparar los comportamientos y estudiar las similitudes e incongruencias.

4.5.1 Representación gráfica de cada rugosidad absoluta (ϵ/Din) para cada ángulo de convergencia ($\alpha=0$, $\alpha=3$, $\alpha=6$, $\alpha=9$).

Las curvas de velocidades para $\alpha=0^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.87

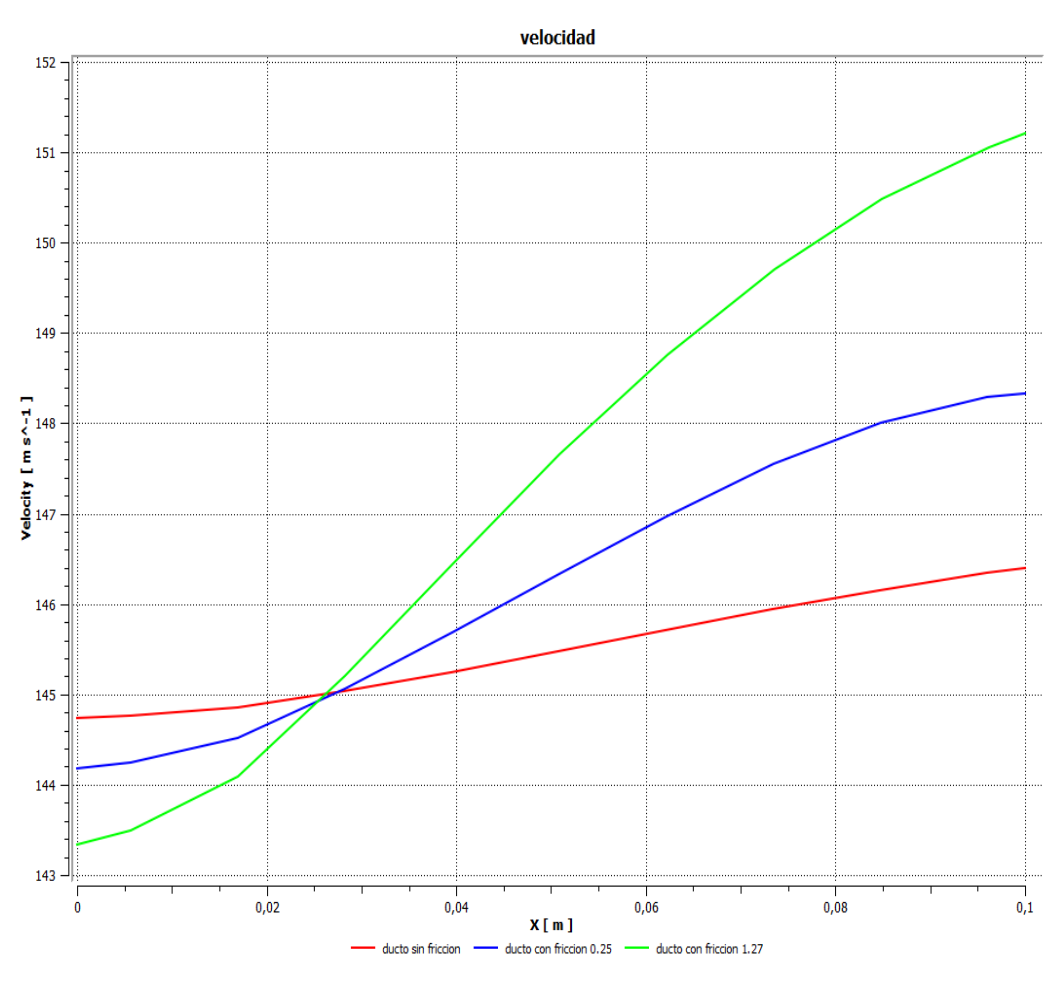


Figura 4.87. Velocidad para $\alpha=0$ con cada rugosidad absoluta.

Se observa en la figura 4.87 la variación de la velocidad dentro de la tobera cuando su ángulo de convergencia es $\alpha = 0^\circ$, se aprecia que a medida que aumenta la rugosidad la velocidad a la entrada debe disminuir un poco para conservar el flujo másico dentro del conducto, sin embargo a la salida la velocidad se incrementa de manera progresiva al aumentar la rugosidad absoluta, para un conducto sin fricción la variación de la velocidad es menor a 1 m/s, a medida que aumenta la rugosidad a un valor de $\epsilon = 0,25$ mm la resistencia dentro del conducto aumenta por lo tanto la velocidad se incrementa a un valor mayor con respecto al conducto sin fricción, de igual manera al aumentar de nuevo la rugosidad a un valor de $\epsilon = 1,27$ mmla tendencia de la velocidad es a seguir aumentando, por supuesto la rugosidad absoluta alcanzará un valor máximo en el cual el número de Mach pasará de subsónico a supersónico produciendo de esta manera un cambio en el régimen del mismo.

Las curvas de temperatura para $\alpha = 0^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.88

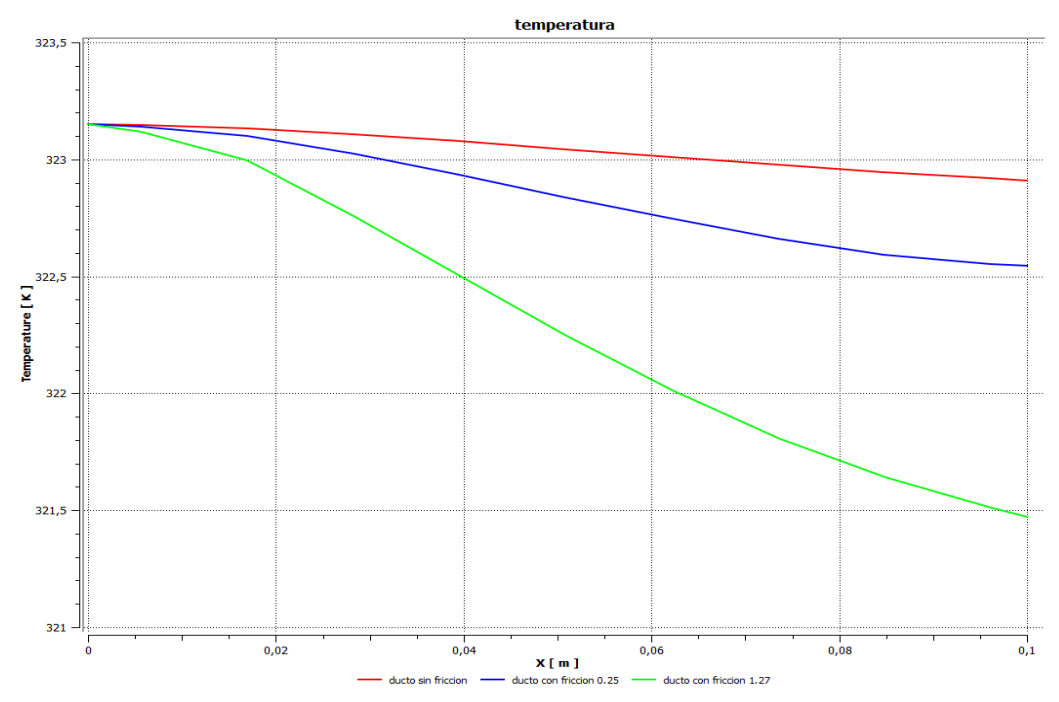


Figura 4.88. Temperatura para $\alpha = 0$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.88 se aprecia que aun cuando se aumenta la rugosidad absoluta desde un valor de 0 para un conducto sin fricción hasta $\epsilon = 1,27$ mm la temperatura de entrada es la misma, ya que esta es la temperatura de entrada del fluido, sin embargo a la salida del conducto esta disminuye a medida que aumenta la rugosidad, la disminución es baja de aproximadamente 2 K lo que demuestra que al ser un conducto completamente tubular las variaciones de las propiedades son relativamente bajas.

Las curvas de presión para $\alpha=0^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.89.

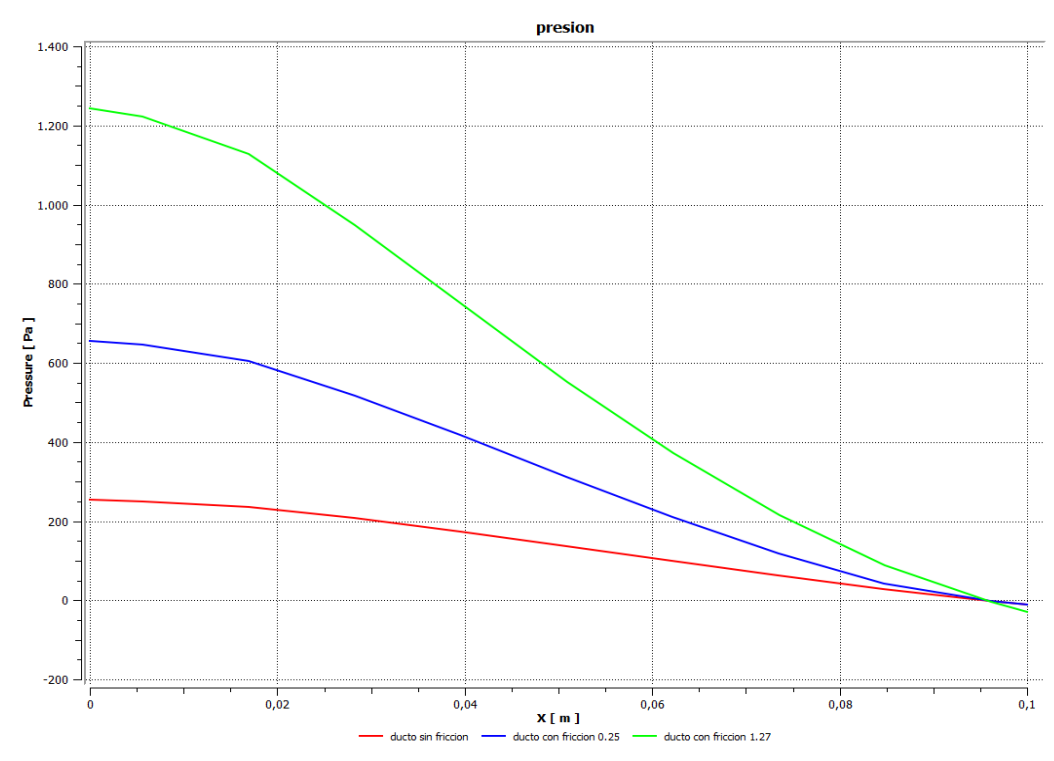


Figura 4.89. Presión para $\alpha = 0$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.89, la presión se incrementa a la entrada por acción del aumento de la rugosidad absoluta en la tobera, sin embargo la tendencia de la presión es a disminuir a medida que pasa el flujo por la tobera hasta alcanzar la presión de salida de la misma, para una rugosidad $\epsilon = 0,25$ mm la

disminución de la temperatura es mínima, sin embargo para $\epsilon = 1,27$ mmla caída de presión es de un 83%, ya que al aumentar la velocidad se sacrifica la presión para conservar el flujo másico dentro de la tobera.

Las curvas del número de Mach para $\alpha=0^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.90

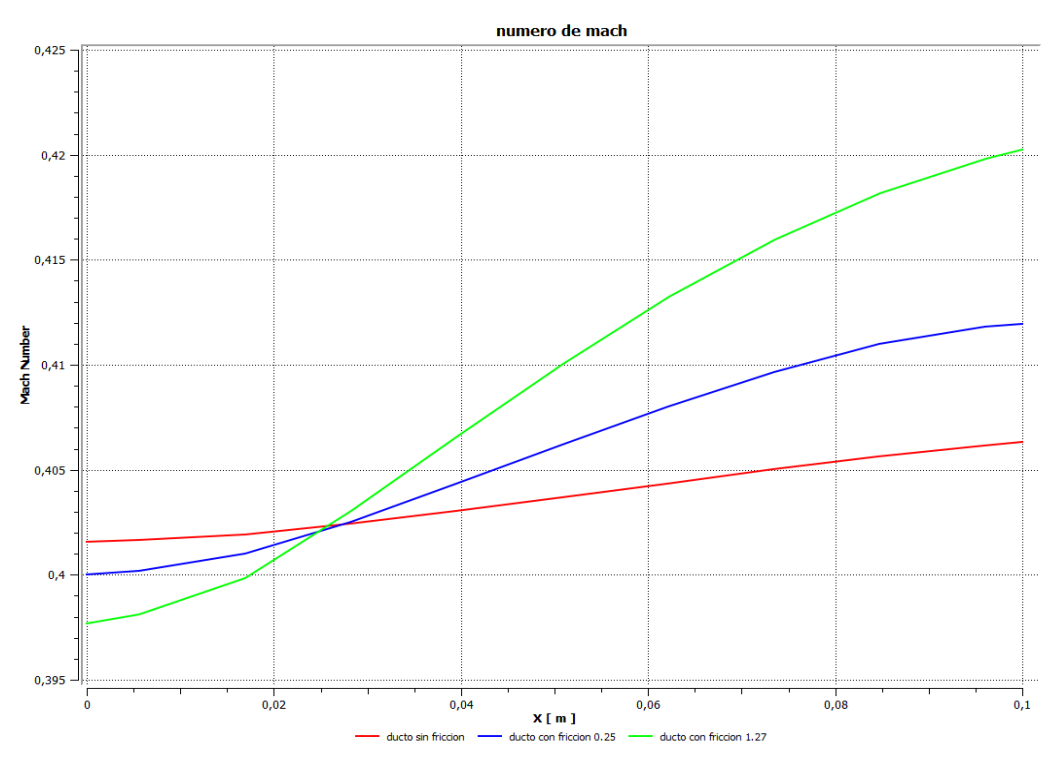


Figura 4.90. Numero de Mach para $\alpha = 0$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.90 el comportamiento del número de Mach es similar al de la velocidad en vista que está directamente relacionado, la variación del número de Mach dentro del conducto sin fricción es mucho menor que la variación en el conducto con rugosidad $\epsilon = 1,27$ mm, esta variación es de aproximadamente 0,03 puntos, sin embargo es bastante baja por ser solo un conducto de sección circular además de poseer una longitud corta.

Las curvas de velocidades para $\alpha=3^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.191

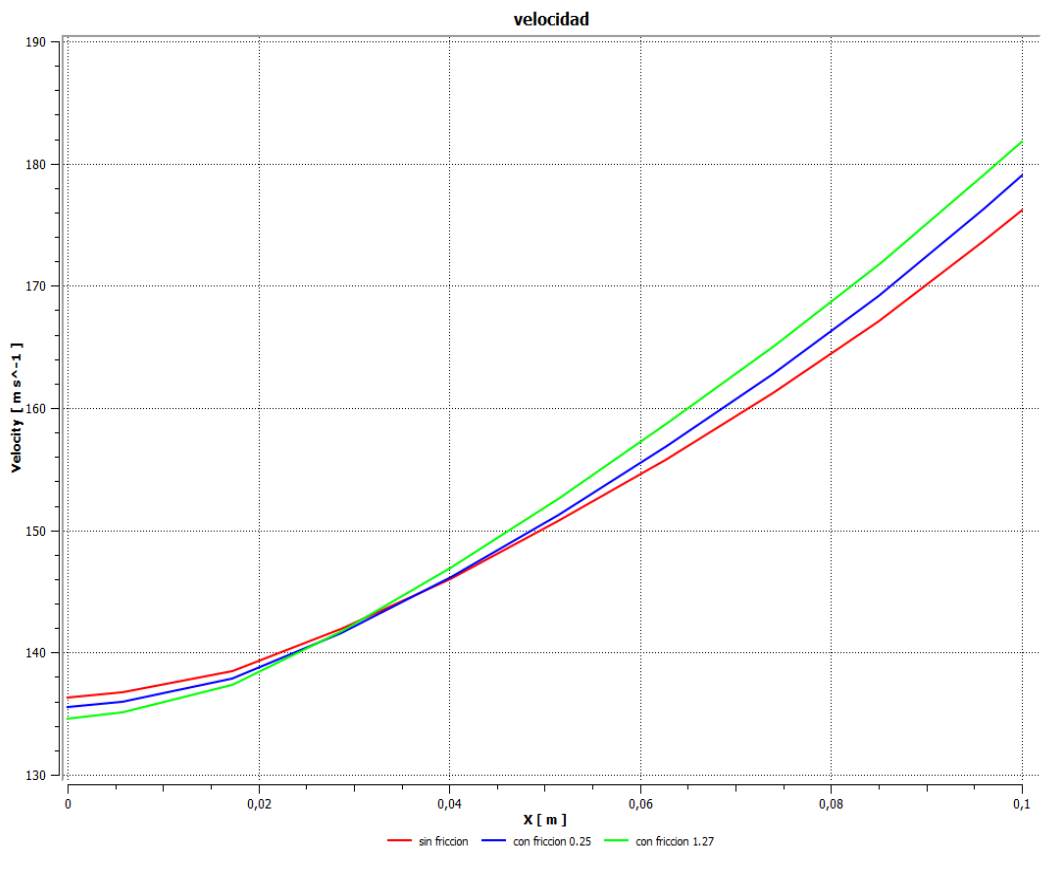


Figura 4.91. Velocidad para $\alpha=3$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.91 se observa que la velocidad presenta un comportamiento creciente, con la variación de apenas 3° en el ángulo de convergencia la variación de la velocidad paso de un valor máximo de aproximadamente 151 m/s a unos 180 m/s para una rugosidad de $\epsilon=1,27$ mm, además se observa que el incremento de la rugosidad absoluta no afecta considerablemente el desempeño del fluido dentro de la tobera ya que la variación de la velocidad entre una rugosidad y otra es de aproximadamente 2 m/s.

Las curvas de temperatura para $\alpha=3^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.92

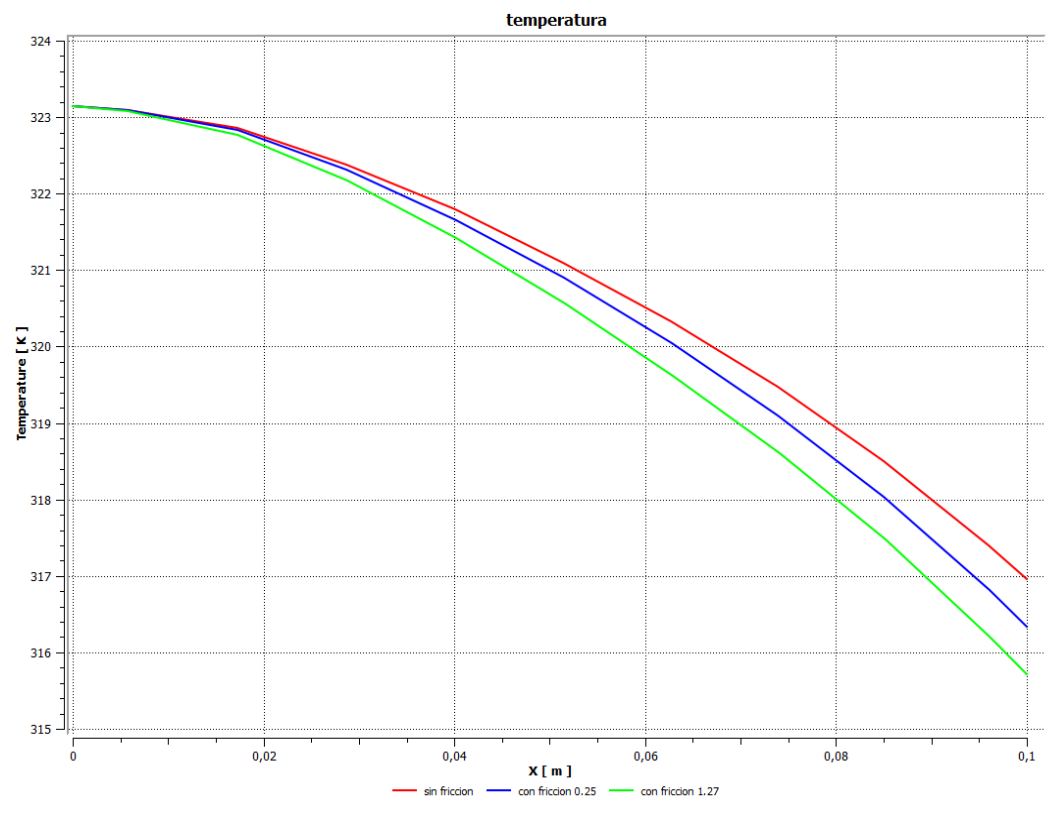


Figura 4.92. Temperatura para $\alpha= 3$ con cada rugosidad absoluta.

La figura 4.92 muestra el comportamiento de la temperatura con un ángulo $\alpha= 3$, independientemente de la rugosidad absoluta, la gráfica comienza en la temperatura de entrada del fluido a la tobera convergente, esta temperatura decrece logarítmicamente hasta alcanzar la temperatura de salida, a medida que se aumento la rugosidad, la temperatura disminuyó mucho mas, la salida del fluido en la tobera sin ninguna rugosidad es de aproximadamente 317 K mientras que el incremento de la rugosidad a $\epsilon= 1,27$ mmarroja una temperatura menor de aproximadamente 315,8 K, lo que muestra claramente que la rugosidad afecta el comportamiento de la tobera.

Las curvas de presión para $\alpha=3^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.93

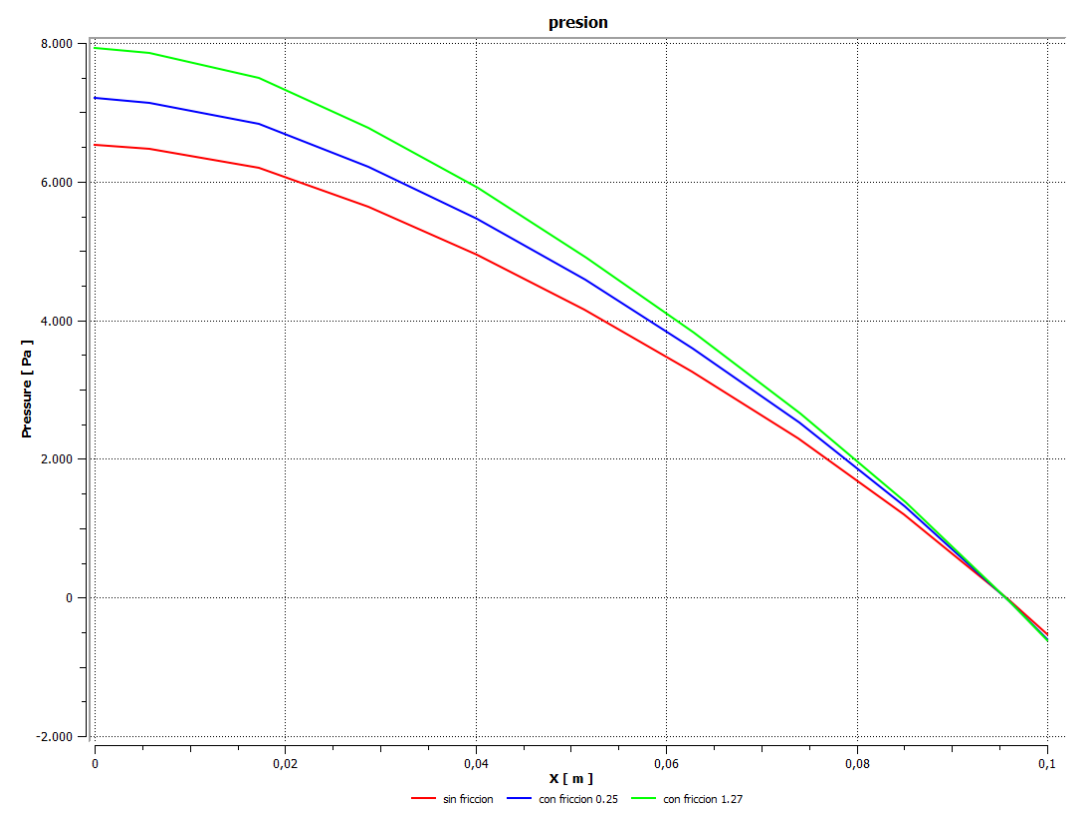


Figura 4.93. Presión para $\alpha= 3$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.93 la presión aumenta a la entrada a medida que la rugosidad se incrementa, sin embargo el aumento de esta no afecta la trayectoria de la gráfica por lo tanto se comportan de manera similar hasta un 80 % de la longitud de la tobera después de este porcentaje la salida es independiente de la rugosidad, es decir las gráficas se superponen para arrojar el mismo valor de presión a la salida de la tobera, la mayor presión se alcanza para una rugosidad $\epsilon= 1,27$ mmy la menor por su puesto para la tobera sin fricción.

Las curvas del número de Mach para $\alpha=3^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.94

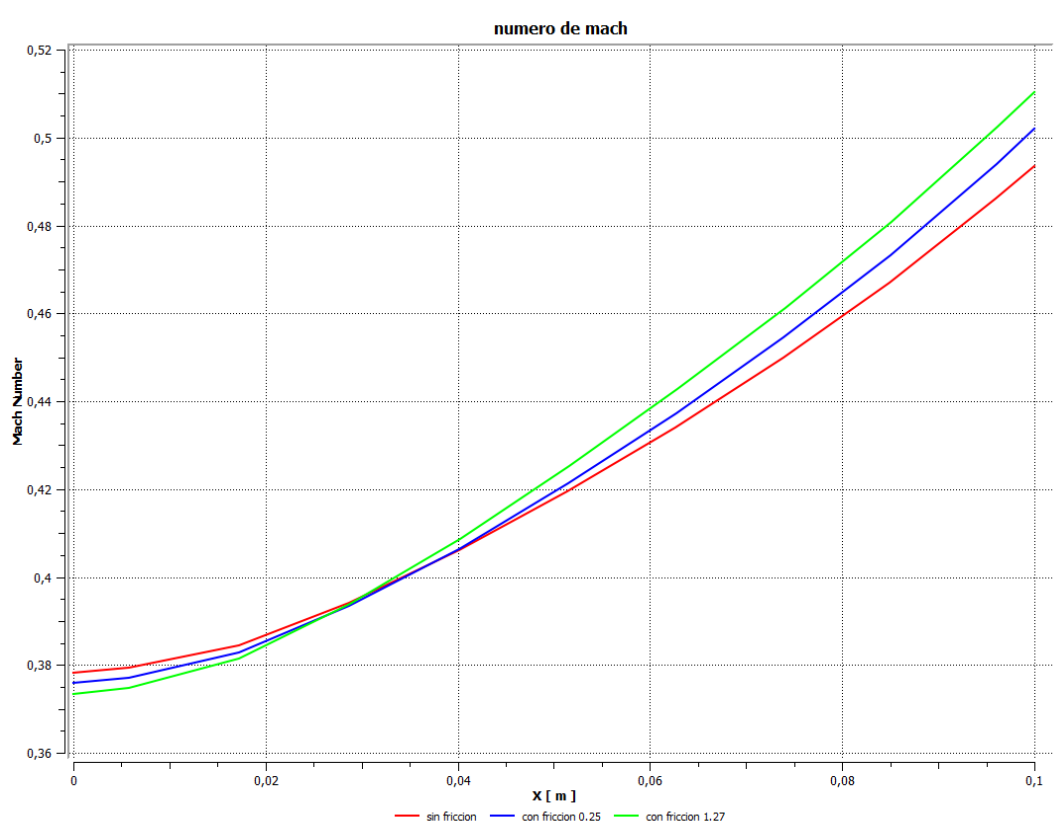


Figura 4.94. Número de Mach para $\alpha= 3$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.94 el número de Mach aumenta con la misma tendencia de la velocidad, el menor valor a salida corresponde a la tobera sin fricción ya que el fluido no se encuentra bajo la influencia de la rugosidad, sin embargo, este valor se incrementa al aumentar la rugosidad, la tendencia de incrementarse el valor de Mach se debe a la acción de los números de grano en la superficie.

Las curvas de velocidades para $\alpha=9^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.95

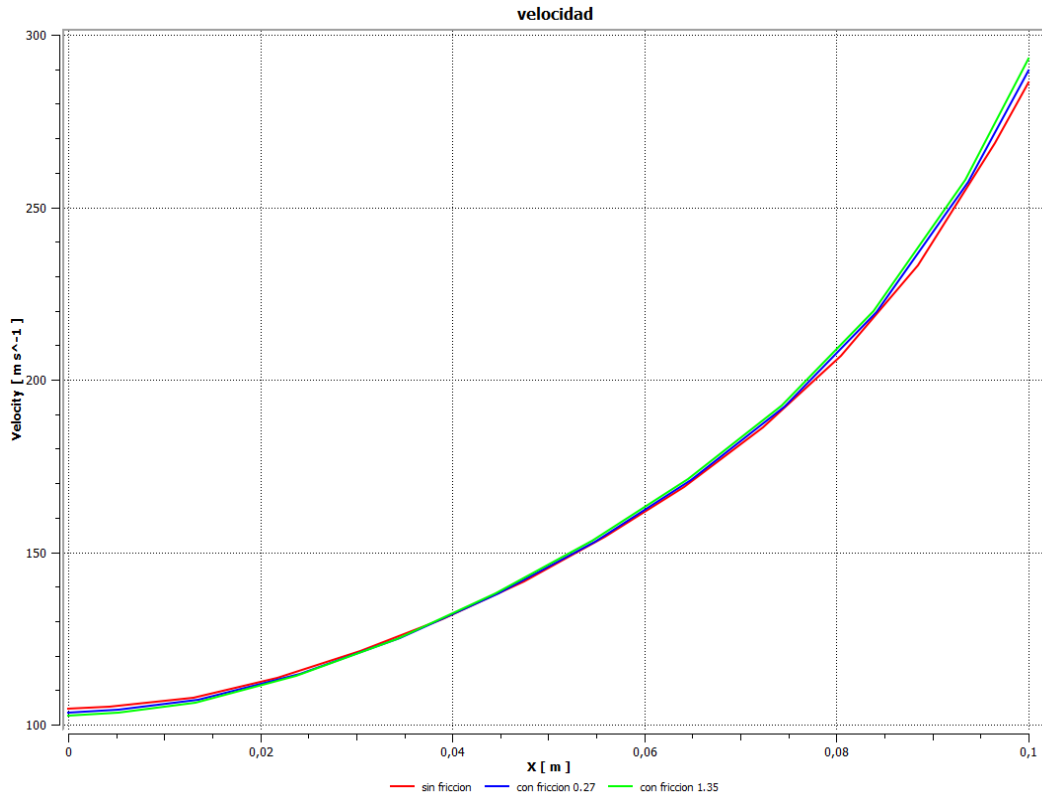


Figura 4.95. Velocidad para $\alpha=9$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.95 el aumento del ángulo de convergencia α hace que las gráficas de las distintas rugosidades absolutas se superpongan casi en su totalidad. La velocidad a la entrada se reduce a un valor de aproximadamente 100 m/s, un valor menor que el caso de $\alpha=6$ sin embargo la velocidad a la salida se incrementa mucho más debido a que el fluido se acelera a medida que disminuye el ángulo de descarga de la tobera.

Las curvas de temperatura para $\alpha=9^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.96

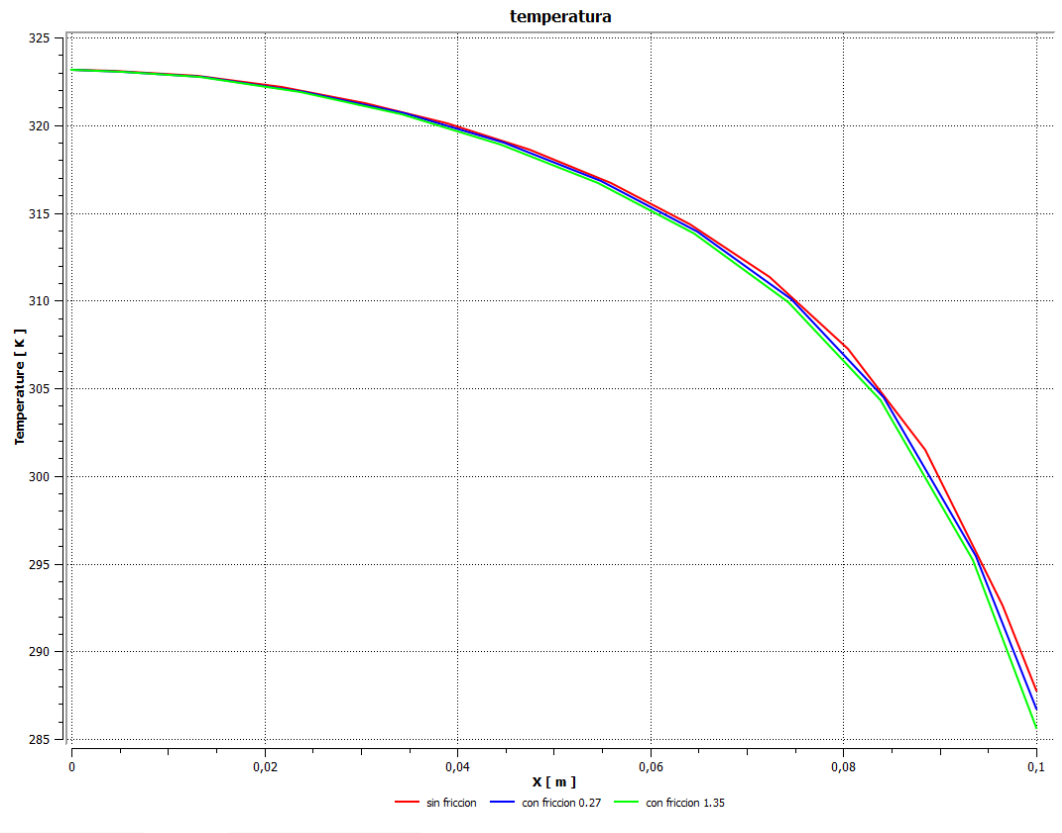


Figura 4.96. Temperatura para $\alpha= 9$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.96 la temperatura de entrada no se ve afectada por los valores de rugosidad presentando la misma temperatura que los casos anteriores, sin embargo la temperatura a la salida si presenta una disminución considerable debido a la reducción de área de la tobera a la salida. El comportamiento de la temperatura es casi el mismo para todos los valores de rugosidad lo cual supone que ésta no se ve afectada considerablemente por el incremento de la rugosidad absoluta sino por el ángulo de convergencia α que afecta más que todo el valor de la salida.

Las curvas de presión para $\alpha=9^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.97

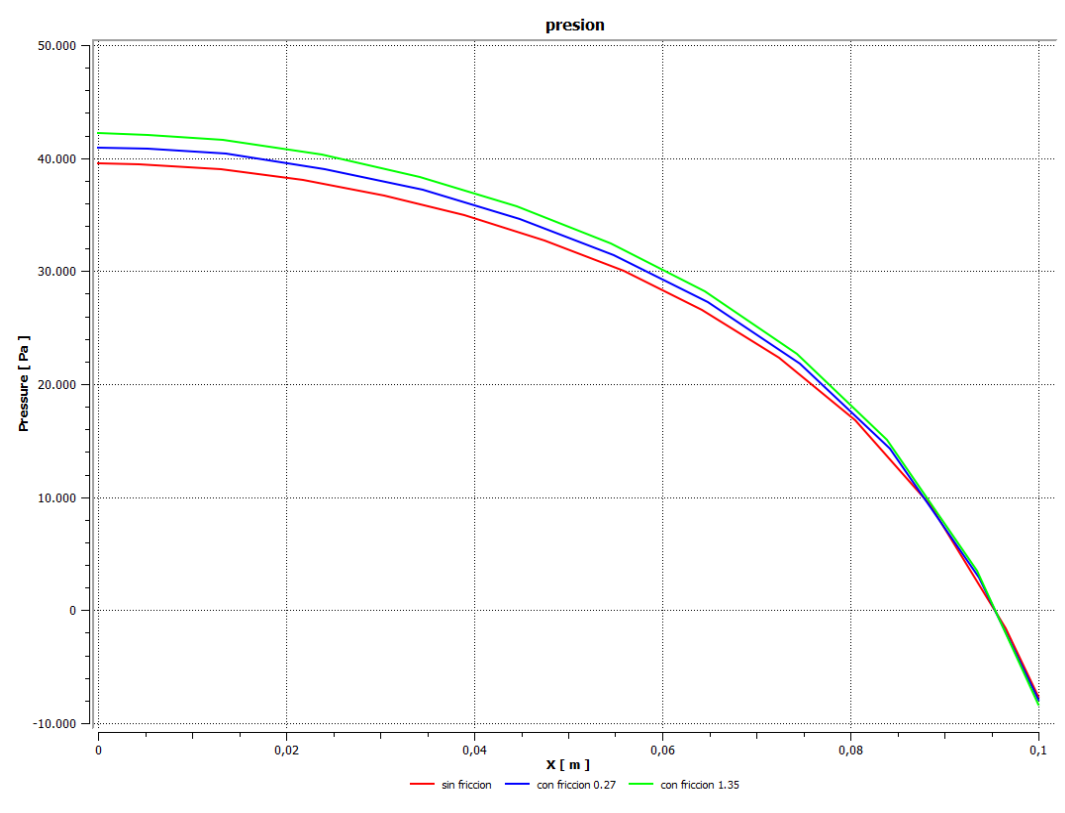


Figura 4.97. Presión para $\alpha=9$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.97 el comportamiento de las gráficas es prácticamente el mismo, variando sólo un poco en la entrada de la tobera debido a que se deben ajustar los valores de presión a la entrada para lograr conservar el flujo másico dentro de la tobera, el incremento del ángulo de $\alpha=6$ a $\alpha=9$ produce un incremento en la presión de entrada casi del doble del valor desde un valor de aproximadamente 20 kPa a un valor de 40 kPa. Esto debido a que la reducción de área de la tobera es mayor por acción del incremento del ángulo de convergencia α .

Las curvas del número de Mach para $\alpha=9^\circ$ y las distintas rugosidades absolutas, se observan en la figura 4.98

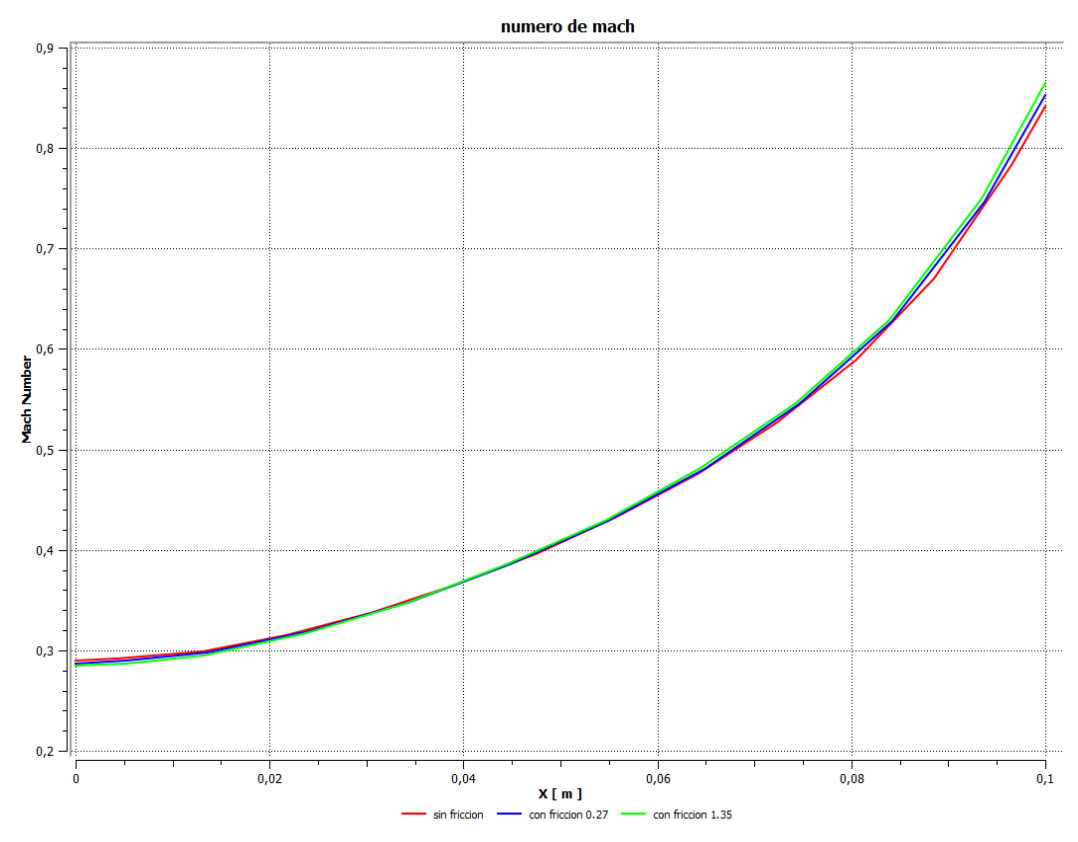


Figura 4.98. Número de Mach para $\alpha= 9$ con cada rugosidad absoluta.

En la figura 4.98 el valor del número de Mach a la entrada disminuye muy poco respecto a la tobera con $\alpha= 6$, sin embargo el valor a la salida se incrementa al igual que la velocidad, el aumento de la rugosidad absoluta no influye considerablemente en la convergencia de la gráfica del número de Mach debido a que éstas prácticamente se superponen todas.

4.5.1.1 Curvas para $\alpha=6^\circ$ con distintas rugosidades absolutas ($\epsilon=0,25$ mm y $\epsilon= 1,27$ mm).

- En la figura A.33 se observa que el incremento del ángulo de convergencia de $\alpha=3^\circ$ a $\alpha=6^\circ$ produce que la rugosidad afecte mucho menos el comportamiento del fluido, este sigue presentando un incremento logarítmico, sin embargo el aumento de la rugosidad absoluta no varía los valores de entrada y salida considerablemente, se puede apreciar que la variación es de apenas unos 5 m/s desde la tobera sin fricción hasta la rugosidad de $\epsilon= 1,27$ mm.
- En la figura A.34 la temperatura parte desde un valor al cual entra el fluido a la tobera de 323 K y va decreciendo logarítmicamente, el comportamiento de la gráfica es similar para cada valor de rugosidad, solo presenta una pequeña variación a la salida ya que esta disminuye con el incremento de la rugosidad, sin embargo esta variación es de apenas unos 3 K en la temperatura.
- En la figura A.35 la diferencia de presiones a la entrada entre la tobera sin fricción y el resto de las toberas se hace cada vez menor con el aumento del ángulo de convergencia, ya para un valor de $\alpha= 6^\circ$ la presión a la entrada va desde un valor de 18 kPa para una tobera sin fricción hasta 20 kPa para una rugosidad de $\epsilon= 1,27$ mm, sin embargo la presión a la salida se iguala ya que la descarga debe ser la misma a la salida de la tobera.
- En la figura A.36 se aprecia claramente un comportamiento igual al de la velocidad, en vista que están directamente relacionadas las variables, prácticamente la variación de los valores de rugosidad absoluta no afectan el comportamiento del fluido dentro de la tobera, sólo está dependiendo del ángulo de convergencia, por lo tanto se obtienen los mismos resultados de número de Mach así se incrementa la rugosidad absoluta.

4.5.2 Representación gráfica de cada ángulo de convergencia ($\alpha=0, \alpha=3, \alpha=6, \alpha=9$) para cada rugosidad absoluta (ϵ/Din).

Las curvas de velocidades para $\epsilon= 0,25 \text{ mm}$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.99

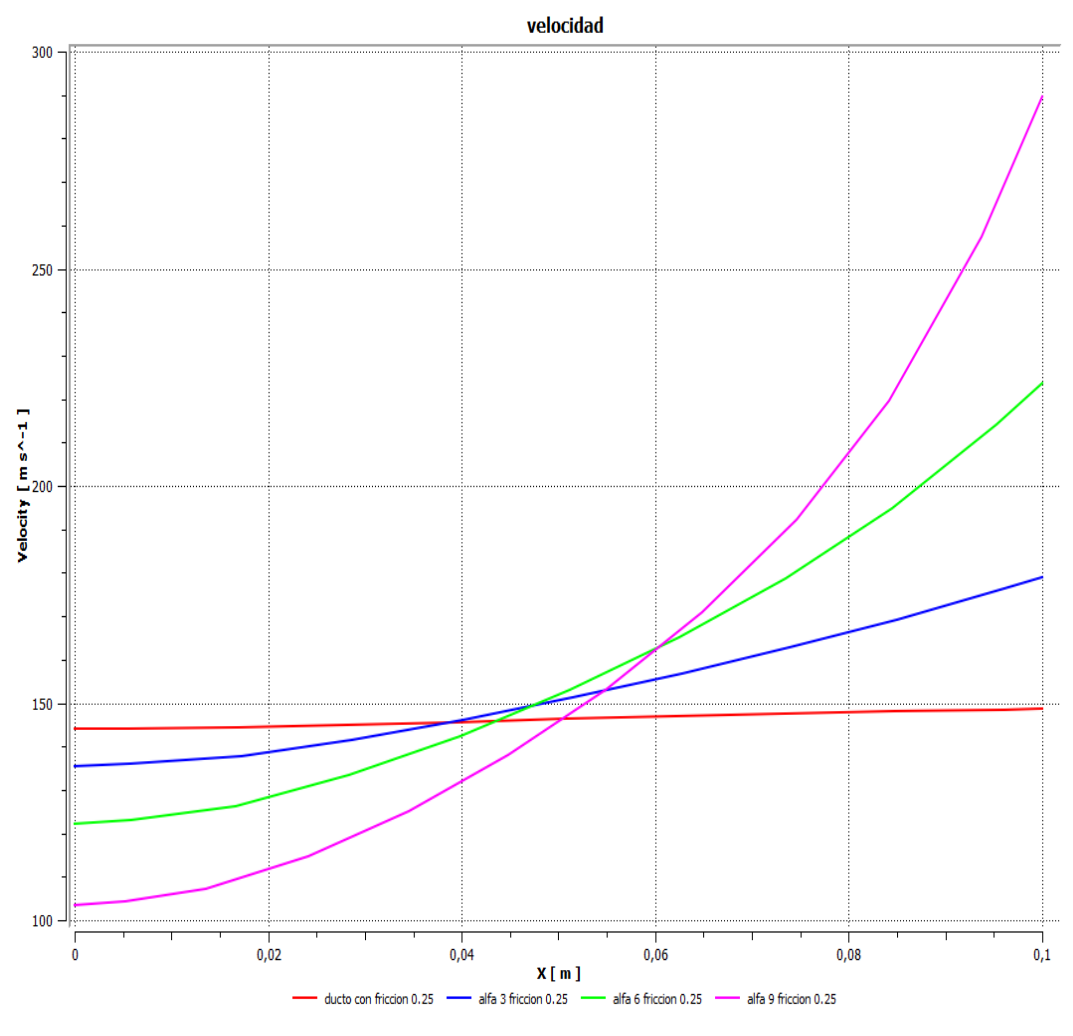


Figura 4.99. Velocidad para $\epsilon= 0,25 \text{ mm}$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.99 se aprecia el comportamiento de la velocidad en una tobera con rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25 \text{ mm}$, claramente se observa que a medida que se incrementa el ángulo de convergencia α , la velocidad a la entrada disminuye en un 50% aproximadamente, pero la misma se va incrementando a la salida, esto debido a que a medida que se aumenta el

ángulo α , el área de salida se reduce por lo tanto se incrementa la velocidad de descarga hasta alcanzar un valor máximo de aproximadamente 290 m/s.

Las curvas de temperatura para $\epsilon = 0,25$ mm y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.100

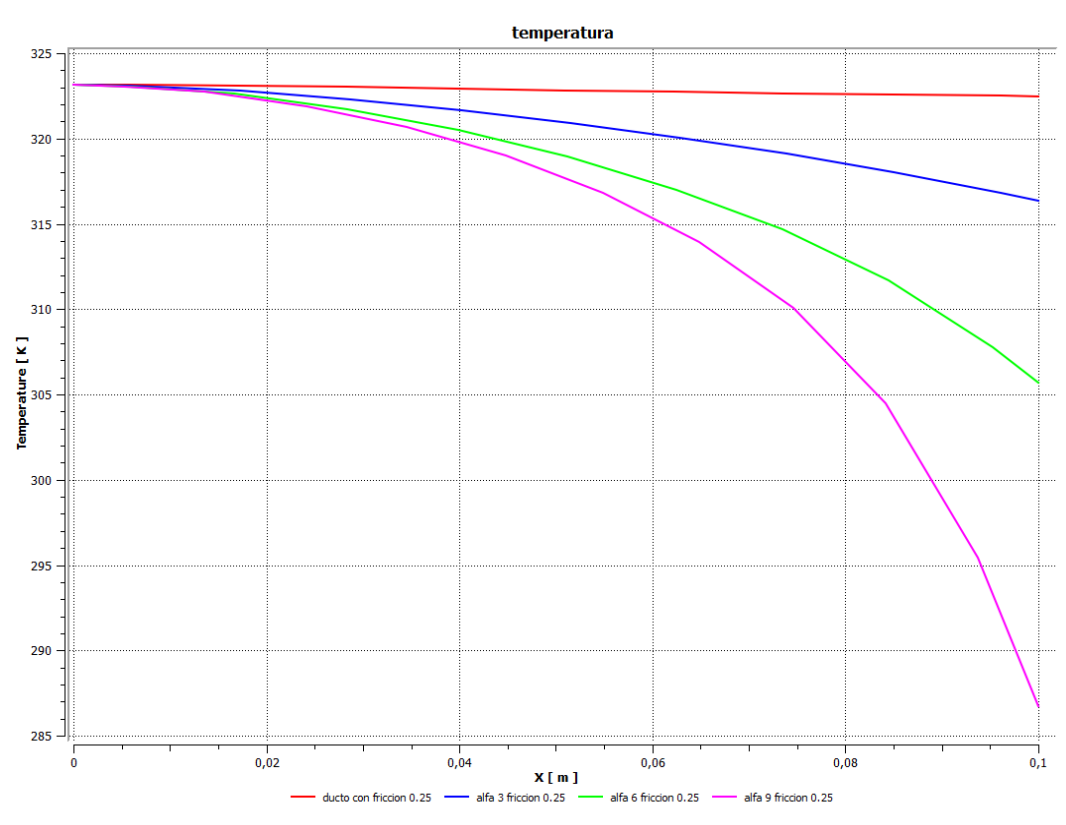


Figura 4.100. Temperatura para $\epsilon = 0,25$ mm con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.100 se observa que la temperatura a la entrada es la misma para todas las toberas ya que esta es la temperatura de entrada del fluido, a medida que el ángulo aumenta la temperatura disminuye considerablemente a la salida desde un valor de 324 K para un ángulo $\alpha = 0$ hasta un valor de unos 287 K para la tobera de ángulo $\alpha = 9$, esto indica claramente que la disminución del área de salida produce un descenso progresivo en la temperatura.

Las curvas de presión para $\epsilon = 0,25 \text{ mm}$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.101

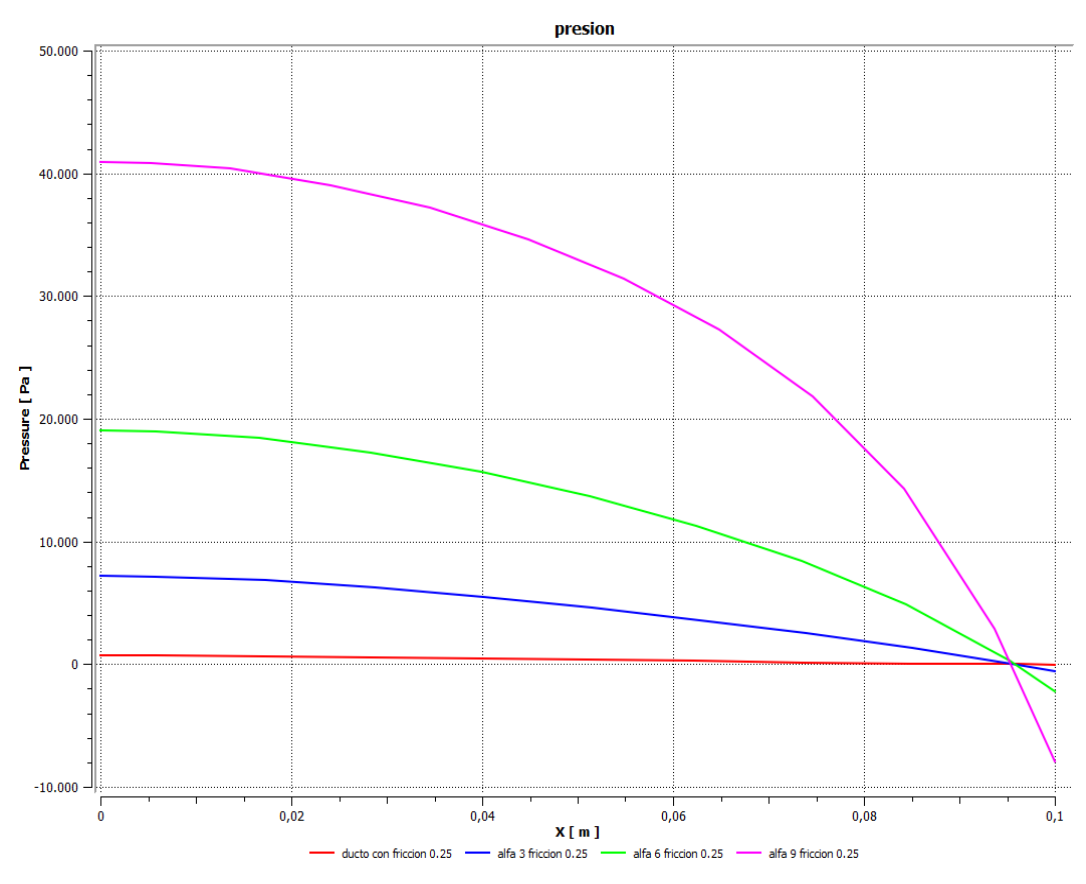


Figura 4.101. Presión para $\epsilon = 0,25 \text{ mm}$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.101 se observa claramente que la presión a la entrada de la tobera aumenta a medida que se incrementa el ángulo de convergencia y presenta un descenso logarítmico hasta alcanzar en la salida la presión de referencia, la cual es en éste estudio la presión atmosférica.

Las curvas del número de Mach para $\varepsilon = 0,25$ mm y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.102

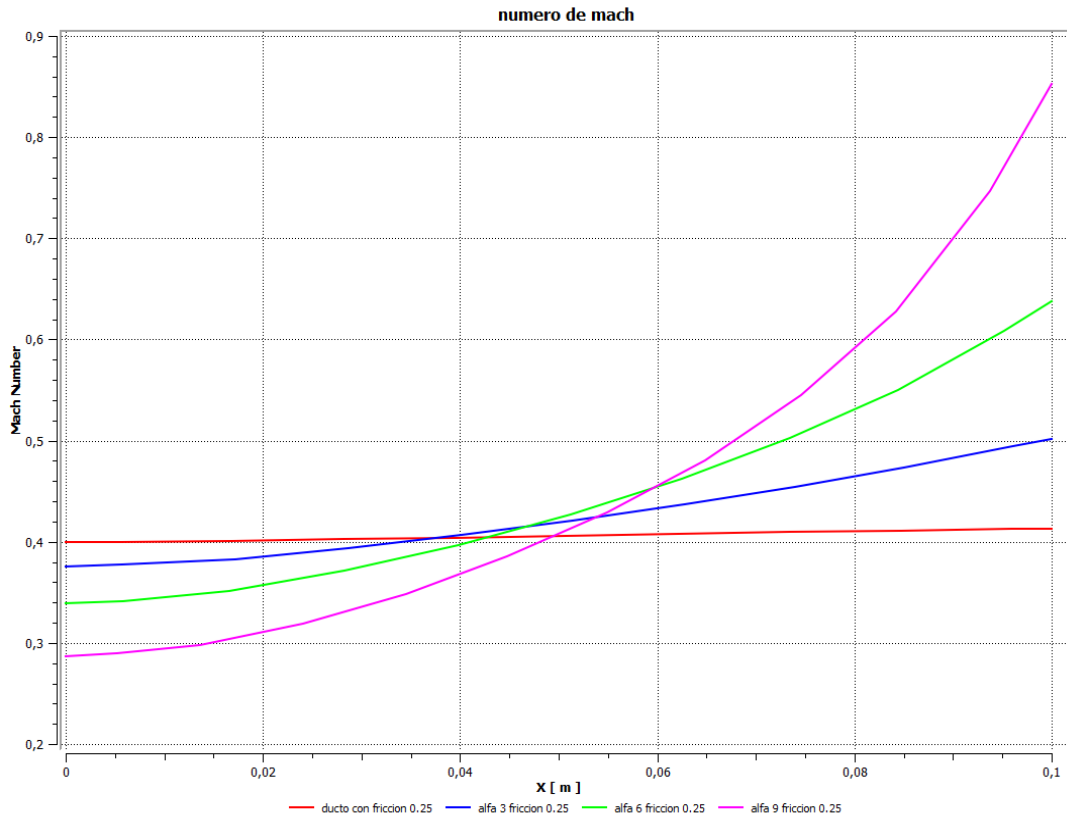


Figura 4.102. Número de Mach para $\varepsilon = 0,25$ mm con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.102 el comportamiento del número de Mach es similar a las gráficas de velocidad por estar directamente relacionadas, a medida que el ángulo de convergencia α se incrementa para un mismo $\varepsilon = 0,25$ mm el número de Mach a la entrada disminuye para luego comenzar a aumentar hasta alcanzar un valor máximo a la salida cercano a la velocidad del sonido.

4.5.2.1 Curvas para $\varepsilon = 1,27$ mm con los distintos ángulos de convergencia.

- En la figura A.37 se aprecia claramente el mismo desempeño que presentaban las gráficas para una rugosidad de $\varepsilon = 0,25$ mm, lo cual nos indica que el aumento de la rugosidad absoluta influye muy poco en el comportamiento del fluido, éste se ve más afectado es con el aumento del ángulo de convergencia.
- En la figura A.38 las gráficas presentan un comportamiento similar a las estudiadas con una rugosidad $\varepsilon = 0,25$ mm, lo cual nos indica que el incremento de la rugosidad no afecta considerablemente el desempeño del fluido, sin embargo el incremento del ángulo α hace que la temperatura caiga rápidamente.
- En la figura A.39 la presión a la entrada presenta el mismo comportamiento que la tobera con rugosidad $\varepsilon = 0,25$ mm, esta presión sólo se ve afectada por el aumento del ángulo α , sin embargo la caída de presión presenta un descenso logarítmico desde su estado a la entrada hasta alcanzar las condiciones de salida, por otro lado cuando el ángulo α es bajo, el comportamiento de la presión es casi lineal.
- En la figura A.40 se observa que el comportamiento de estas gráficas son los mismos de las gráficas con rugosidad $\varepsilon = 0,25$ mm, lo que es un claro indicativo que el aumento de la rugosidad no influye considerablemente en las propiedades del fluido.

4.5.3 Representación gráfica de cada ángulo de convergencia ($\alpha = 3^\circ$, $\alpha = 6^\circ$, $\alpha = 9^\circ$) para cada cantidad de calor $Q = 20$ kW/m², $Q = 400$ kW/m², $Q = 1200$ kW/m², $Q = 2000$ kW/m².

Las curvas de velocidad para $\alpha = 3^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura 4.103

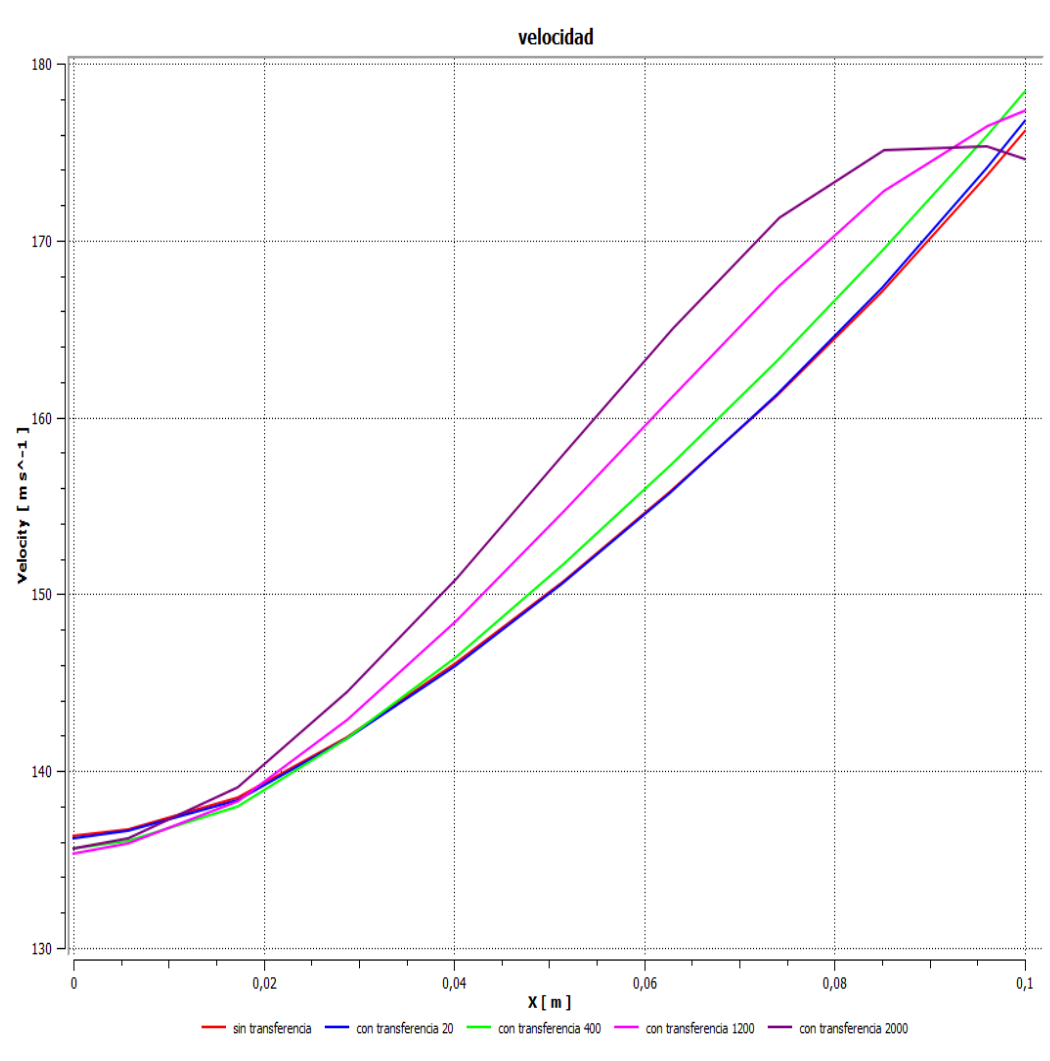


Figura 4.103. Velocidad para $\alpha=3^\circ$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.103 se aprecia que para una tobera con ángulo $\alpha=3^\circ$ a medida que aumenta el valor de la transferencia de calor desde 20 kW/m^2 hasta los 2000 kW/m^2 la velocidad aumenta progresivamente desde los 136 m/s aproximadamente hasta los 178 m/s , sin embargo el comportamiento del fluido cuando la transferencia de calor es 2000 kW/m^2 presenta una pequeña convergencia a la salida de la tobera, eso se debe a que la longitud de la tobera es bastante pequeña y el incremento de la transferencia de calor hace que el fluido alcance su condición crítica rápidamente.

Las curvas de temperatura para $\alpha = 3^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura 4.104

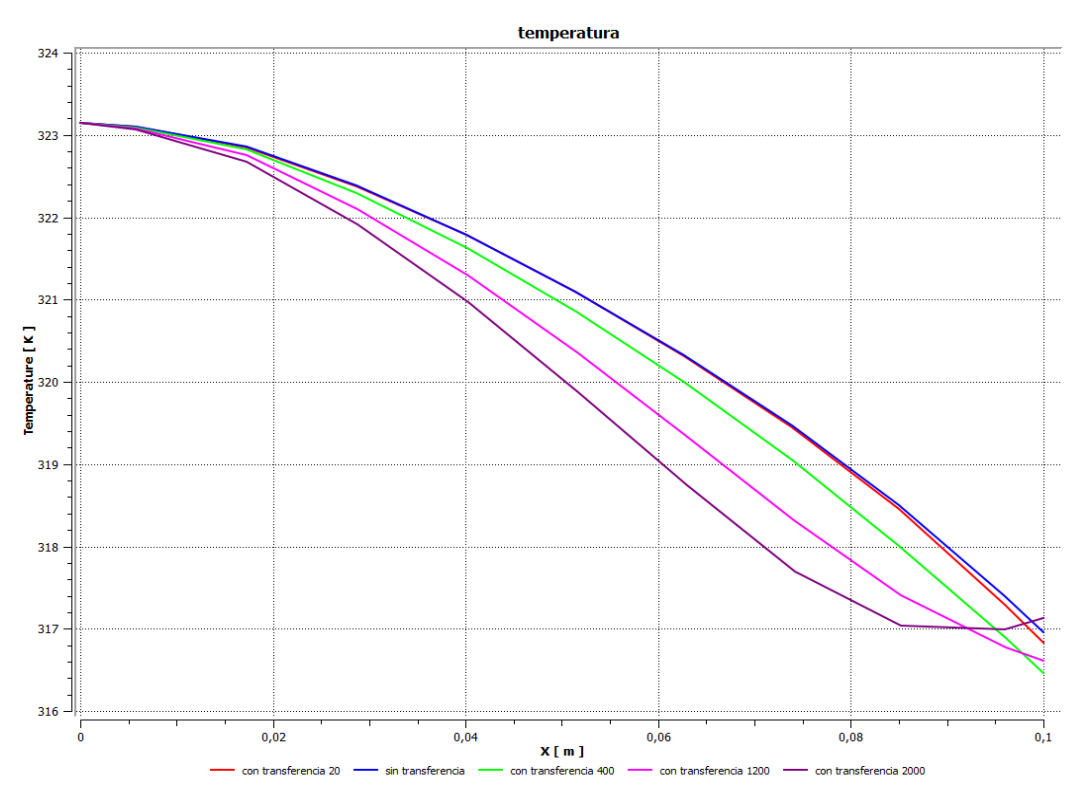


Figura 4.104. Temperatura para $\alpha = 3$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.104 la temperatura de entrada es la misma para cada uno de los casos de estudio por ser la temperatura del fluido a la entrada, esta temperatura presenta una disminución progresiva a medida que el fluido pasa por la tobera, además de presentar una caída mayor a medida que se aumenta la transferencia de calor hacia el fluido como es el caso de $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$.

Las curvas de presión para $\alpha = 3^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura 4.105

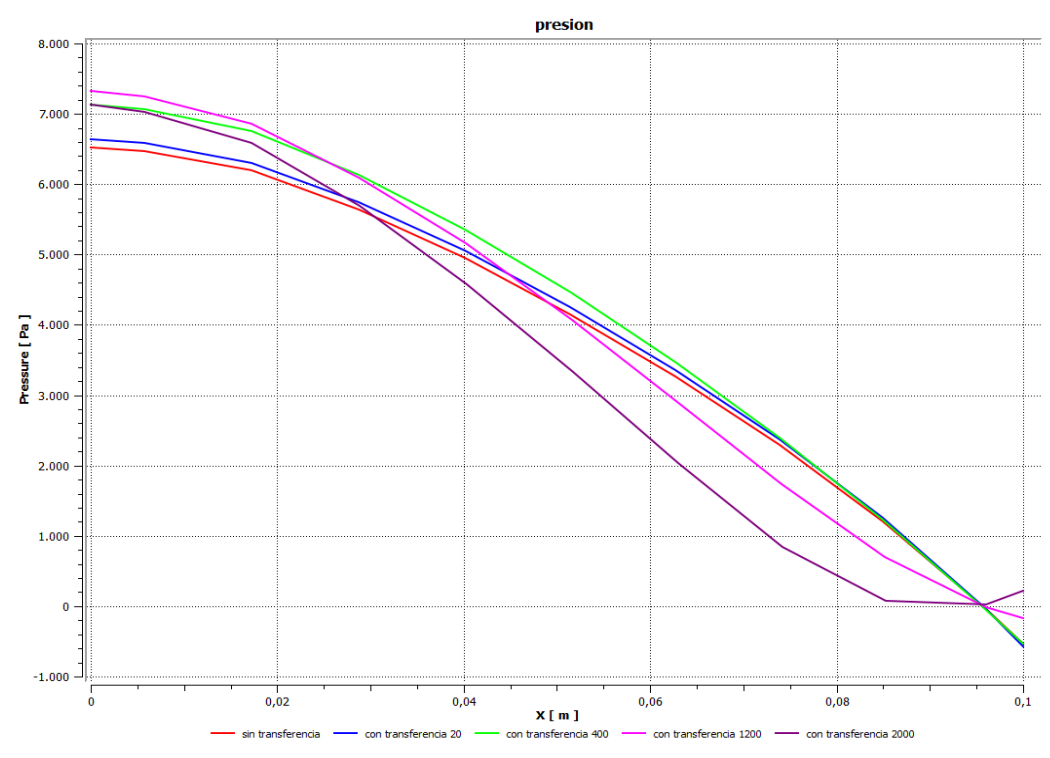


Figura 4.105. Presión para $\alpha = 3$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.105 la figura muestra la caída de presión a medida que pasa el fluido a través de la tobera, sin embargo la presión a la entrada aumenta a medida que aumenta el valor de Q , esto debido a la reducción de área a la salida y al incremento de la cantidad de calor suministrado a la tobera, el valor de $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$ en una tobera de ángulo α bajo, además de presentar una longitud corta, produce que el fluido presente una pequeña inestabilidad en el fluido pero las condiciones a la salida cumplen con los parámetros establecidos por las leyes que rigen el estudio de los fluidos.

Las curvas del número de Mach para $\alpha= 3^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura 4.106

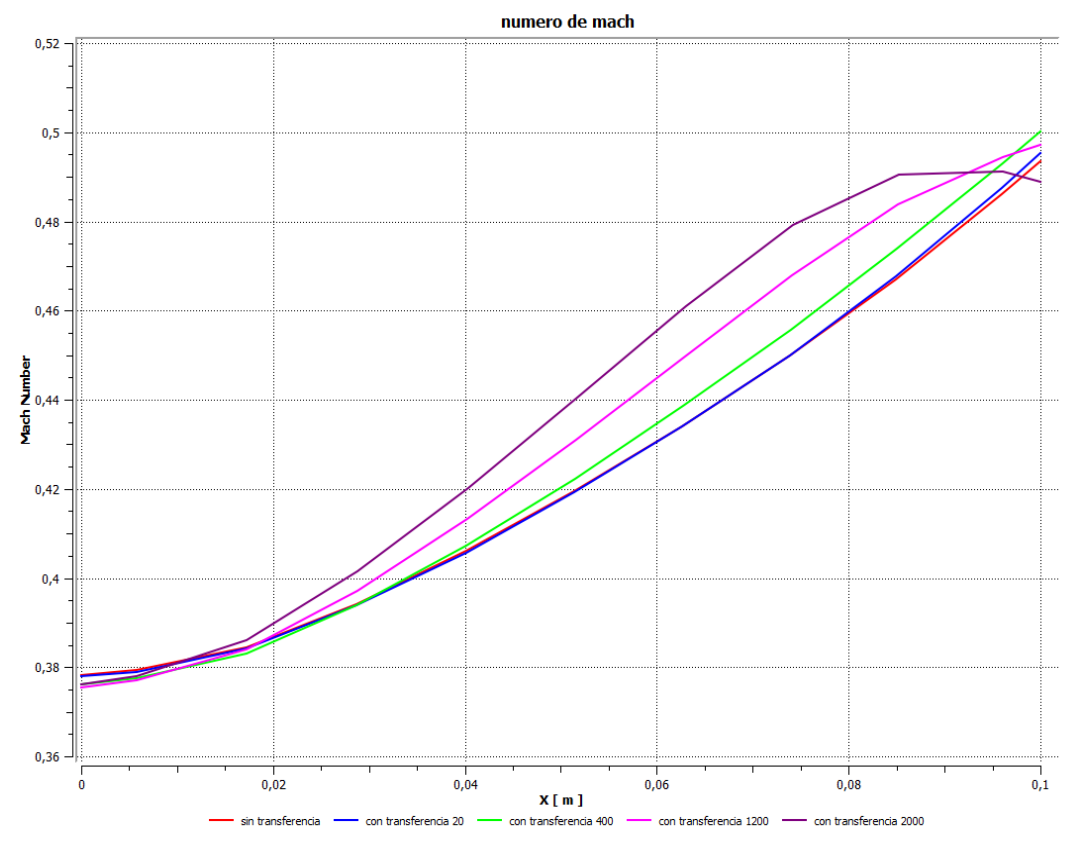


Figura 4.106. Número de Mach para $\alpha= 3^\circ$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.106 el número de Mach presenta el mismo comportamiento de la velocidad bajo las mismas condiciones de estudio, la variación de los valores entre un Q y otro no es mucha, sin embargo a medida que el fluido pasa a través de la tobera a causa de la reducción del área el valor de Mach se incrementa.

Las curvas de velocidad para $\alpha = 9^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura A.107

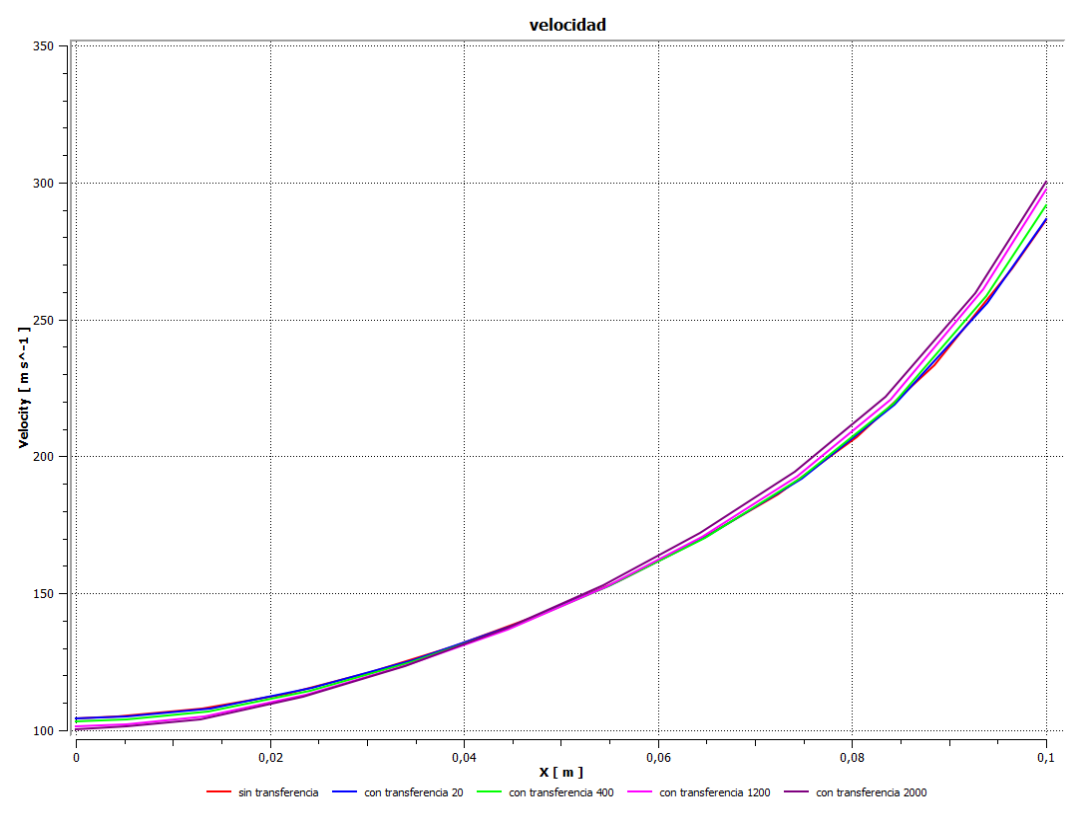


Figura 4.107. Velocidad para $\alpha = 9$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.107 se observa que el incremento del ángulo de convergencia a $\alpha = 9$ produce un comportamiento gráfico de la velocidad en donde el aumento de la transferencia de calor Q no influye en las propiedades del fluido, es decir la tobera se comporta de forma tal que siempre el fluido va a tener las mismas propiedades así se aumente el calor, la velocidad a la entrada disminuye un poco con referencia a la tobera de $\alpha = 3^\circ$ y 6° , pero también se incrementa considerablemente a la salida.

Las curvas de temperatura para $\alpha= 9^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura 4.108

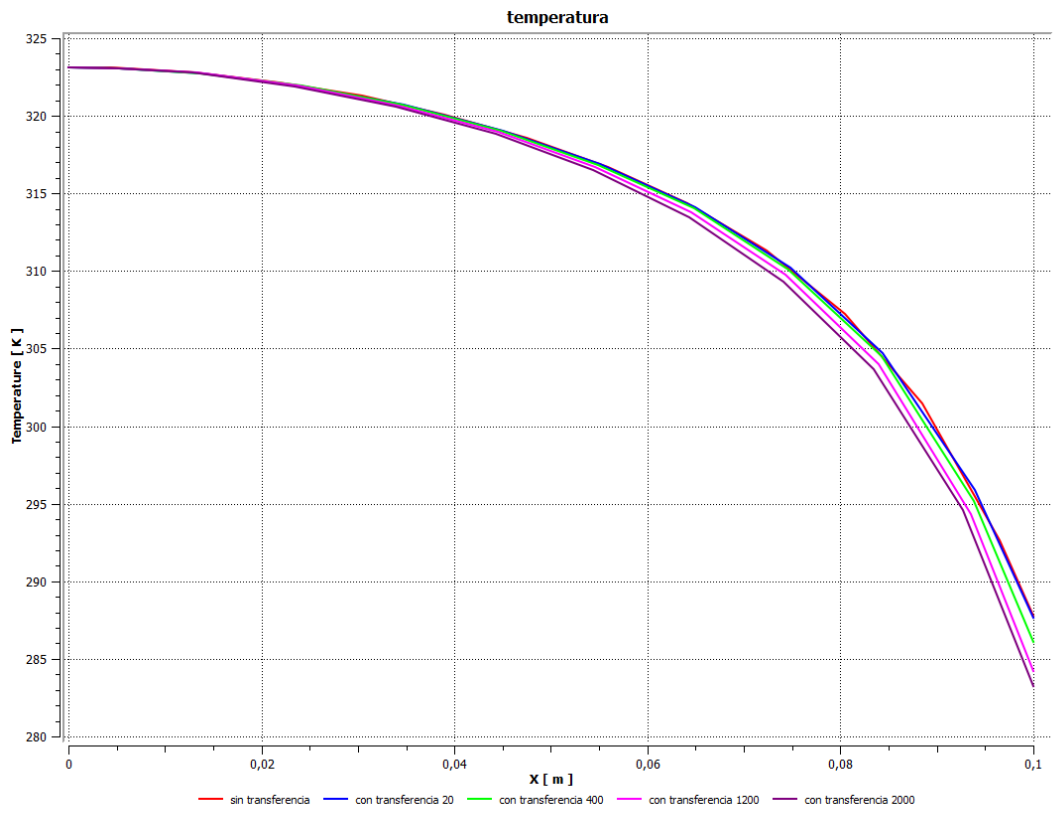


Figura 4.108. Temperatura para $\alpha= 9^\circ$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.108 las gráficas de temperatura para los distintos calores prácticamente se superponen desde la temperatura de entrada a la tobera, sin embargo a la salida el incremento de la cantidad de calor produce una variación de unos 5 K de temperatura, siendo esta variación insignificante para la cantidad de calor que se debe aumentar.

Las curvas de presión para $\alpha = 9^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura 4.109

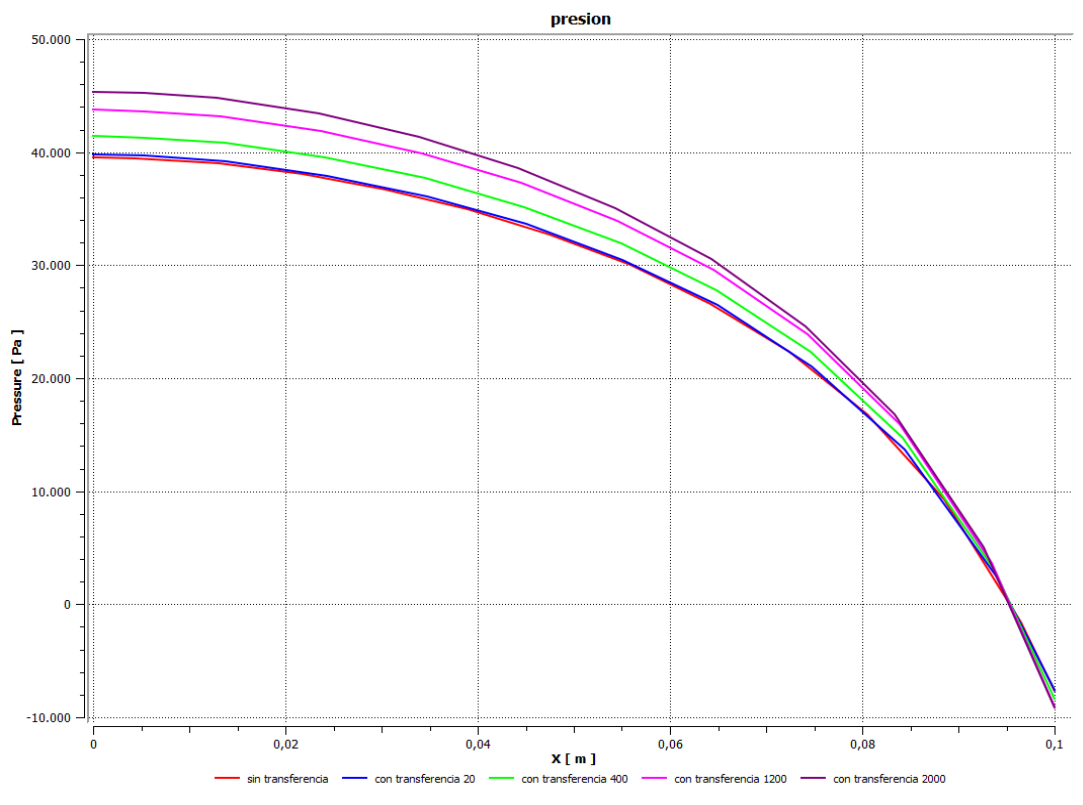


Figura 4.109. Presión para $\alpha = 9$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.109 la presión a la entrada varía con el aumento de calor, esta variación es de unos 6 kPa desde un $Q = 0 \text{ kW/m}^2$ hasta 2000 kW/m^2 . La presión presenta un comportamiento decreciente hasta llegar a la presión de salida de la tobera cercana a la presión de referencia, a medida que el calor aumenta la presión a la entrada también se incrementa, sin embargo la descarga es la misma para cualquier calor.

Las curvas del número de Mach para $\alpha= 9^\circ$ y las distintas cantidades de calor, se observan en la figura 4.110

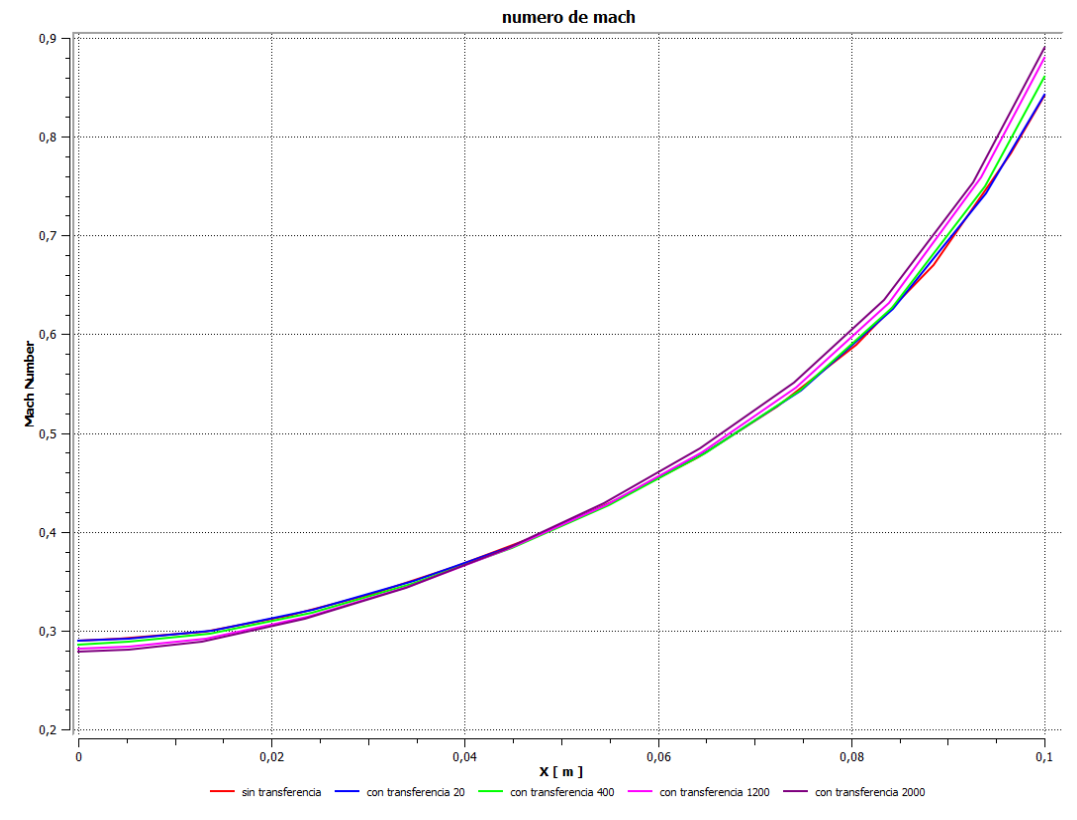


Figura 4.110. Número de Mach para $\alpha= 9^\circ$ con cada cantidad de calor.

En la figura 4.110 se aprecia que el número de Mach presenta un incremento logarítmico desde la entrada a la tobera hasta la descarga, este comportamiento es el mismo aun cuando se incrementa la transferencia de calor, sólo se puede apreciar una pequeña variación a la salida, esta gráfica es bastante similar a la de velocidad ya que ambas variables están directamente relacionadas.

4.5.3.1 Curvas para $\alpha = 6^\circ$ con las distintas cantidades de calor.

- En la figura A.41 la velocidad presenta un comportamiento más estable ya que al aumentar el ángulo de convergencia α el fluido alcanza la condición crítica más rápidamente, por lo tanto requiere una menor longitud, las gráficas de velocidad presentan un comportamiento similar sin importar el aumento de la transferencia de calor, la velocidad a la entrada varía sólo en 5 m/s desde un valor de $Q = 0 \text{ kW/m}^2$ hasta los 2000 kW/m^2 , este mismo comportamiento lo presenta a la salida, todo esto con la misma tendencia logarítmica de las curvas.
- En la figura A.42 las gráficas de temperatura presentan el mismo comportamiento independientemente del valor del calor Q , sólo presenta una variación de apenas 3 K a la salida, esto debido al incremento del calor, sin embargo esta variación es insignificante para haber variado un calor Q desde 20 kW/m^2 hasta 2000 kW/m^2 , por lo tanto el aumento de calor en una tobera de ángulo $\alpha = 6$ no influye considerablemente en las propiedades del fluido.
- En la figura A.43 la presión a la entrada varía desde 18 kPa para un $Q = 0 \text{ kW/m}^2$ hasta un valor de 22 kPa para un $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$ lo que representa una pequeña variación considerando la gran cantidad de calor, los diferentes calores arrojan gráficas descendentes similares hasta un valor de salida cercano a la presión atmosférica, esto es un claro indicativo que al aumentar el ángulo de convergencia α las propiedades del fluido se ven menos alteradas al incrementar la cantidad de calor Q .
- En la figura A.44 el número de Mach presenta el mismo comportamiento gráfico de la velocidad, esto por estar directamente relacionadas estas dos variables, el número de Mach presenta una

tendencia creciente y poca variación a la salida aun cuando el aumento de calor es considerable.

4.5.4 Representación gráfica de cada cantidad de calor $Q= 20 \text{ kW/m}^2$, $Q= 400 \text{ kW/m}^2$, $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$, $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$. Para cada ángulo de convergencia ($\alpha= 3$, $\alpha= 6$, $\alpha= 9$).

Las curvas de velocidad para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.111

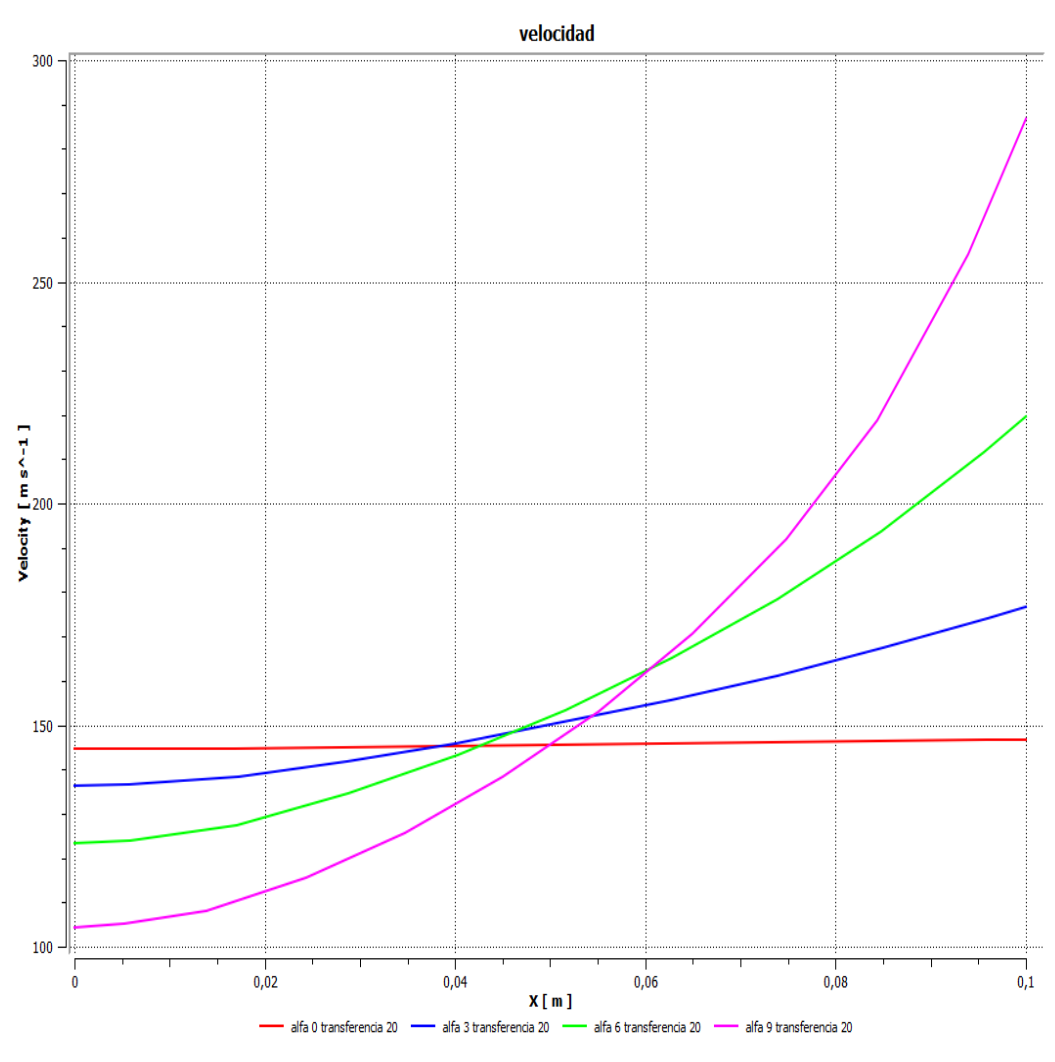


Figura 4.111. Velocidad para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.111 se observa que la variación del ángulo α produce un comportamiento creciente en las gráficas de velocidad, a medida que aumenta el ángulo, las gráficas se hacen más pronunciadas, aun cuando la velocidad a la entrada disminuye para conservar el flujo másico dentro de la tobera a la salida la velocidad se incrementa considerablemente por la disminución del área de la tobera.

Las curvas de temperatura para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.112

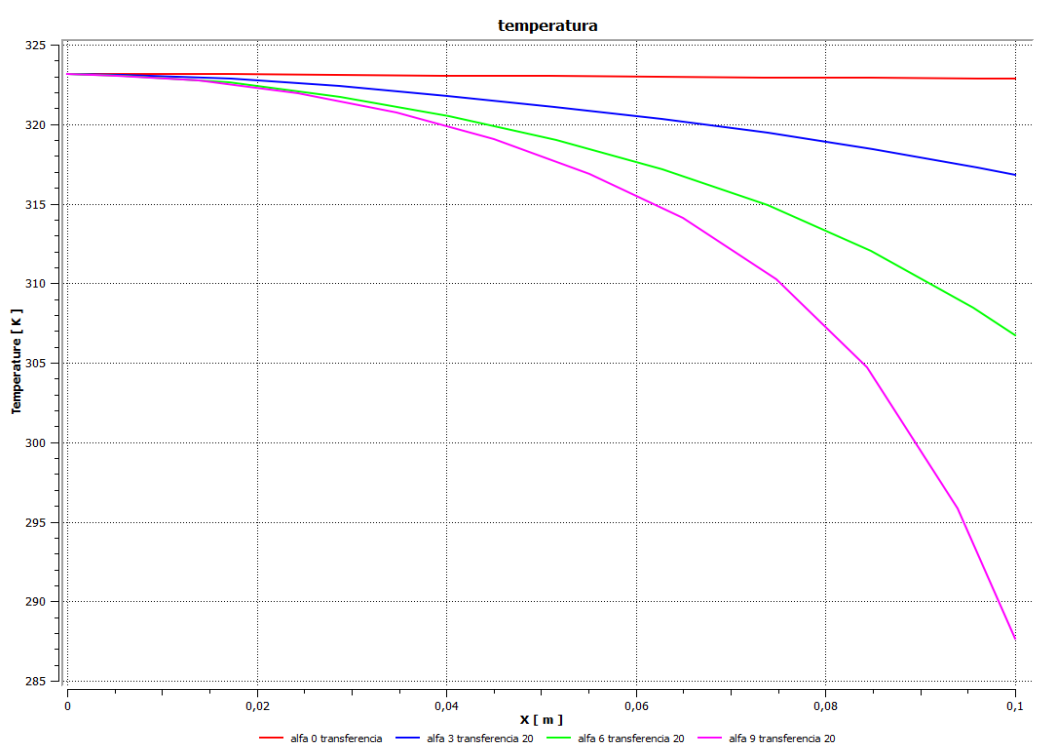


Figura 4.112. Temperatura para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.112 se aprecia un comportamiento decreciente en la temperatura esto debido a la variación del ángulo α , la temperatura en una tobera de $\alpha= 0$ prácticamente se mantiene constante sin embargo a medida

que este ángulo crece la temperatura disminuye logarítmicamente aun cuando se está aplicando transferencia de calor al estudio.

Las curvas de velocidad para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.113

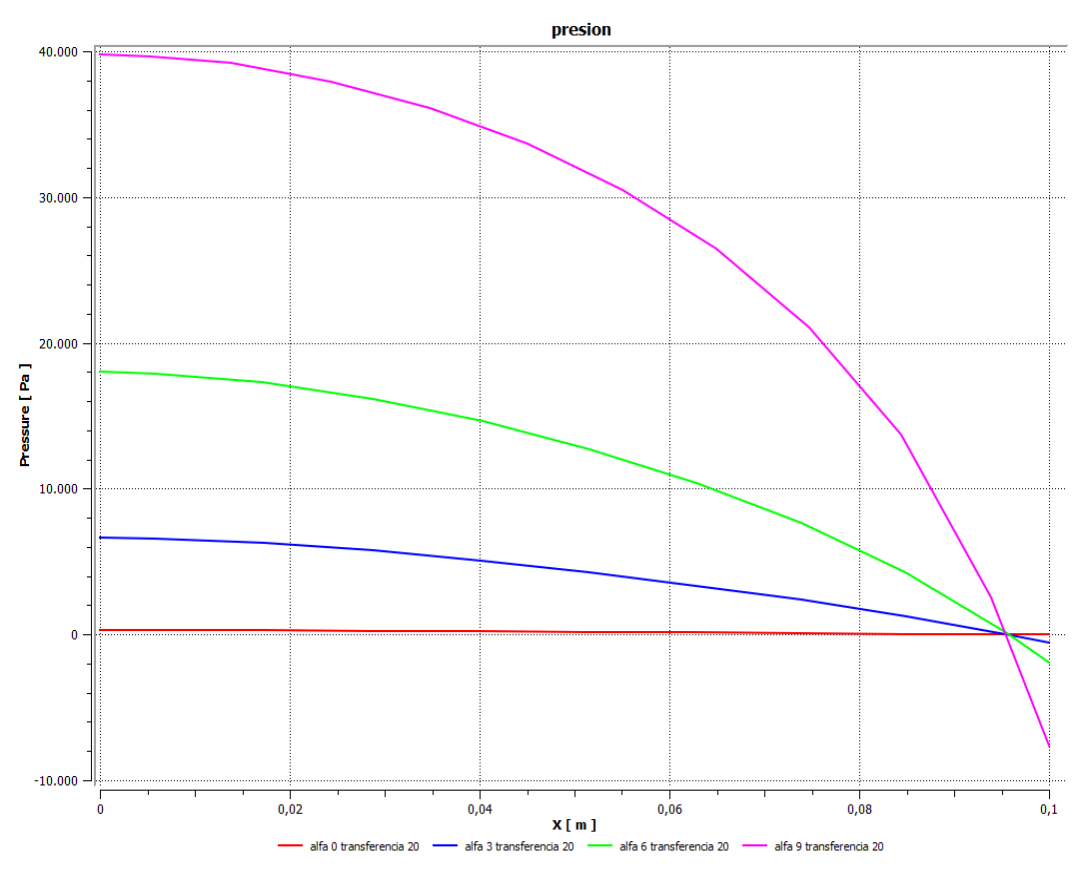


Figura 4.113. Presión para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.113 la presión se comporta de manera similar al caso de variación de la rugosidad absoluta. La presión a la entrada se incrementa a medida que aumenta el ángulo α , sin embargo la descarga es la misma para todos los casos la presión atmosférica.

Las curvas del número de Mach para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.114

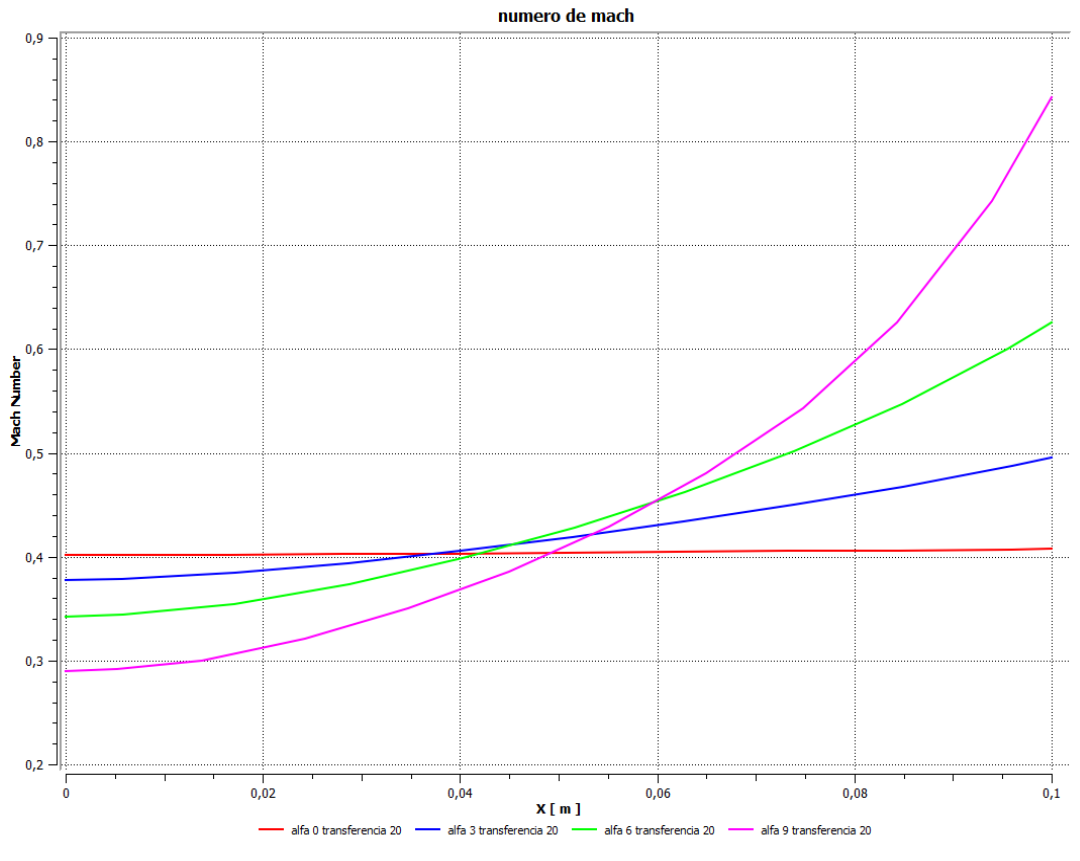


Figura 4.114. Número de Mach para $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.114 el número de Mach presenta el mismo comportamiento que la velocidad, disminuyendo a la entrada a medida que varía el ángulo de convergencia e incrementándose a la salida, a medida que pasa por el interior de la tobera el número de Mach crece de forma logarítmica hasta alcanzar la salida de la misma.

Las curvas de velocidad para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.115

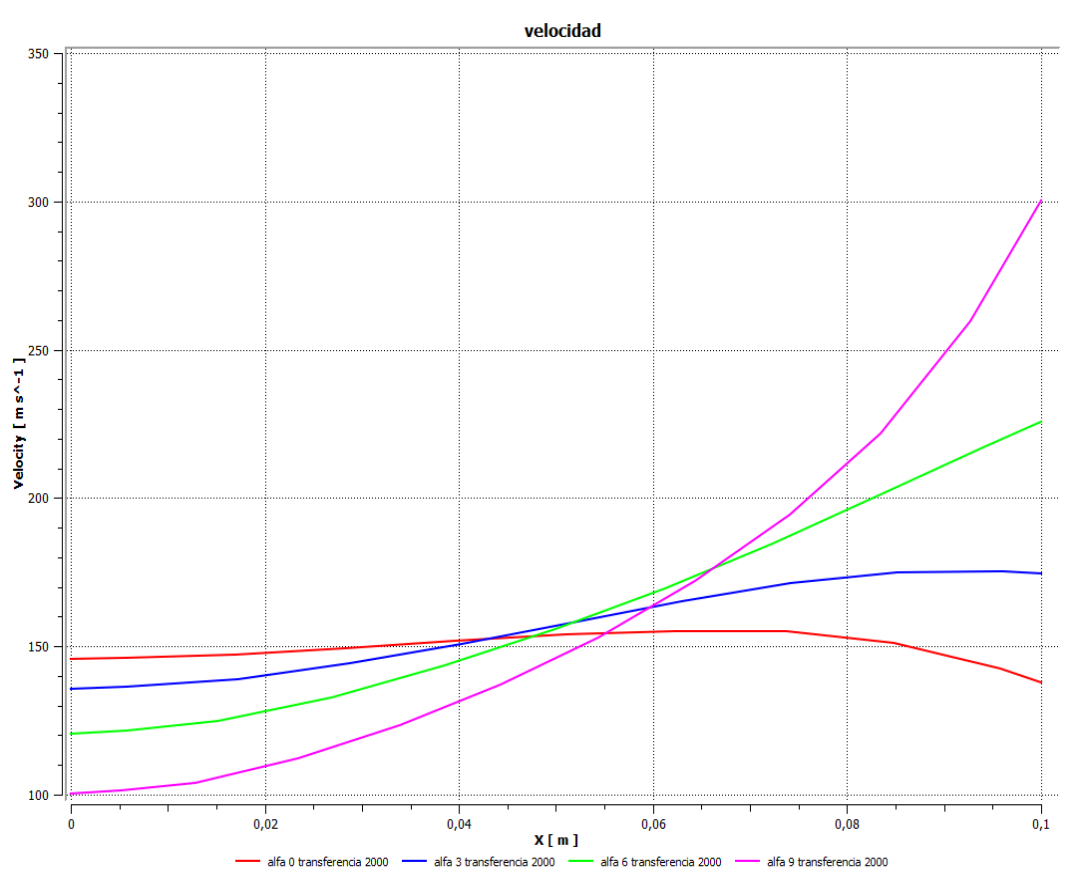


Figura 4.115. Velocidad para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.115 la velocidad presenta el mismo comportamiento que los casos donde $Q= 20, 400 \text{ Y } 1200 \text{ kW/m}^2$, por lo tanto las variaciones de la velocidad a la entrada y a la salida son insignificantes al comparar estos casos simultáneamente, lo cual es un claro indicativo que el incremento del calor afecta muy poco el comportamiento del fluido dentro de la tobera.

Las curvas de temperatura para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.116

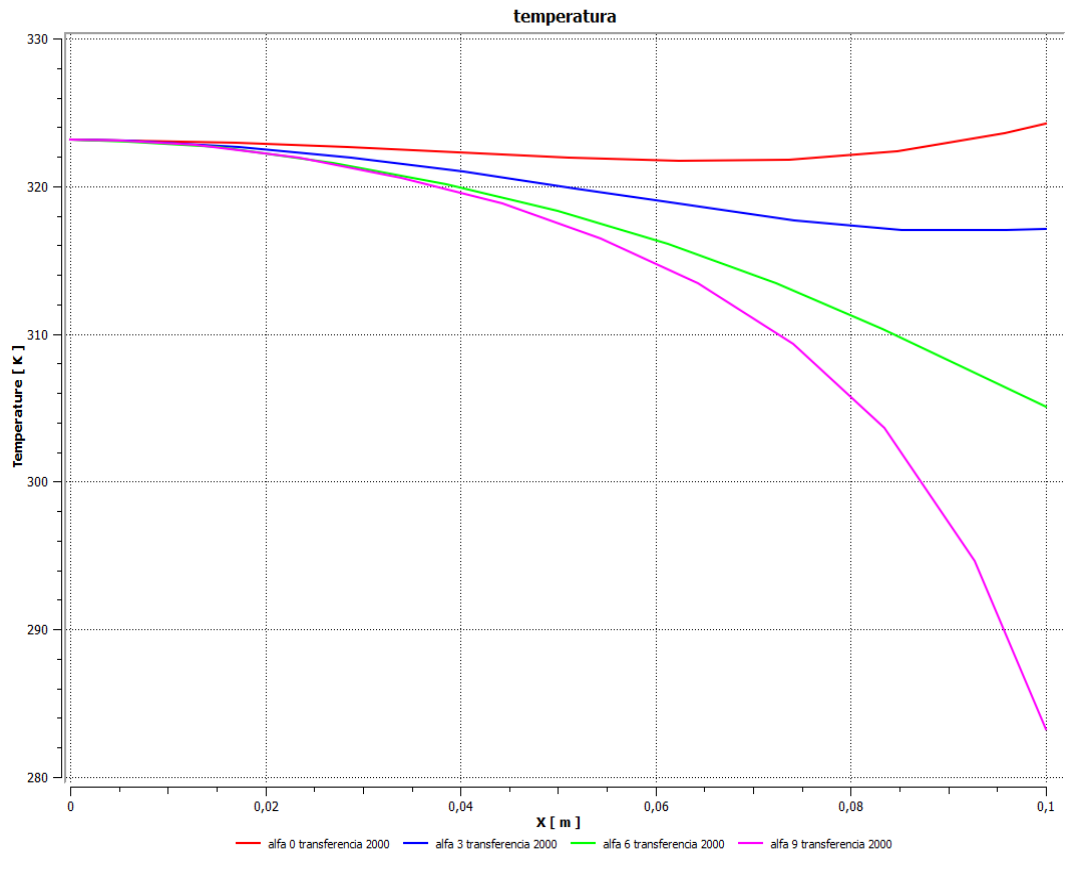


Figura 4.116. Temperatura para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.116 se aprecian prácticamente las mismas gráficas que los casos anteriores por lo tanto el fluido no se ve influenciado por el incremento de la cantidad de calor sino por el aumento del ángulo de convergencia, obteniendo así las mismas temperaturas de los casos anteriores tanto a la entrada como a la salida de la tobera.

Las curvas de presión para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.117

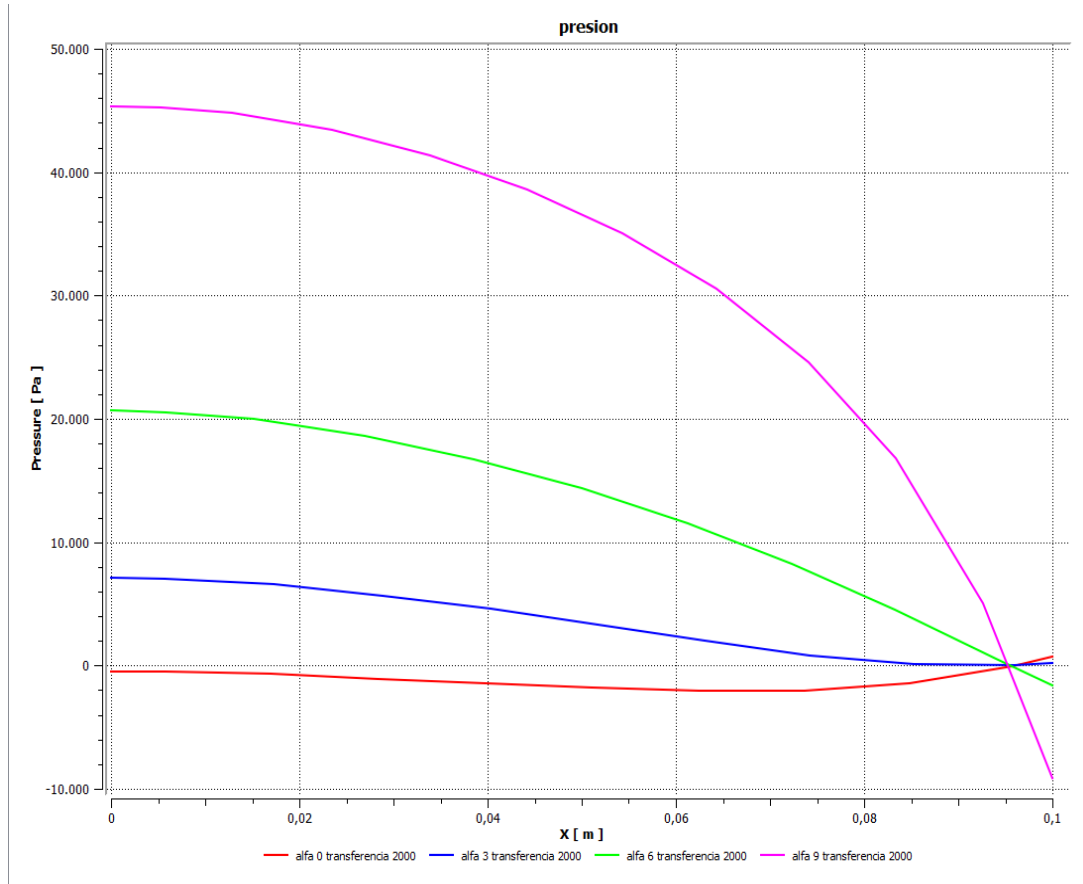


Figura 4.117. Presión para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.117 la presión a la entrada en cada caso ha variado muy poco con el incremento de la cantidad de calor, sin embargo al variar el ángulo de convergencia esta aumenta progresivamente con el mismo, esto para compensar la disminución del área de salida y poder conservar la cantidad de flujo másico.

Las curvas del número de Mach para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ y los distintos ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.118

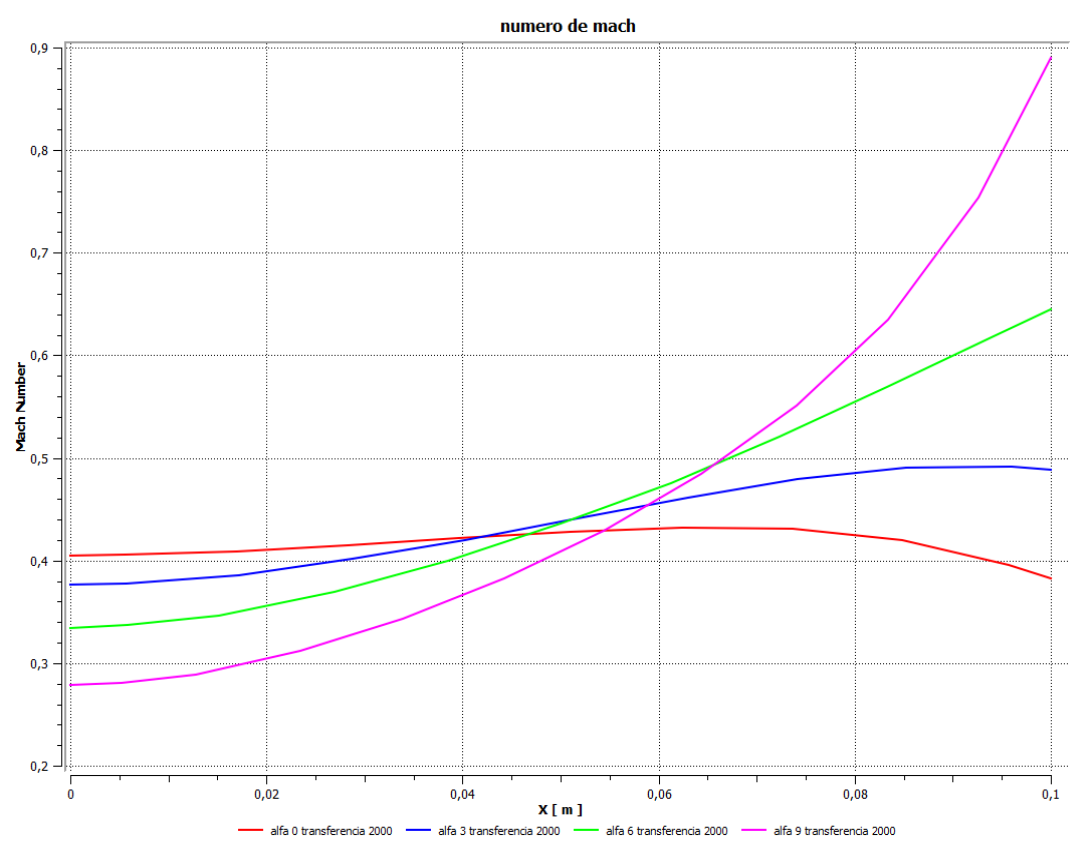


Figura 4.118. Número de Mach para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

En la figura 4.18 el valor del número de Mach alcanza su condición crítica más rápidamente en la tobera cuyo ángulo de convergencia es $\alpha = 9^\circ$, sin embargo la tendencia es a realizarlo con mayor velocidad cuando se incrementa la cantidad de calor Q , lo mismo ocurre con el resto de los ángulos, sólo que a la salida es menor el valor del número de Mach a medida que se reduce el ángulo de convergencia.

4.5.4.1 Curvas para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con los distintos ángulos de convergencia.

- En la figura A.45 el incremento de la cantidad de calor Q desde un valor de 20 kW/m^2 a 400 kW/m^2 no afecta considerablemente el comportamiento de las gráficas de velocidad, es decir el desempeño del fluido es el mismo a lo largo de la tobera, así como las velocidades tanto a la entrada como a la salida.
- En la figura A.46 el aumento del Q a un valor de 400 kW/m^2 produce muy pocas variaciones en las propiedades de salida del fluido, apenas la variación de la temperatura es de 1 K por lo tanto la cantidad de calor afecta muy poco el estado del fluido dentro de la tobera.
- En la figura A.47 se observa el mismo comportamiento gráfico que se presentaban con un calor $Q= 20 \text{ kW/m}^2$ por lo tanto la variación de las propiedades del fluido dentro de la tobera son muy pocas por acción del calor.
- En la figura A.48 se observa prácticamente el mismo comportamiento de la velocidad, esto por ser dos variables que están directamente relacionadas, el número de Mach varía desde un $0,4$ hasta un $0,28$ cuando se incrementa el ángulo α desde 0° hasta los 9° , sin embargo aumenta desde un $0,4$ hasta un $0,9$ a la salida de la tobera alcanzando casi la condición crítica a la salida para una tobera de 9° de convergencia.
- . En la figura A.49 la velocidad a la entrada disminuye a medida que aumenta el ángulo α , aun cuando el calor Q aumenta esta tendencia es la misma, a la salida ocurre todo lo contrario la velocidad se incrementa para las mismas condiciones de estudio.
- En la figura A.50 la gráfica muestra la disminución de la temperatura del fluido a medida que atraviesa la tobera, ésta variación de temperatura se hace cada vez menor a medida que se incrementa el

ángulo de convergencia α desde 0° hasta 9° , sin importar el aumento de la cantidad de calor Q , ya que este comportamiento es similar al caso de un $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ lo cual es un claro indicativo que el calor no influye considerablemente sobre las propiedades del fluido.

- En la figura A.51 la gráfica muestra una variación de la presión a la entrada de la tobera, esta presión disminuye a medida que el ángulo α aumenta. De igual manera esta presión disminuye a medida que el fluido atraviesa la tobera hasta alcanzar la presión de salida igual a la atmosférica.
- En la figura A.52 el número de Mach a la entrada disminuye a medida que aumenta el ángulo de convergencia y de igual manera se incrementa a la salida, alcanzando la condición crítica más rápidamente cuando el ángulo $\alpha= 9^\circ$, por lo tanto la reducción de área a la salida produce un rápido incremento en la velocidad del fluido.

4.5.5 Representación gráfica de la relación de presiones P/P_0 .

Las relaciones de presiones P/P_0 en la tobera cuya rugosidad absoluta es nula se observa en la figura 4.119.

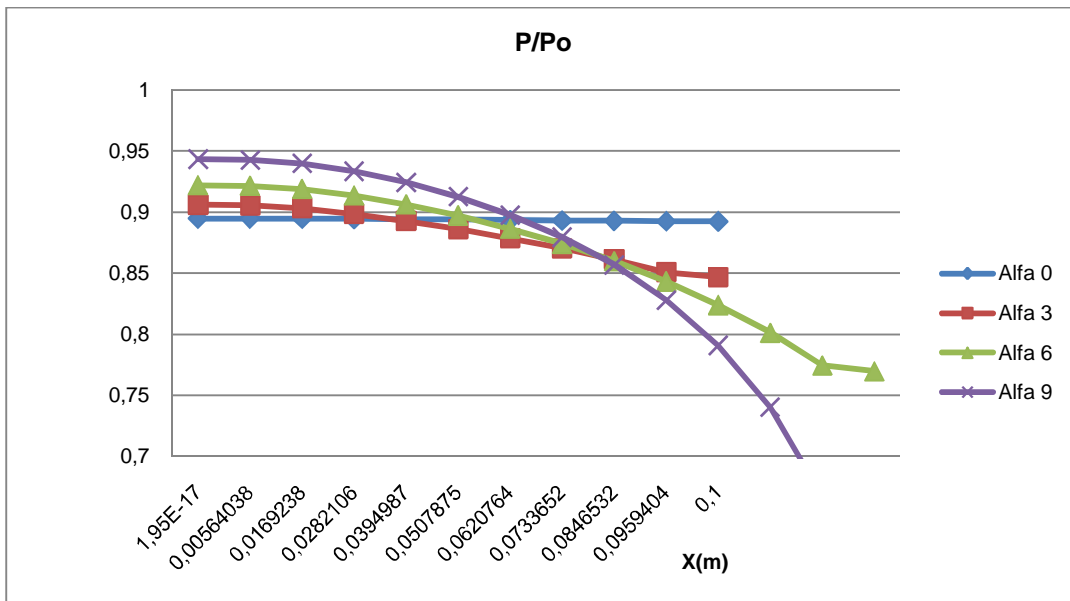


Figura 4.119. Relación P/P_0 para una tobera sin fricción.

Las relaciones de presiones P/P_0 en la tobera cuya rugosidad absoluta es $\epsilon = 0,25$ mm se observa en la figura 4.120.

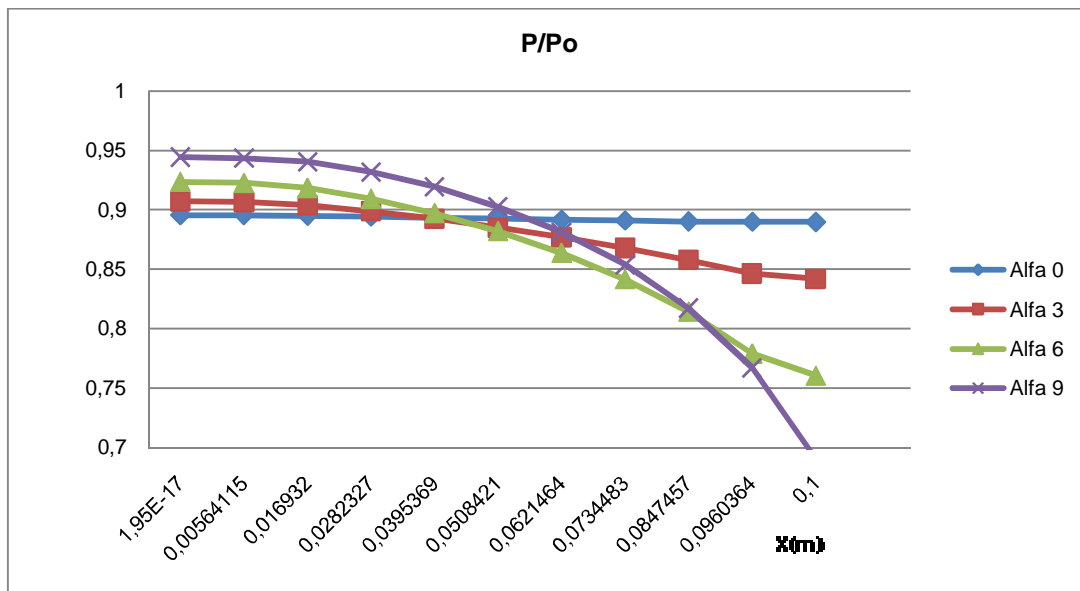


Figura 4.120. Relación P/P_0 para una tobera con $\epsilon = 0,25$ mm.

Las relaciones de presiones P/P_0 en la tobera cuya rugosidad absoluta es $\epsilon = 1,27$ mm se observa en la figura 4.121.

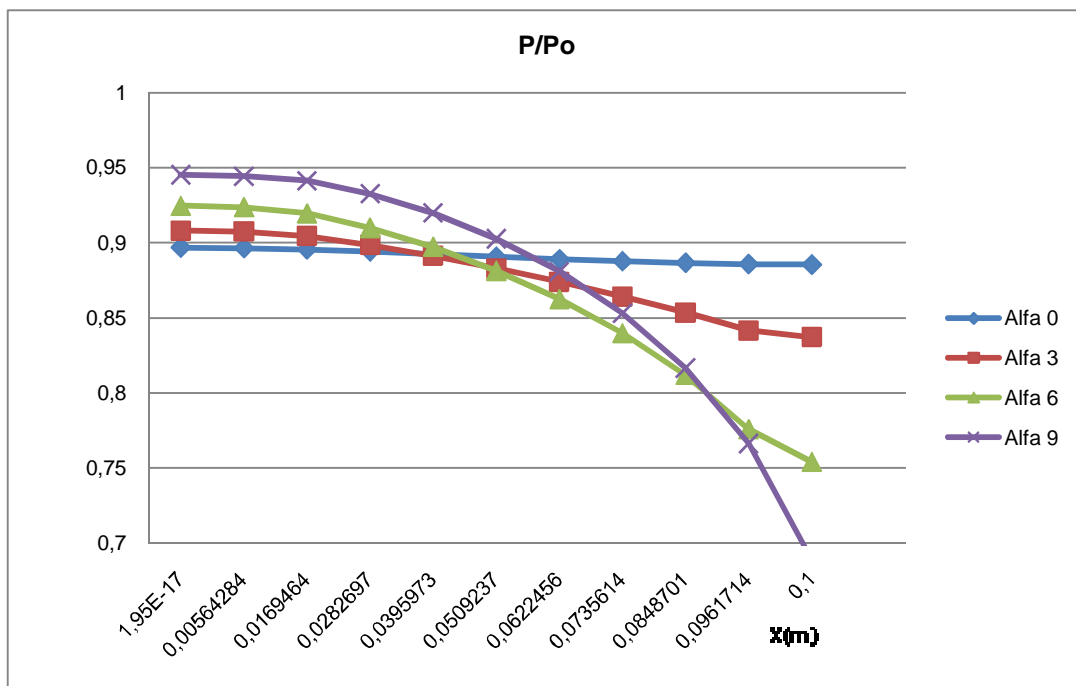


Figura 4.121. Relación P/P_0 para una tobera con $\epsilon = 1,27$ mm.

En las figuras 4.119, 4.120 y 4.121 se observa que la relación P/P_0 presenta una variación decreciente a medida que se aumenta el ángulo de convergencia, cuando el ángulo es 0° el comportamiento de la relación P/P_0 es casi lineal y a medida que aumenta el ángulo hasta los 9° la gráfica decrece rápidamente al pasar el fluido por la tobera. La relación P/P_0 alcanza un valor máximo de 0,95 a la entrada de la tobera y un mínimo a la salida de la misma, cuando la tobera presenta el máximo valor de $\alpha=9^\circ$, sin embargo, estos valores son indicativos de la permanencia del fluido dentro del régimen subsónico ya que no pasa el valor de la unidad. El incremento de la rugosidad absoluta desde 0,0025 hasta 0,0125 no afecta considerablemente los valores de P/P_0 , el incremento está por el orden del 1%, por lo tanto el aumento de la rugosidad no afecta el comportamiento tanto como lo hace el incremento del ángulo α .

Las relaciones de presiones P/P_0 en la tobera cuya cantidad de calos es 20 kW/m^2 se observa en la figura 4.122.

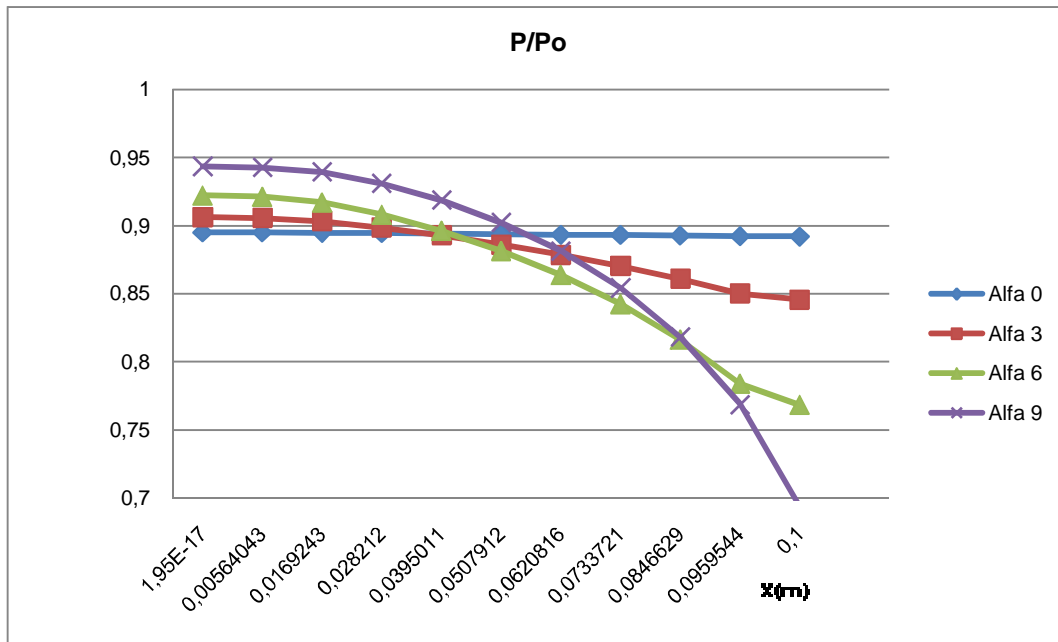


Figura 4.122. Relación P/P_0 para una tobera con $Q= 20 \text{ kW/m}^2$.

Las relaciones de presiones P/P_0 en la tobera cuya cantidad de calos es 400 kW/m^2 se observa en la figura 4.123.

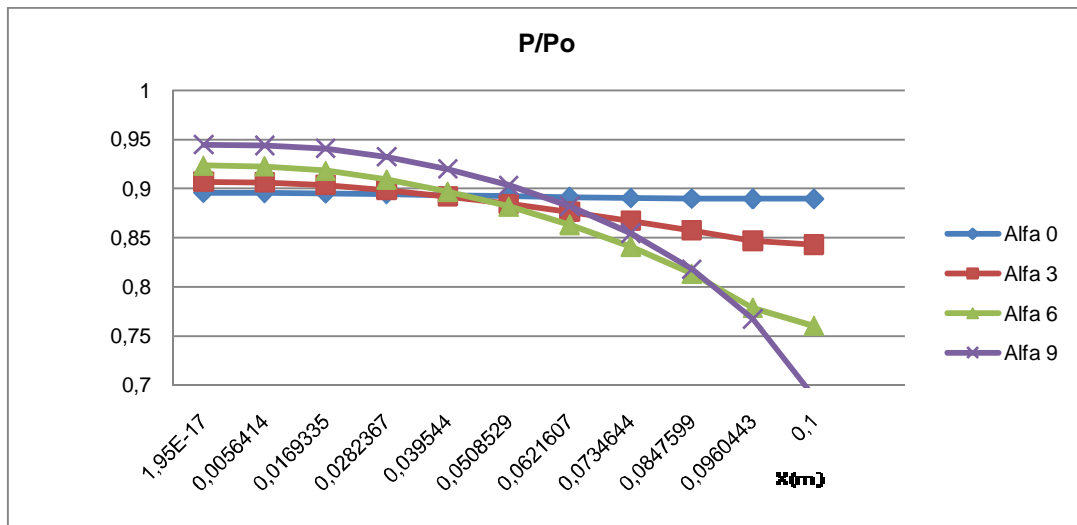


Figura 4.123. Relación P/Po para una tobera con $Q= 400 \text{ kW/m}^2$.

Las relaciones de presiones P/P_0 en la tobera cuya cantidad de calos es 1200 kW/m^2 se observa en la figura 4.124.

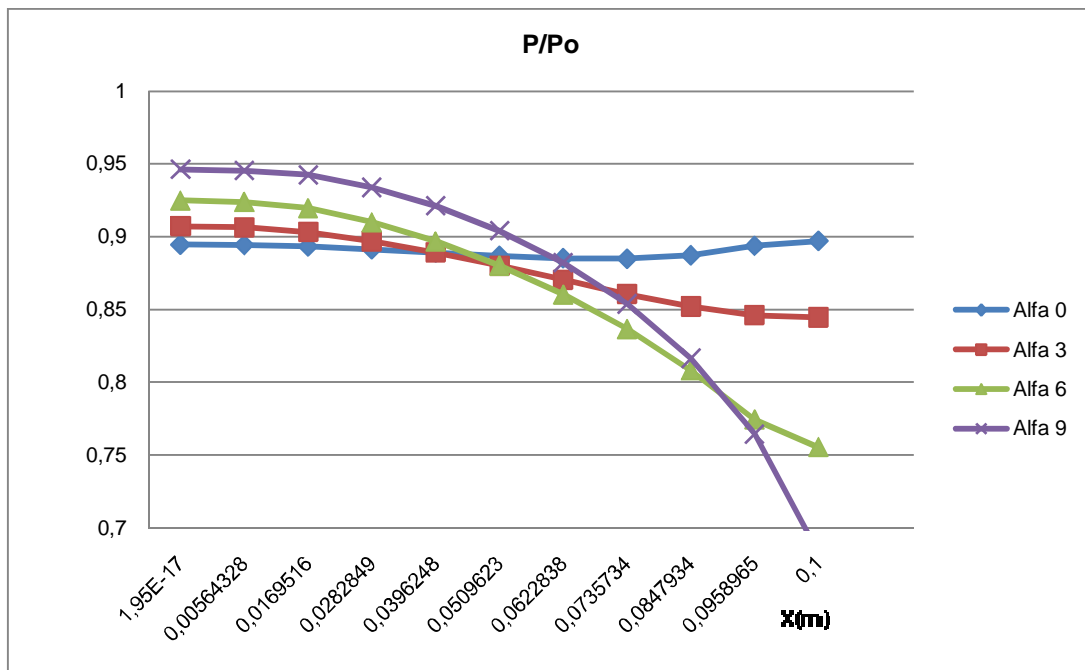


Figura 4.124. Relación P/Po para una tobera con $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$.

Las relaciones de presiones P/P_0 en la tobera cuya cantidad de calos es 2000 kW/m^2 se observa en la figura 4.125.

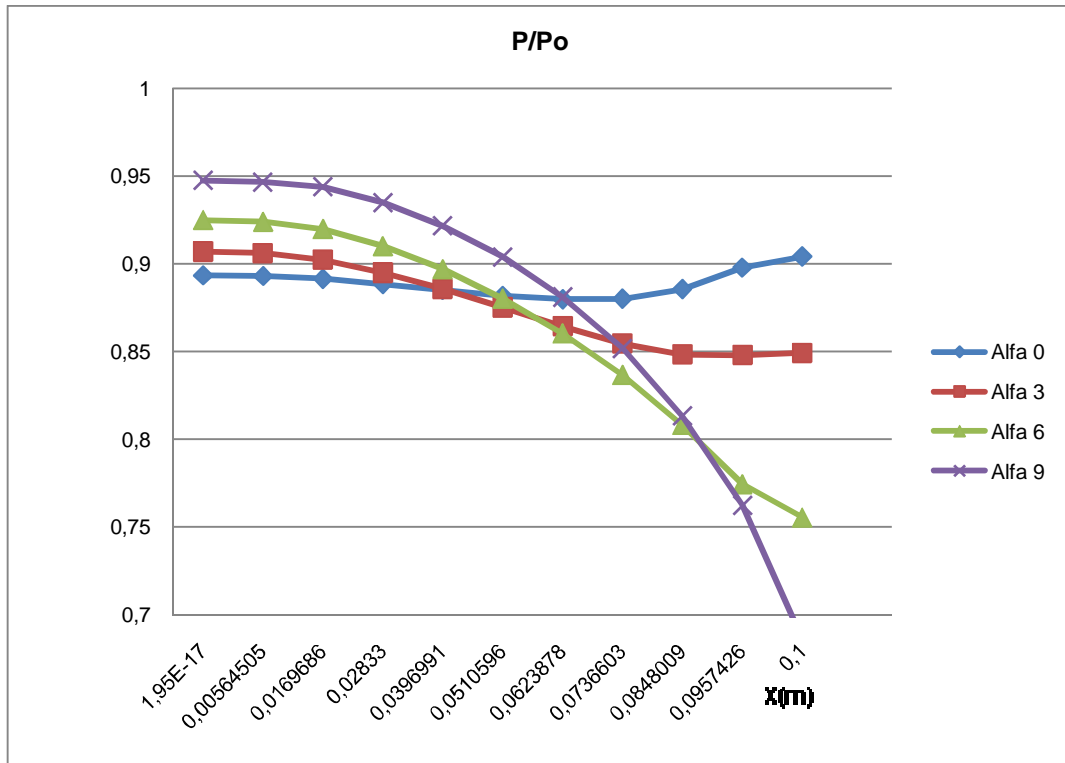


Figura 4.125. Relación P/Po para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

En las figuras 4.122, 4.123, 4.124 y 4.125 se observa un comportamiento similar al estudio con rugosidad absoluta, esto debido a que el desempeño del fluido es prácticamente el mismo. La variación de la cantidad de calor desde los 20 kW/m^2 hasta los 2000 kW/m^2 no afecta la tendencia de P/Po. ya que para cada valor de Q esta varia apenas en un 2%, el comportamiento se ve más alterado a la hora de cambiar los ángulos de convergencia de la tobera, ya que de un comportamiento lineal para un $\alpha= 0^\circ$ cambia a una curva completamente decreciente desde la entrada de la tobera con un valor de 0,95 hasta los 0,7 a la salida conservándose así el régimen de flujo subsónico.

4.5.6 Efecto del flujo de calor en el comportamiento del fluido dentro de la tobera.

Las curvas de presión para $\alpha=9$ y los distintos valores de cantidad de calor, se observan en la figura 4.126.

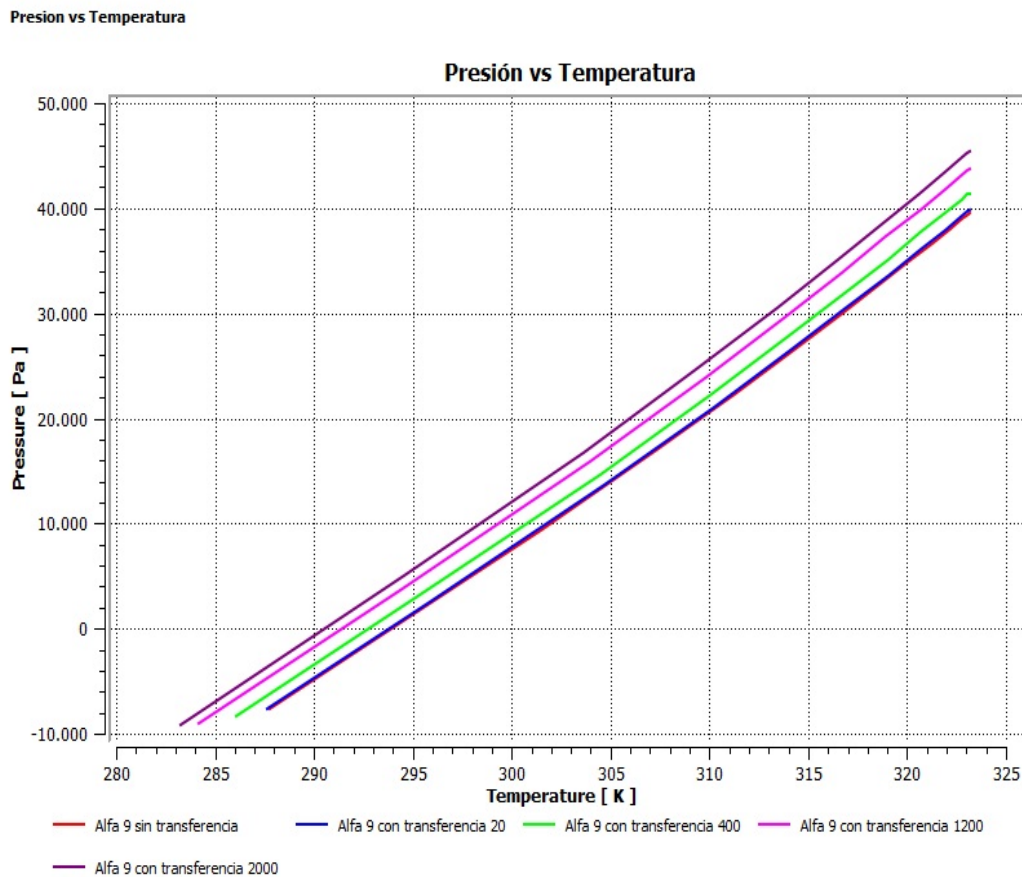


Figura 4.126. Presión vs temperatura para una tobera con $\alpha=9$.

En la figura 4.126 se puede observar claramente que el comportamiento de la presión vs la temperatura presenta una tendencia casi lineal, a medida que se incrementa la cantidad de calor suministrado al fluido, la presión a la entrada también se incrementa desde unos 40kPa hasta casi los 46 kPa. De igual manera la temperatura a la salida disminuye a medida que se incrementa la cantidad de calor. Ésta tendencia es la misma para todas las toberas sin importar el ángulo de convergencia, ya que

al incrementar α desde los 3° hasta los 9° solo se verán afectadas las presiones a la entrada y las temperaturas a la salida.

Las curvas de velocidad para $\alpha=9$ y los distintos valores de cantidad de calor, se observan en la figura 4.127.

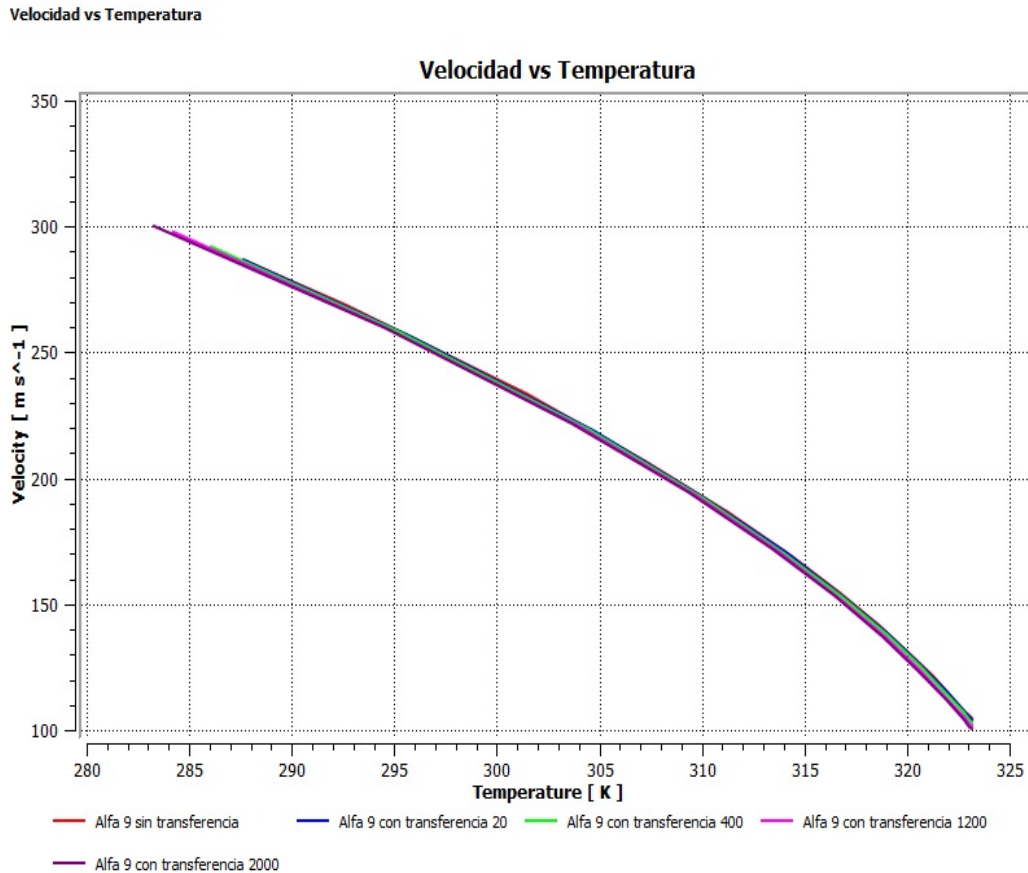


Figura 4.127. Velocidad vs temperatura para una tobera con $\alpha=9$.

En la figura 4.127 se observa como el fluido presenta prácticamente el mismo comportamiento de la velocidad sin importar el calor suministrado, solo se aprecia una variación en la temperatura de salida del fluido, cuando la cantidad de calor es de 2000 kW/m² la temperatura de descarga unos 283 K, mientras presenta un valor de 288 K cuando apenas se le suministran 20 kW/m² al aire que atraviesa la tobera.

Las curvas del número de Mach para $\alpha=9$ y los distintos valores de cantidad de calor, se observan en la figura 4.128.

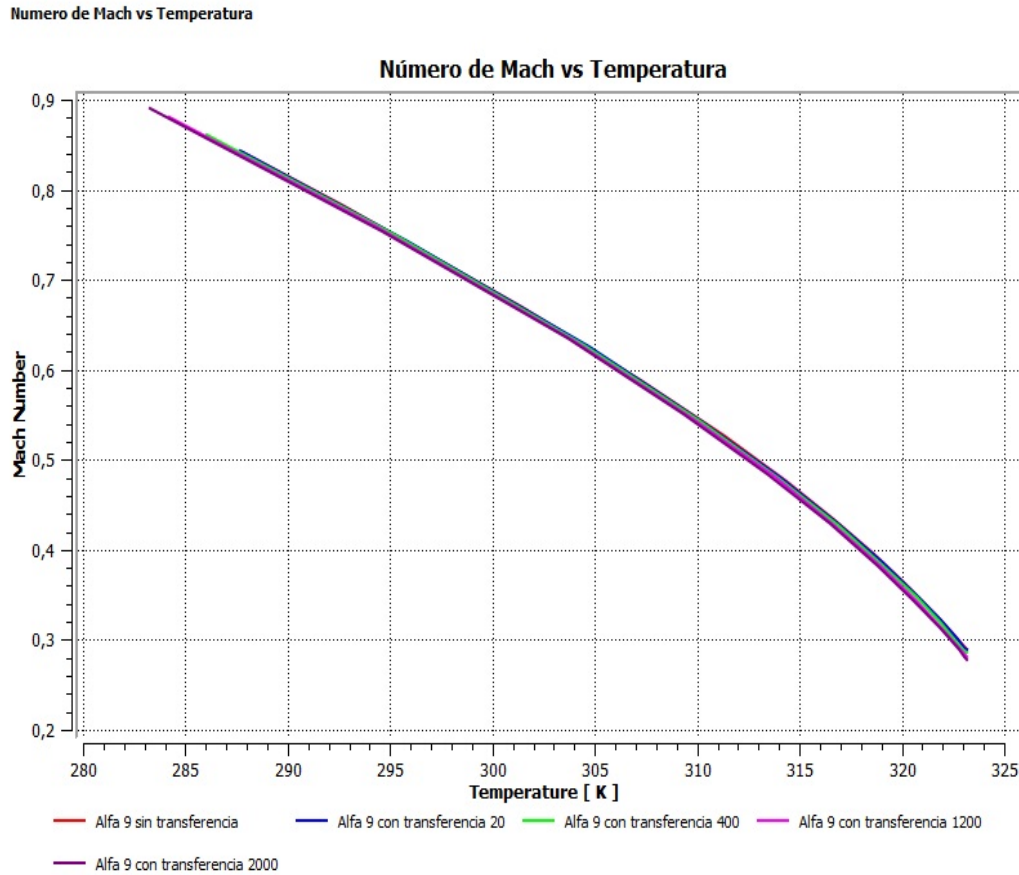


Figura 4.128. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $\alpha=9$.

En la figura 4.128 la temperatura de entrada del fluido es de 323 K sin importar la cantidad de calor, sin embargo la temperatura a la salida va desde los 287 K cuando se suministra 20kW/m² de calor hasta los 283 k cuando hay 2000 kW/m² de calor. De igual manera el número de Mach a la entrada es el mismo independientemente del calor pero varía a la descarga muy poco entre los 0,84 hasta los 0,9. El comportamiento de esta grafica es similar al de la velocidad por estar directamente relacionadas ambas variables.

Las curvas de presión para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ y los distintos valores de ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.129.

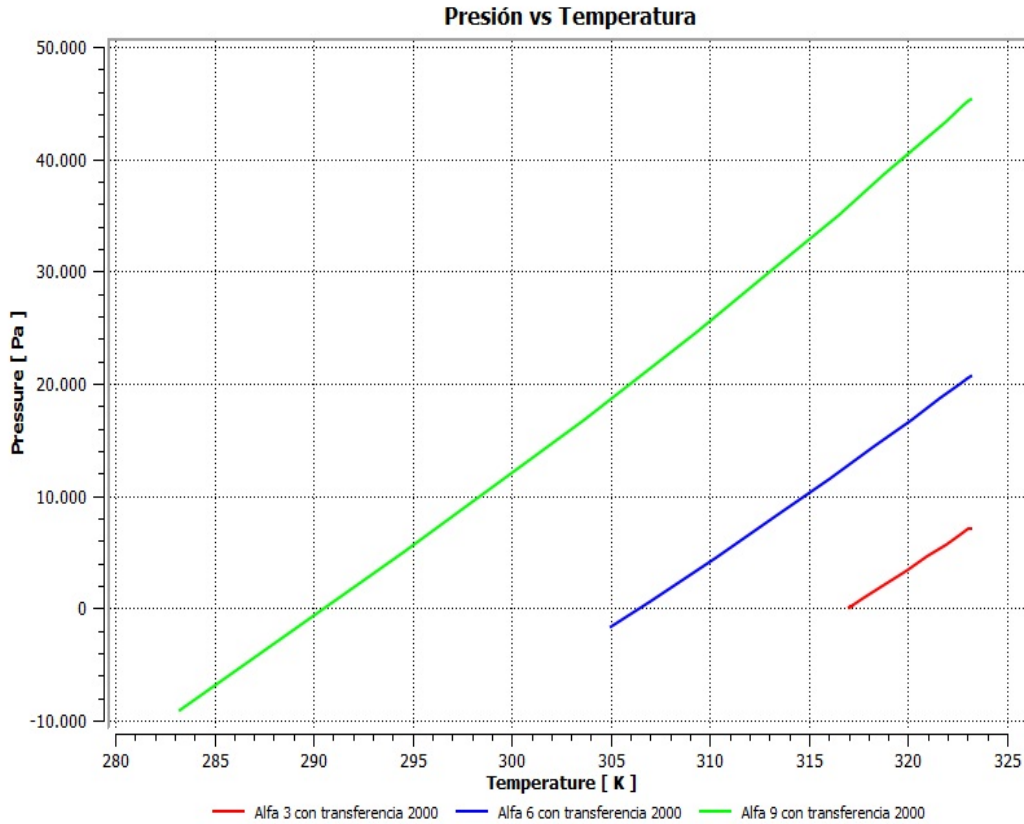


Figura 4.129. Presión vs temperatura para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

En la figura 4.129 se muestra como la variación del ángulo de convergencia desde los 3° hasta los 9° , influye en el comportamiento de la presión aun cuando la cantidad de calor suministrado es el mismo, a menor ángulo de convergencia la variación de calor es menor apenas de unos 6 K , mientras que para la tobera con un ángulo de 9° la variación va desde los 325 K hasta los 283 K a la salida de la tobera, de igual manera la presión se ve afectada presentando una gran variación en la tobera cuyo ángulo α es de 9° .

Las curvas de velocidad para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ y los distintos valores de ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.130.

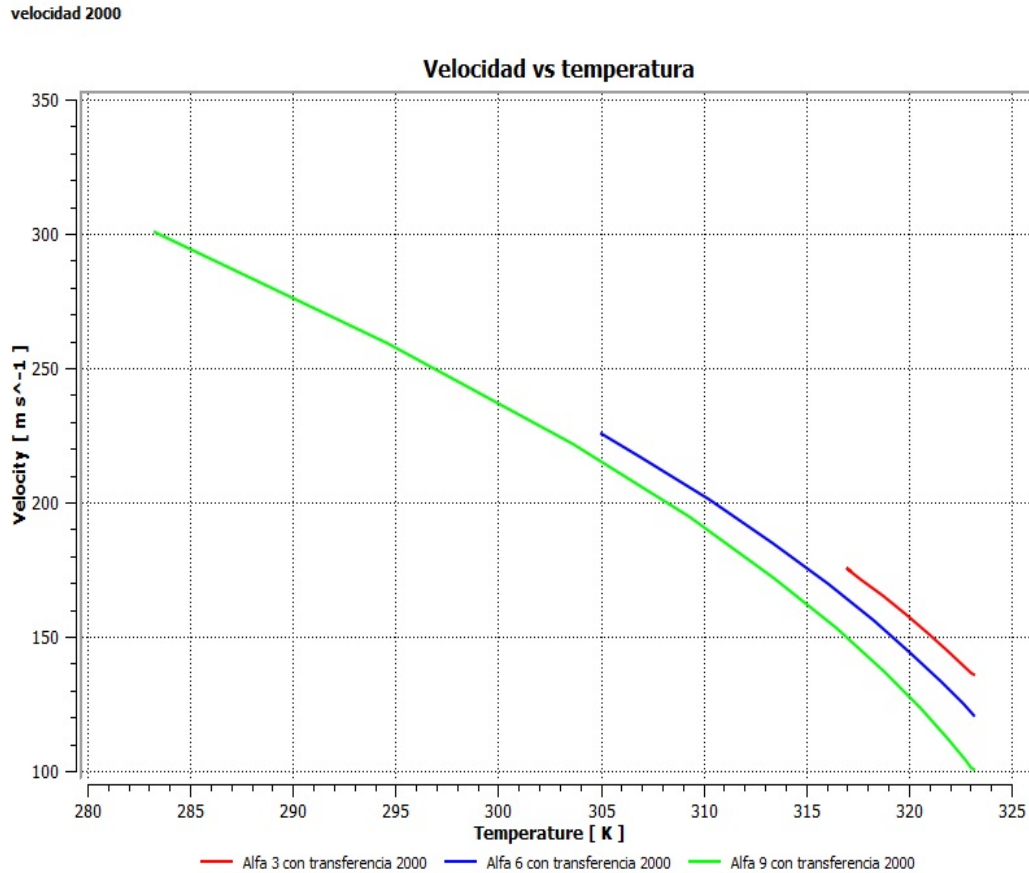


Figura 4.130. Velocidad vs temperatura para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

En la figura 4.130 se observa que el incremento del ángulo de convergencia influye en la velocidad tanto de entrada como de salida, cuando el ángulo $\alpha=3^\circ$ la temperatura varia apenas 6 K al igual que solo cambia la velocidad en 40 m/s, mientras que para $\alpha=9$ la temperatura va desde los 324 K hasta los 283 K a la entrada y la velocidad desde los 100 m/s aproximadamente hasta los 300 m/s a la salida de la tobera.

Las curvas del número de Mach para $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$ y los distintos valores de ángulos de convergencia, se observan en la figura 4.131.

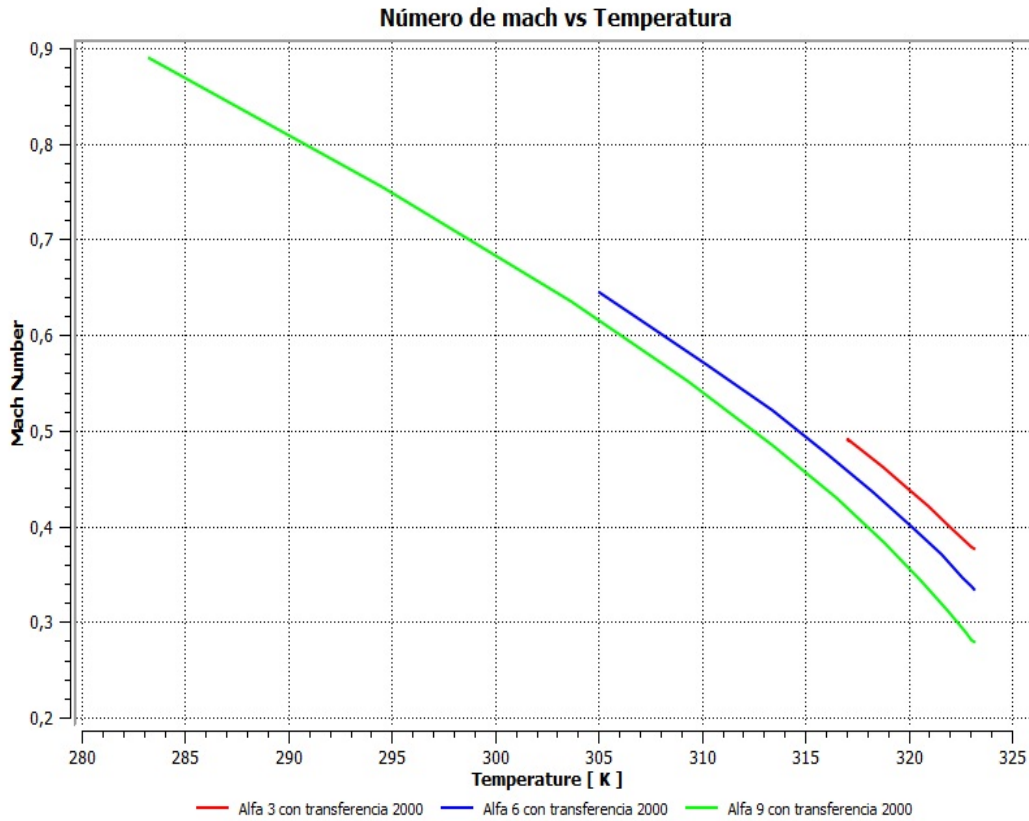


Figura 4.131. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

En la figura 4.131 se aprecia prácticamente el mismo comportamiento que la gráfica de velocidad, esto debido a que son dos variables que están directamente relacionadas. El número de Mach para el caso de $\alpha=9^\circ$ como se puede apreciar a la salida es de 0,9, mientras que para $\alpha=3$ es de 0,5, este comportamiento se debe al incremento de la velocidad por acción de la reducción del área a la salida.

El resto de las curvas para los demás casos de estudio se pueden apreciar en el apéndice A, presentando las mismas tendencias que las curvas antes analizadas, con la variación de algunos valores de temperatura,

presiones, velocidades y números de Mach, todo esto a causa de los cambios de ángulos entre los 3° y los 9° , así como las variaciones de la cantidad de calor entre los 20 kW/m^2 y los 2000 kW/m^2 .

4.6 Análisis de resultados.

Se hace un análisis de los resultados obtenidos empleando la metodología CFD, evaluando los resultados para cada simulación y comprobando su validez dentro del campo físico.

4.6.1 Generación del dominio.

- La geometría, al ser generada por el software de diseño CAD, y al estar basada en una geometría real de una tobera, no requirió el ajuste de los parámetros como la verificación de caras, ángulos cerrados y ejes, por lo que no fue de gran dificultad la generación de la misma.
- Los valores de verificación del mallado son correctos como se puede observar en las tablas 4.1 a 4.4, no se requirió realizar ajustes en los mallados previos a la simulación, durante la generación del mallado los parámetros fueron verificados por el software de simulación CFD para evitar problemas de convergencia.

4.6.2 Selección del modelo de turbulencia.

- En la tabla 4.6 se observa que al comparar los resultados obtenidos para ambos modelos, el tiempo de cómputo para cada modelo de turbulencia es prácticamente el mismo, ya que la geometría no presenta complejidad alguna por lo tanto la selección del modelo de turbulencia está basado en el tiempo de solución del programa..

- En las figuras 4.5 y 4.6 se observa el comportamiento del imbalance para el modelo de Kappa-Épsilon, donde se aprecia que para $\alpha = 9^\circ$ y $Q = 2000 \text{KW/m}^2$ se logra la convergencia para un número de iteraciones de 40, lo que da un claro indicativo del cumplimiento de las leyes de conservación por lo tanto el estudio de cada caso a realizar se basa en el modelo de turbulencia Kappa-Épsilon.

4.6.3 Convergencia de la simulación.

- En las figuras 4.7 a 4.54 se observan las gráficas de convergencia para las ecuaciones de masa, momento y turbulencia debido al flujo de aire a través de la tobera. Estas ecuaciones convergen para el criterio seleccionado de $\text{RMS}_{\text{max}} = 1 \cdot 10^{-6}$, a excepción de las ecuaciones de turbulencia que no están sujetas al criterio de convergencia de RMS_{max} . Estas ecuaciones se tratan de manera diferente, donde la convergencia se evalúa a partir del valor RMS alcanzado al converger las demás ecuaciones, y el resultado obtenido es de una convergencia satisfactoria. Este criterio se utiliza de igual manera para las demás simulaciones.
- Las gráficas de convergencia para una $\epsilon = 0,25 \text{ mm}$ se comportan de manera similar a las de $\epsilon = 1,27 \text{ mm}$, con la diferencia que la convergencia se alcanza para un mayor número de iteraciones para rugosidades más altas, esto es un indicativo de la dificultad de aproximar una solución correcta a medida que la rugosidad y el ángulo α aumenta.
- Para la simulación con ángulo $\alpha = 9$ y transferencia de calor Q , la obtención de la convergencia fue de mayor dificultad, encontrándose inestabilidad a lo largo de todas las iteraciones hasta alcanzar las 250 iteraciones, que es donde comienza la caída de los valores RMS. La simulación alcanza el máximo de iteraciones establecido,

aun cuando los valores RMS de las ecuaciones no han alcanzado el criterio mínimo de convergencia. Esto no quiere decir que la solución no converge, si no que se necesita de un mayor número de iteraciones o un poder computacional más alto para alcanzar convergencias del orden de $RMS = 1 \cdot 10^{-6}$. Sin embargo los resultados del imbalance para esta simulación son menores al 0,1%, por lo que se puede deducir que los valores de RMS alcanzados son aceptables dentro de los parámetros de convergencia. Los resultados numéricos de las simulaciones realizadas se pueden apreciar en el apéndice A.

4.6.4 Comportamiento de las líneas de flujo en una tobera convergente.

- Revisando los resultados obtenidos en las figuras A.1 a A.16 y las figuras 4.55 a 4.70, se puede observar que al variar los ángulos α entre los 0° y los 9° la velocidad a la salida de la tobera se incrementa progresivamente, además que en todos los casos la temperatura a la salida de la tobera disminuye aun cuando todas tienen la misma temperatura de entrada, por otra parte a medida que se incrementa el ángulo α se requiere elevar la presión de entrada a la tobera para conservar las condiciones de borde y evitar que se altere el flujo másico y la temperatura de entrada del fluido, por otra parte el número de Mach presenta el mismo comportamiento que la velocidad por estar directamente relacionados, simultáneamente se puede observar que el aumento de la rugosidad absoluta de $\epsilon = 0,25$ mm a $\epsilon = 1,27$ mm no produce mayor alteración en las propiedades del fluido, sólo se observa un gran cambio cuando se realiza el estudio sin rugosidad y posteriormente se incrementa este valor.
- De las figuras A.17 a A.32 y las figuras 4.71 a 4.86, se puede acotar que para una misma cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$ la variación

del ángulo de convergencia α desde los 0° a los 9° provoca un incremento en la velocidad a la salida de la tobera, por otro lado el resto de las propiedades como presión, temperatura y número de Mach presentan el mismo comportamiento que las propiedades estudiadas al variar la rugosidad absoluta.

4.6.5 Visualización de resultados.

- En las figuras A.33 a A.36 y las figuras 4.87 a 4.98, se observa el comportamiento de las propiedades del fluido para las condiciones de rugosidad absoluta de $\epsilon = 0,25$ mm y $\epsilon = 1,27$ mm, estas propiedades varían a medida que se incrementa progresivamente el ángulo de convergencia α en 0° , 3° , 6° y 9° , cuando se está en presencia de un valor de $\alpha = 0^\circ$, el aumento de la rugosidad produce un comportamiento algo inestable en sus propiedades, esto debido a la corta longitud de la tobera, sin embargo a medida que se aumenta este ángulo hasta los 9° las propiedades como la velocidad, temperatura, presión y número de Mach se estabilizan progresivamente hasta alcanzar un comportamiento casi logarítmico, estas propiedades a medida que se aumenta el ángulo α se hacen prácticamente independientes del incremento de la rugosidad presentando los mismos valores de velocidad, temperatura, presión y número de Mach sin importar la rugosidad sobre todo cuando $\alpha = 9^\circ$.
- Evaluando los resultados observados en las figuras A.37 a A.40 y las figuras 4.99 a 4.102, el incremento del ángulo α para un mismo valor de rugosidad absoluta produce en la velocidad una disminución a la entrada de la tobera y un incremento a la salida de la misma, esto debido al incremento en la reducción del área de salida de la tobera que produce un aumento en la aceleración del fluido. De igual manera la temperatura disminuye aun mas su valor cuando aumenta α sin importar la temperatura a la entrada ya que esta presenta el

mismo valor para todos los casos de estudio. Otra propiedad que se ve bastante alterada es la presión de entrada de la tobera ya que ésta, tiene que aumentar su valor a la entrada para que se pueda cumplir con las leyes de conservación.

- En las figuras A.41 a A.44 y las figuras 4.103 a 4.110, se observa el comportamiento de las propiedades del fluido al variar las cantidades de calor conservando el ángulo α , la velocidad a medida que el aire atraviesa la tobera presenta un aumento en su valor como ya se sabe debido a la reducción del área, sin embargo este aumento de velocidad se hace mayor a medida que se incrementa el calor y se hace aun más pronunciado y estable con el aumento del ángulo α , hasta prácticamente arrojar los mismos valores de velocidad, es decir las graficas de velocidad para los distintos calores prácticamente se superponen. Este mismo comportamiento lo presenta el número de Mach por estar directamente relacionadas ambas variables. La temperatura y la presión disminuyen a medida que el flujo pasa por la tobera, cuando la tobera alcanza el ángulo $\alpha = 9^\circ$ el comportamiento de estas 2 propiedades prácticamente se hacen independientes de la variación de la cantidad de calor.
- En las figuras A.45 a A.51 y las figuras 4.111 a 4.118, la variación del ángulo α de 0° a un valor de 9° conservando una misma transferencia de calor Q produce en la velocidad del fluido una disminución progresiva en la entrada al aumentar este ángulo y un aumento de la velocidad de salida de la tobera, todo esto debido a la disminución del área de la sección transversal de la tobera. Por otra parte la temperatura parte de un mismo valor a la entrada de la tobera para todos los ángulos α y disminuye sus valores aun mas a la salida cuando se incrementa el ángulo de convergencia de la tobera. La presión si presenta una variación a la entrada de la tobera

aumentando su valor para posteriormente caer a la presión atmosférica a la salida, todo esto solamente por acción de la variación del ángulo α porque al variar el calor la mayoría de las propiedades se conserva.

- En las figuras 4.126 a la 4.131, las variaciones de las propiedades velocidad, presión y número de Mach respecto a la temperatura muestran como el fluido se ve afectado por la cantidad de calor que se le suministra al mismo. La variación de temperatura se ve afectada a mayor escala por la variación del ángulo de convergencia α mas que por la cantidad de calor que se le suministra al aire, todo debido al incremento de la velocidad producto de la reducción del área a la salida de la tobera.

Conclusiones

- Con el uso de las gráficas de convergencia e imbalance obtenidas de cada estudio se demostró que los resultados obtenidos tienen validez en el campo de las leyes de la física.

- El flujo de fluido a través de una tobera se ve afectado por el ángulo de convergencia de la misma, aun cuando las propiedades presenten el mismo comportamiento gráfico, sus valores se verán afectados por este ángulo, ya que el incremento del ángulo de convergencia implica una reducción del área de salida de la tobera produciendo así siempre un aumento en la velocidad y el número de Mach siempre y cuando el régimen de flujo sea subsónico, de igual manera producirá un descenso en la temperatura y la presión.

- El aumento de la rugosidad absoluta en una tobera no afecta considerablemente la variación de las propiedades del fluido, en especial cuando el ángulo de convergencia de la misma es pronunciado, esto debido a la reducción del área que produce un incremento de la velocidad cada vez mayor por lo tanto, el fluido se ve menos afectado por la superficie de la tobera.

- El fenómeno de la transferencia de calor en una tobera produce variaciones muy bajas por el orden del 5% en las propiedades del fluido que la atraviesa aun cuando su ángulo de convergencia es bajo $\alpha=3^\circ$, el aumentar el calor en una tobera con un ángulo de convergencia $\alpha=3^\circ$ genera variaciones en la velocidad, temperatura, presión y número de Mach considerables, sin embargo cuando este ángulo se incrementa hasta $\alpha=9^\circ$, las variaciones en dichas propiedades se hacen cada vez menores por el

orden del 1% hasta alcanzar prácticamente una independencia del calor cuando se está en presencia de ángulos más altos, es decir no importa cuánto se aumente la cantidad de calor transferido, siempre el fluido tendrá las mismas propiedades por su puesto siempre y cuando la cantidad de calor no produzca un cambio de régimen en el fluido.

- El flujo de calor suministrado a la tobera produce en el fluido una variación de la temperatura a la descarga del mismo, así como el incremento en la presión tanto de entrada a la tobera como de salida. La velocidad del fluido prácticamente permanece invariable como acción de la cantidad de calor, esta velocidad es afectada en mayor proporción por la variación del ángulo de convergencia más que por la cantidad de calor.

- El ANSYS CFX, es un software robusto, sencillo y práctico, que incluye los modelos matemáticos más avanzados, entre éstos los utilizados en esta investigación para predecir el comportamiento del fluido dentro de una tobera aplicando rugosidad absoluta y transferencia de calor, estudios que son casi imposibles de realizar mediante la matemática convencional, ya que las leyes que definen estos fenómenos sólo se pueden resolver al aplicarlas directamente en conductos, es decir, secciones que no presenten variación de área, al realizar el estudio de estos fenómenos a una tobera real se debe recurrir a métodos numéricos para desarrollar dichas soluciones.

- Para aumentar la gama de posibilidades de este estudio se requiere de un poder computacional mayor al utilizado, esto con el fin de reducir tiempo de cálculo y poder refinar aun más el mallado de los modelos y de esta manera variar los casos de estudio aumentando los posibles fenómenos.

Recomendaciones

- Expandir la investigación al área de fluidos reales ya que este estudio se limitó a aire como gas ideal.
- Realizar este mismo estudio para otro tipo de toberas como convergente-divergente u otros instrumentos como lo son los difusores.
- Crear un banco de ensayos para toberas y difusores donde se puedan realizar el estudio de un fluido compresible y de esta manera comparar los resultados experimentales con los hechos mediante herramientas computacionales para futuras validaciones de otras simulaciones.
- Crear un laboratorio para realizar investigaciones de tipo CFD en la facultad con capacidad computacional acorde a los estudios a realizar, para así desarrollar una mayor cantidad de estudios de este tipo y así fomentar el incentivo en el colectivo estudiantil hacia nuevas áreas de investigación.
- Crear una cátedra que permita al estudiante entrar en contacto con este tipo de investigaciones de CFD, para evitar que el primer contacto que tenga sea al momento de realizar una investigación mayor como un proyecto de grado.

Referencia Bibliográfica

- [1] ANSYS-CFX. Release 11.0 (2007). Disponible. ANSYS CFX-Solver Theory Guide.
- [2] Cengel, Yunus; Cimbala Jhon. (2006). "Mecánica de fluidos". Primera edición.
- [3] Streeter Victor; Wylie Benjamin (1991). "Mecánica de fluidos". Octava edición. McGraw Hill.
- [4] R. Peyret (1996). "Handbook of Computational Fluid Mechanics". Primera edición.
- [5] Kröner Dietmar, Mai Dug Thanh (2006). "Numerical solutions to compressible flows in a nozzle with variable cross-section". vol. 43, nº2, pp. 796-824.
- [6] Pongjet Promvonge, Smith Eiamsa-Ard (2006). "Heat transfer and turbulent flow friction in a circular tube fitted with conical-nozzle turbulators". Volume 34, Issue 1, January 2007, Pages 72-82.
- [7] Alper Ozalp A. (2006). "Numerical analysis of choked converging nozzle flows with surface roughness and heat flux conditions". Vol. 31, Part 1, February 2006, pp. 31-46.
- [8] Kammash & Godfroy (1997). "An open cycle gas core fusion rocket for space exploration". Volume 41, Issues 4-10, August-November 1997, Pages 229-237.
- [8] Frank P. Incropera, David P. De Witt (1990). "Fundamento De Transferencia De Calor". Cuarta edición. Pearson.

APÉNDICE

Se presentan valores estadísticos pertenecientes a cada simulación así como los datos de las distintas graficas de relaciones.

Apéndice A

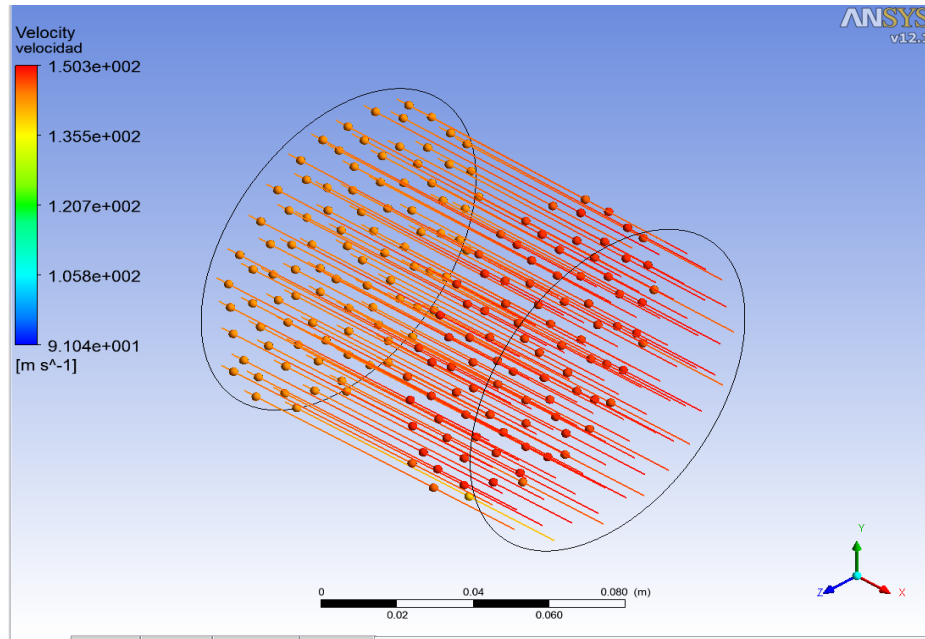


Figura A.1 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha = 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm,

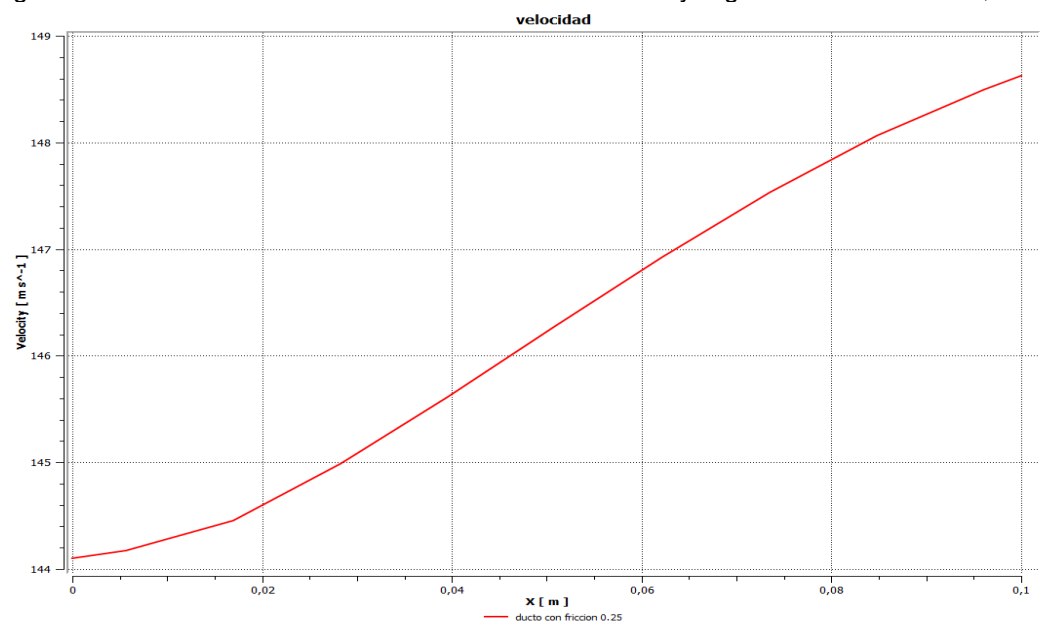


Figura A.2. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha = 0$ y rugosidad absoluta $\epsilon = 0,25$ mm.

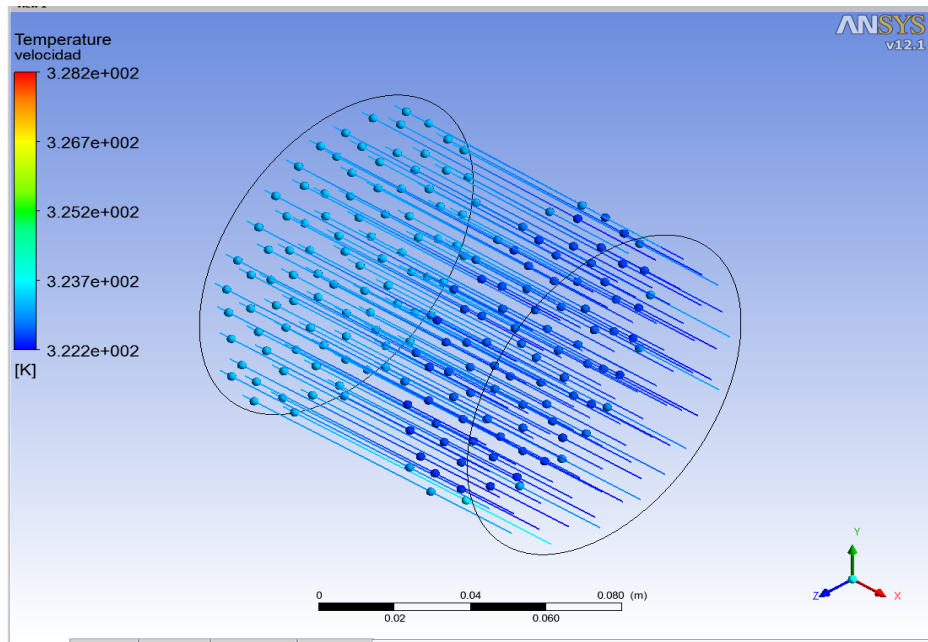
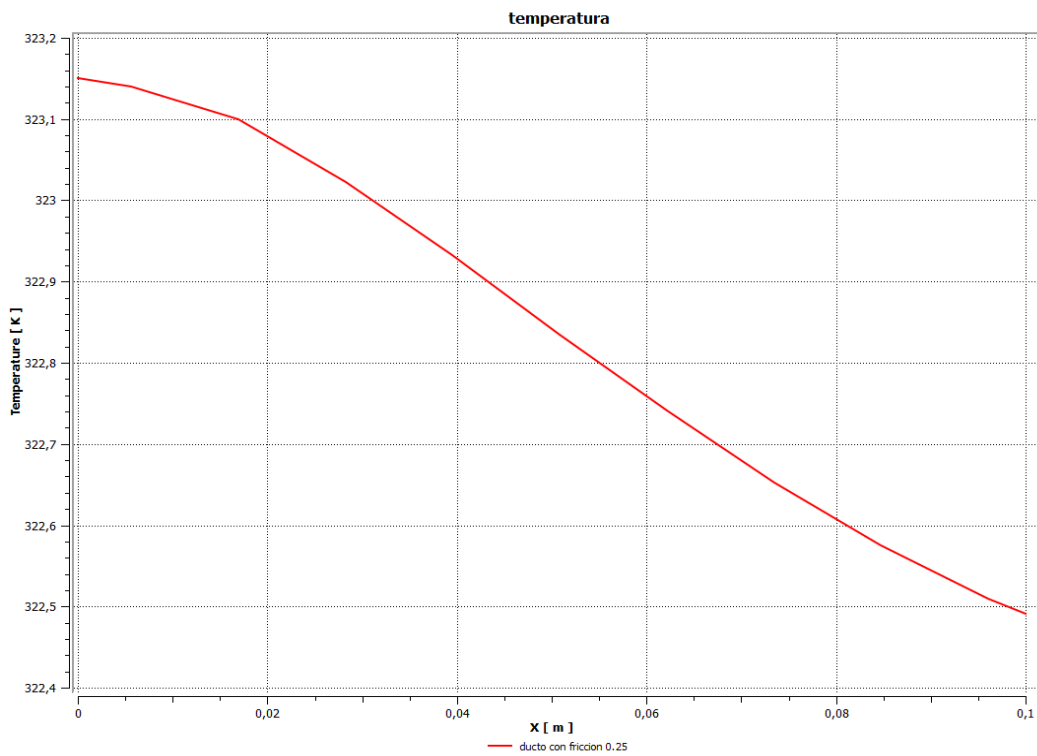


Figura A.3 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.



FiguraA.4. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

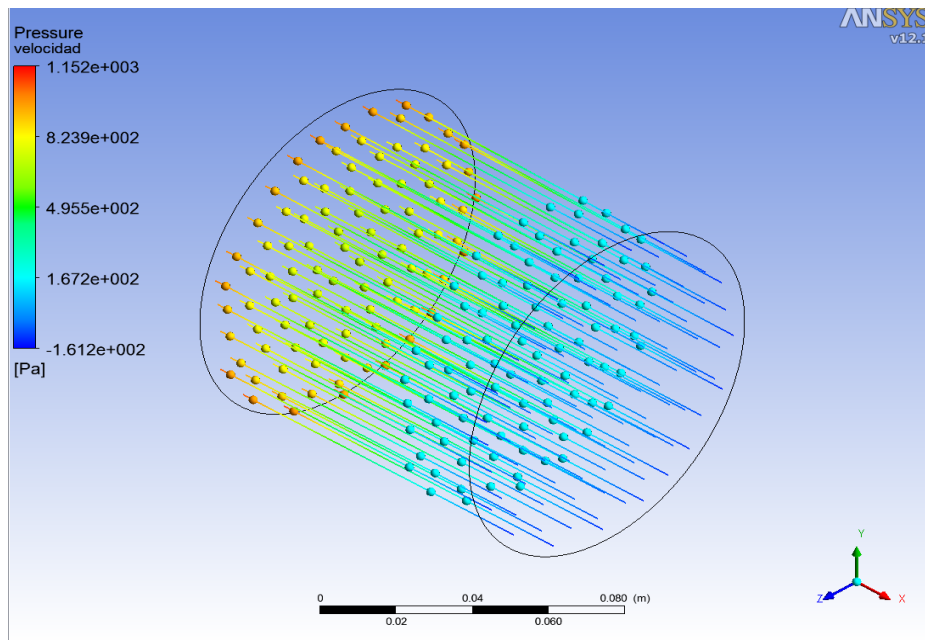


Figura A.5 Distribución de la presión en el dominio $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

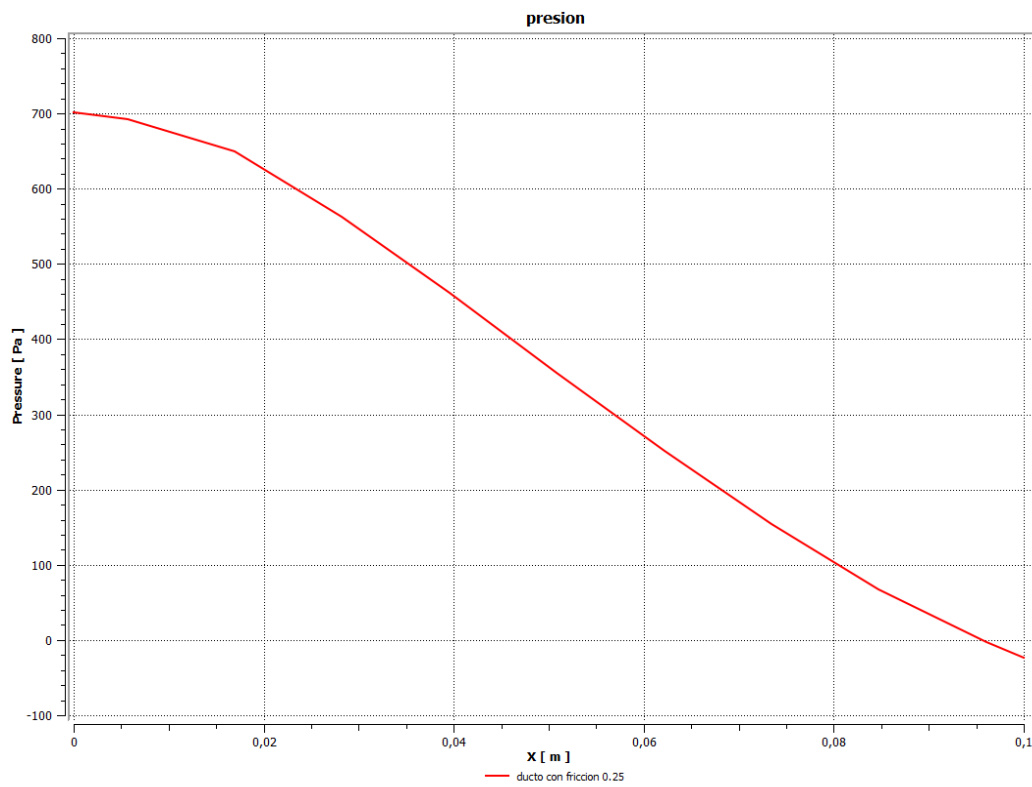


Figura A.6. Presión vs posición en el dominio $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

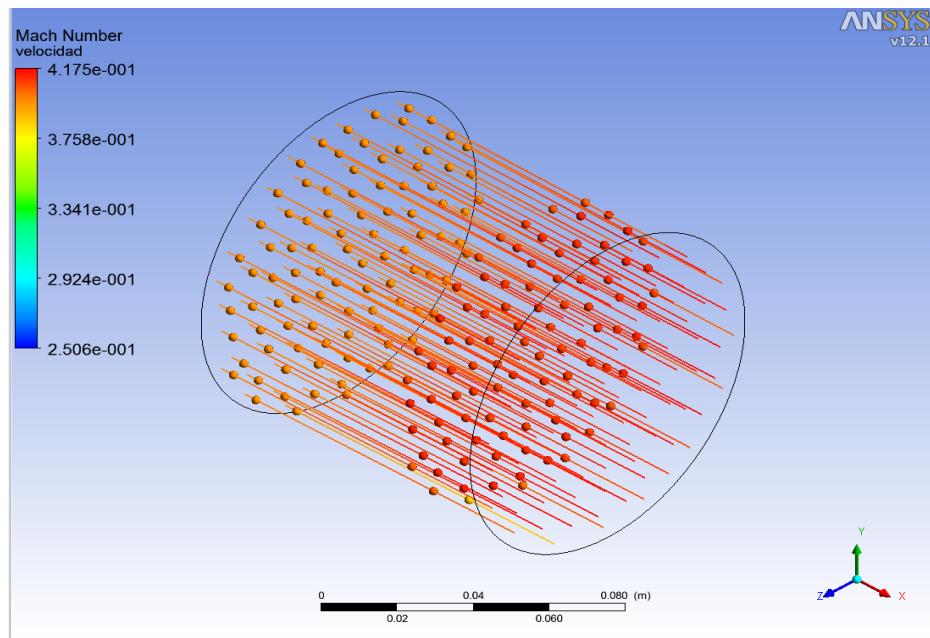


Figura A.7 Distribución del número de Mach en el dominio $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

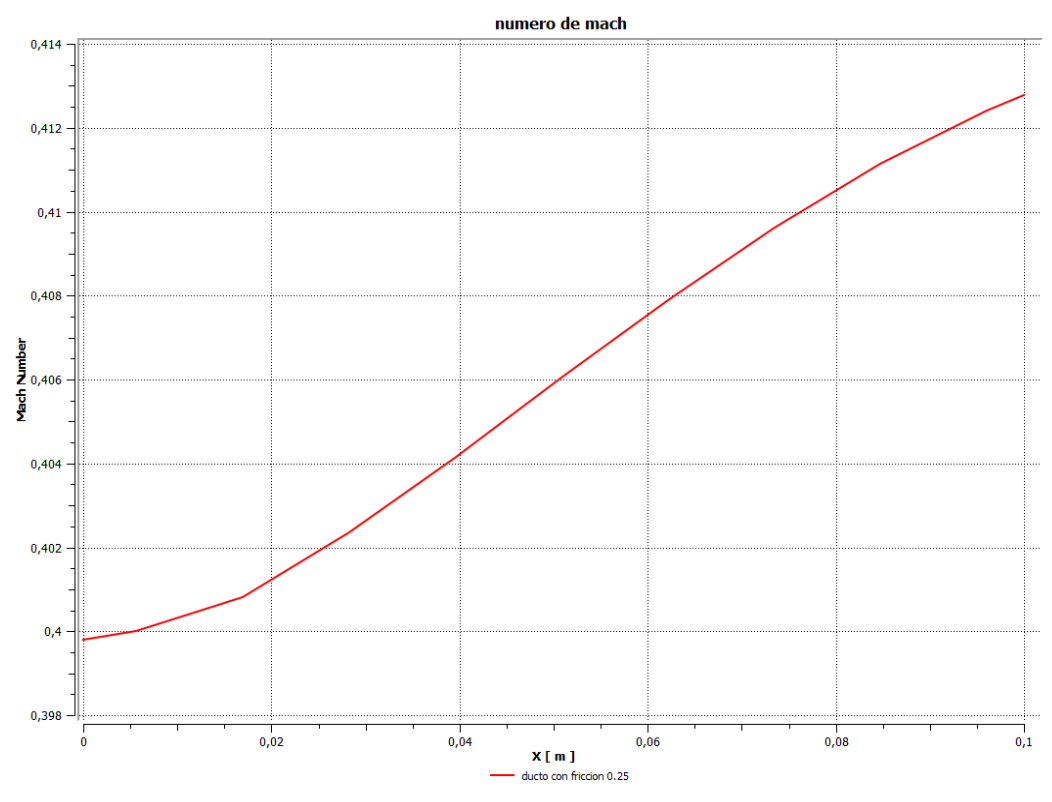


Figura A.8. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha=0$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

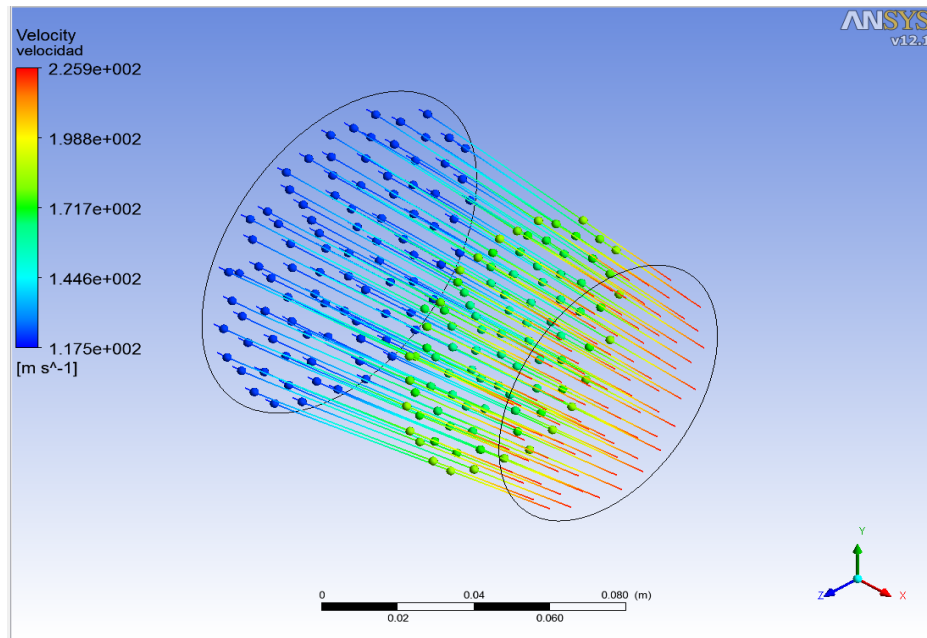


Figura A.9 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.

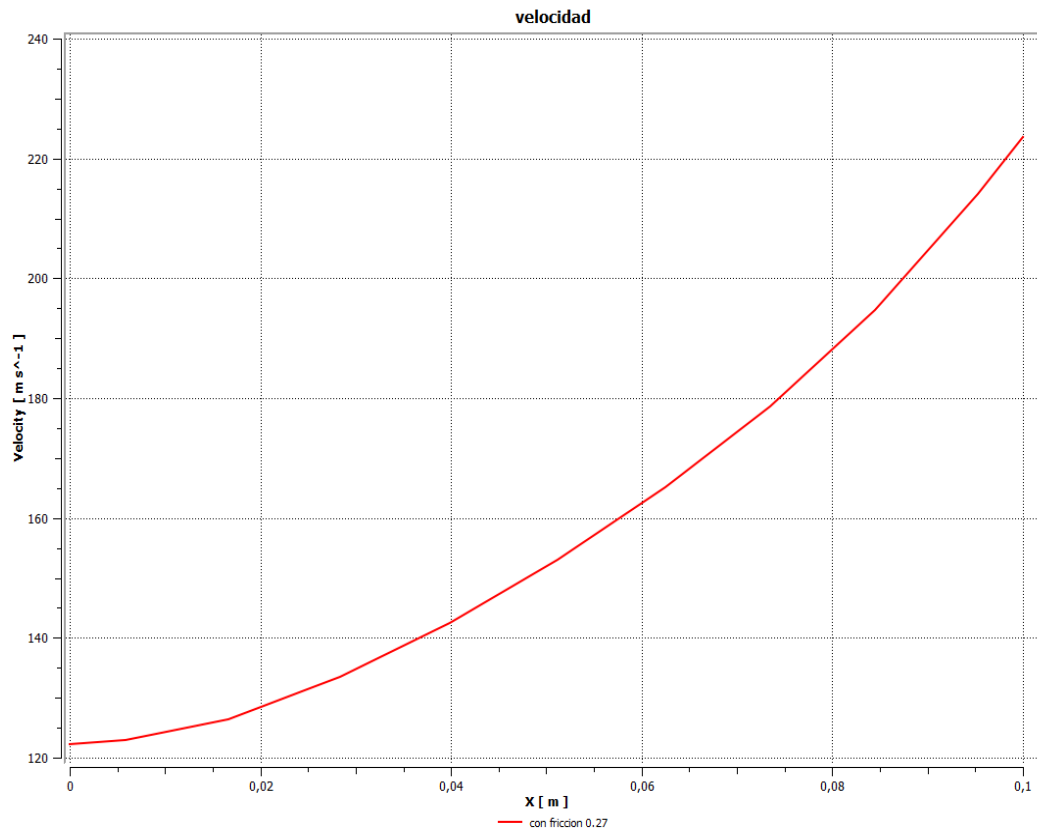


Figura A.10. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y rugosidad absoluta $\epsilon= 0,25$ mm.

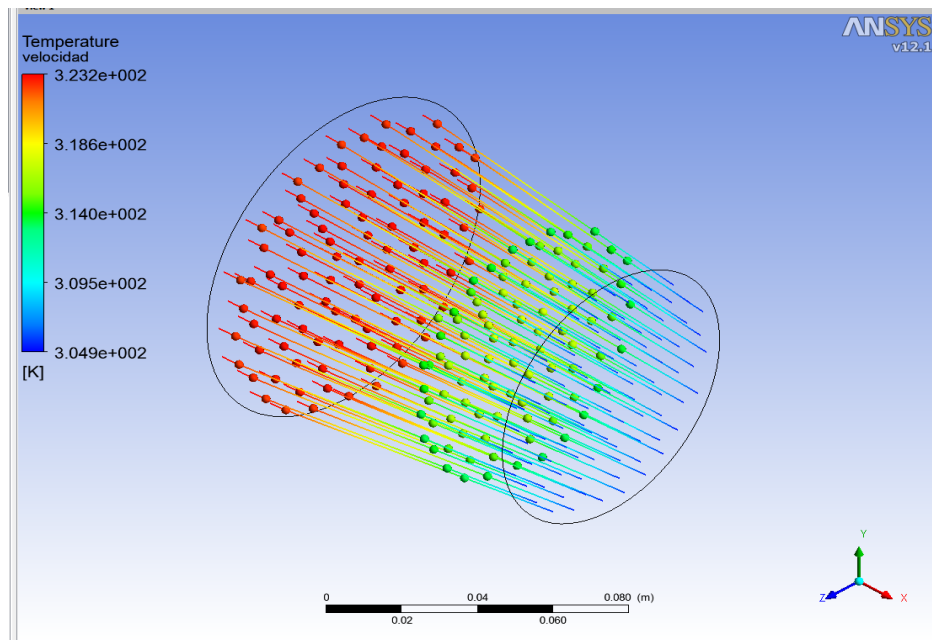


Figura A.11 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\varepsilon=0,25$ mm.

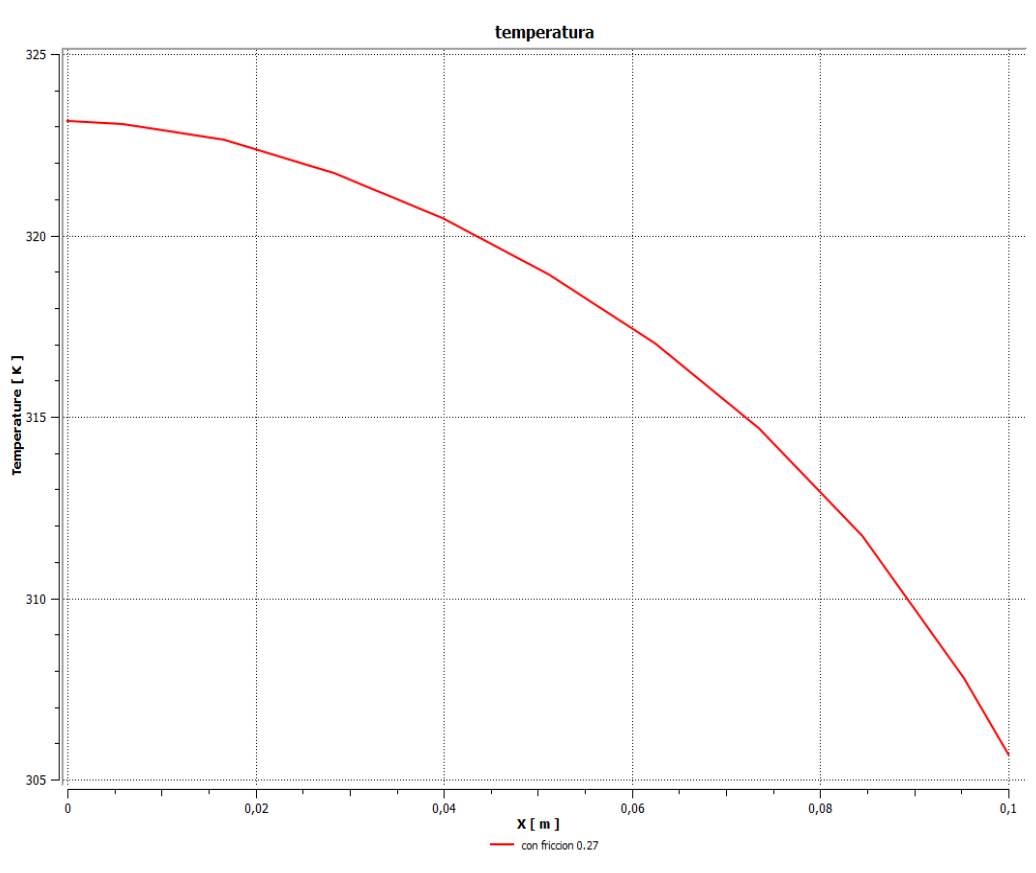


Figura A.12. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\varepsilon=0,25$ mm.

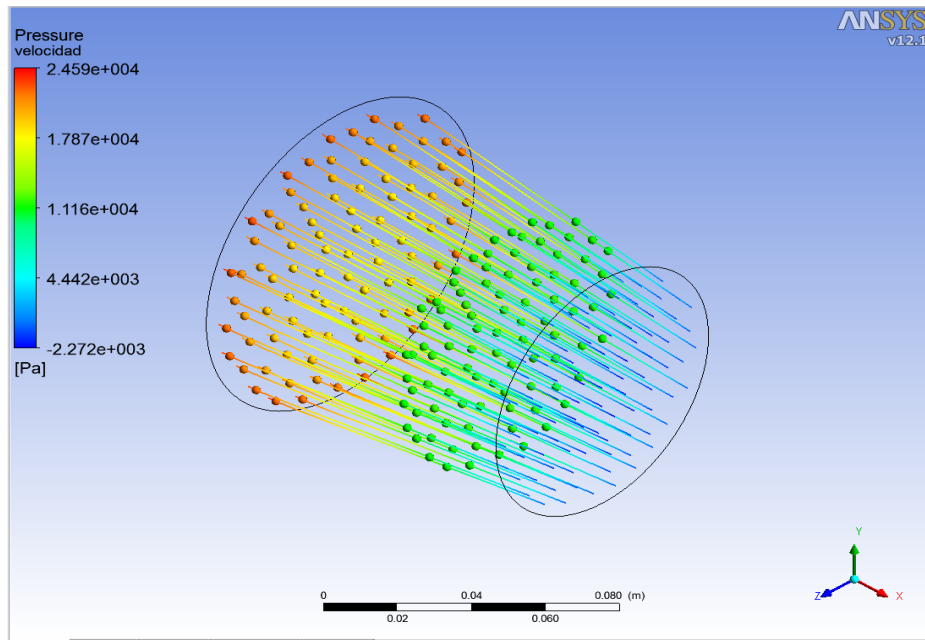


Figura A.13 Distribución de la presión en el dominio $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

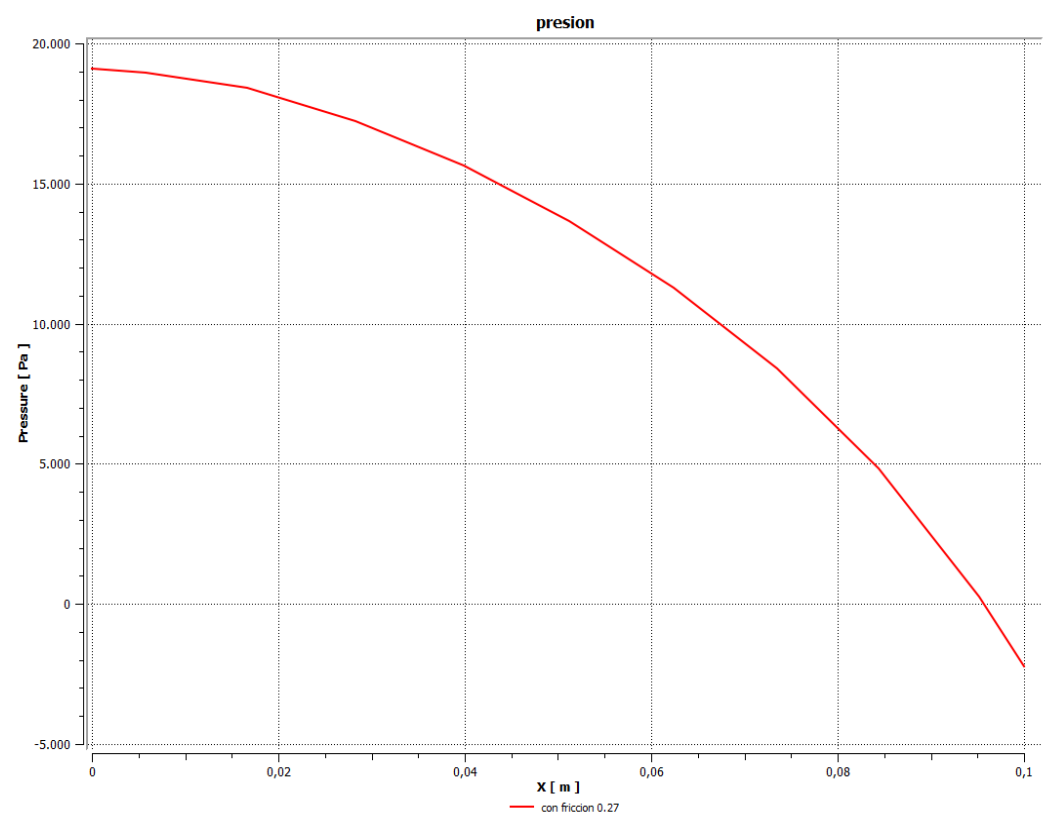


Figura A.14. Presión vs posición en el dominio $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

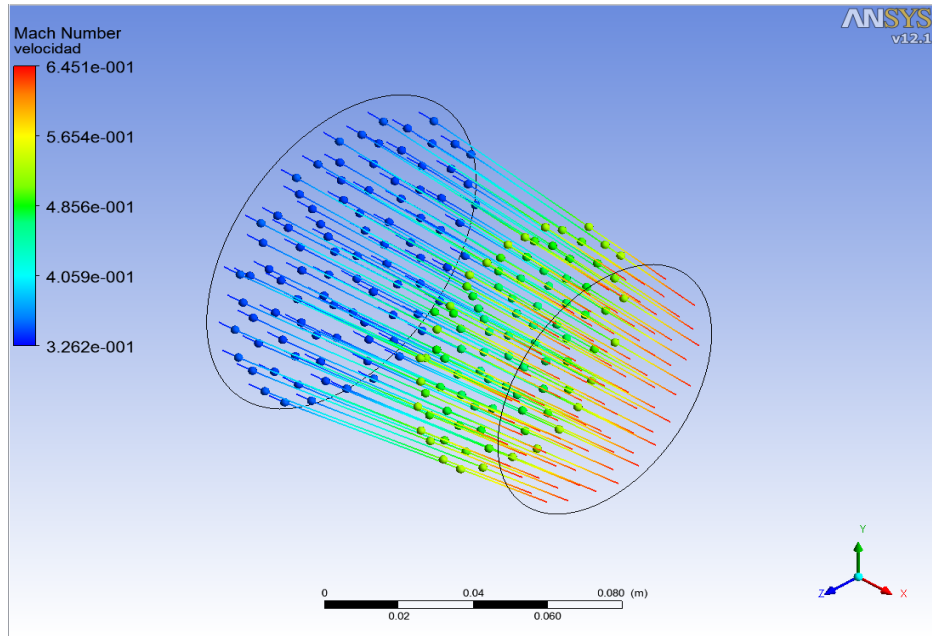


Figura A.15 Distribución del numero de Mach en el dominio $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

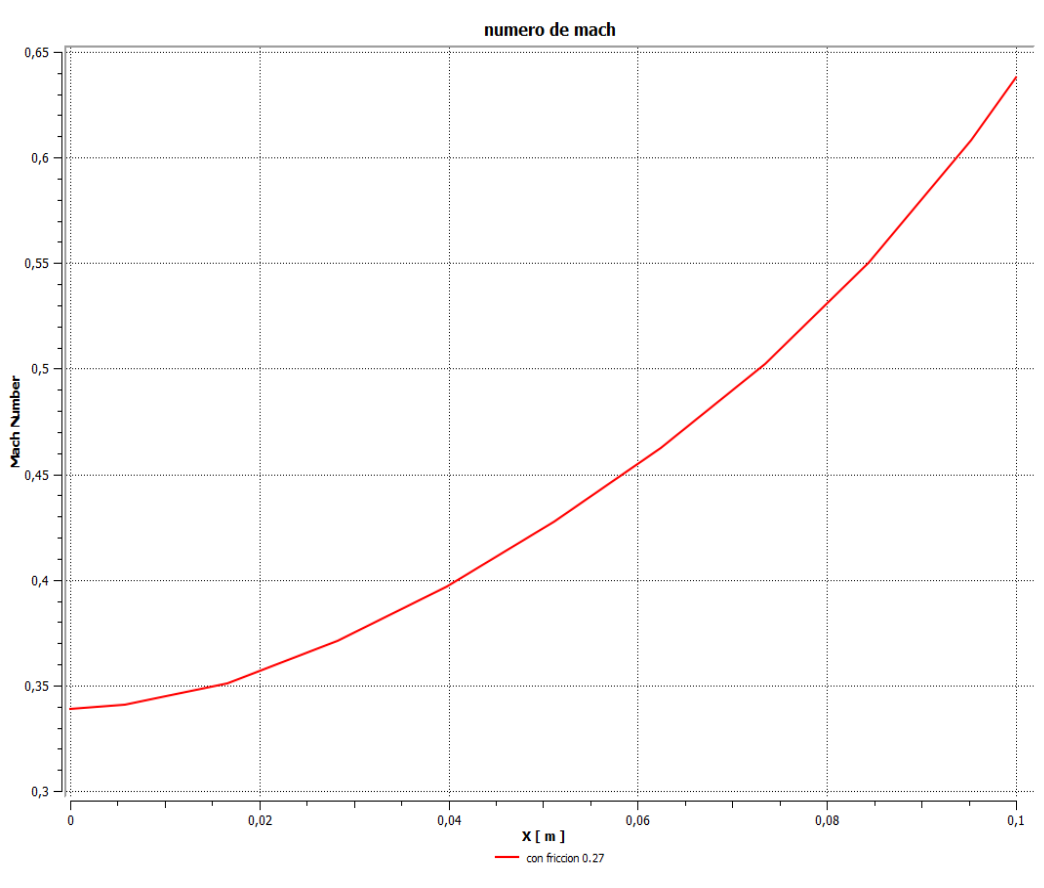


Figura A.16. Presión vs posición en el dominio $\alpha=6$ y rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

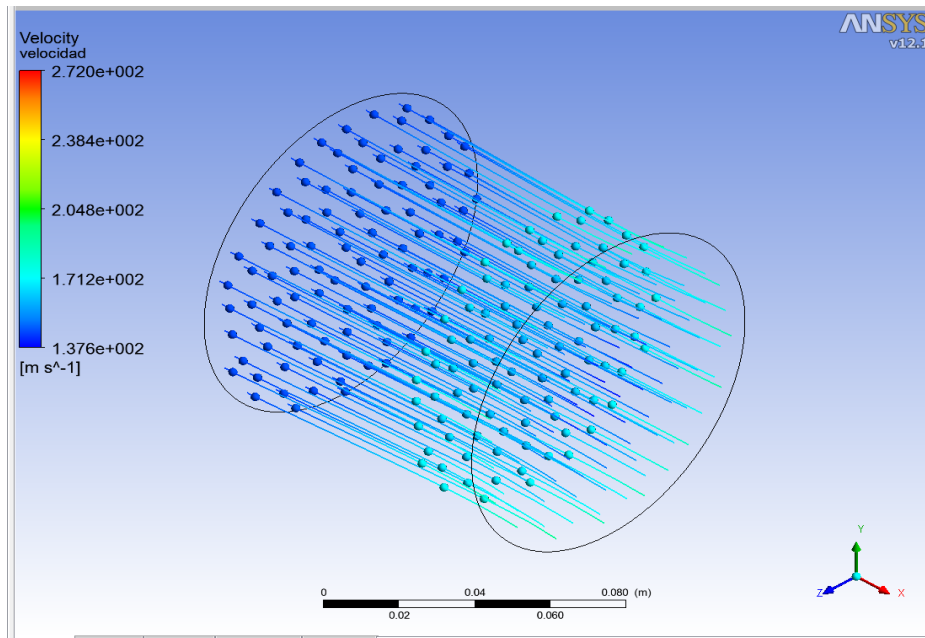


Figura A.17 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$

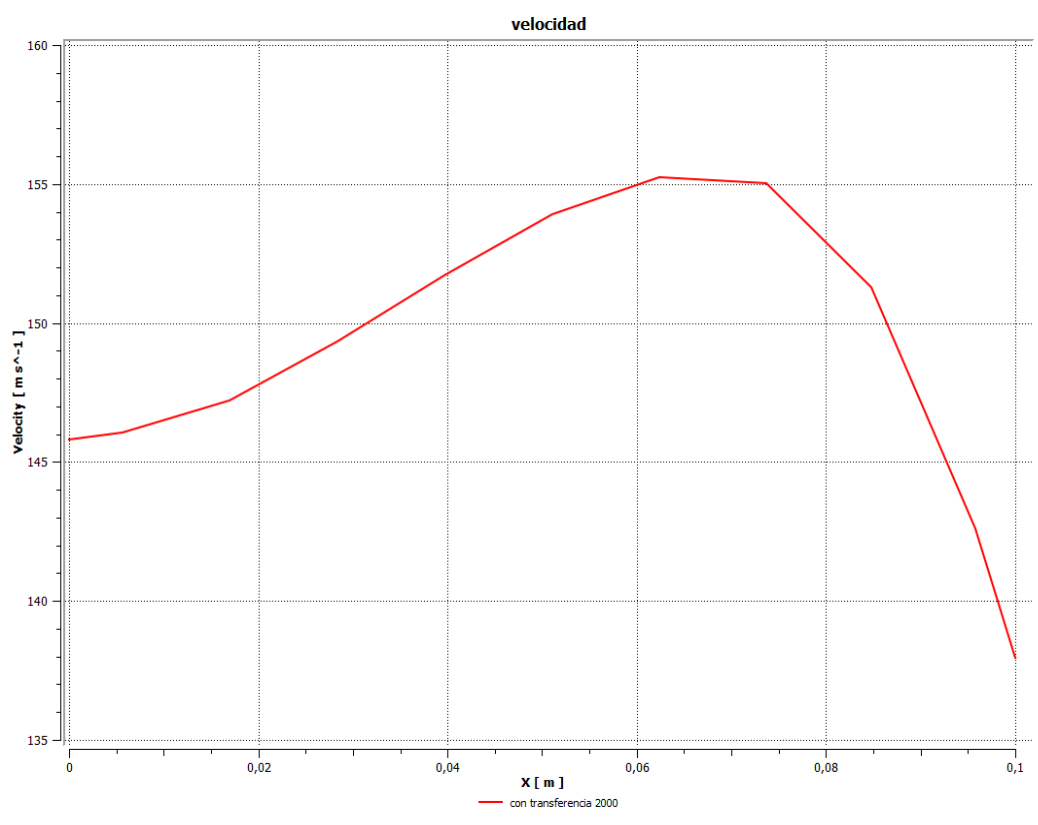


Figura A.18. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

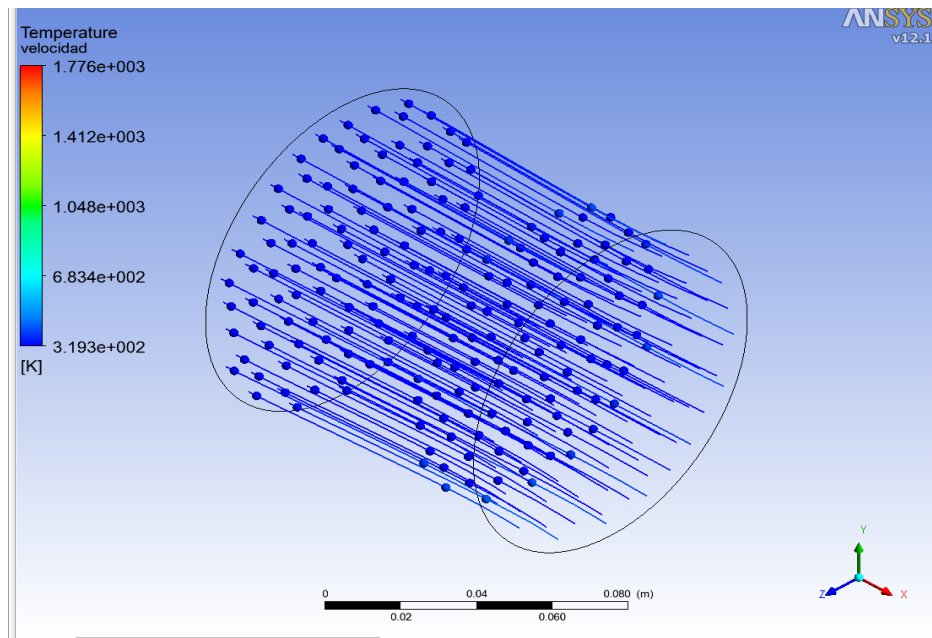


Figura A.19 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

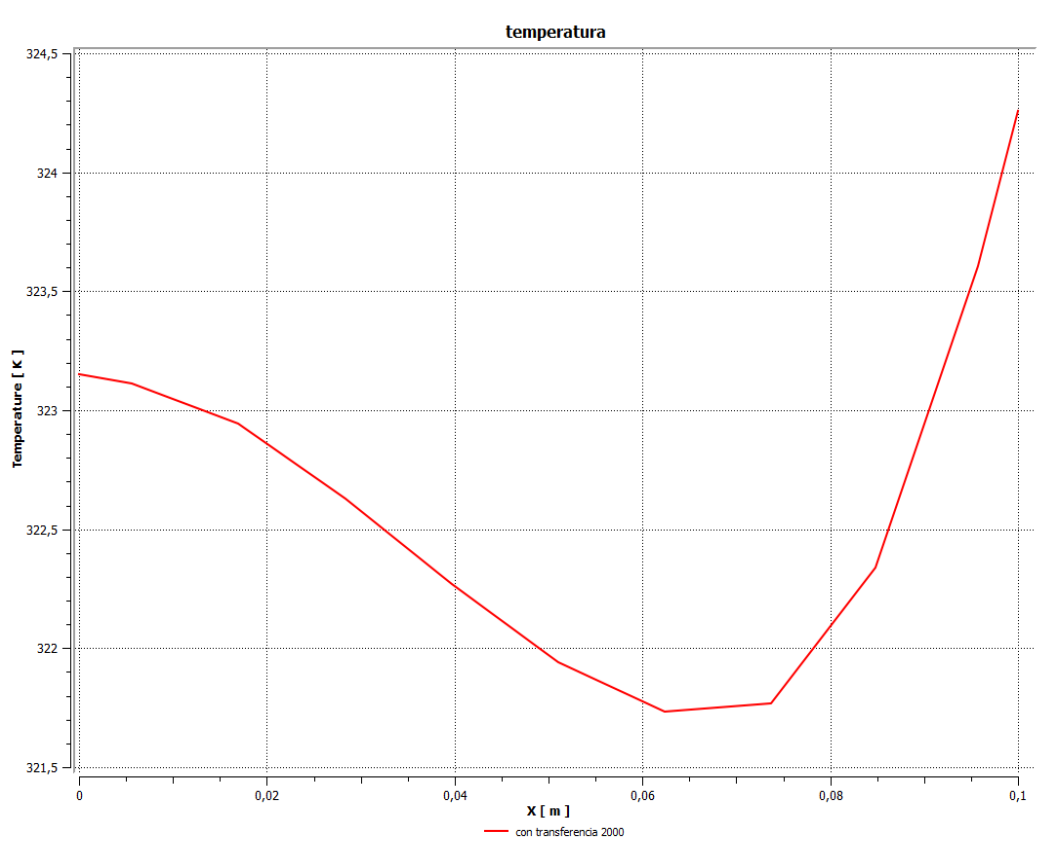


Figura A.20. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

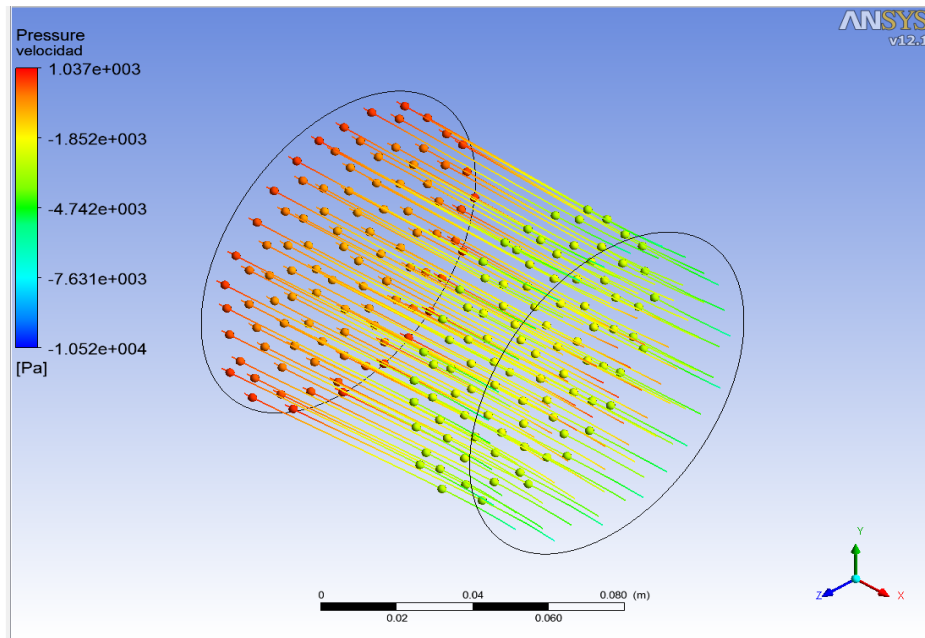


Figura A.21 Distribución de la presión en el dominio $\alpha = 0$ y cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$.

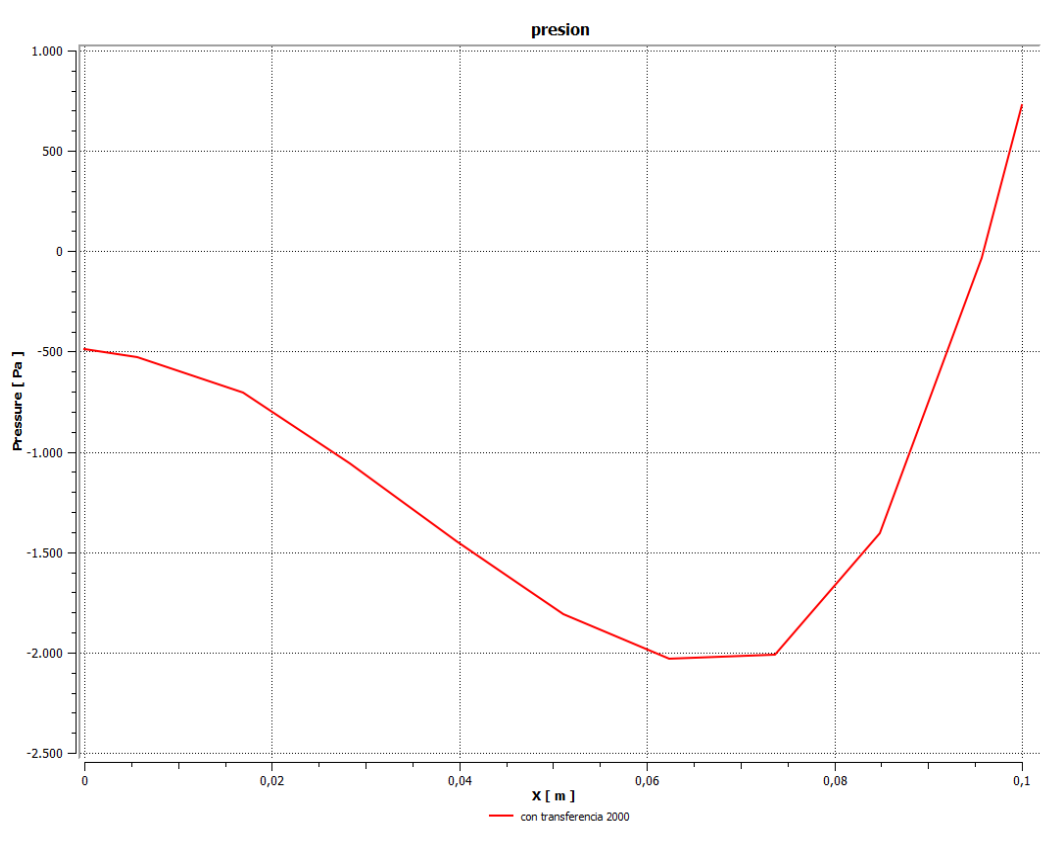


Figura A.22. Presión vs posición en el dominio $\alpha = 0$ y cantidad de calor $Q = 2000 \text{ kW/m}^2$.

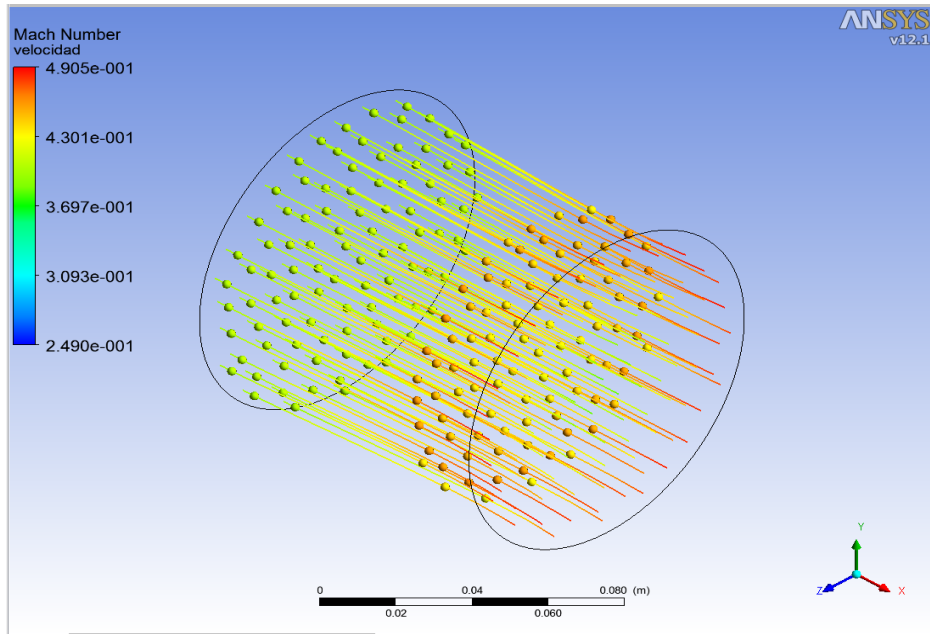


Figura A.23 Distribución del número de Mach en el dominio $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

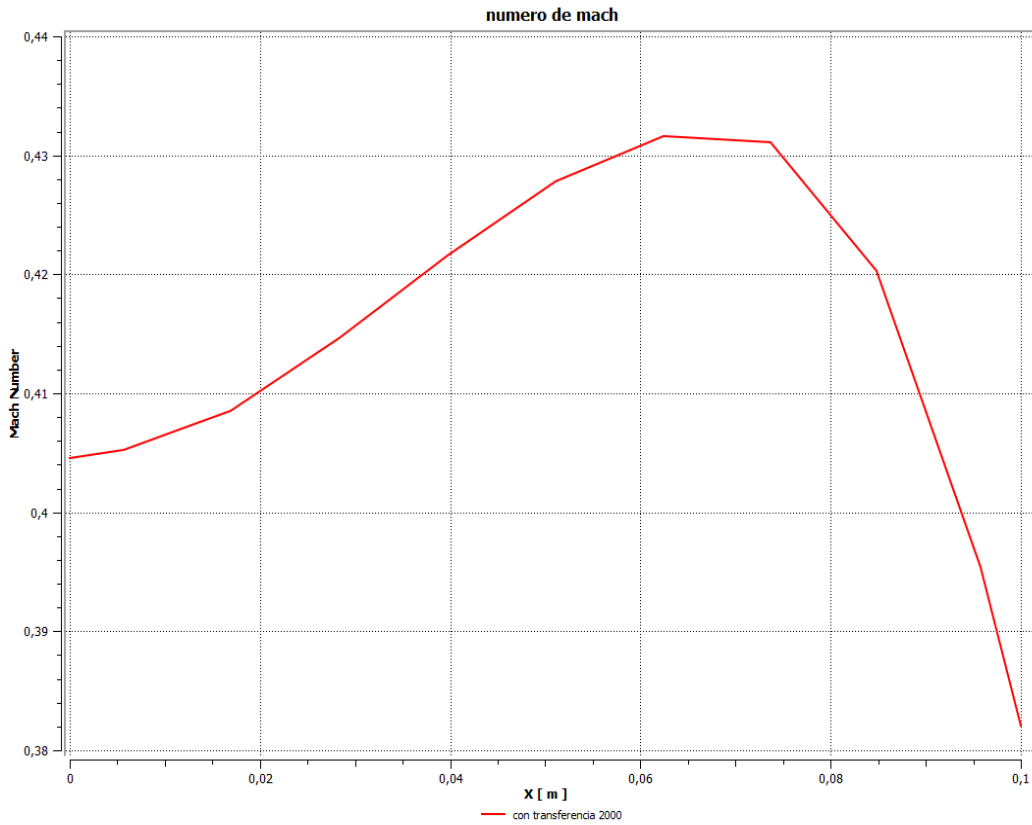


Figura A.24. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha=0$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

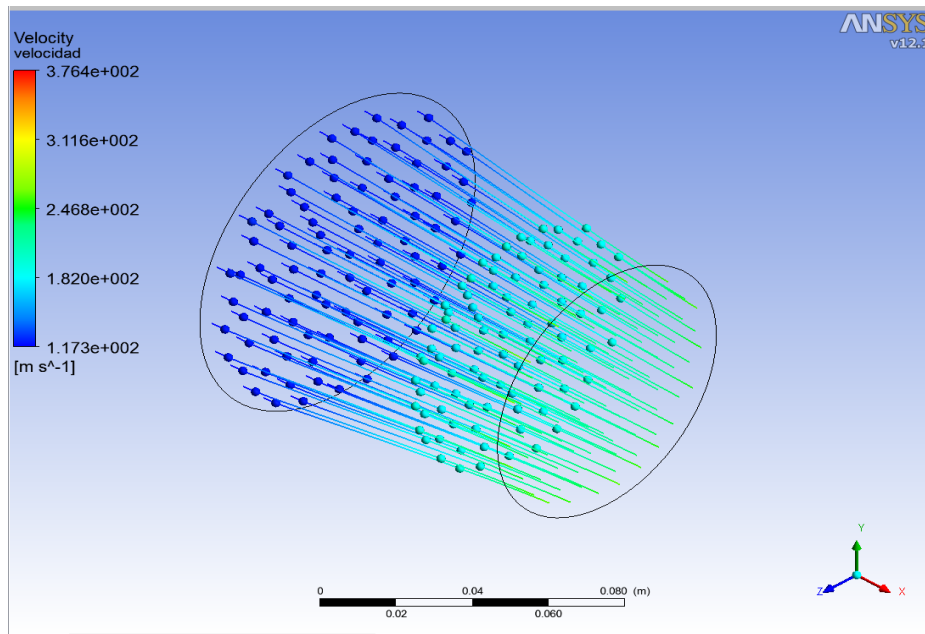


Figura A.25 Distribución de la velocidad en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

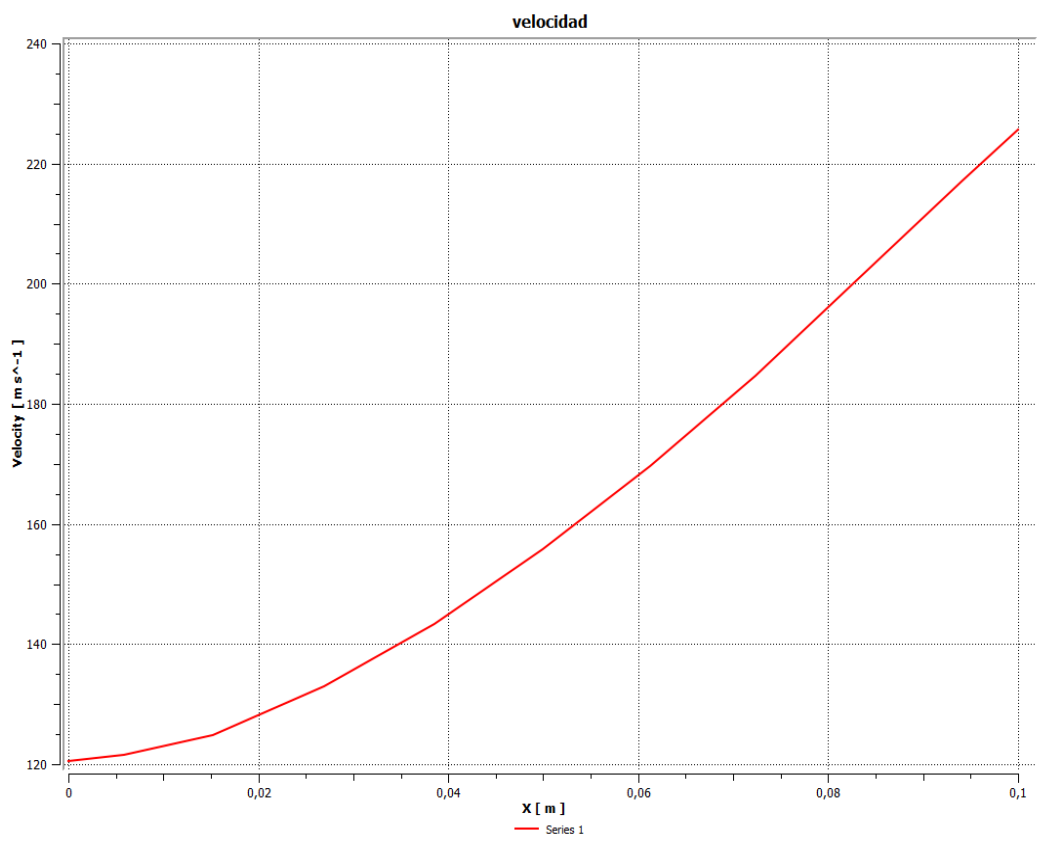


Figura A.26. Velocidad vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000 \text{ kW/m}^2$.

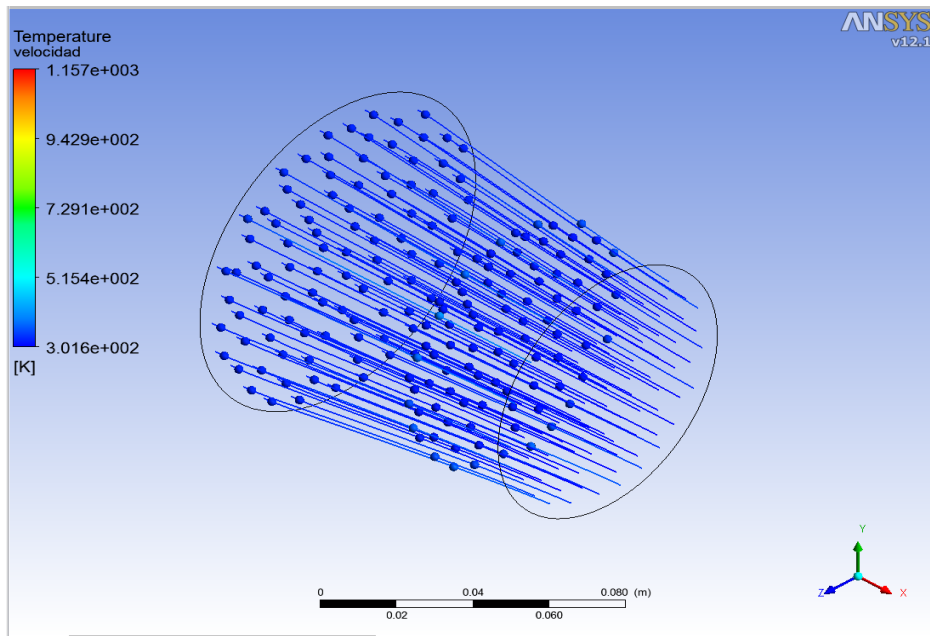


Figura A.27 Distribución de la temperatura en el dominio $\alpha=6$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

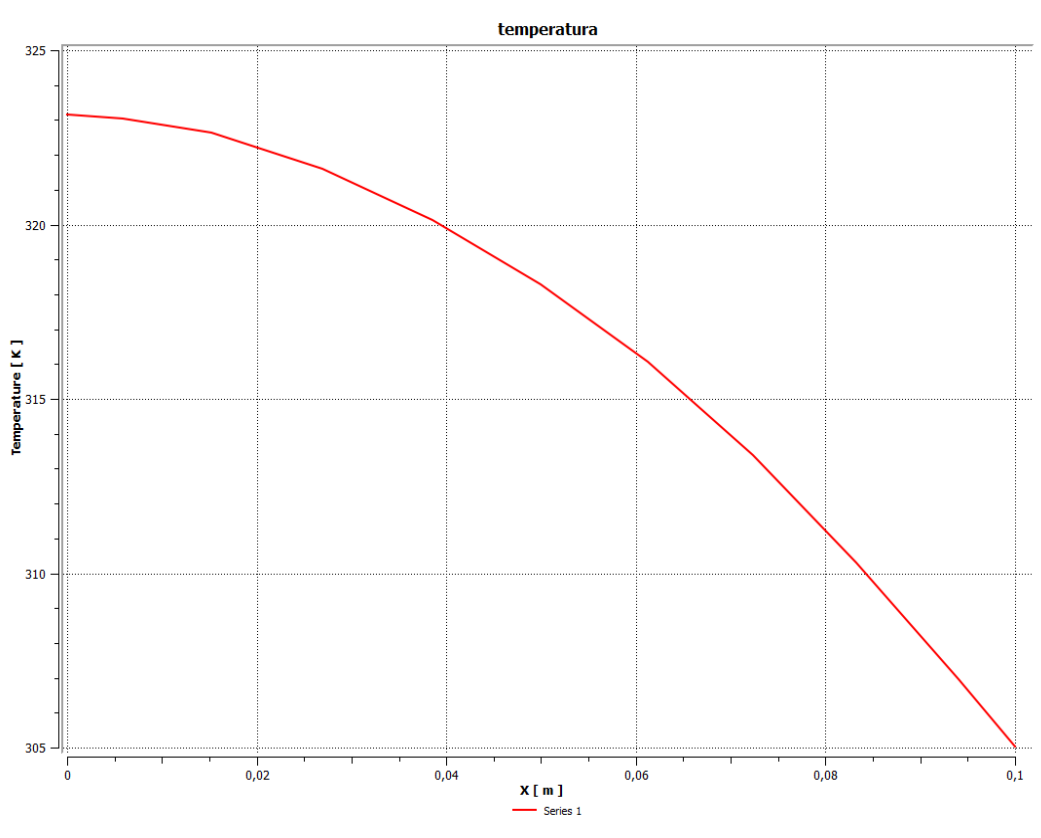


Figura A.28. Temperatura vs posición en el dominio $\alpha=6$ y cantidad de calor $Q=2000$ kW/m^2 .

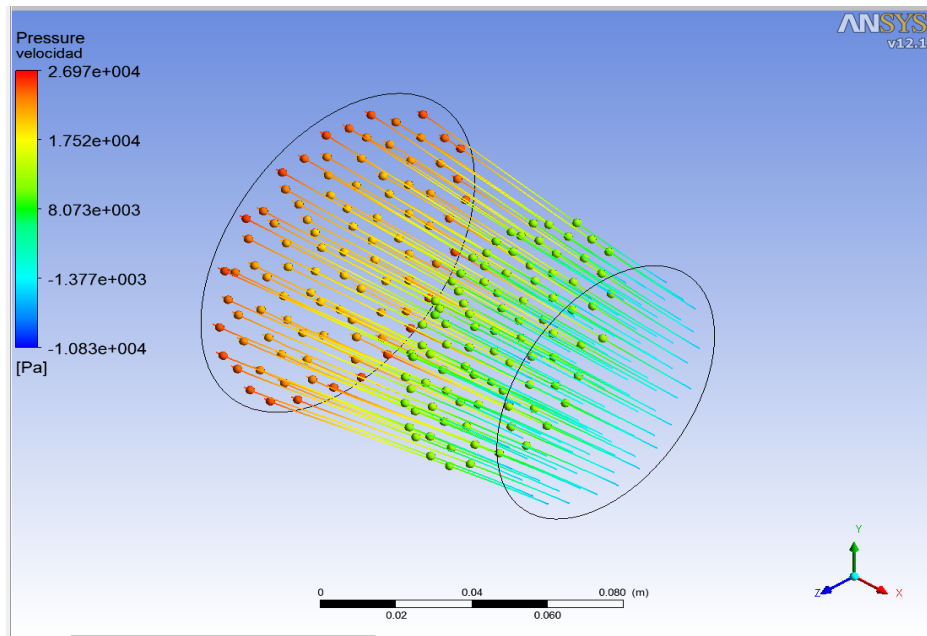


Figura A.29 Distribución de la presión en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m^2 .

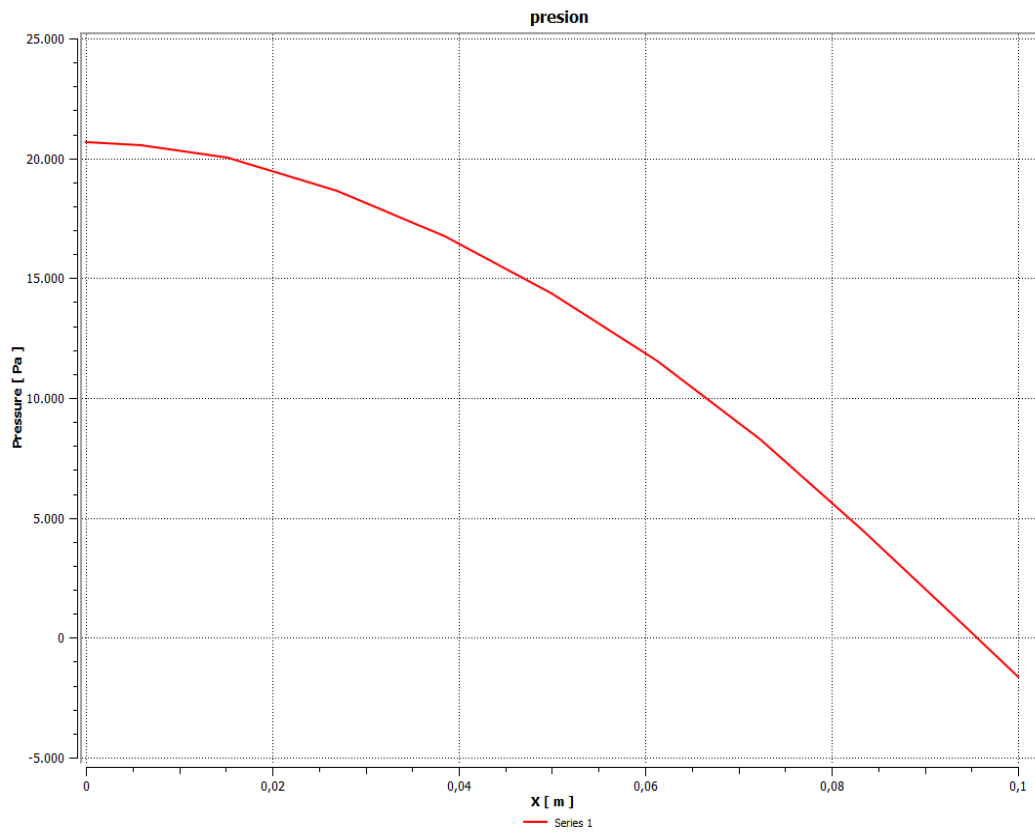


Figura A.30. Presión vs posición en el dominio $\alpha= 6$ y cantidad de calor $Q= 2000$ kW/m^2 .

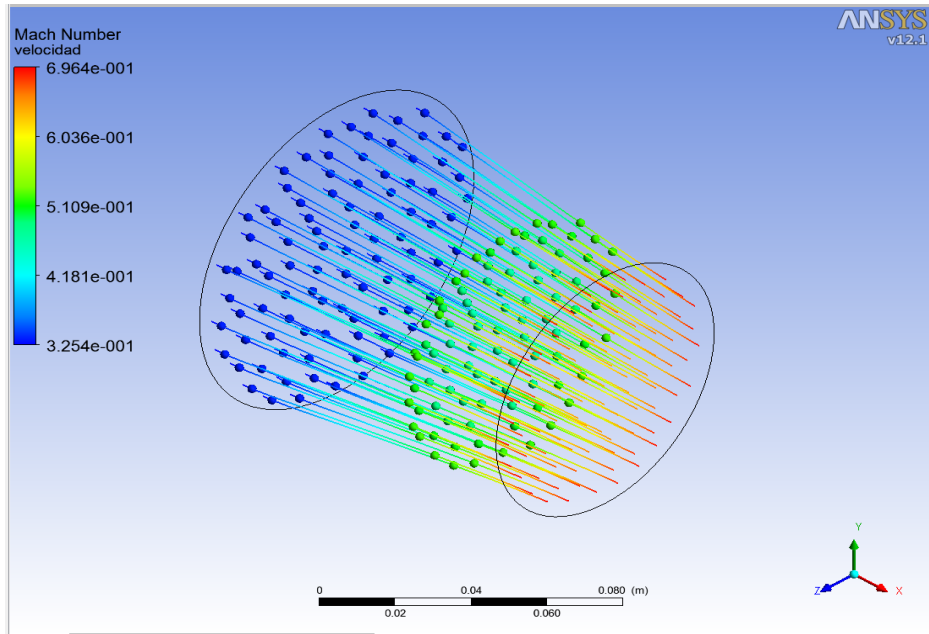


Figura A.31 Distribución del número de Mach en el dominio $\alpha=6$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

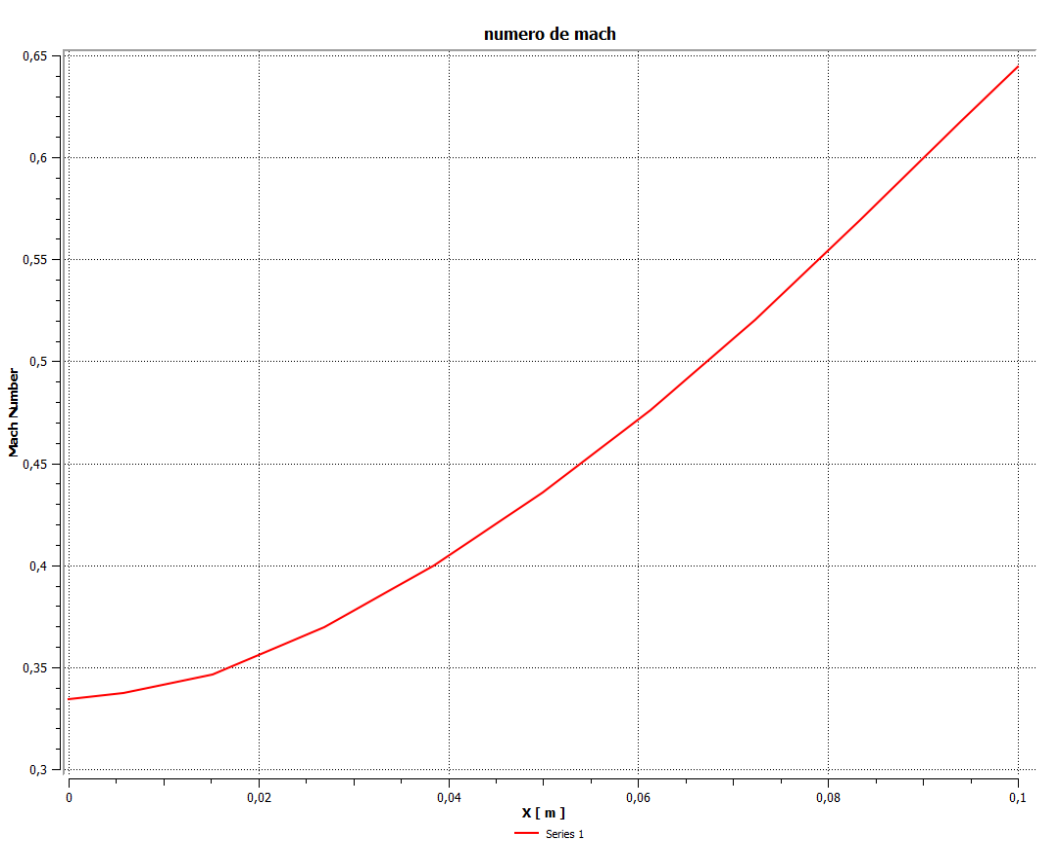


Figura A.32. Número de Mach vs posición en el dominio $\alpha=6$ y cantidad de calor $Q=2000 \text{ kW/m}^2$.

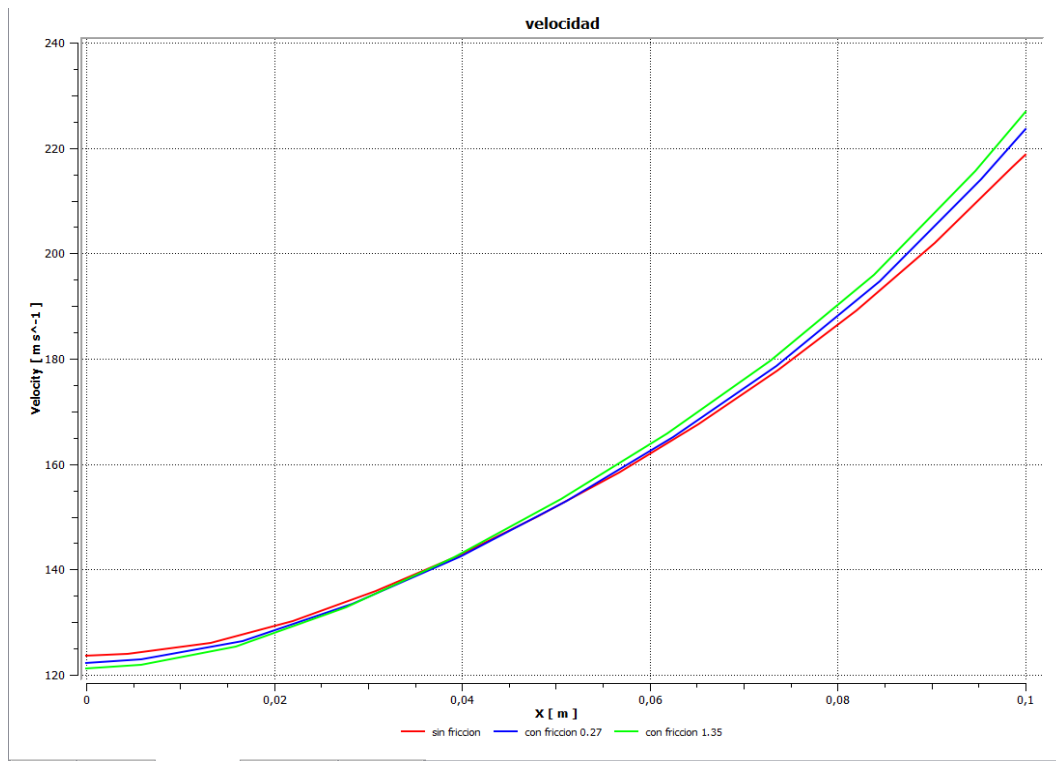


Figura A.33. Velocidad para $\alpha=6$ con cada rugosidad absoluta.

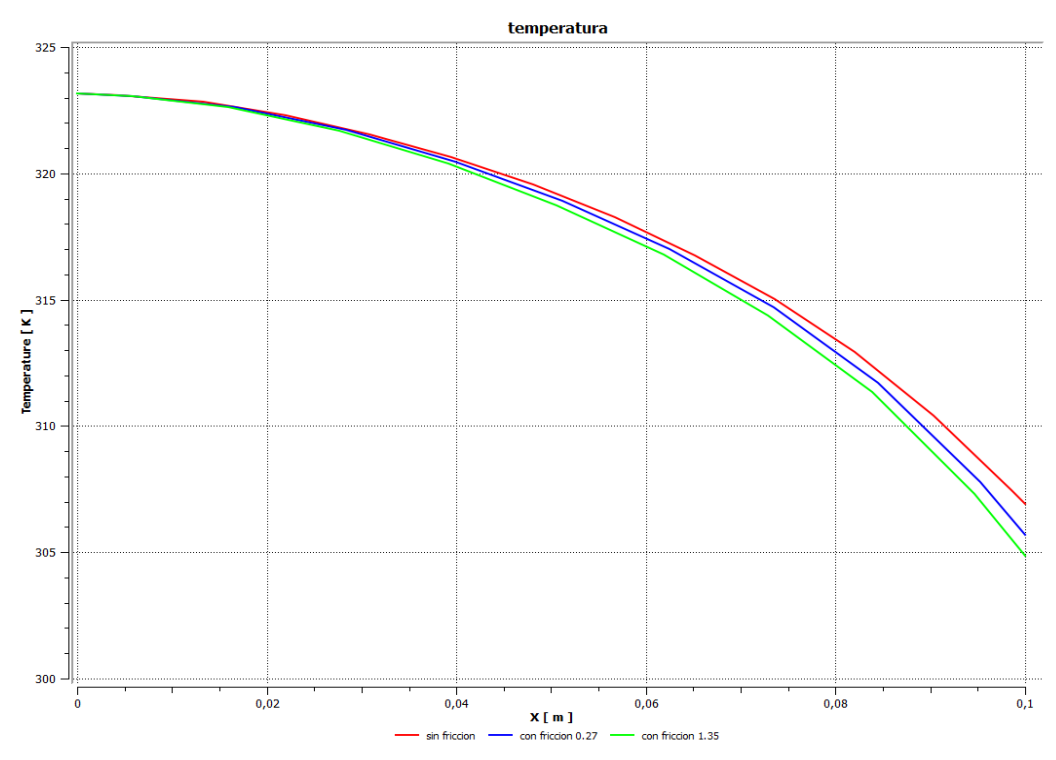


Figura A.34. Temperatura para $\alpha=6$ con cada rugosidad absoluta.

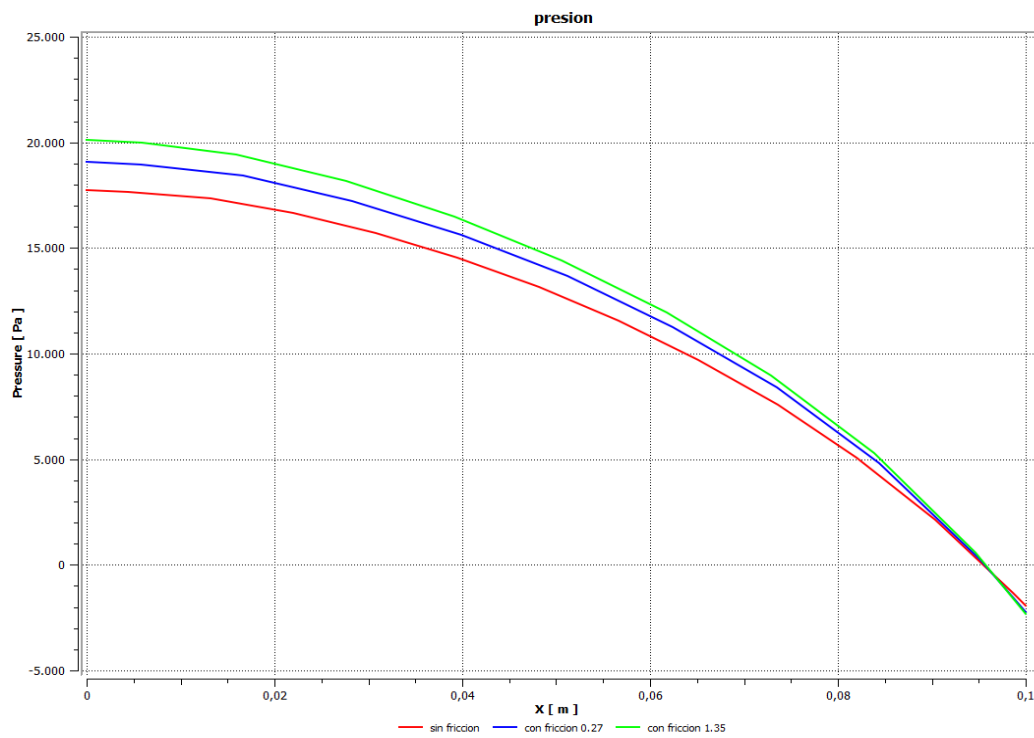


Figura A.35. Presión para $\alpha=6$ con cada rugosidad absoluta.

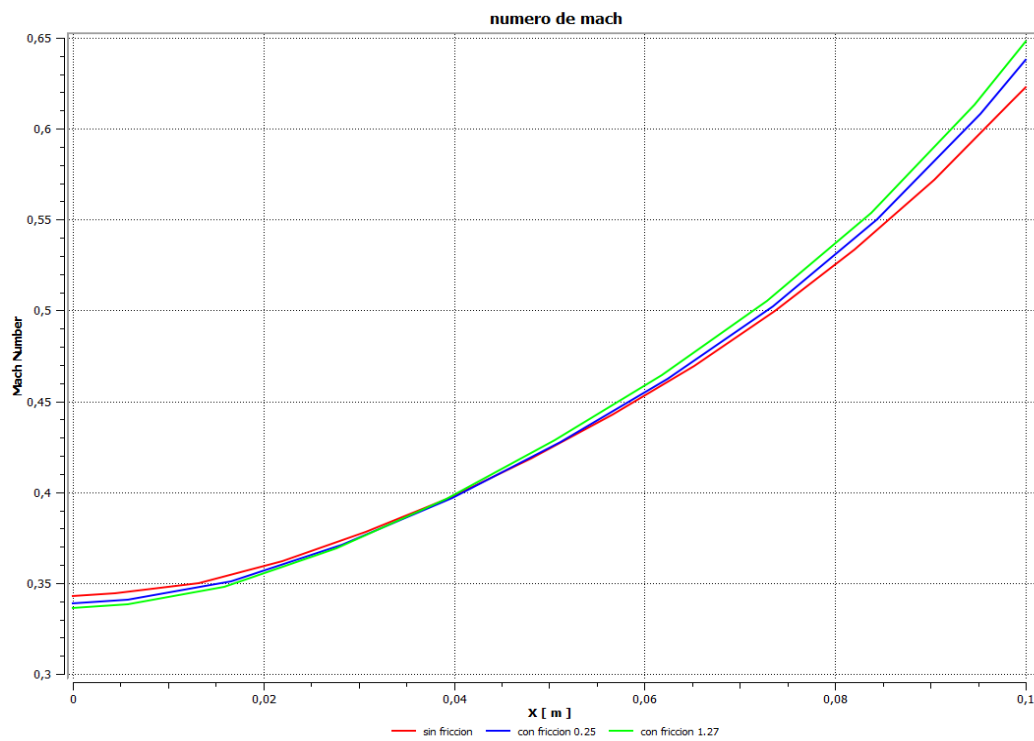


Figura A.36. Número de Mach para $\alpha=6$ con cada rugosidad absoluta.

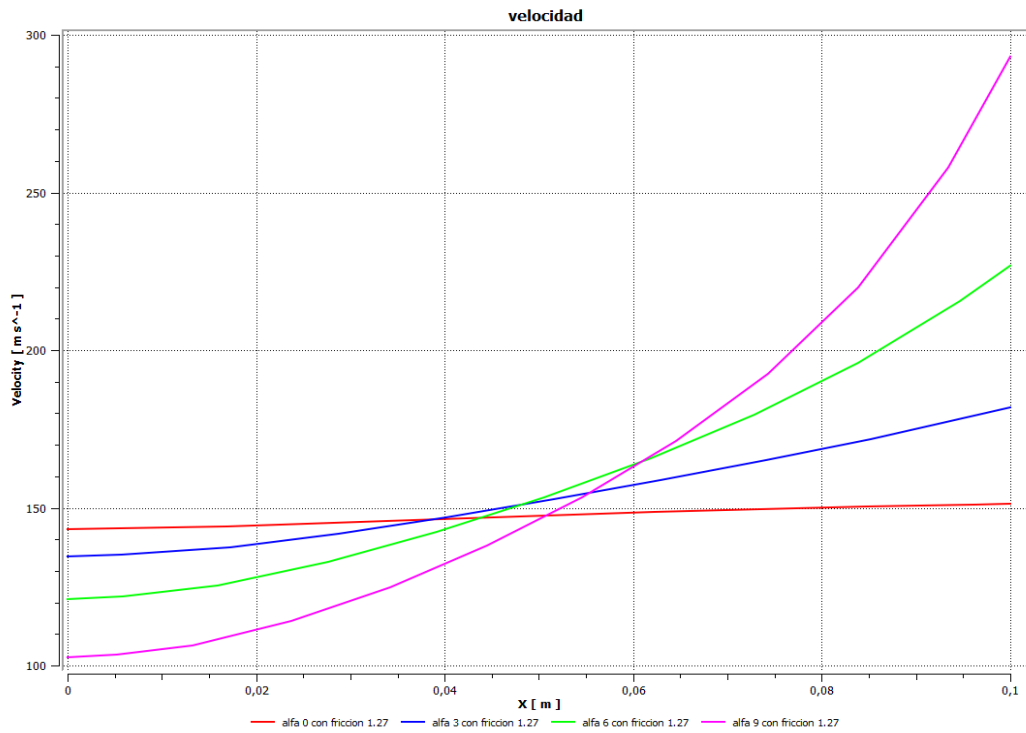


Figura A.37. Velocidad para $\epsilon = 1,27$ mm con cada ángulo de convergencia.

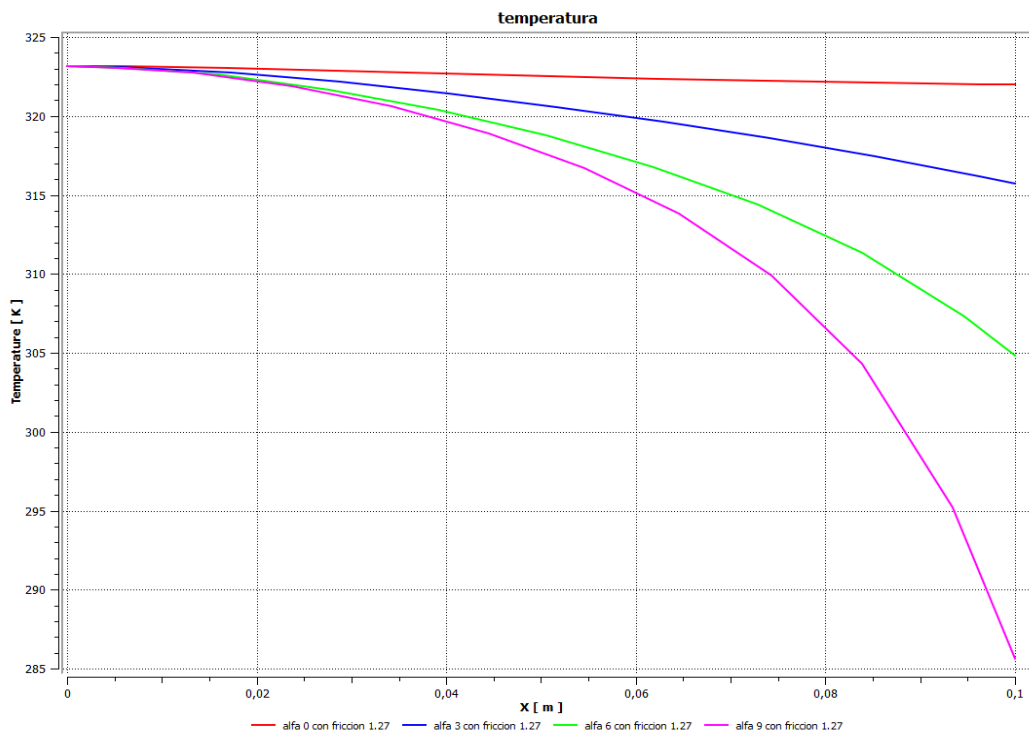


Figura A.38. Temperatura para $\epsilon = 1,27$ mm con cada ángulo de convergencia.

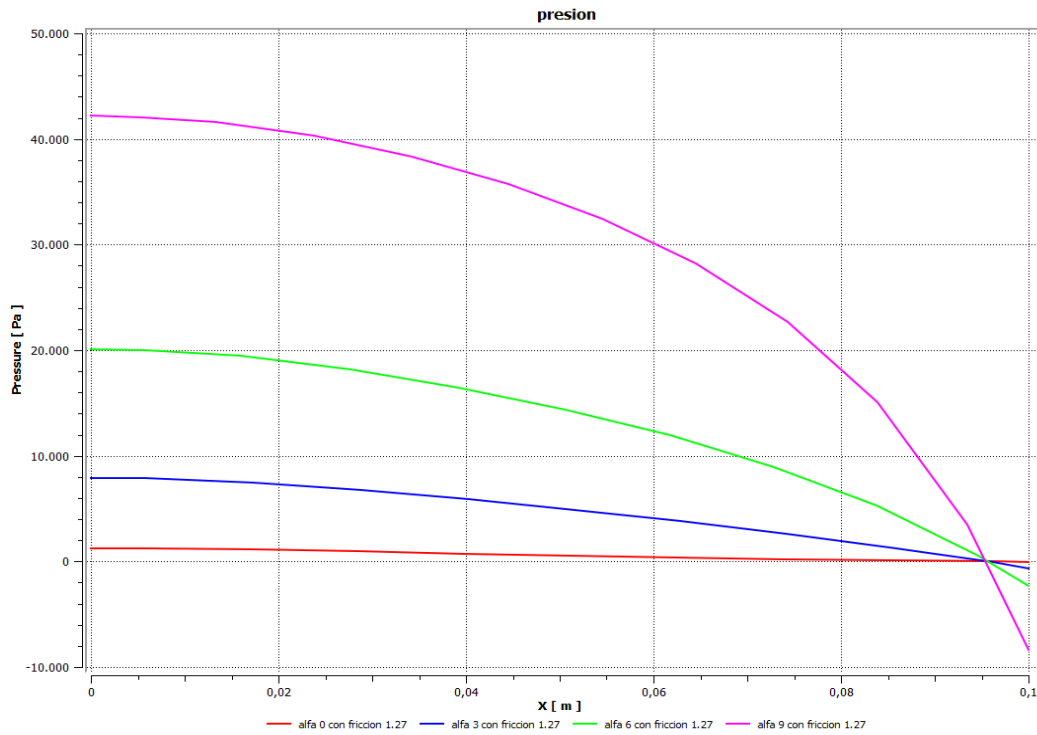


Figura A.39. Presión para $\epsilon = 1,27$ mm con cada ángulo de convergencia.

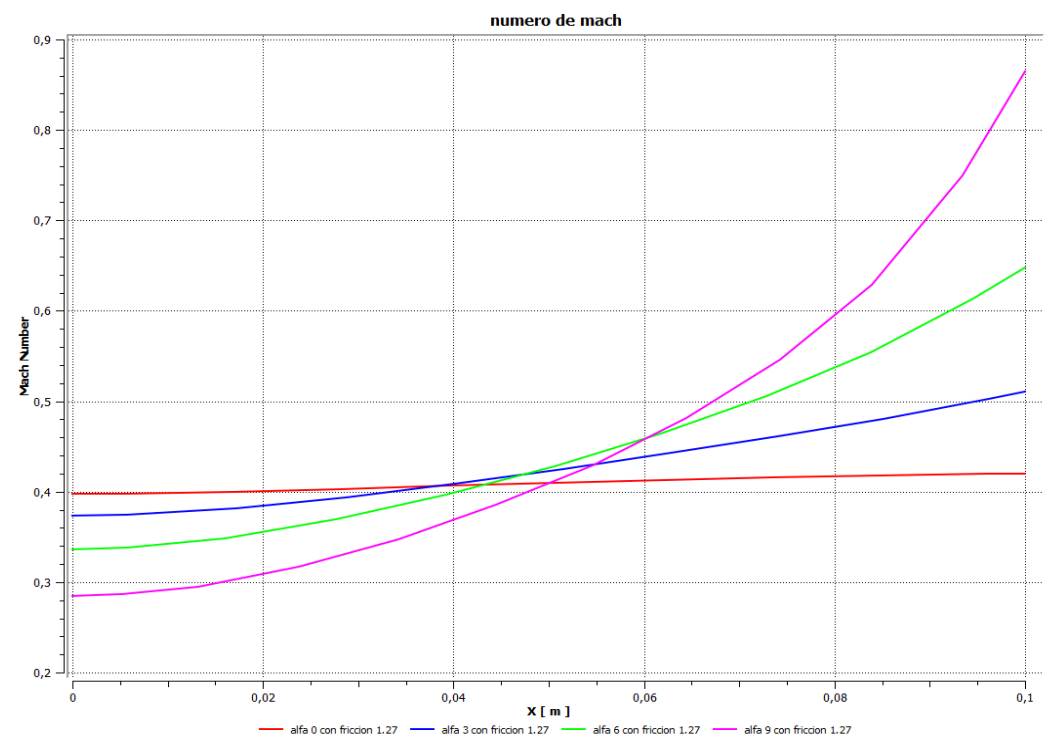


Figura A.40. Número de Mach para $\epsilon = 1,27$ mm con cada ángulo de convergencia.

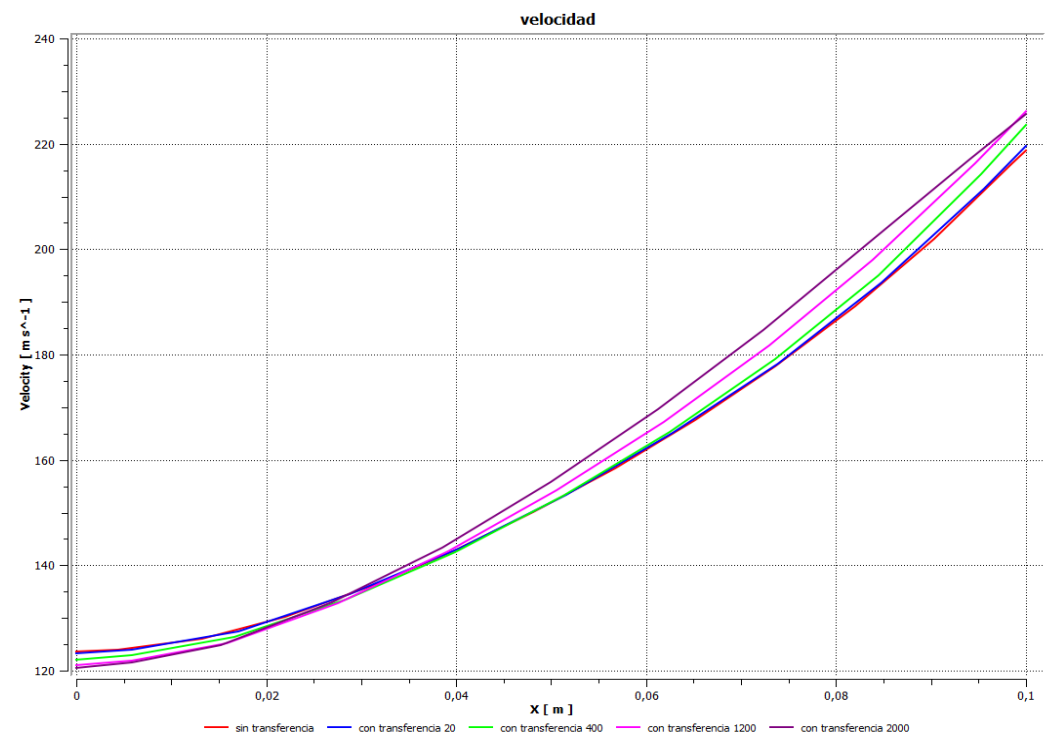


Figura A.41. Velocidad para $\alpha=6$ con cada cantidad de calor.

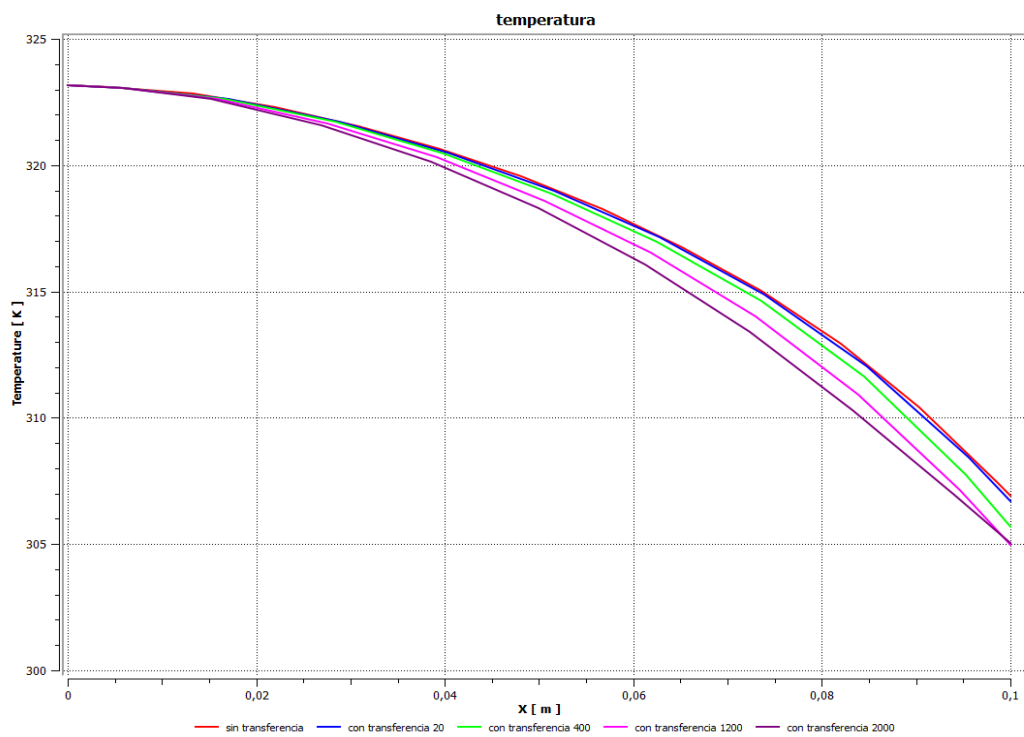


Figura A.42. Temperatura para $\alpha=6$ con cada cantidad de calor.

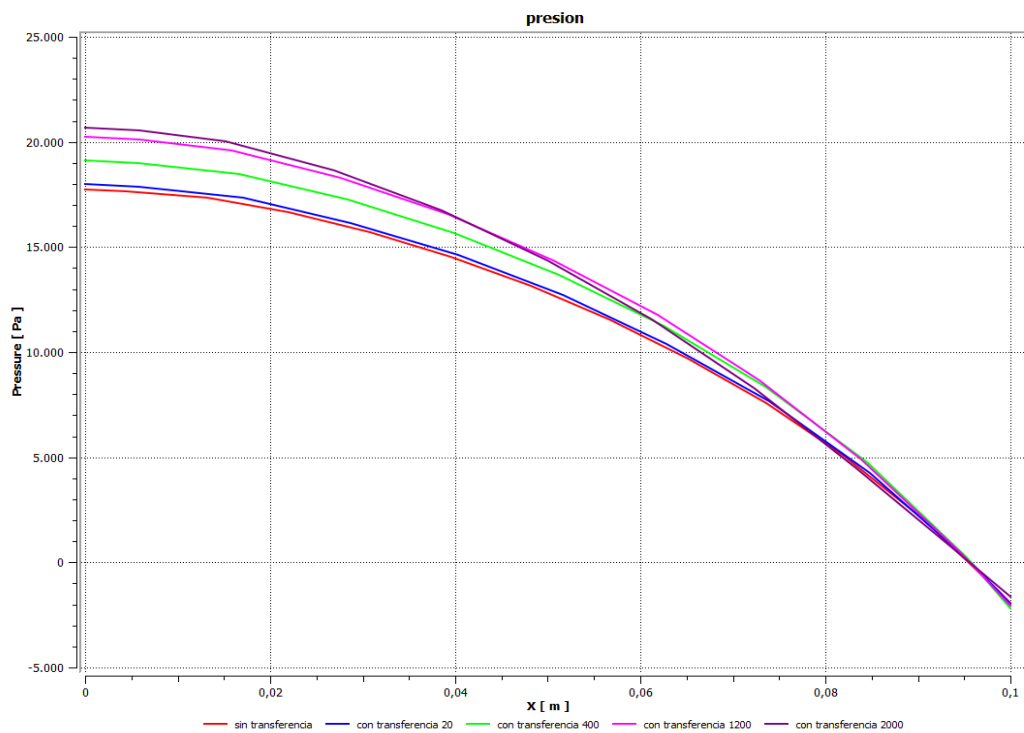


Figura A.43. Presión para $\alpha=6$ con cada cantidad de calor.

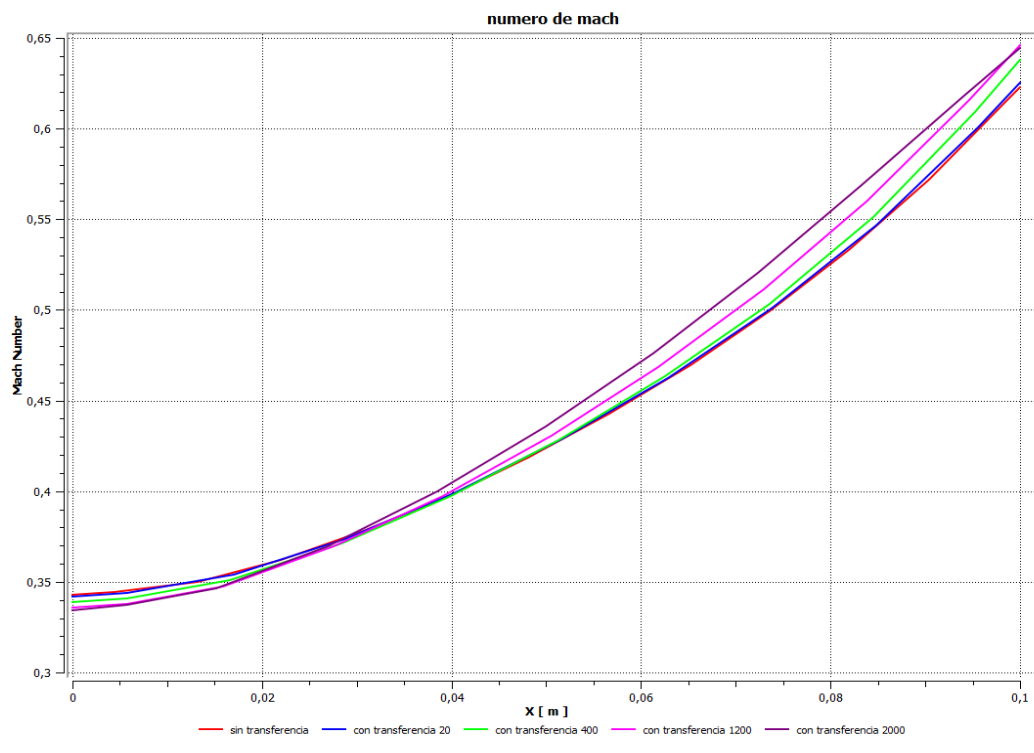


Figura A.44. Numero de Mach para $\alpha=6$ con cada cantidad de calor.

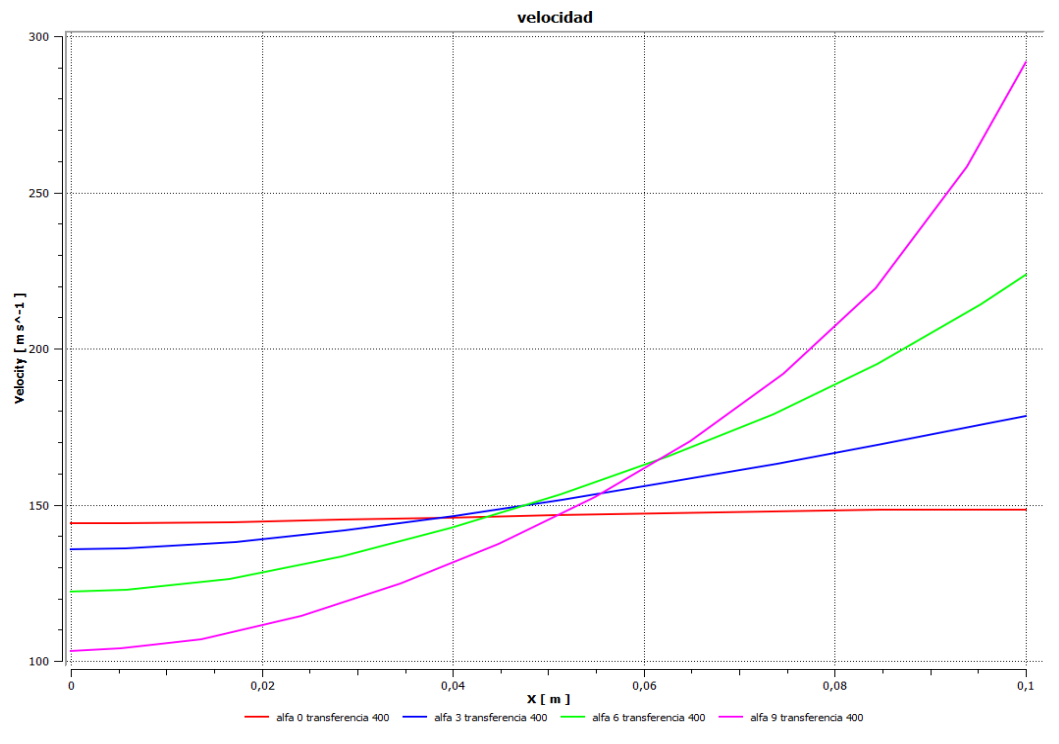


Figura A.45. Velocidad para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

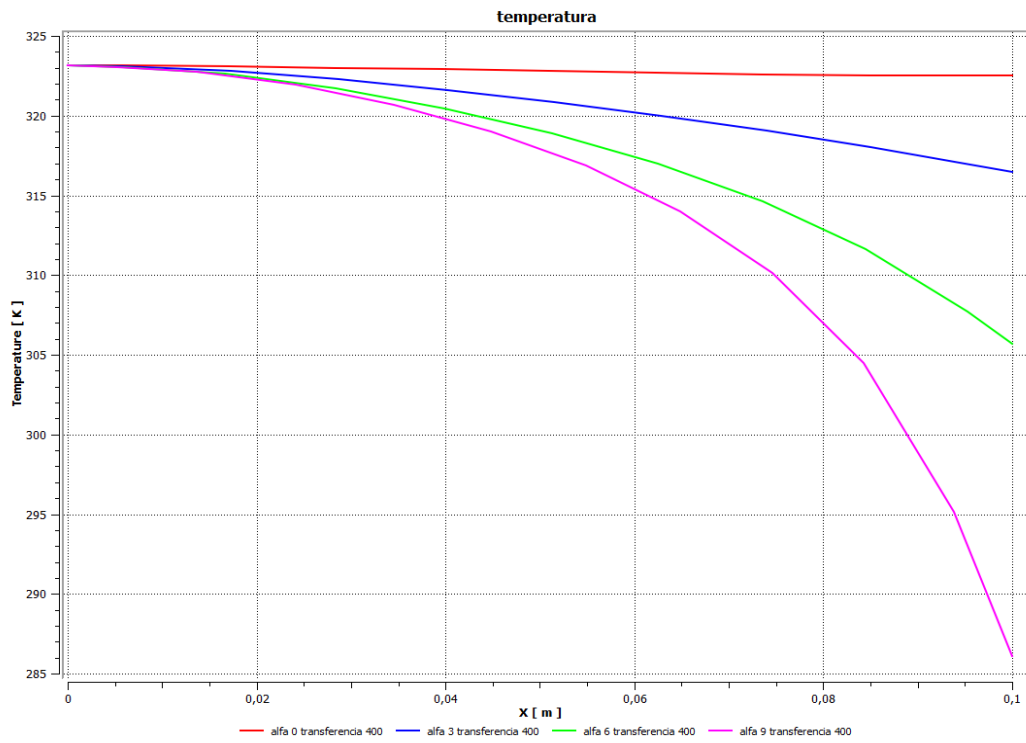


Figura A.46. Temperatura para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

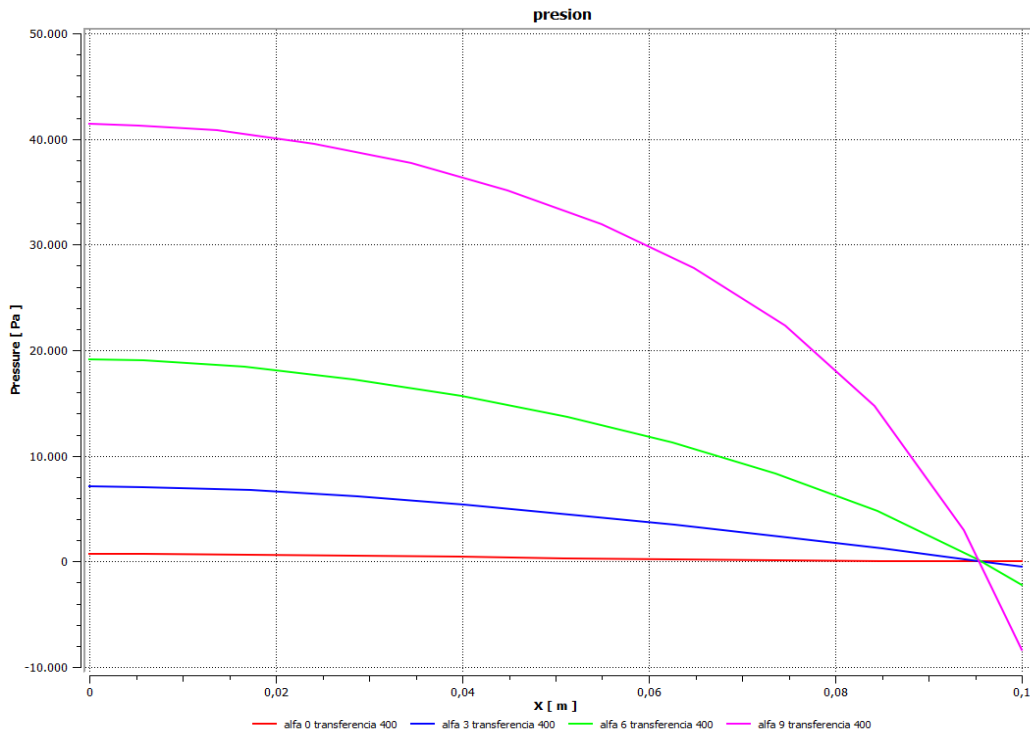


Figura A.47. Presión para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

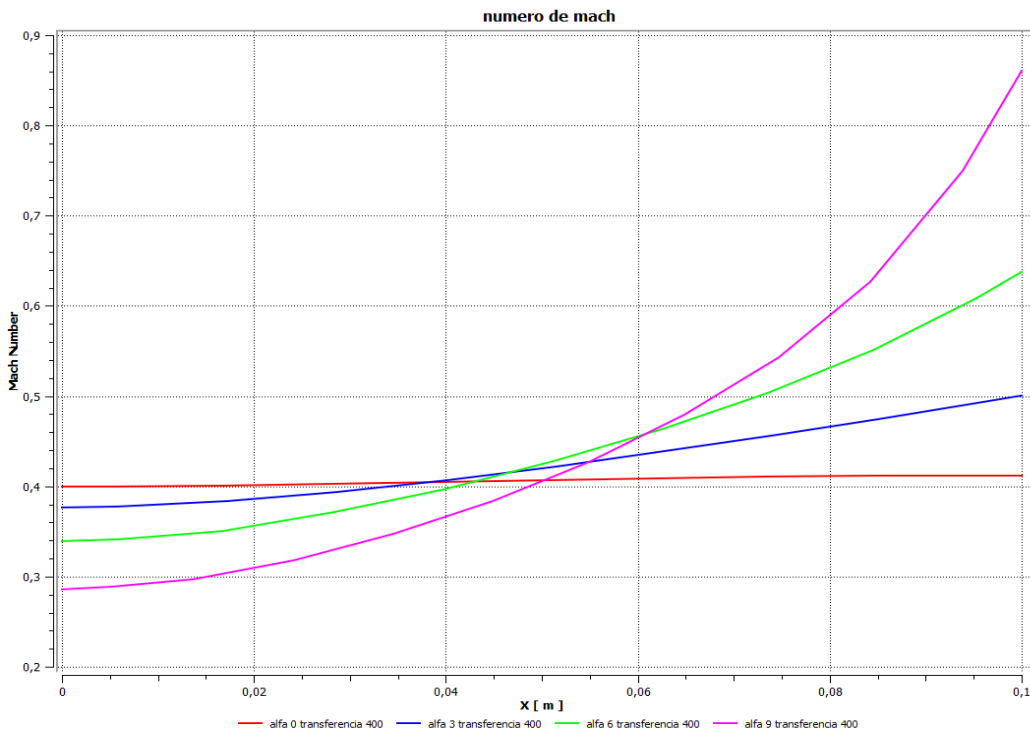


Figura A.48. Numero de Mach para $Q= 400 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

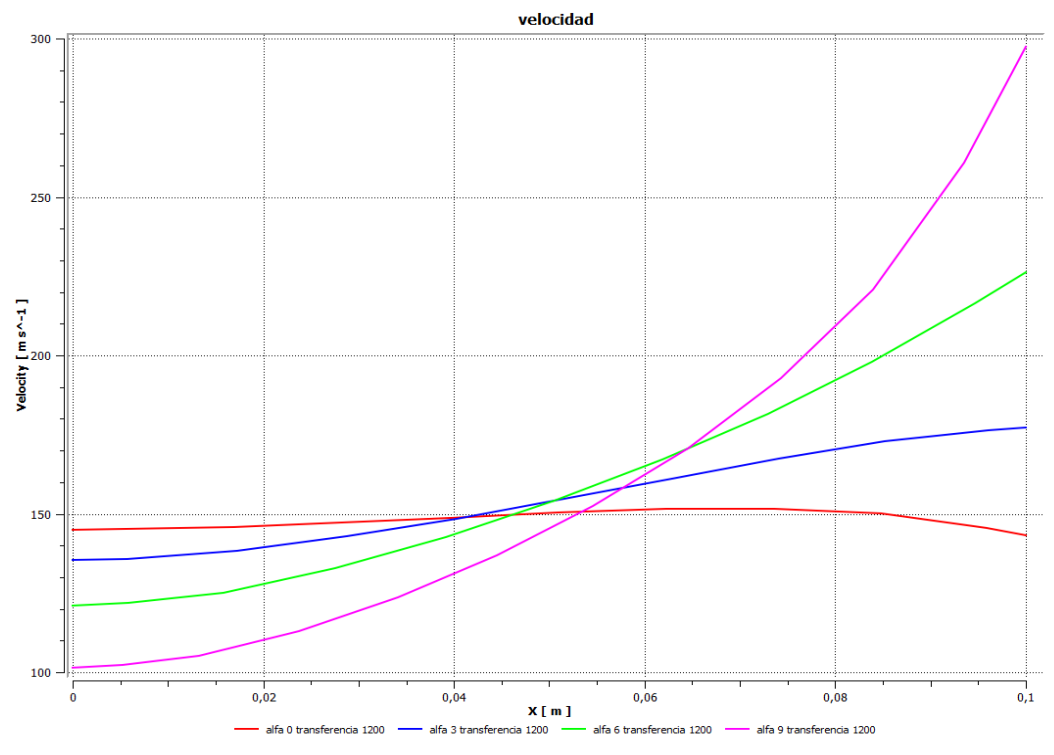


Figura A.49. Velocidad para $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

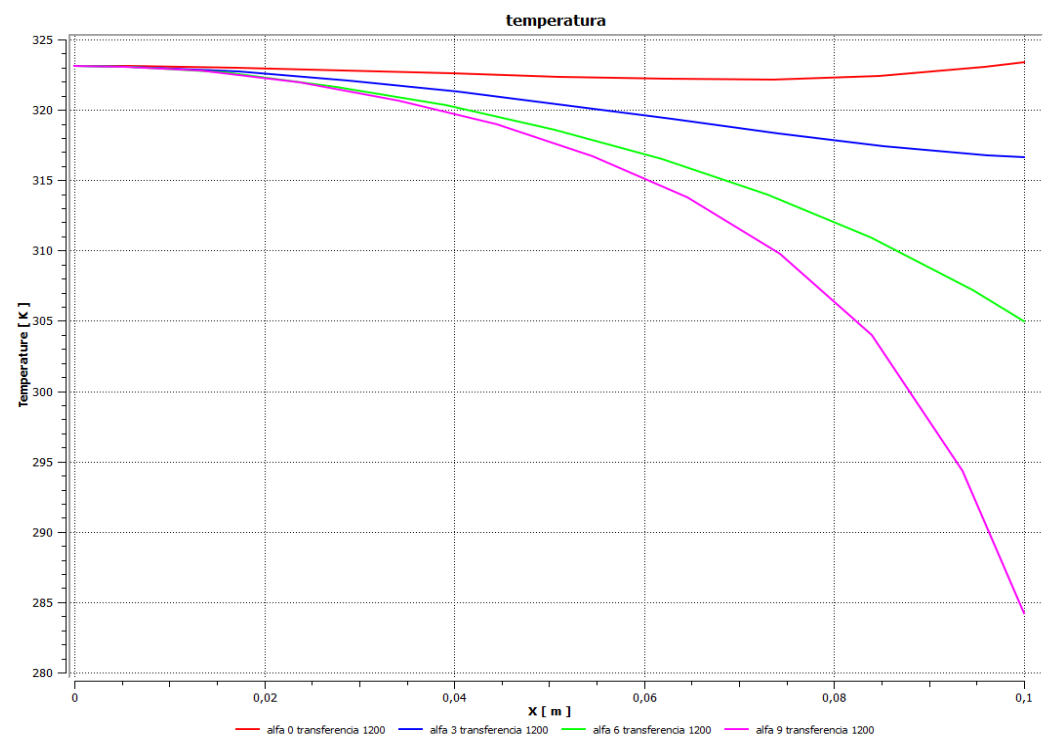


Figura A.50. Temperatura para $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

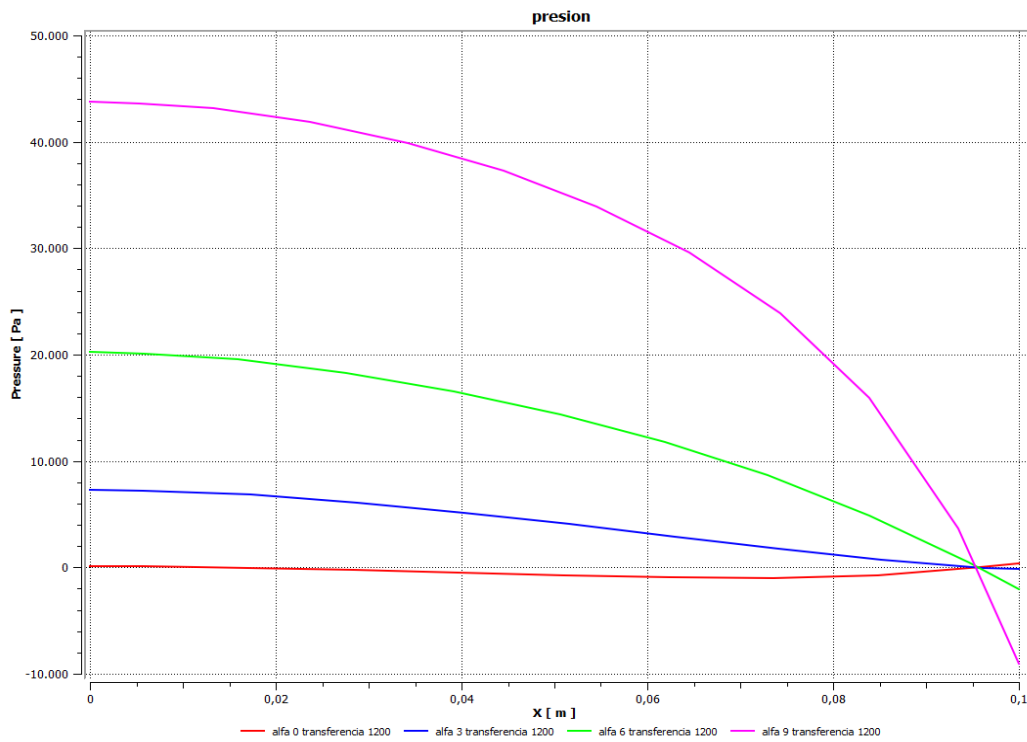


Figura A.51. Presión para $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

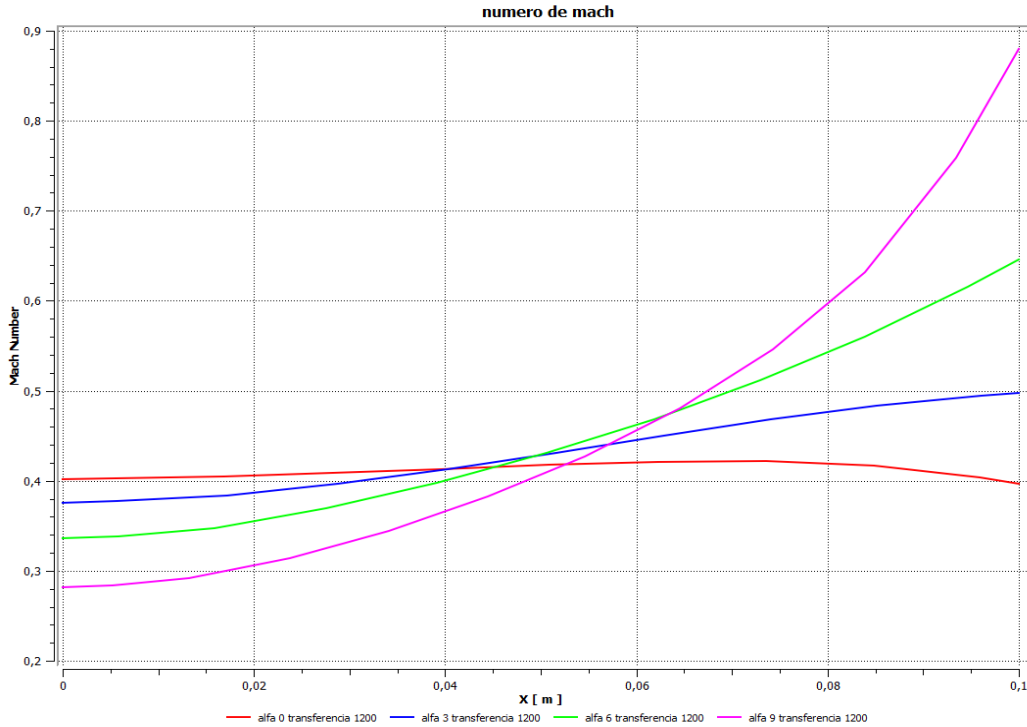


Figura A.52. Numero de Mach para $Q= 1200 \text{ kW/m}^2$ con cada ángulo de convergencia.

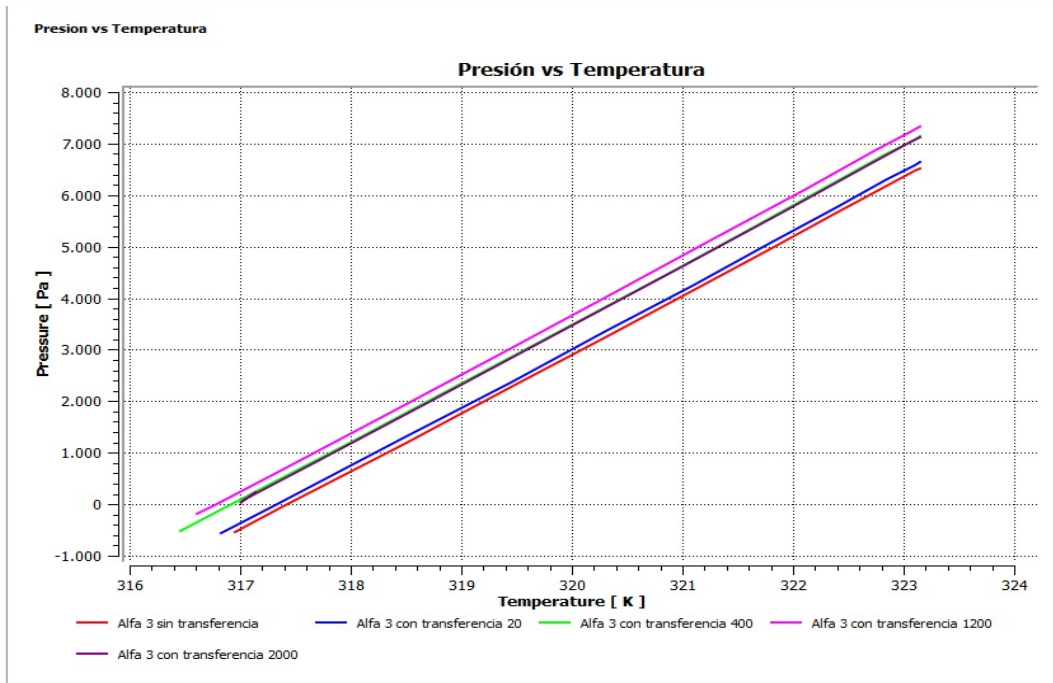


Figura A.53. Presión vs temperatura para una tobera con $\alpha=3$.

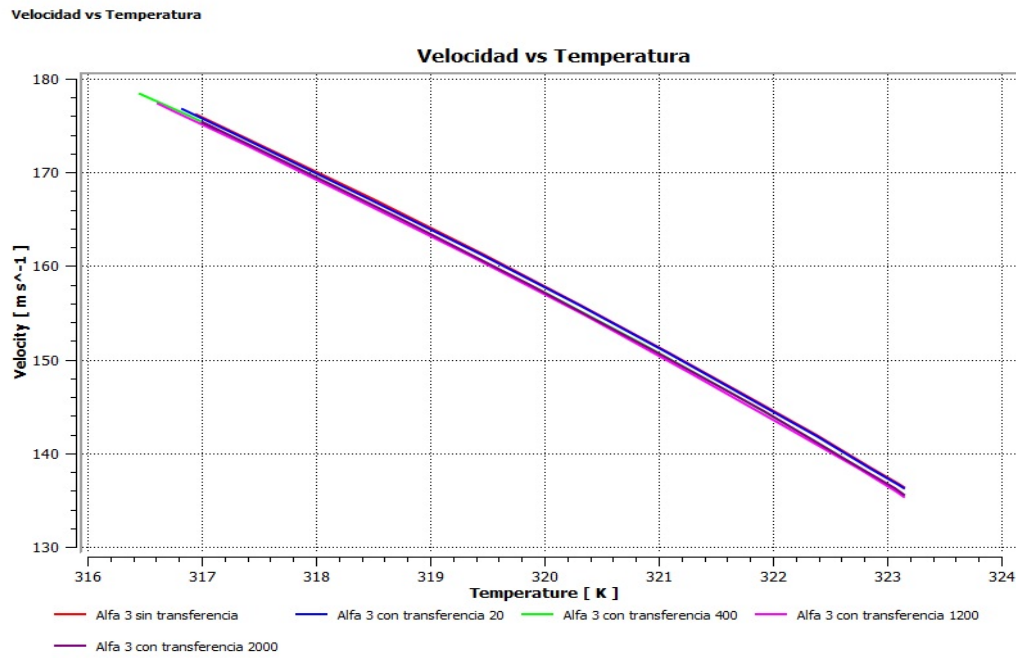


Figura A.54. Velocidad vs temperatura para una tobera con $\alpha=3$.

Numero de Mach vs temperatura

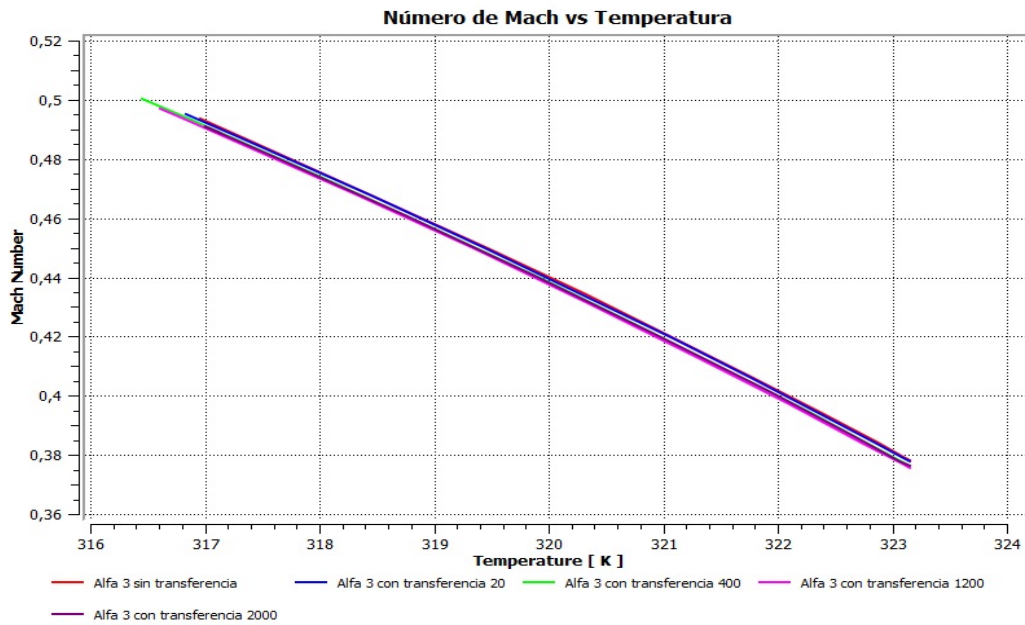


Figura A.55. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $\alpha=3$.

variacion del angulo presion

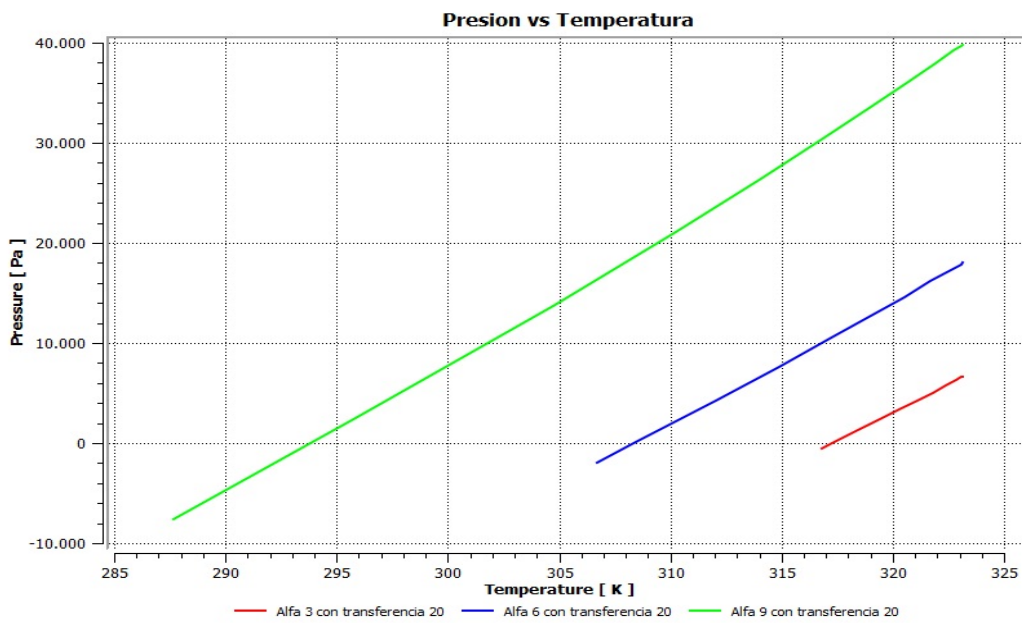


Figura A.56. Presión vs temperatura para una tobera con $Q= 20 \text{ kW/m}^2$.

variacion del angulo velocidad

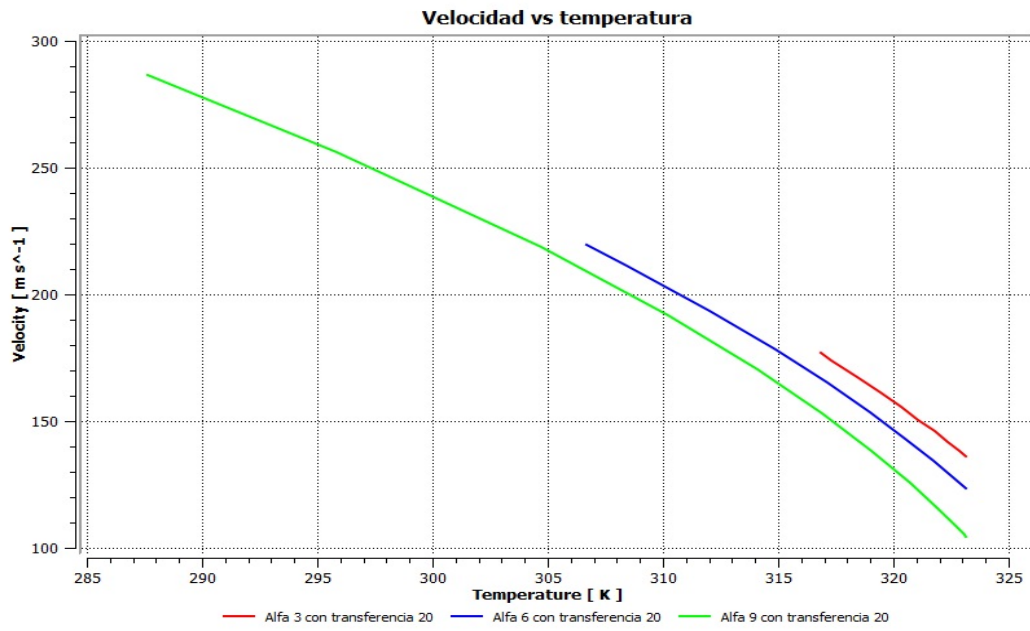


Figura A.57. Velocidad vs temperatura para una tobera con $Q= 20 \text{ kW/m}^2$.

variacion del angulo numero de mach

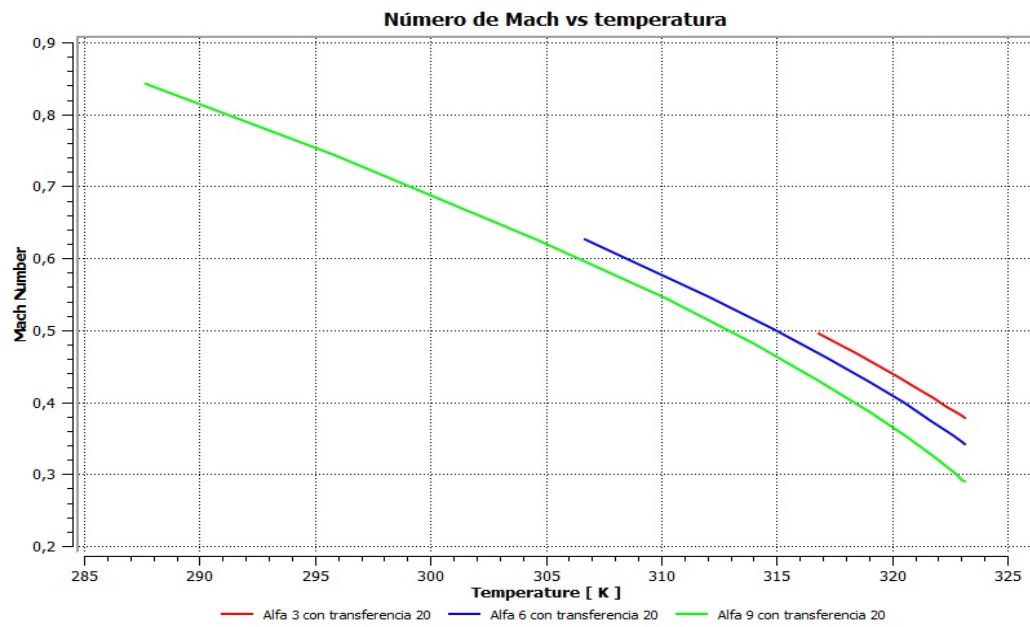


Figura A.58. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $Q= 20 \text{ kW/m}^2$.

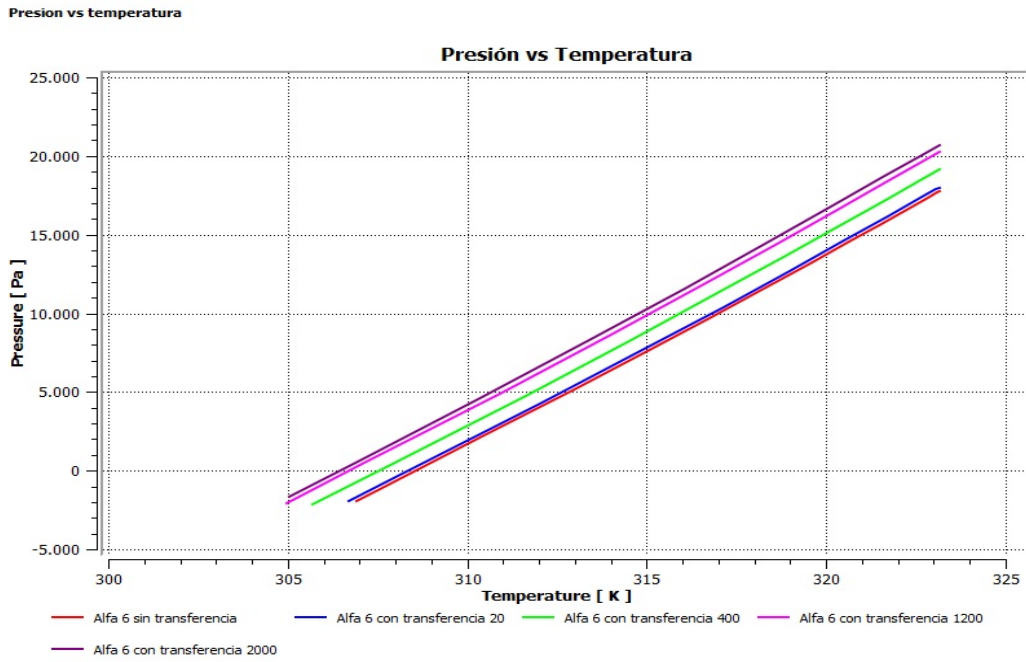


Figura A.59. Presión vs temperatura para una tobera con $\alpha=6$.

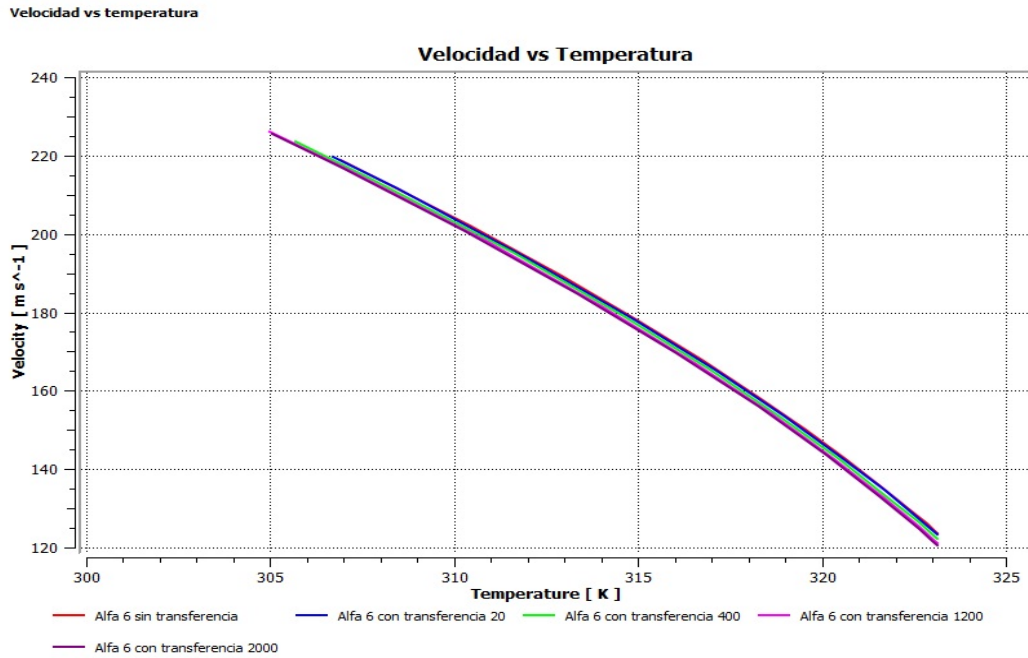


Figura A.60. Velocidad vs temperatura para una tobera con $\alpha=6$.

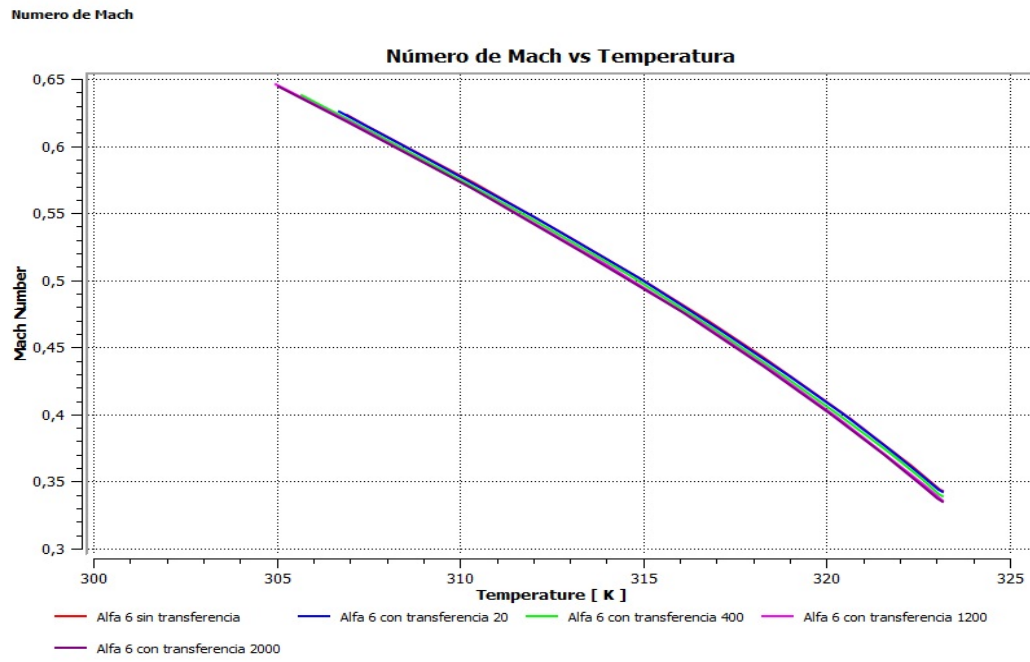


Figura A.61. Número de Mach vs temperatura para una tobera con $\alpha=6$.

Apéndice B

Tabla B.1 Dimensiones de tubería según norma ANSI B31.

TAMAÑO NOMINAL NPS	Diam. Ext.		Cedula 10S A						Cedula 40S A					
			Grosor Pared		Diámetro Int.		Peso Aprox.		Grosor Pared		Diámetro Int.		Peso Aprox.	
1/8	.405	10.29	.049	1.24	.307	7.81	.19	.28	.068	1.73	.269	6.83	.25	.37
1/4	.540	13.72	.065	1.65	.410	10.42	.33	.49	.088	2.24	.364	9.24	.43	.63
3/8	.675	17.15	.065	1.65	.545	13.85	.42	.63	.091	2.31	.493	12.53	.57	.85
1/2	.840	21.34	.083	2.11	.674	17.12	.67	1.00	.109	2.77	.622	15.80	.85	1.27
3/4	1.050	26.67	.083	2.11	.884	22.45	.86	1.28	.113	2.87	.824	20.93	1.13	1.69
1	1.315	33.40	.109	2.77	1.097	27.86	1.40	2.09	.133	3.38	1.049	26.64	1.68	2.50
1 1/4	1.660	42.16	.109	2.77	1.442	36.62	1.81	2.69	.140	3.56	1.380	35.04	2.27	3.39
1 1/2	1.900	48.26	.109	2.77	1.682	42.72	2.09	3.11	.145	3.68	1.610	40.90	2.72	4.05
2	2.375	60.33	.109	2.77	2.157	54.79	2.64	3.93	.154	3.91	2.067	52.51	3.65	5.45
2 1/2	2.875	73.03	.120	3.05	2.635	66.93	3.53	5.27	.203	5.16	2.469	62.71	5.79	8.64
3	3.500	88.90	.120	3.05	3.260	82.80	4.33	6.46	.216	5.49	3.068	77.92	7.58	11.30
3 1/2	4.000	101.60	.120	3.05	3.760	95.50	4.97	7.42	.226	5.74	3.548	90.12	9.11	13.58
4	4.500	114.30	.120	3.05	4.260	108.20	5.61	8.37	.237	6.02	4.026	102.26	10.79	16.09
6	6.625	168.28	.134	3.40	6.357	161.48	9.29	13.85	.280	7.11	6.065	154.06	18.97	28.28
8	8.625	219.08	.148	3.76	8.329	211.56	13.40	19.98	.322	8.18	7.981	202.72	28.55	42.57
10	10.750	273.05	.165	4.19	10.420	264.67	18.70	27.88	.365	9.27	10.020	254.51	40.48	60.36
12	12.750	323.85	.180	4.57	12.390	314.71	24.20	36.08	.406	10.31	11.938	303.23	53.53	79.81
14	14.000	355.60	.250	6.35	13.500	342.90	36.71	54.74	.437	11.10	13.126	333.40	63.37	94.49
16	16.000	406.40	.250	6.35	15.500	393.70	42.05	62.70	.500	12.70	15.000	381.00	82.77	123.41
18	18.000	457.20	.250	6.35	17.500	444.50	47.39	70.66	.562	14.30	16.876	428.60	104.80	156.26
20	20.000	508.00	.250	6.35	19.500	495.30	52.73	78.62	.593	15.10	18.814	477.80	122.90	183.24
24	24.000	609.60	.250	6.35	23.500	584.20	63.41	94.54	.687	17.40	22.626	574.80	171.20	255.26
30	30.000	762.00	.312	7.92	29.376	746.16	98.93	147.51						

Tabla B.2 Valores de P/Po para tobera con $\alpha = 0$ sin rugosidad absoluta.

K	MA	posición	P/PO
1,4	0,415288	1,94E-17	0,88808352
1,4	0,415351	0,00580303	0,88805207
1,4	0,415618	0,0174118	0,88791876
1,4	0,416126	0,0290239	0,88766496
1,4	0,416728	0,0406372	0,88736392
1,4	0,417374	0,0522511	0,88704053

1,4	0,418007	0,0638648	0,88672331
1,4	0,418569	0,0754775	0,8864414
1,4	0,418979	0,0870882	0,88623556
1,4	0,419124	0,0986954	0,88616273
1,4	0,419122	0,1	0,88616374

Tabla B.3 Valores de P/Po para tobera con $\alpha = 3$ con rugosidad absoluta $\varepsilon = 0,25$ mm.

K	MA	posición	p/p0
1,4	0,388014	1,59E-17	0,90137592
1,4	0,389085	0,00545985	0,90086632
1,4	0,393957	0,0164013	0,89853516
1,4	0,403498	0,0273445	0,89390904
1,4	0,415431	0,0382267	0,88801214
1,4	0,42898	0,0490654	0,88117172
1,4	0,443741	0,059854	0,87355042
1,4	0,45951	0,0705602	0,86522223
1,4	0,476416	0,0812138	0,85608985
1,4	0,494893	0,091818	0,84588095
1,4	0,510268	0,1	0,837215

Tabla B.4 Valores de P/Po para tobera con $\alpha = 6$ con rugosidad absoluta $\varepsilon = 0,25$ mm.

K	MA	k/k-1	p/p0
1,4	0,351632	3,5	0,91805434
1,4	0,353458	3,5	0,91724737
1,4	0,362281	3,5	0,91330248
1,4	0,379668	3,5	0,90531139
1,4	0,402442	3,5	0,89442498
1,4	0,429355	3,5	0,88098025
1,4	0,460183	3,5	0,86486264
1,4	0,495254	3,5	0,84567921
1,4	0,535708	3,5	0,82255945
1,4	0,583855	3,5	0,79386791
1,4	0,63837	3,5	0,76015577

Tabla B.5 Valores de P/Po para tobera con $\alpha=9$ con rugosidad absoluta $\epsilon=0,25$ mm.

K	MA	posición	p/p0
1,4	0,301234	1,93E-17	0,93899057
1,4	0,30383	0,00572269	0,93797724
1,4	0,31268	0,0145129	0,93446825
1,4	0,338443	0,0266744	0,92378498
1,4	0,373311	0,0383714	0,90826598
1,4	0,416445	0,0498169	0,88750548
1,4	0,471166	0,061444	0,85894773
1,4	0,538181	0,0727867	0,82111495
1,4	0,626829	0,0838841	0,76738378
1,4	0,749431	0,0943797	0,68894268
1,4	0,835358	0,1	0,63301453