



**UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN**



ESTRUCTURA EPISTÉMICA DEL ERROR DESDE EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Autora: M.Sc. Liliana Patricia Mayorga

Tutora: Dra. Brígida Ginoid Sánchez de Franco

Bárbula, abril de 2018



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN



VEREDICTO

Nosotros, Miembro del Jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: **ESTRUCTURA EPISTÉMICA DEL ERROR DESDE EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA**, presentado por la M.Sc. LILIANA PATRICIA MAYORGA, titular de la cédula de identidad N° V- 16.290.784, para optar al Título de Doctora en Educación, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como: (_____)

JURADOS:

ILIANA RODRÍGUEZ	C.I. V- 13.548.316	_____
BRÍGIDA GINOID SÁNCHEZ DE F.	C.I. V- 4.131.482	_____
PORFIRIO GUTIÉRREZ	C.I. V- 4.229.251	_____
ROSA COLMENAREZ DE ZAVALA	C.I. V- 7.005.372	_____
MARTÍN JOSÉ GONZÁLEZ	C.I. V- 3.056.319	_____

Bárbula, 10 de abril de 2018

DEDICATORIA

Con amor a mis hijos ***Yeison Daniel y Diego Alejandro*** les dedico este trabajo, el cual llevo horas, días, meses y años invirtiendo parte de mi vida; ustedes son fuente de inspiración y de superación en las cosas que he realizado; mi motor de vida, razón por la cual debo seguir luchando día a día con humildad y perseverancia.

Asimismo, a mi querida compañera de vida, mi madre ***Cecilia Mayorga Rincón*** que vale oro, la cual ha sido mi brazo fundamental, me ha ayudado durante toda mi carrera inculcándome valores y principios fundamentales para ser la persona que hoy en día soy; luchando siempre por lo que quiero.

Y finalmente, pero no menos importante mi dulce amor, ***Yary Antonio Colmenares*** te dedico también esta obra en la cual fuiste protagonista.

Liliana Patricia Mayorga

AGRADECIMIENTOS

Gracias querido Padre, Dios Todo Poderoso por ayudarme en este recorrido largo que es la vida, por darme los dones de sabiduría, paciencia y humildad. Por ayudarme a comprender desde una óptica especial los fenómenos acaecidos a lo largo de mi vida.

A la Doctora *Brígida Ginoid Sánchez de Franco*, mucho más que mi tutora y amiga (madre académica) por ofrecerme su apoyo, afecto, dedicación y sabios consejos; además por ser copártcipe intelectual de esta investigación para llegar a un feliz término de la misma.

A mi hermana de vida querida *María Adilia Ferreira de Bravo*, mi morocha, amiga y compañera de estudios la cual llegó a mi vida para ser la hermana que nunca tuve cerca, la cual me comprende, ayuda, motiva a ejecutar cualquier proyecto que tenga en mi vida; asimismo, por su participación activa en la realización de esta investigación.

Gracias a ti madre querida *Cecilia Mayorga Rincón* por estar siempre allí apoyándome, dándome ánimos en los momentos más difíciles de mi vida, por apoyarme en el cuido y la enseñanza de mis dos tesoros Yeison y Diego.

A mi amado *Yary Antonio Colmenares*, esposo, amigo y amante; colaborador y comprensivo, el hombre que Dios me ha regalado, pilar fundamental de mi hogar; el cual me ha ayudado a salir adelante como ser humano y como profesional.

Finalmente, gracias a mi padre *José Antonio Arciniegas Vargas* por estar presente en esta etapa de mi vida; dándome ánimo y sabios consejos para salir adelante en medio de las adversidades.

ÍNDICE

RESUMEN	pp. viii
ABSTRACT	ix
INTRODUCCIÓN	1
 CAPÍTULO I	 3
PROBLEMATIZACIÓN DEL HECHO EN ESTUDIO	3
Hombre y Sociedad. Un binomio circunscrito a la era del conocimiento y la información.....	4
Dialéctica Sujeto-Herramienta-Sociedad.....	7
Conocimiento: ¿Espejo de las cosas o interpretación de la realidad?.....	11
Visión Retrospectiva del Error en la Educación Matemática.....	12
Estructura Direccional de la Investigación.....	17
Intencionalidades de la Investigación.....	17
Por qué investigar en torno al error y la construcción del conocimiento en la Educación Matemática.....	18
 CAPÍTULO II	 20
PRINCIPIOS TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN	20
La Ciencia y la crisis del Conocimiento Científico.....	21
La triada: Física-Biología-Antroposocial.....	23
La verdad: relación entre el contenido-objeto y la realidad o apariencia.....	28
Karl Popper: La ciencia progresa mediante su falsación.....	30
Geometrización del Error: un abordaje epistémico.....	33
Una mirada comprehensiva del error desde el aprendizaje.....	34
Tipología de errores de Jean-Pierre Astolfi (1999).....	36
La Didáctica vs la cinta transportadora de conocimientos.....	37
Tipología de errores según Martín Socas Robayna (1997).....	40
 CAPÍTULO III	 42
ENCAUCE INVESTIGATIVO Y METODOLÓGICO	42
Mirada profunda de los fenómenos humanos en situación natural.....	42
Etnografía Educativa: Una contemplación en el espacio didáctico institucional.....	46
Unidades de Estudio.....	49
Senda metodológica de la investigación: Una reflexión en y desde la praxis.....	50
<i>Fase I:</i> Abordaje al Campo: Localización de escenarios potenciales.....	52
<i>Fase II:</i> Integración de la información obtenida en la Microetnografía en el aula.....	53
<i>Fase III:</i> Interpretación de la fuente documental.....	54
<i>Fase IV:</i> Compresión holística y construcción del entramado teórico.....	55

CAPÍTULO IV	pp. 56
EN CONTACTO CON LA REALIDAD.....	56
Abordaje al Campo: Localización de escenarios potenciales.....	56
Observación Directa.....	59
Descripción del Ethos de vida escolar.....	60
Hallazgos investigativos relevantes.....	68
Entrevista a informantes clave Estudiantes.....	69
Integración de la información obtenida en la Microetnografía en el aula....	73
Hallazgos investigativos relevantes.....	75
Interpretación de la fuente documental.....	77
Análisis del contenido de la obra de carácter científico D ₁	79
Análisis del contenido de la obra de carácter científico D ₂	86
Contraste de las categorías en la revisión de las obras de carácter científico.....	91
Triangulación de los hallazgos investigativos.....	94
CAPÍTULO V	96
COMPRESIÓN HOLÍSTICA Y CONSTRUCCIÓN DEL ENTRAMADO	
TEÓRICO.....	96
Significado del Error como instrumento alternativo.....	97
Naturaleza del Error desde una Perspectiva Onto-Epistémica.....	102
A partir del Error: Desaprende-Reconstruye- Reaprende.....	106
Visión del Error desde el Microsistema Educativo.....	109
Configuración de la estructura.....	112
Colofón: Franqueo de fronteras.....	113
Estructura didáctica y conflictos cognitivos en la actividad matemática.....	113
El pensamiento y formación docente.....	114
REFERENCIAS	117
ANEXOS	121

LISTA DE GRÁFICOS

	pp.
GRÁFICO N° 1: Triada de las ciencias	23
GRÁFICO N° 2: Fases de la Investigación etnográfica	51
GRÁFICO N° 3: Develaciones emergentes de la entrevista al informante clave P ₁	73
GRÁFICO N° 4: Develaciones emergentes de la entrevista al informante clave P ₂	74
GRÁFICO N° 5: Develaciones emergentes de la entrevista al informante clave P ₃	74
GRÁFICO N° 6: Develaciones generales emergentes de las entrevistas	75
GRÁFICO N° 7: Cuadrantes del Error: Una Visión Conceptual Centrada en la Construcción Conocimiento en el Aprendizaje de la Matemática	112

LISTA DE CUADROS

	pp.
CUADRO N°1: Integración de categorías y subcategorías de las entrevistas	69
CUADRO N°2: Saturación de categorías y subcategorías	70
CUADRO N°3: Selección de los Documentos para el Análisis de Contenido	78
CUADRO N°4: Estructuración de la matriz de análisis	79
CUADRO N°5: Concepción del error	79
CUADRO N°6: Origen del error	81
CUADRO N°7: Origen del error	82
CUADRO N°8: Conocimiento matemático	84
CUADRO N°9: Concepción del error	86
CUADRO N°10: Origen del error	88
CUADRO N°11: Conocimiento	90
CUADRO N°12: Errores en el aprendizaje	91
CUADRO N°13: Construcción del conocimiento	92
CUADRO N°14: Triangulación de los hallazgos investigativos	94
CUADRO N°15: Estatus que puede tomar el error según los modelos pedagógicos	111



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN



ESTRUCTURA EPISTÉMICA DEL ERROR DESDE EL APRENDIZAJE
DE LA MATEMÁTICA

Autora: M.Sc. Liliana Patricia Mayorga
Tutora: Dra. Brígida Ginoid Sánchez
Fecha: Abril, 2018

RESUMEN

En todo proceso de construcción de conocimiento matemático existe un elemento estable, el cual aparece de manera fortuita y es inherente en las producciones de la mayoría de los estudiantes, éste es conocido como *error*. La intencionalidad de la investigación fue generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática; sustentada en el paradigma interpretativo; cuyo método fue etnográfico; localizando el escenario potencial y los informantes clave, en este caso fueron tres estudiantes de la U.E. Hipólito Cisneros cursantes del cuarto año sección “J” de educación media general. Se emplearon las técnicas: observación participante, entrevista en profundidad y otras fuentes de información relacionadas con los documentos existentes acerca de las concepciones de los errores cuyos teóricos son los Martín Socas y Jean Pierre Astolfi. En el manejo de la información obtenida en el campo y la interpretación de los hallazgos se utilizó la técnica de la triangulación. La aproximación teórica, se fundamentó en cuatro principios referenciales instaurados por la autora: epistemológico, ontológico, axiológico y teleológico; los cuales están articulados a través de la representación denominada: *Los cuadrantes del error: una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática*; llegando así a las reflexiones; tales como: dejar a un lado la visión de fracaso, culpa, ausencia de conocimiento, castigo, discriminatoria y asumir una actitud ante el error como un recurso que proporciona trazas de lo que ocurre en el proceso de asimilación de la nueva información; considerar el mismo como un componente de una estrategia didáctica centrada en procesos y no en resultados.

Palabras Clave: Aprendizaje de la matemática, construcción del conocimiento, error.

Línea de Investigación Doctoral: Teorías Educativas y del Aprendizaje.

Subtemática: Didáctica, Enseñanza y Educación de las diversas disciplinas de Conocimiento.



UNIVERSITY OF CARABOBO
FACULTY OF EDUCATION SCIENCES
POSTGRADUATE ADDRESS
PHD IN EDUCATION



EPISTEMIC STRUCTURE OF THE ERROR FROM THE
LEARNING OF MATHEMATICS

Author: M.Sc. Liliana Patricia Mayorga
Tutor: Dra. Brígida Ginoid Sánchez
Date: April, 2018

ABSTRACT

In every process of construction of mathematical knowledge there is a stable element, which appears in a fortuitous way and it is inherent in the productions of the majority of students, this is known as error. The intentionality of the research was to generate an epistemic structure of error as a conceptual vision focused on the construction of knowledge in the learning of mathematics; sustained on the interpretative paradigm; whose method was ethnographic; locating the potential stage and the key informants, in this case they were three general secondary education students from the U.E. Hipólito Cisneros who follow the fourth year "J" section. The techniques used were: participant observation, in-depth interview and other sources of information related to the existing documents about the conceptions of errors whose theorists are Martín Socas and Jean Pierre Astolfi. The triangulation technique was used in the handling of the information obtained in the field and in the interpretation of the findings. The theoretical approach was based on four referential principles established by the author: epistemological, ontological, axiological and teleological; which are articulated through the representation called: The quadrants of error: a conceptual vision focused on the construction of knowledge in the learning of mathematics; thus arriving, at the reflections such as: leaving aside the vision of failure, guilt, lack of knowledge, punishment, discriminatory and assume an attitude to error as a resource that provides traces of what happens in the process of assimilation of new information; consider it as a component of a didactic strategy focused on processes and not on results.

Keywords: Learning of mathematics, construction of knowledge, error.

Doctoral Research Line: Educational and Learning Theories.

Subthetics: Didactics, Teaching and Education of the various disciplines of Knowledge.

INTRODUCCIÓN

La acción matemática es una actividad humana, como el lenguaje, el cual es un instrumento que sirve para expresar diversos tipos de conocimientos; muchas investigaciones se han enfocado en analizar cómo se origina el proceso de enseñanza y aprendizaje, partiendo de que los estudiantes se encuentran ajenos al trabajo de modelización algebraica encaminado a solucionar problemas centrados en utilizar la matemática conocida; es decir, resolver problemas considerando la existencia de herramientas manejadas previamente, siendo percibidas como un conocimiento sin ningún tipo de aplicación, las cuales están inmersas en el currículo en forma obligatoria, mas no son consideradas una herramienta útil en el quehacer humano.

Es allí donde entonces cobra fuerza la presencia del error en el proceso de construcción del conocimiento matemático caso particular para efectos de esta investigación, la educación media general venezolana. Por todo esto, el presente trabajo pretende generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática; para ello se presentan en las próximas líneas las partes que constituyen el desarrollo de la investigación cualitativa etnográfica en el ámbito educativo, conformada en cinco (5) capítulos:

En el *Capítulo I*, se podrá encontrar la problematización del hecho en estudio en relación al proceso de construcción del conocimiento matemático, la estructura direccional de la Investigación y el por qué investigar en torno al error y la construcción del conocimiento en la educación matemática.

En el *Capítulo II*, se desarrollan los principios teóricos del estudio; enmarcados desde la perspectiva del Psicólogo Jean Piaget, las tipologías elaboradas por Martín Socas (1997) y Jean Pierre de Astolfi (1999).

El *Capítulo III*, se encuentra el encauce investigativo y metodológico donde se realizó una mirada profunda de los fenómenos humanos en situación natural; a fin de utilizar durante la ejecución del estudio, especificando los informantes, las técnicas de recolección de datos y la validez interna de los mismos para así generar una estructura epistémica del error desde el aprendizaje de la matemática.

El *Capítulo IV* denominado en contacto con la realidad, donde se procedió al abordaje del campo, obtención e integración de información relevante para el estudio a fin de llegar a la triangulación de la misma. Para así finalmente llegar al *Capítulo V*, etapa de comprensión holística y construcción del entramado teórico, donde se logró configurar la estructura epistémica del error desde el aprendizaje de la matemática; a través de los cuadrantes del error como visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la Matemática, todo esto, emergente de un conjunto de conocimientos generados de manera sistemática en la comprensión de los hallazgos investigativos obtenidos del proceso de categorización y triangulación de la información.

CAPÍTULO I

PROBLEMATIZACIÓN DEL HECHO EN ESTUDIO



Con la dinámica de todo Ser social, está involucrada la Educación, concebida según la autora como un proceso continuo no tangible de formación integral, pero si observable y registrable a través de las diversas manifestaciones; tales como el aprendizaje, la inteligencia, el comportamiento, entre otros. En ella se conjugan las acciones del docente (mediador entre el educando y el valor, o facilitador durante el proceso) y el estudiante (aquel ser social abierto al mundo, envuelto en una cultura, en una historia) bajo una perspectiva común, para llegar a la construcción de saberes o conocimientos involucrados en el día a día, para su posterior aplicabilidad en algún momento de la vida logrando desenvolverse en cualquier medio o contexto social de manera exitosa, por lo cual la educación según la UNESCO (2008) , resulta ser un “elemento clave del desarrollo en la medida en que permite a las personas alcanzar su pleno potencial (...) es un derecho de todos los ciudadanos” (p.5) promoviendo la construcción del conocimiento que el estudiante debe lograr a partir de las condiciones establecidas por el docente en cuanto a cómo aprovechar el conocimiento y las experiencias previas.

Todo esto está enmarcado en un contexto donde los avances tecnológicos y la abrumadora socialización del conocimiento demandan formas diferentes de interacción social en todos los

aspectos. De allí, la escuela y sus actores requieren también realizar modificaciones internas que les permita no sólo desenvolverse en un ambiente externo sino también a nivel interno; donde el educando cuente con herramientas necesarias para construir su autonomía y un aprendizaje permanente.

Hombre y Sociedad. Un binomio circunscrito a la era del conocimiento y la información

La sociedad se ha enfrentado a diversos cambios o nuevas formas organizativas de producción de bienes y servicios centrados en satisfacer las necesidades de la población; por ende se amerita de un modelo educativo contextualizado a la realidad en la cual está inmerso el individuo, considerando las diversas formas de producción del conocimiento a fin de lograr su aplicación en la vida diaria en pro del mejoramiento de la calidad de vida y el nivel de bienestar social. De hecho, aun son válidos los señalamientos realizados por Argudín (2005):

Vivimos una época en la cual el conocimiento aplicado a las esferas de la producción, de la distribución y de la gestión está revolucionando las condiciones de la economía, el comercio, las bases de la política, la comunicación cultural mundial...Este nuevo ciclo ha sido denominado sociedad del conocimiento...(p. 17)

Con lo anteriormente expresado, se puede decir, la concepción del hombre ante la sociedad ha sido considerada por la cultura occidental como Sujeto, Alma, Cuerpo y Espíritu de forma independiente; el cual construye el conocimiento a través de la razón o de la experiencia según las diversas posturas existentes, sin pensar en la evolución de las culturas y la interrelación del sujeto con el mundo que lo rodea. En consecuencia, Rosnay (1996) concibe al hombre a partir de la interacción del mismo en la sociedad, con los avances científicos y culturales los cuales han incidido decisivamente en la supervivencia a través de la historia; afirmando:

Tras el homo sapiens que trata de dominar con su inteligencia las especies vivas, el homo faber que domina las herramientas y las máquinas, o el homo economicus, consumidor y depredador, ha llegado el momento del hombre simbiótico, que vive en armonía con un ser más grande que él...(p.20)

Dicha conceptualización se mantiene vigente ya que emerge del estudio de los sistemas sociales, las formas de convivencia y comunicación a nivel mundial, donde la Educación no puede quedarse atrás, está llamada a jugar un papel relevante en la dinámica social a fin de aprender cada día más acerca de las diversas culturas o costumbres, innovaciones científicas o tecnológicas presentes en este contexto; ya que a medida que se generen avances científicos en la región, el conocimiento avanza paralelamente con la representación del mundo; de allí, la construcción de éste por parte del hombre se hace más complejo, puesto que influyen diversos factores (sociales, económicos, políticos, religiosos, otros) los cuales están en estrecha interdependencia; así lo sostienen en el ámbito internacional los postulados de la UNESCO (ob. cit.) donde:

Los modelos económicos de nuevo crecimiento enfatizan la importancia del nuevo conocimiento, de la innovación y del desarrollo de capacidades humanas como fuentes de crecimiento económico sostenible. La educación y el desarrollo de capacidades humanas no solo permiten a los individuos agregar valor a la economía; sino contribuir al patrimonio cultural, participar en la sociedad... (p.6)

Pero en sí ¿cuál es el sentido de la Educación? para llegar a entenderlo, es significativo reflexionar acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje, vistos desde las aristas escuela y sociedad; de hecho, para Argudín (ob. cit.) "...la educación es también un proceso donde se

realiza la unión de dos actividades: la enseñanza y el aprendizaje... El ser humano tiene la capacidad de aprender y por eso puede ser educado” (p. 26). En este sentido, es sustancial precisar los fines de la Educación consagrados en la Declaración Universal de los Derechos Humanos, en la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela y en la Ley Orgánica de Educación.

Partiendo de lo emanado por la Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999) en su artículo 102: “la educación es un derecho humano y un deber social fundamental ... con la finalidad de desarrollar el potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad...”(p.35), por su parte el Artículo 15 de la Ley Orgánica de Educación (2009) en su literal 1 expone como primera finalidad: “desarrollar el potencial creativo de cada ser humano para el pleno ejercicio de su personalidad y ciudadanía...” (p.18); para ello se requiere, centrar el proceso de formación hacia la desarrollo de una conciencia histórica e identidad Venezolana, que se encuentra constantemente en la búsqueda de nuevos conocimientos científicos, pedagógicos, deportivos, sociales, humanísticos, con un proyecto de vida que le permite integrarse en forma participativa y protagónica a la sociedad.

De hecho, a través de la participación activa de los estudiantes, docentes y demás involucrados en los procesos educativos, culturales y socio comunitarios, se podrá propiciar la formación de valores y la preparación en concordancia con las actividades productivas del país y así lograr “Formar en, por y para el trabajo social liberador, dentro de una perspectiva integral...” (Ley Orgánica de Educación, 2009, p. 19). Vale destacar que dichas finalidades están en concordancia con lo establecido en el artículo 26 de la Declaración Universal de los Derechos Humanos (1948) donde “Toda persona tiene derecho a la educación. (...) La Educación tendrá como objeto el

pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales...”

Finalmente, para alcanzar los fines propuestos anteriormente, se presume la necesidad de propiciar escenarios acordes con la realidad social del estudiante, donde tenga relevancia no sólo la transmisión de contenidos para ser heredados de generación en generación; de hecho, la verdadera importancia para la investigadora radica en la calidad del aprendizaje que pueda generarse, centrado no sólo en que los estudiantes aprendan, sino también en la forma en que estos lo puedan hacer y a través de qué medios o herramientas logren la construcción de su propio aprendizaje a partir de sus experiencias tanto intra como extra escolares; desarrollando un método centrado en los significados simbólicos y culturales propios del entorno en concordancia con la Era del conocimiento.

Considerando hoy por hoy los grandes avances no sólo en la ciencia sino también en las tecnologías y en la comunicación los cuales inciden de manera proporcional en la construcción de ese nuevo conocimiento en el individuo, donde los actores de la educación están llamados moral y éticamente hablando a estructurar ambientes de aprendizaje cónsonos con las nuevas formas de socialización del conocimiento, las cuales van influenciando el proceso de enseñanza y aprendizaje. Dewey (2004) considera la educación como “un proceso de acomodar el futuro al pasado (...) utilización del pasado como un recurso para desarrollar el futuro” (p.76); por lo tanto, la misma no debe estar ajena a los cambios que se generan día a día.

Dialéctica Sujeto-Herramienta-Sociedad

La matemática como área de formación adquiere relevancia como una herramienta fundamental en el quehacer educativo, al brindar elementos importantes en la formación del

individuo; además en sus niveles más articulados es una manera de razonar y enfrentar la resolución de ciertos problemas. En consecuencia, ¿cuál es el papel de la matemática en la educación integral del individuo?

La enseñanza de la matemática forma parte de un sistema de valores éticos, direccionados a la práctica social, donde cada individuo en formación es iniciado en el acervo cultural que le corresponde, considerando que el conocimiento científico es constitutivamente social. En la enseñanza de esta área de formación, se ha discutido el enfoque en función de las experiencias de los estudiantes; es decir, la matemática contextualizada con el entorno del individuo, la cual pueda satisfacer sus necesidades, así como utilizar eficientemente el conocimiento aprendido en un contexto o situación problemática, considerando los cinco procesos generales que se contemplan en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas mencionados por Murcia y Córdoba (2009): “formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar, formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (p.136).

De hecho, la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia, en el subsistema de Educación Básica, en especial el nivel de la Educación Media, está centrado en desarrollar en el educando las nociones o conceptos útiles para comprender su entorno; incluso, transmitir parte del acervo cultural de su sociedad, proporcionando al individuo una serie de herramientas que le permitan el acceso a otras áreas del conocimiento y actividad humana.

Sin embargo, la realidad es otra, según Casanova (2006), existe una preocupación con relación a las políticas educativas, ya que se puede advertir “el profundo desfase entre lo que la institución escolar enseñaba y los alumnos aprendían y las competencias tecnológicas y culturales requeridas para la nueva economía global” (p.1). En el caso específico del aprendizaje de la matemática a

nivel de Educación Media, se ha suscitado un interés constante en determinar las dificultades que exhiben los estudiantes al intentar transferir las ideas matemáticas hacia diversos contextos; de hecho, se puede evidenciar en los estudiantes dificultades en cuanto a: habilidades para resolver problemas, identificar y seleccionar estrategias apropiadas así como organizar la información.

Aunado a esto, es importante destacar los resultados obtenidos durante la aplicación del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes, cuyas siglas reconocidas en inglés (PISA) con el fin de evaluar las competencias en los estudiantes de quince años en las áreas: Lectura, Matemáticas y Ciencia, realizado en Colombia por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) en el año 2012 y liderado por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) señalan especialmente en el caso de matemática:

...el 74% de los estudiantes colombianos se ubicó por debajo del nivel 2 y el 18%, en el nivel 2. Esto quiere decir que solo dos de cada diez estudiantes pueden hacer interpretaciones literales de los resultados de problemas matemáticos; además, emplean algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas de números enteros, e interpretan y reconocen situaciones en contextos que requieren una inferencia directa. En contraste, apenas 3 de cada mil alcanzaron los niveles 5 y 6. Quienes están en estos niveles tienen pensamiento y razonamiento matemático avanzados: pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias de resolución de problemas; conceptúan, generalizan y utilizan información; aplican conocimientos en contextos poco estandarizados; reflexionan sobre su trabajo y pueden formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos (p. 8).

En cuanto a otros países participantes, según (ICFES, ob. cit.) donde Venezuela en este estudio no se ha integrado, se tiene:

En todas las áreas, los puntajes promedio de los países latinoamericanos son significativamente inferiores al promedio OCDE. En matemáticas, el puntaje de Colombia (376) es inferior a los obtenidos por 61 países y no es estadísticamente diferente de los observados en los países que obtuvieron los tres puntajes más bajos: Catar, Indonesia y Perú (p.8).

Vale destacar, el promedio considerado por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) reflejado en el informe nacional del año 2012 de resultados es de 494 puntos para el área de matemática, 496 puntos para lectura y 501 puntos para ciencias.

Como lo revelan los estudios realizados en México, en el ámbito del pensamiento matemático y la enseñanza, por Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza (2005) “La mayoría de los alumnos, en sus clases de matemáticas, memorizan y optimizan los conocimientos antes de que verdaderamente puedan integrar conceptos o procedimientos matemáticos” (p.37); presentando el conocimiento matemático, en forma abstracta, sin base empírica, alejado de la realidad, generando en los discentes una serie de dificultades que inhiben el aprendizaje; percibiendo a la matemática como un saber sin ningún tipo de aplicación, a pesar de estar inmersas en el currículo en forma obligatoria, más no son vistas a modo de un instrumento útil en el quehacer humano, ocasionando así una discrepancia en los resultados de rendimiento académico esperado con los que se dan en la realidad.

Conocimiento: ¿Espejo de las cosas o interpretación de la realidad?

Partiendo del hecho que el conocimiento en el ser humano es una apreciación de la posesión de múltiples datos o informaciones interrelacionados entre sí, resultado de un proceso de percepción sensorial (experiencia interna y experiencia externa) se tiene que el mismo “es síntesis entre los datos aportados por la experiencia y las estructura a priori del sujeto” (Ríos, 2004: 127); por lo que la experiencia y el pensamiento que posee el individuo son bases fundamentales en la construcción del conocimiento puesto que éste es el producto de la vida social y se origina a través de la resistencia que el sujeto encuentra en sus acciones ante la realidad; éste construye en su interior su propio conocimiento en forma individual, aunque pueden intervenir factores externos los cuales pueden facilitar o dificultar la construcción.

No obstante, el conocimiento no es solamente una acción cognoscitiva del sujeto, éste está necesariamente vinculado con el mundo externo, la realidad y entorno del individuo, ciertamente a medida que va creciendo, adquiere diversos conocimientos, de gran ayuda en su desenvolvimiento social y cultural. Sin embargo, tras la adquisición de nuevos conceptos, éste también se enfrenta a diversos cambios en cuanto a su forma de expresión; es decir, se encuentra ante una nueva forma de lenguaje que no es el cotidiano o natural, sino un lenguaje científico o formal, el cual está regido por reglas, notaciones precisas, abstractas con otro tipo de entidades.

Deval (1997), por su parte sostiene: “el sujeto almacena su conocimiento de la realidad mediante distintos tipos de entidades de diferente naturaleza. En ellas se pueden distinguir los esquemas, los conceptos y las representaciones” (p.24). Posiblemente estos tres últimos elementos constituyan instrumentos claves para la construcción mental de los objetos matemáticos emergentes de los significados y las relaciones establecidas a priori por el sujeto;

con respecto a los esquemas mentales, éstos son sistemas organizados que posee el estudiante, los cuales pueden ser aplicados a diversas situaciones, sirven para actuar, explorar o resolver cualquier eventualidad y encontrar así un orden en la realidad.

Sin embargo, los conceptos son propiedades comunes de una clase de objetos o situaciones, que se generan a través de la aplicación de los esquemas contruidos de forma individual por el sujeto; los cuales pueden estar expuestos a una construcción equivocada, llevando a *considerar la situación de que el error incide en el aprendizaje del individuo*.

Para Muñoz y Velarde (2000) el conocimiento es “la identificación de objetos externos o internos (al sujeto) y su reconstrucción o representación interna adecuada” (p.417); por ende, todas estas concepciones inducen al supuesto que la construcción del conocimiento en el sujeto es una de las actividades principales que merecen ser estudiadas en la didáctica de cualquier ciencia, en este caso en particular la matemática; donde el conocimiento no necesariamente es el espejo de las cosas o del mundo exterior al aprendiz; sino que son interpretaciones o ideas creadas por la persona a nivel cerebral a partir de estímulos o signos captados, en la cual se involucran procesos de producción, acumulación, distribución y consumo de saberes involucrados en el contexto.

Por todo lo antes mencionado, para efectos de esta investigación, es propicio plantear el siguiente cuestionamiento ¿cómo ha sido concebido el error en la educación?

Visión Retrospectiva del Error en la Educación Matemática

Todo proceso de construcción de conocimiento trae consigo el riesgo de una disonancia cognitiva, generando en el sujeto nociones o conceptos falsos; los cuales, le impiden llegar a una

solución correcta de cualquier problema o aplicación coherente a una situación de la vida diaria.

Briceño (2011) destaca:

Es evidente que el error se incluye en la praxis como un nodo de conflicto no sólo en la intertraducción cognitiva interna de aprendiz sino como parte de la comprensión entre dos mentes separadas, la del aprendiz y la del mediador del aprendizaje quien en muchos casos no considera el desafío de formar pensadores competentes... (p.34)

En sí, se requiere entonces de un mediador del aprendizaje capaz de considerar entre sus herramientas de enseñanza el error como medio para la construcción del conocimiento a partir del conocimiento previo del individuo, de las percepciones múltiples de la realidad; ya que a medida que se generan adelantos científicos, el conocimiento también avanza paralelamente con la representación del mundo, la construcción del conocimiento por parte del hombre se hace más complejo. Por su parte, De la Torre (2004) considera:

... en el pensamiento actual de los profesores prevalece una consideración evitativa de los errores, el predominio de la atribución extrínseca sobre la intrínseca, una mayor incidencia en los componentes actitudinales (falta de atención, interés, esfuerzo) y cognoscitivos (falta de conocimiento y comprensión) del alumno que en las estrategias cognitivas. (p.194)

El hecho de evidenciar en el estudiante al momento de abordar la resolución de un problema, la omisión progresiva de las justificaciones algebraicas en los procedimientos aritméticos, geométricos o combinatorios; escasa utilización de fórmulas reduciéndolas a simples algoritmos de cálculo. Tal dificultad ha sido estudiada a lo largo de la historia por diversos didactas pertenecientes a esta disciplina; Godino y Font (2003) afirman: “todas la teorías sobre la

enseñanza aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información” (p.69). Vale decir, en todo sistema de conocimiento existe un elemento estable, el cual aparece de manera fortuita y es inherente en las producciones de la mayoría de los aprendices, éste es conocido como error; el mismo surge en un marco conceptual consistente, basado sobre conocimientos adquiridos previamente. Advirtiéndose entonces, durante el proceso de aprendizaje en los estudiantes de matemática del nivel Educación Media, otra dificultad la cual es aquella presentada al momento de abordar un problema; en especial la integración de los conocimientos aritméticos, geométricos y algebraicos para su posterior aplicación en la realidad o contexto en donde el individuo está inmerso.

Asimismo, Rico (1992) sustenta “...el conocimiento malogrado, deficiente, mal fundado o erróneo supone una preocupación permanente, un objeto a batir, una situación que superar” (p. 52). Según la experiencia de la investigadora, se ha observado que los educandos incurren en algunos errores debido a: concepciones inadecuadas sobre aspectos fundamentales de la matemática, resultados de la aplicación incorrecta y crédula de un procedimiento inadecuado, empleo de métodos o estrategias inventadas por el participante para la búsqueda de soluciones en una determinada situación.

Lo importante es entonces suponer que se amerita desarrollar la capacidad de producir expresiones y relaciones algebraicas, a fin de traducir e interpretar un problema para así utilizar las diversas herramientas conducentes a una solución. En virtud a lo antes comentado “la educación matemática tiene como tarea encontrar los mecanismos regulares que presentan los individuos en la construcción de cada concepto matemático, en la forma como se estructura...” (García, Franco y Garzón, 2006, p.15). Por esta razón, la disertación del error no es un tema reciente en el campo de la didáctica de la matemática; por ejemplo, en España existen líneas de

investigación generadas con el fin de abordar esta problemática la cual afecta a los estudiantes inmersos en el nivel de educación media, ocasionando en el individuo confusiones o perjuicios que se dan en el acto de conocer, generando inercia tendiente a perpetuar lo conocido y a cerrarse al nuevo conocimiento y a su vez al docente en cuanto al logro de los objetivos de aprendizaje.

Es notable destacar, en el estudio de la didáctica de la matemática se ha desarrollado investigaciones sobre este tópico, Estados Unidos y Alemania aparecen las primeras investigaciones sobre los errores cometidos por los estudiantes, Rico (1998) sostiene: “Se considera que Weiner -1922- es el fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de los errores” (p.77) tratando de establecer patrones de errores que explicasen las equivocaciones de los estudiantes.

De allí, el estudio de las concepciones equivocadas en el aprendizaje de la matemática ha sido un tema de permanente discusión; partiendo del supuesto que es necesario considerarlo como “...una bisagra cognitiva que al usarlo coadyuva al proceso de reflexión, puesto que funciona como un mecanismo decodificante, sirviendo para reexaminar situaciones, acciones e interpretaciones...” (Briceño, ob. cit., p.17).

Es evidente entonces, todas las indagaciones existentes convergen en el análisis, causas, determinación de elementos y taxonomías para la clasificación de los mismos, siendo esta última, abordada desde del procesamiento de la información en el aprendiz, es necesario especular en torno a *¿cuáles serían las divergencias y convergencias de las concepciones del error ya existentes en el aprendizaje de la matemática?*; ya que existen elementos claves los cuales inducen a la existencia de una desactualización, puesto que fueron concebidos en países con diferente cultura y a finales del siglo XX, así como también se cuenta con diversas tipologías centradas en la categorización de los errores a nivel algebraico, aritmético y geométrico, siendo este último el menos estudiado; no obstante, durante la aplicación de estas taxonomías por los

grupos investigadores interesados en categorizar los errores y así abordarlos de manera efectiva, se han percatado que éstas son insuficientes; vale decir, al intentar incorporar los errores asumidos en los discentes durante el aprendizaje de la matemática en algunas de las tipificaciones establecidas, éstas no satisfacen la necesidad del investigador, haciendo imposible ubicar algunos de los errores encontrados.

Al respecto, Franchi y Hernández (2003) sustentan en su indagación acerca de la tipología de los errores en el área de la geometría plana, "...algunos de los errores encontrados no se clasificaron en la categorías existentes, ya que las mismas están expresadas de modo muy general y no permiten la ubicación de errores tan específicos como los encontrados en este estudio" (p.69) comprobando la carencia de una taxonomía actualizada, donde se consideren tanto los aspectos aritméticos, algebraicos y geométricos presentes en el aprendizaje de la matemática.

Del mismo modo, en la experiencia de la investigadora se "observó en forma continua debilidades en los estudiantes en cuanto al dominio del lenguaje algebraico, los mismos no utilizaban términos matemáticos apropiados" (Mayorga, 2010; pp.66-67) permitiendo a la autora evidenciar que la taxonomía utilizada para la clasificación de los errores, está centrada en la aritmética y el álgebra, desplazando aquellos suscitados durante el proceso de aprendizaje de la matemática desde una perspectiva geométrica, evidenciando "dificultad existente en los discentes para representar gráficamente el resultado del sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, el cual es el punto de intersección entre las dos rectas expresadas a través de un sistema de ecuaciones" (p.64).

Para muchos estudiantes es relevante hallar simplemente la solución a un ejercicio a través de cualquier método u algoritmo; en cierto modo lo más importante es construir el conocimiento matemático, donde el individuo sea capaz de reconocer el mismo objeto por lo menos en dos

representaciones distintas. Es conveniente sospechar que los conocimientos deberían estar enmarcados en situaciones que propicien progresivamente un amplio espectro de los entes u objetos matemáticos. A tal conjetura, Chamorro (2005) indica, “la construcción de dichas situaciones debe basarse en lo que sabemos de cómo se produce la conceptualización del número, en las etapas de aprendizaje por las que pasa el niño y en el conocimiento de los obstáculos que encuentra y los errores que comete” (p.144).

En correspondencia con la problematización del hecho de estudio presentado, se conjeturó en relación a *cómo sería una estructura epistémica del error en el aprendizaje de la matemática*, ya que éste es una posibilidad y realidad constante; ameritando muchas veces la inclusión de un diagnóstico para la detección, abordaje y superación de los mismos mediante actividades en los cuales se promueva el ejercicio de la crítica de sus propias producciones.

Por lo antes expuesto, cabe preguntarse: *¿Qué elementos hacen posible considerar la necesidad de un corpus epistémico del error en la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática?*; sin embargo, para dar respuesta a esta interrogante fue necesario previamente formular desde una visión conceptual en el aprendizaje de la matemática *¿Qué vínculos emergen entre el error y la construcción del conocimiento?* El mismo da pie para trazarse una estructura direccional a fin de dar respuesta apropiada a esta interrogante.

Estructura Direccional de la Investigación

Intencionalidades de la investigación

1. Describir la incidencia del error en el aprendizaje de la matemática a nivel de cuarto año de Educación Media General Venezolana.

2. Contrastar las concepciones establecidas por Martín Socas y Jean Pierre Astolfi en torno al error con respecto al aprendizaje de la matemática.
3. Interpretar incidencias y concepciones del error en el proceso de construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática.
4. Generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática.

Por qué investigar en torno al error y la construcción del conocimiento en la Educación Matemática

El estudio de las concepciones equivocadas en el aprendizaje de la matemática ha sido un tema de permanente discusión en el entorno de la didáctica de esta disciplina; por tanto, es necesario considerarlos como punto de partida en la reconstrucción del conocimiento. Por lo que una de las actividades más importantes en la acción educativa, es la identificación de los errores típicos cometidos por los estudiantes, tratando a su vez, de llevar acciones de superación; de hecho el estudio de los mismos en el aprendizaje de la matemática contribuye en la organización de estrategias de enseñanza para una aprehensión óptima de los conocimientos, insistiendo en aquellos aspectos que generan mayores dificultades. Para Artigue (1995) por ejemplo, existen dos grandes dificultades en el aprendizaje del cálculo las cuales son de diversa índole y se interrelacionan como redes complejas; entre ellas se tienen: “Aquellas asociadas con la complejidad de los objetos básicos del cálculo... aquellas vinculadas con las rupturas necesarias con la relación de los modos de pensamiento puramente algebraico, muy familiares y a las especificidades del trabajo técnico...” (p. 107). En relación a lo antes mencionado, es indispensable desarrollar la capacidad de producir expresiones y relaciones algebraicas, para

traducir e interpretar un problema y así utilizar las diversas herramientas conducentes a una solución.

De allí, es relevante académicamente generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática, como aporte doctoral considerando que el error está vinculado con este proceso de construcción en el individuo siendo parte coherente del mismo; tratando de atender la necesidad existente en la línea de investigación Teorías Educativas y del Aprendizaje cuya temática correspondiente fue Didáctica General y de las Ciencias y subtemática Didáctica, Enseñanza y Educación de las diversas disciplinas de Conocimiento. Al mismo tiempo, la indagación se justificó porque el error en cualquier área de formación, es considerado por la investigadora, como una variable inobservable e inteligible que puede ser percibido a través de experiencias en el microsistema educativo; por ende, la estructura generada parte de la formación del conocimiento considerando los esquemas y conflictos cognitivos que puedan generarse en la acción matemática.

Finalmente, esta indagación contó con una relevancia pedagógica al atender a las necesidades existentes en esta disciplina, considerando el proceso de construcción del conocimiento en el estudiante a partir de su experiencia intra y extra muros escolares bajo una óptica constructivista y cognitiva de la Matemática en la Educación Media General Venezolana, ofreciendo así una información significativa que contribuirá al mejoramiento de la práctica educativa y por ende en el rendimiento académico.

CAPÍTULO II

PRINCIPIOS TEÓRICOS DE LA INVESTIGACIÓN



La construcción del conocimiento en el individuo como actividad principal, amerita ser estudiada en la didáctica de cualquier ciencia; de allí, se realizó una reflexión sobre la naturaleza del conocimiento y la validez del mismo. En una investigación con enfoque cualitativo es importante ver el pasado para construir el presente y mirar hacia el futuro, por lo que durante el avance de la temática se disertó en torno a la Ciencia y la crisis del conocimiento científico logrando dirimir sobre aspectos claves de esta investigación, entre ellos se tienen: la epistemología como reflexión sobre la ciencia, donde se precisó acerca de las fragmentaciones que ésta ha tenido con el transcurrir de la historia y la misión de la epistemología. Aunado a ello, las razones que justifican la veracidad de conocimiento, una reflexión en torno al por qué los fundamentos de la matemática (tesis logicista, formalismo, intuicionismo) fueron insostenibles para la comunidad científica.

Seguidamente, realizó un recorrido epistémico en relación a los fundamentos teóricos del error, desde una perspectiva gnoseológica, para ofrecer una geometrización del error como abordaje epistémico, mencionando las concepciones de importantes pensadores racionalistas, por ejemplo René Descartes y Baruch de Spinoza.

Posteriormente, se contempló bajo una mirada comprehensiva del error desde el aprendizaje; entre tanto, es necesario considerar los postulados establecidos en el ámbito del aprendizaje en especial desde la mirada constructivista, donde el estudiante es capaz de construir su propio conocimiento al integrar nueva información en los esquemas conceptuales preexistentes influenciado por el medio que lo rodea (docente, familia y sociedad). Para así finalmente presentar la naturaleza del error matemático desde las Taxonomías de Martín Socas (1997) y Jean Pierre Astolfi (1999).

Todo lo anteriormente descrito, sirve de fundamento para la construcción del enunciado teleológico centrado en generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción conocimiento en el aprendizaje de la matemática.

La Ciencia y la crisis del Conocimiento Científico

La Ciencia como conocimiento exacto y racional de las cosas por sus principios y causas es una sola para el sujeto que la concibe; Kedrov y Spirkin (1968) definen la Ciencia: “un sistema de conceptos acerca de fenómenos y leyes del mundo externo o de actividad espiritual de los individuos, que permite prever y transformar la realidad en beneficio de la sociedad...” (p.7). La misma, ha sufrido una serie de divisiones, presentadas en formas diversas por Comte (citado en Blanché, 1973) Una primera clasificación denominada *Ciencias abstractas y generales*, pues “tienen por objeto el descubrimiento de las leyes que rigen los diversos fenómenos...” y las *Ciencias concretas* también denominadas particulares o descriptivas las cuales “consisten en la aplicación de estas leyes en la historia efectiva de los diferentes seres existentes”. (p.65)

En relación con la ciencia, establece Blanché (ob. cit.) la Epistemología “es una reflexión sobre la ciencia, (...) debe abstraer totalmente las cosas sobre las que trata la ciencia, a la que toma por

objeto...” (pp. 115-116) proviene del griego *ἐπιστήμη* (*episteme*) cuyo significado es "conocimiento" y *λόγος* (*logos*) "teoría", siendo una rama de la filosofía cuyo objeto de estudio es el conocimiento científico en relación a sus fundamentos y métodos. Encargada de realizar un análisis reflexivo al interior las mismas, trata además, sobre el conocimiento válido y su función principal es la de ser una ciencia interdisciplinaria, porque aborda los problemas de las diferentes ciencias, como teoría del conocimiento ocupándose de problemas inherentes a las circunstancias históricas, psicológicas y sociológicas para su obtención y los criterios por los cuales se le justifica o invalida.

Constatando que las ciencias permanezcan agrupadas en grandes conjuntos según sus objetos de estudio, métodos y puntos de vista; vale expresar en Ciencias Formales, en donde los planteamientos tienen en su base la deducción a través de los axiomas y teorías. Mientras, la segunda división conocida como Ciencias Fácticas o Materiales, las cuales consideran que la experiencia es parte fundamental para lograr el conocimiento de los hechos. Esta parte del análisis y verificación de un sistema de ideas, se realizan a través de la racionalidad y la coherencia, con la finalidad de aplicarlas a la realidad. Por su parte, Gómez (1995) al realizar el estudio de la obra del filósofo Karl Popper sobre la racionalidad científica, sostiene: “La ciencia es racional por el modo en que progresa, y ello lo hace por criticismo, que incluye conjeturar hipótesis, intentar refutarlas sometiénolas a test severos, y adoptar siempre la hipótesis o teoría que involucre progreso cognitivo”. (p.21)

Del mismo modo, la epistemología es una reflexión sobre la ciencia, dado este proceso entonces Descartes, Gödel y Morín se llegan a los siguientes enunciados respectivamente: “Ninguna ciencia está capacitada para demostrar científicamente su propia base”; “Ningún

sistema matemático puede probar los axiomas en que se fundamenta” (p.21) y al tratar de dar respuesta a la interrogante ¿qué es la ciencia?, se llega a la ausencia de una respuesta científica.

Entre tanto, el destacado Sociólogo Morín (1977) señala: “Ninguna ciencia ha querido conocer la categoría más objetiva del conocimiento: la del que conoce. Ninguna ciencia natural ha querido conocer su origen cultural. Ninguna ciencia física ha querido reconocer su naturaleza humana” (p.24) con esta conjetura se puede constatar la crisis emergente en los principios fundamentales de las ciencias; al momento de reflexionar sobre ellas, se advierte una disyunción entre las mismas, una independencia entre la realidad social del hombre y la obtención de conocimientos a través de un método científico.

La triada: Física-Biología-Antroposocial

¿Qué razones justifican la veracidad del conocimiento? Al realizar esta pregunta implica examinar las teorías sobre el fundamento del conocimiento humano, asegurando que el mismo es cierto o verdadero. No obstante, una vez enunciado el problema emergente a finales del siglo XX en relación a la idea de un conocimiento científico absolutamente verdadero y definitivo, de verdad absoluta, se amerita reconocer la estrecha relación entre la concepción del hombre y la realidad circunscrita, influida por el contexto en el cual se ubica; vale decir, “toda realidad antro-po-social depende, (...), de la ciencia física, pero toda ciencia física depende (...) de la realidad antro-po-social” (Morín, ob. cit., p.24).

Gráfico N° 1: Triada de las Ciencias



Fuente: Adaptado de Morín, (1977)

Por ende es necesario rearticular las ciencias naturales a las ciencias sociales, evitando la exclusión, rechazando el conocimiento simplificador y reduccionista de alguna de éstas; considerando así la relación intrínseca entre el hombre y su praxis en la sociedad en la construcción del conocimiento humano, a pesar que este conocimiento es frágil y está expuesto a la influencia de la impronta cultural.

Ahora bien, se evidencia la necesidad de cambios en los fundamentos de la ciencia, al estar frente a una crisis de los fundamentos del conocimiento científico y filosófico; es decir una crisis de los fundamentos del pensamiento. La misma genera entonces, incertidumbre de las cosas fundamentales afectando así al ser humano; al encontrarse cuestionados los criterios que rigen la científicidad, establecido por Morín (ob. cit.) “...la ciencia no se conoce científicamente y no tiene ningún medio para conocerse científicamente (...) No hay ciencia de la ciencia” (p.27).

A efectos de esta investigación, la referencia se centró en la Epistemología de la matemática, para Ugas (2011), la epistemología vista como disciplina “enuncia un discurso crítico al contrastar conceptos del corpus teórico que analiza el acontecimiento. Su función es crear problemáticas en las cuales el cómo, dónde y cuándo del asunto que se analiza se constituye en enunciado” (p.25). La misma tiene sus inicios a partir de las reflexiones de Platón, basadas en argumentos matemáticos adecuándose a todas las ramas de la ciencia. Ésta, fue estudiada por Descartes, Leibniz, Kant y demás sucesores, centrándose en la búsqueda de soluciones a los problemas principales de la epistemología matemática; vale decir, aquellos referidos a la existencia y desarrollo de la misma. Es importante destacar que tales problemas emergen por el análisis sobre el conjunto de aspectos epistémicos centrales de la matemática.

Tal es el caso de los fundamentos de la Matemática; quienes han sido refutados, sometidos a evaluaciones de consistencia y como resultado han demostrado incompletitudes, contradicciones, exclusiones de la geometría o simplemente carecen de un método sostenible de comprobación de la veracidad o falsedad de sus enunciados; por ejemplo, el Logicismo concebido como “La estrategia de la fundamentación de la matemática que intenta reducir (por medio de definiciones) todos los conceptos matemáticos a conceptos lógicos” (Bunge, ob. cit., p. 130); fue presentada inicialmente por Friedrich G. Frege y estructurada posteriormente por Bertrand Russell con la colaboración de Whitehead, elaborando así la obra *Principia Matemática*, publicada entre 1910 y 1913 aproximadamente.

La misma contenía tres libros con las bases de la matemática, la cual suministra un sistema de notación, donde se pueden codificar todas las proposiciones de esta ciencia en particular la aritmética. No obstante, según Bunge (2001):

Se ha demostrado que este programa no es viable; en particular, el concepto central de la teoría de conjuntos, el de pertenencia, no es definible en términos lógicos. El fracaso del logicismo corre paralelo al destino de la reducción radical ensayada en otros campos del conocimiento. (p.130)

De hecho, el trabajo realizado por el matemático Kurt Gödel demostró que el método axiomático poseía ciertas limitaciones intrínsecas; por ejemplo: el conjunto de los números naturales no puede llegar a ser plenamente axiomático. Igualmente explicó que era imposible establecer la consistencia lógica interna de una amplia clase de sistemas deductivos. Con el transcurrir del tiempo afirmaron Nagel y Newman, (2000) en su tesis era sencillamente crítica,

pues “no establece límites de la capacidad de la razón humana, sino más bien de las posibilidades del puro formalismo en matemáticas” (p.11).

Posteriormente, se realizó un planteamiento en torno al fundamento de las matemáticas, una técnica de análisis comparable por su naturaleza y su fecundidad al método algebraico introducido después por René Descartes en la geometría, denominada el Formalismo defendido por el matemático alemán David Hilbert. En esta tesis según (Bunge, ob. cit.) se presenta “La concepción según la cual la matemática es un sistema de signos o inscripciones, como los numerales, que no representan nada excepto quizás otros símbolos” (p. 88).

Esto quiere decir, la matemática pura queda independiente de la lógica, y tiene una estructura formal de símbolos los son objetos del pensamiento matemático, libres de contenido, constituidos en un sistema válido sin necesidad de algún otro sistema. Todo lo anterior mencionado se denomina *teoría de demostración* o también conocida con el nombre de *Razonamiento Metamatemático*, donde Hilbert aclara: los sistemas formales construidos por los matemáticos pertenecen a un grupo denominado matemáticas; mientras, la descripción, discusión y teorización realizadas en torno a los sistemas, pertenecen al grupo denominado metamatemáticas. No obstante, Hilbert, (citado por Martínez, 1999) enunció:

La situación en la que nos encontramos a causa de las paradojas es una situación insoportable. Piénsese solamente esto: en matemáticas, paradigma de certeza y verdad, los desarrollos conceptuales e inferencias más comunes que se han investigado, enseñado o empleado, conducen a absurdos. (p.126)

Por tanto, se amerita de una discusión crítica de los problemas y la búsqueda consensuada de aprobación de teorías, enunciados por parte de una comunidad científica; generando así la

revolución científica en donde una teoría puede ser sustituida por otra, dando espacio a un nuevo modo de ver las cosas; en atención a las necesidades y demandas de dicha comunidad ante la construcción del conocimiento científico.

Sin embargo, Luitzen Egbertus Jan Brouwer (citado en Martínez, ob. cit.) matemático y filósofo holandés no quedó satisfecho y prosiguió con sus intentos de demostrar que la matemática se podía realizar de forma constructivista; postulando así la tesis intuicionista la cual sostiene: “la única fuente de conocimiento matemático es la intuición directa de la cantidad pura, prescindiendo de las cualidades y esencia de los seres” (p. 126)

Esta tesis partió de los postulados del filósofo alemán Emmanuel Kant (citado en Popper, 1988); para el mismo, “la intuición es una fuente de conocimiento; además, la intuición pura (intuición pura de espacio y tiempo) constituye una fuente de conocimiento infalible de la que surge la certeza absoluta” (p.127) en esta postura, los objetos matemáticos son construcciones mentales, es decir son inventados por el hombre por lo que la actividad matemática es netamente intuitiva y racional.

En tal sentido Brouwer resolvió tres grandes problemas de los fundamentos de la matemática: en el *ámbito epistemológico* alusivos a la fuente de la certeza, la naturaleza de la evidencia y la naturaleza de las demostraciones matemáticas fueron resueltos a partir de la doctrina de construcción secuencial o una construcción de construcciones. En cuanto a lo *ontológico* inherentes a la naturaleza de los objetos matemáticos éste señala “eran construcciones de la mente humana y existían sólo como construcciones situadas en la misma...” (citado en Popper, 1988, p.129). Mientras, dirimió en torno a los problemas metodológicos (ob. cit.) “las

construcciones que constituían pruebas no sólo creaban y establecían objetos matemáticos; sino que al mismo tiempo ellas mismas eran objetos matemáticos”. (p.130)

No obstante, el intuicionismo no tuvo tanto auge al igual que el formalismo en la comunidad científica; para el filósofo Karl Popper anteriormente citado, consideró equivocada la epistemología subjetivista de Brouwer así como la justificación filosófica de su matemática, develando: “Hay un intercambio entre construcción, crítica, “intuición” e incluso tradición que él no es capaz de tener en cuenta”. (p. 133)

Reflexionando en torno a las formas de conocimiento, la veracidad de los mismos y los métodos empleados para llegar a encontrar una ciencia universal, se genera la siguiente interrogante: ¿Por qué las posturas antes mencionadas fueron insostenibles?

La verdad: relación entre el contenido-objeto y la realidad o apariencia

Diversos son los trabajos realizados por filósofos y epistemólogos en torno a la veracidad de los fundamentos de la ciencia, de la trascendencia del conocimiento, la búsqueda incansable por la verdad ha llevado a plantearse postulados propios acerca del origen del conocimiento los cuales han carecido de consistencia propia. Quizás esto se deba a la búsqueda de lo verdadero, frente a la falsedad o ilusión y apariencia.

La falibilidad del conocimiento humano, es decir, la capacidad de considerar como verdaderos conceptos y procedimientos que están deficientemente desarrollados, que incluyen ideas contradictorias o interpretaciones y justificaciones falsas, ha sido una preocupación constante en filósofos y pensadores que se han ocupado de estudiar la capacidad del hombre por conocer y comprender.

Los griegos por ejemplo se ocuparon no sólo de la verdad como realidad; sino también se ocuparon de considerar la verdad como característica intrínseca de ciertos postulados; es decir la verdad asociada a una proposición o enunciado de carácter científico. “La verdad es la realidad misma de la cosa, o la correspondencia de la cosa con el intelecto...lo contrario a la verdad, o de los diversos tipos de verdad, es el error”. (Ferrater, ob. cit. p. 3658)

Pero también se encuentra la visión de la verdad desde la perspectiva de la realidad donde se considera la percepción y la relación entre el objeto y el contenido; parafraseando lo mencionado por Hessen (1925), la verdad del conocimiento debe encontrarse en la producción correcta del objeto el cual se apegue a las leyes o normas que rigen la validez ante una comunidad científica, en la que el pensamiento concuerde con sus propias leyes. Ferrater (ob. cit.) destaca que existen distintos conceptos de verdad los cuales pueden agruparse de la siguiente forma: “cuando se habla de...verdad lógica (no contradicción), verdad epistemológica (adecuación del entendimiento y la realidad) y verdad ontológica (realidad como algo distinto de la apariencia)”. (p.3668)

Para efectos de esta investigación, analizar si la verdad del conocimiento viene dada por la correspondencia biunívoca entre contenido (postulado, proposiciones, premisas) y el objeto (visto desde la realidad o contexto donde se desenvuelve el sujeto) o por el contrario la misma emerge a partir de la consistencia que pueda existir entre las premisas, los métodos y fundamentos del conocimiento; vale decir, la no contradicción interna de sus postulados. Sin embargo se hace imperante la necesidad de definir en forma general qué se entiende por verdad, según (Abbagnano, ob. cit.) “cualidad por la cual un procedimiento cognoscitivo cualquiera resulta eficaz o tiene éxito” (p. 1076)

A partir de lo antes expuesto, se puede dar respuesta a la interrogante anterior, haciendo énfasis en que la razón es que en consecuencia de los reiterados fracasos acaecidos en el seno de la comunidad científica en torno a las limitaciones del método axiomático y la imposibilidad de verificar de modo taxativo cualquier proposición; se pone en manifiesto la carencia de consistencia en sus métodos de veracidad o falsedad. Por esta razón la falibilidad del conocimiento humano, condicionado por Heidegger (1927, citado por Muñoz y Velarde, ob. cit.) “si la representación del objeto realizada por el sujeto es fiel a cómo éste es, se habla entonces de conocimiento verdadero, de lo contrario, de conocimiento falso” (p. 140)

Karl Popper: La ciencia progresa mediante su falsación

De acuerdo a la disertación anterior, la razón por la cual se origina una crisis en los fundamentos de la matemática es la existencia de inconsistencias y carencia de veracidad de los teoremas o postulados existentes; todo esto reflejo de la aplicación de la falsabilidad, estableciendo así para (Bunge, 2001):

una proposición es falsable [si y sólo si] existe o puede existir algo que la haga falsa, de lo contrario es infalsable (...) Para examinar si una proposición es falsa o no, para empezar tiene que ser refutable, esto es, no debe ser una tautología (verdad lógica), ni ser inaprensible (por contener conceptos vagos), ni estar protegida por una hipótesis ad hoc. (p.80)

De hecho, tomó fuerte trascendencia la interpretación contemporánea propuesta por el filósofo, sociólogo y teórico Karl Popper (ob. cit.) acerca de la falsación y el progreso de la ciencia; donde sostiene:

La reacción adecuada frente a una falsación es buscar teorías nuevas que parezcan ofrecernos una visión mejor de los hechos. A la ciencia no le interesa decir la última palabra, si esto significa cerrar nuestra mente a experiencias falsadoras, sino que le interesa más bien aprender de nuestra experiencia; es decir, de nuestros errores.

(p.325)

Lo anteriormente citado, mantiene viva la necesidad de la construcción del conocimiento partiendo del estudio o abordaje de los errores cometidos por el estudiante, con la finalidad que él mismo pueda refutar sus acciones o actividades logrando así identificar los métodos aplicados de forma incorrecta los cuales le conllevan al error; claro está, todo esto es posible, sí y sólo sí, el docente trabaja a partir del error como herramienta de reflexión dialógica, generando espacios didácticos claves para la discusión, análisis y reflexión de los conocimientos ya adquiridos y su veracidad ante una institución científica determinada. Entre los intentos por aclarar esta situación se tienen a: Sócrates, (citado por Abrate, Pochulu y Vargas, 2006), con su propuesta en torno a la falibilidad del conocimiento; es decir, el conocimiento humano siempre es susceptible al error, señalando además: "...el hombre puede errar individual o colectivamente; pero debe aspirar a la verdad objetiva examinando sus errores mediante la autocrítica y la crítica racional" (p.24).

Ahora bien, frente a lo antes mencionado se hace imperiosa la necesidad de preguntarse ¿qué es el conocimiento verdadero? para responder a la misma se debe definir en primera instancia el término verdad. Según Bunge (ob. cit.) la palabra verdad "designa una familia de conceptos mutuamente irreductibles (no son definibles entre sí) (...) Formal: una fórmula de la matemática abstracta (...) es formalmente verdadera [si y sólo si] es satisfacible..." (p. 216). Sin embargo, son muchas las discusiones en torno a la veracidad o no de un conocimiento en el seno científico;

precisando que a pesar de pretender alcanzar una verdad inminente, en sí los científicos son buscadores de verdad mas no son sus poseedores.

Por otra parte, Alfred Tarski importante filósofo, (citado en Popper, ob. cit.) a través de su teoría permite definir la verdad:

...como correspondencia de los hechos, pero también podemos utilizarla para definir la realidad como aquello a lo que corresponde un enunciado verdadero, (...) Lo único que digo es que si es posible definir “verdad” como “correspondencia con los hechos” o, lo que es lo mismo, como “correspondencia con la realidad”, entonces también es posible definir “realidad” como “correspondencia con la verdad”. (p. 296)

No obstante, la teoría Popperiana se adscribe al modelo de las hipótesis, las conjeturas, las teorías científicas, sin importar su origen, los mitos o dogmas. Lo importante allí es la contrastación, la cual consiste según el autor (ob. cit.) en “tomar la teoría a contrastar y combinarla con todos los tipos posibles de condiciones iniciales, así como con otras teorías, para confrontar luego las predicciones resultantes de la realidad”. (p. 324)

De hecho, el conocimiento científico, según la investigadora, es construido a través de un proceso de abstracción reflexiva, donde el error es un elemento importante e intrínseco; de allí surge el siguiente cuestionamiento: ¿Qué concepción se tiene del error desde el ámbito epistémico? Además en la construcción de tal conocimiento, este factor ha contribuido significativamente en el avance de las diferentes ciencias, formando parte integrante del conocimiento. El mismo es subjetivo, el cual queda delimitado frente a otros procesos, ejemplo: la imaginación, la fe, entre otros.

Geometrización del Error: un abordaje epistémico

En relación al error, son varias las concepciones encontradas desde la perspectiva gnoseológica; entre las más relevantes se tienen las enunciadas por Descartes y Spinoza, (citados en Muñoz y Velarde, ob. cit.; p.224). Con respecto a la *concepción cartesiana*, “el error es un acto de nuestra libre voluntad: si el alma (espíritu) y la facultad de conocer (el entendimiento) nos han sido dadas por Dios para la verdad, el error no puede provenir de ahí”; mientras, desde la perspectiva Spinoziana, “el error no es un acto libre, sino algo inherente en las ideas inadecuadas y confusas” (p.224).

Se pudo evidenciar dos posturas divergentes; una la cartesiana donde el error y los juicios son responsabilidad del sujeto cognoscente, condicionado por sus emociones, motivaciones, prejuicios entre otros aspectos. Al respecto, el filósofo destaca, el error depende del juicio; y éste de la voluntad propia. En consecuencia, el error proviene de una desproporción que existe entre el entendimiento y la voluntad.

En contraposición, se presenta la doctrina de Baruch Spinoza, el error aparece como algo inherente en todo el sistema de conocimientos (o verdades), pero al mismo tiempo, es controlable y tratable, incluso matemáticamente. Spinoza (citado en Muñoz y Velarde, ob. cit., p.225). De esta manera se puede vislumbrar la forma en que era concebido el error desde una postura epistémica.

De hecho, Brochard (citado en Ferrater, 1999) afirma: “El error no sería posible si no hubiese en un ser, el hombre, una unión de voluntad y entendimiento” (p.1849). Vale decir, para la construcción del saber científico se amerita del entendimiento, de los juicios y de la voluntad;

donde la existencia del error supone una cierta forma de correspondencia con la realidad relacionando el ser y no ser paralelamente a las relaciones emergentes a la verdad y el error.

Mientras, el error epistémico significa “desviación de la verdad. La forma extrema del error es la falsedad” (Bunge, 2001; p.63); la identificación y análisis de los errores permite entonces, sustituir un conocimiento previo e institucionalizado en la sociedad por uno nuevo, con validez y aceptado ante una comunidad científica. Siendo las cosas así, resulta claro el problema de la naturaleza epistemológica del error matemático está vinculado con la verdad y la falsedad de las proposiciones, donde la filosofía ha tratado de dar respuesta a las interrogantes planteadas por los investigadores o científicos del tema acerca de la veracidad o inconsistencia de un conocimiento.

Pero, ¿qué papel juega el error en el aprendizaje del estudiante? también es otro cuestionamiento donde se busca dar una respuesta; inclusive, no sólo el error debe ser visto desde la arista de la filosofía sino también es necesario considerar los postulados establecidos en el ámbito del aprendizaje en especial desde la mirada constructivista, donde el estudiante es capaz de construir su propio conocimiento al integrar nueva información en los esquemas conceptuales preexistentes influenciado por el medio que lo rodea (docente, familia y sociedad).

Una mirada comprehensiva del error desde el aprendizaje

Durante las relaciones de los sujetos con su entorno, se genera el aprendizaje, no solamente se produce por estímulos exteriores o respuestas, sino lo más importante es lo que pasa dentro de la persona; es decir, los procesos cognitivos. De allí, ante un estímulo no todas las personas responden igual; va a depender de cada una de ellas y sus esquemas cognitivos propios los cuales son diferentes; entendiendo que el aprendizaje se genera sobre la base de un conocimiento previo ya sea cotidiano o intuitivo construido por el estudiante.

Las investigaciones realizadas por Jean Piaget (1896-1980), en psicología del desarrollo y epistemología genética, tenían un gran y único objetivo, entender cómo se desarrollaba el conocimiento de los niños. La respuesta fue que éste era producto de una construcción progresiva de estructuras lógicas superadas por etapas, para luego incorporarlas a las nuevas estructuras, tornándose más sofisticadas en términos de capacidad lógica, hasta llegar a la adultez. De esta manera, el filósofo antes mencionado sostenía que la lógica y los procesos del pensamiento de los niños y los adultos eran completamente diferentes.

Surge el postulado del desarrollo cognitivo, referido a los cambios que ocurren en las estructuras cognitivas, las capacidades, y los procesos de un individuo. Según Piaget, dos principios importantes dirigen el crecimiento intelectual y el desarrollo biológico: adaptación y organización. De hecho, el interés para este autor según Gutiérrez (2005) estaba centrado en dar respuesta al “problema filosófico del conocimiento (qué es y cómo se produce)” (p.67); destacando que todo el proceso de aprendizaje viene dado por la maduración, donde los primeros estímulos se van madurando en el sistema nervioso y organizando un mapa; esta maduración psíquica y física es lo que se conoce como aprendizaje. Por su parte Briceño (ob. cit.) señala “el aprendizaje parte siempre de la recepción de algún tipo de información, (...) es algo más complejo debido a la multiplicidad de las variables, elementos y estrategias que influyen en el mismo”. (p. 144)

En efecto, tras la adquisición de nuevos conceptos, éste también se enfrenta a diversos cambios en cuanto a su forma de expresión, es decir, se encuentra ante una nueva forma de lenguaje que no es el cotidiano o natural, sino un lenguaje científico o formal está regido por reglas, notaciones precisas, abstractas con otro tipo de entidades. Es importante destacar todo conocimiento trae consigo el riesgo de una disonancia cognitiva, desarrollando en el estudiantes las nociones o

concepciones falsas, impidiendo así llegar a una solución correcta de cualquier problema o aplicación coherente a una situación de la vida diaria; por esta razón, es importante considerar el error como punto de partida en la construcción del conocimiento científico.

Por lo antes expuesto, se amerita de una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática; a fin de dar a conocer los posibles vínculos que emergen entre el error y la construcción del conocimiento. Entendiendo por estructura epistémica a través de una *distribución racional de los elementos que conforman el corpus de conocimientos que condicionan las formas de entender e interpretar el error como base para el aprendizaje de la matemática.*

Tipología de errores de Jean-Pierre Astolfi (1999)

Profesor de origen Francés (1943-2009), investigador y didacta en el campo educativo; ha trabajado ampliamente en torno a los modelos de enseñanza predominantes y sobre todo se ha centrado en el estudio de los errores en el proceso de aprendizaje y el papel de la escuela ante esta situación; enfatizando (Astolfi, 1999) “ Todo educador sueña con un mundo ideal donde lo que aprenden los alumnos es el sosegado reflejo de lo que se les enseña... la situación empeora porque se sueña con una escuela copia de la ciencia...” (p.9) Con esta afirmación, el autor antes mencionado hace una fuerte crítica a la forma de enseñar, y al estatus que se le asigna al error en este proceso; puesto que la forma de enseñanza utilizada por el docente marca sustancialmente el proceso de construcción del conocimiento en el sujeto.

La Didáctica vs la cinta transportadora de conocimientos

La forma en que el docente asume el acto didáctico y genera diversas estrategias de enseñanza dirigidas a lograr una participación activa por parte del estudiante; es algo fundamental hoy por hoy en la educación; de allí son muchas las investigaciones en el ámbito de la didáctica de la matemática las cuales apuntan al diagnóstico de los errores y proponen diversas estrategias de superación de los mismo; como la comparación realizada por Astolfi (ob. cit) sobre la cinta transportadora de conocimientos, con el fin de explicar el proceso de aprendizaje señalando que:

... progresa al ritmo de un sistema de engranajes bien engrasado; que permite el anclaje del saber en la memoria, sin vuelta atrás ni desvíos. Si el profesor explica bien, si lleva un buen ritmo, si elige bien los ejemplos, y por supuesto si los alumnos están atentos y motivados, no debería –normalmente-haber errores. (p.10)

Pero en sí es válido refutar esta aseveración; ya que la construcción del conocimiento por parte del aprendiz será un proceso muy particular, allí convergen varios elementos los cuales pueden incidir positivamente o negativamente; entre ellos se tiene el contexto en el cual está envuelto el estudiante y la forma en que el docente facilita y relaciona los contenidos propios del área con la vida cotidiana. En este mismo sentido, Astolfi (ob. cit.), sostiene “los errores se presentan como síntomas principales dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje logrando con esto identificar las dificultades de los estudiantes” (p.49).

Es por ello, se considera que no han sido suficiente las investigaciones en torno al error, también se necesita abordar la visión o posición que tiene el docente hacia él a fin de que pueda propiciar un cambio en su didáctica y considerar “el error como un medio para enseñar” (Astolfi, ob. cit. p.1) y no percibirlo como un elemento desafortunado, negativo y castigador, el cual si

aparece en el proceso de aprendizaje causando actitudes de rechazo, frustración y desmotivación en el estudiante. De hecho, Astolfi (ob. cit.) enfatiza:

El error adquiere un nuevo estatus; el de indicador y analizador de los procesos intelectuales puestos en juego, que no se tienen en cuenta cuando corregimos con el rotulador rojo... se trata de profundizar en la lógica del error y de sacarle partido para mejorar los aprendizajes (p. 15)

Por esta razón el autor antes mencionado, estableció una tipología para los errores que constituye una perspectiva general de los mismos, pretendiendo romper con las categorías tradicionales adoptadas. Las mismas se mencionan a continuación:

- Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas: relacionados con la dificultad que tienen los alumnos para comprender las instrucciones de trabajo que se les dan, ya sea en forma oral o escrita.
- Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas.
- Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos: están relacionados con los obstáculos. [Es decir, el estudiante se equivoca porque tiene arraigado un conocimiento o un procedimiento que lo condujo a una respuesta exitosa en el pasado, pero ya no le es útil para este caso o simplemente su esquema previo no es el adecuado].
- Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.

- Errores debidos a los procesos adoptados: cuando el alumno se aparta del método– tipo dado en la clase.
- Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad: están relacionados con el hecho de que la capacidad de retener en memoria la información es limitada. [Obteniéndose con esto tareas que exigen poner en funcionamiento la memoria de trabajo porque es de realización inmediata, falta tiempo para pensar, buscar información, corroborar datos, etc. En estos casos, un incremento de la complejidad de la tarea puede hacer presentar en el sujeto respuestas inciertas.]
- Errores que tienen su origen en otra disciplina: se derivan del conocimiento de otras disciplinas que se exigen para dar respuesta a una pregunta.
- Errores causados por la complejidad del contenido. (p.26)

Por otra parte, Bocco y Canter (2004), refutan dicha taxonomía al no ser específica para la matemática en general (considerando los errores de carácter geométrico, aritmético y algebraico) sostienen: “no permite considerar los errores de cálculo, ni los errores producto del uso deficiente de definiciones, teoremas o errores debido a datos mal utilizados” (p.12).

Todo esto apunta como tal a considerar la necesidad de otra visión conceptual del error en el proceso de enseñanza y aprendizaje centrado en los procedimientos y aplicación de conceptos más que en un método por resultados. Todo esto desde una perspectiva constructivista; la cual proporcionará una información relevante en torno a la forma de construcción del conocimiento matemático.

Tipología de errores de Martín Socas Robayna (1997)

Doctor en Matemática, Catedrático de Didáctica de la Matemática de la Universidad de La Laguna, España; el cual sostiene que el error es una forma de manifestación de los obstáculos suscitados en el aprendizaje de la matemática, precisando “la complejidad de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas y que estas dificultades se traducen en errores que cometen los alumnos...” (Socas, ob. cit., p.144). Los estudiantes poseen un conocimiento previo, construido a partir del intercambio de experiencias con objetos matemáticos los cuales tendrán un significado y sentido para él coadyuvando en la construcción del saber.

De hecho, durante el aprendizaje de la matemática se generan diversas dificultades de diferente índole, las cuales según (Socas, ob. cit.) “tienen su origen en el macrosistema educativo, pero en general su procedencia se concreta en el microsistema educativo: alumno, materia, profesor e institución escolar” (p.125) es allí donde especialmente se realizan investigaciones en el ámbito de la didáctica ya que en el proceso de comunicación directa entre el aprendiz y el facilitador entra en juego varios elementos, en primer lugar, la capacidad de expresión que posea el docente para poder facilitar la información requerida, logrando trasponer el saber científico al saber escolar y cotidiano.

En segundo lugar, se tiene la disposición del estudiante ante la matemática y su proceso de construcción de conocimiento propio. En atención a lo antes mencionado, Socas (ob. cit.) precisa:

Los modos de pensamiento matemático provocan rupturas que se convierten en dificultades en el proceso normal de construcción del conocimiento matemático. El saber anterior produce modelos implícitos para resolver problemas matemáticos.

Muchas veces estos modelos son adecuados, pero otras, por el contrario, aparecen como dificultades para el saber matemático nuevo. (p.132)

Por tanto el estudiante tiene un conocimiento previo el cual en algunos casos no es válido y generan esquemas equivocados conocidos como errores. En este sentido, Socas (ob. cit.) propone considerar en el estudio de los errores tres ejes principales donde describe los orígenes del error:

- Errores que tienen su origen en un obstáculo
- Errores que tienen su origen en ausencia de sentido
- Errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales.

Bajo esos tres ejes se realizó la fase de interpretación de la fuente documental develada en los capítulos siguientes, logrando así el contraste de las concepciones existentes hasta la fecha del error en el aprendizaje de la matemática.

Es importante hacer notar que dichos postulados consideran al Ser (individuo) como un todo, pensando no sólo en las dificultades que puedan suscitarse en el transcurso de su aprendizaje; sino también considera otros factores externos los cuales podrían incidir en las actitudes afectivas y emocionales de estudiantes; por lo cual el docente debe estar ganando a desarrollar escenarios didácticos donde se apoye en el error como herramienta para la reconstrucción del conocimiento matemático en el estudiante.

CAPÍTULO III

ENCAUCE INVESTIGATIVO Y METODOLÓGICO



En el presente capítulo se encuentra la ruta metodológica adoptada por la investigadora a efectos de lograr las intencionalidades investigativas y así poder generar el corpus epistémico. Por ende, desde una posición interpretativa fue asumido el método etnográfico aplicado al ámbito educativo; en el cual se cumplieron

fases ideadas por la investigadora a fin de poder obtener la mayor información posible y de calidad que enriqueció este trabajo.

Mirada profunda de los fenómenos humanos en situación natural

En la investigación educativa son varios los fenómenos objeto de estudio, entre ellos el contexto sociocultural, el proceso de enseñanza, el aprendizaje de alguna asignatura; las relaciones entre padres, docentes y estudiantes como objeto de descubrimientos fortuitos y el hecho de la interpretación de la realidad social considerando la inclusión del sentido subjetivo que tiene una acción para el actor.

Los errores emergentes en el proceso de construcción del conocimiento, no dejan de ser una temática de estudio en el ámbito de la investigación educativa, en especial la que respecta a la educación matemática; de hecho, a la luz del postulado de la interpretación subjetiva propuesto

por Max Weber (citado por Schütz, 1952: 2008): “...todas las explicaciones científicas del mundo social puede, y para ciertos fines deben, referirse al sentido subjetivo de las acciones de los seres humanos en los que se origina la realidad social” (p.82).

Esta investigación, se caracterizó por tener un enfoque cualitativo con un método etnográfico, centrado básicamente en la localización del observador (investigadora) en el escenario real (aula de clase) en contacto con los fenómenos humanos (proceso de construcción del conocimiento) logrando aplicar un conjunto de prácticas interpretativas que visibilicen al mundo, a fin de buscar una aproximación interpretativa y naturalista del mismo; en otras palabras, intentando dar sentido o interpretar los fenómenos en función de los significados otorgados por las personas. Esto hace que dicho estudio, se adscriba a un paradigma naturalista – interpretativo, la investigadora está sujeta a la interacción con el escenario real y el reconocimiento de los hechos relevantes.

Tal como lo señalan Rodríguez, Gil y García (1999) con relación a los diseños enmarcados en este enfoque cualitativo seguirán: “construyéndose a medida que avanza la investigación, a través del cual se puedan recabar las distintas visiones y perspectivas de los participantes” (p. 35) con un nivel de profundidad descriptivo, ya que el hecho de estudio se interpreta desde la realidad o contexto actual educativo, considerando todos los ambientes posibles, la cultura de los informantes, sus características, la interacción de las partes constituyentes; con el fin captar la visión o perspectiva de los sujetos y el significado de sus acciones. Por lo cual es necesario tener presente los aspectos fundamentales de una investigación cualitativa como lo son: selección, entrada y retirada del escenario de investigación sin causar perturbaciones en las personas a observar.

En consonancia con lo anterior, la construcción del conocimiento en el individuo como actividad principal, amerita ser estudiada en la didáctica de cualquier ciencia; realizando así una

reflexión sobre la naturaleza del conocimiento y su racionalidad, a fin de ver el pasado, construir el presente y mirar hacia el futuro.

Guba y Lincoln (1994) así como Angulo (1995); citados en Rodríguez, Gil y García, (ob. cit.) argumentan lo siguiente: “...existen una serie de niveles de análisis que permiten establecer características comunes de los diversos enfoques y tendencias en la investigación cualitativa. Estos niveles de análisis son los siguientes: ontológico, epistemológico, metodológico...” (p.35)

Para los autores antes mencionados, el primer nivel denominado **ontológico** “se especifica cuál es la forma y la naturaleza de la realidad social y natural. Desde este nivel, la investigación cualitativa se define por considerar la realidad dinámica, global y construida en un proceso de interacción con la misma”. (p.35) Desde esta posición, la investigadora se centró en repensar la acción pedagógica desde la perspectiva del estudiante, concebido como un ser abierto al mundo, envuelto en una cultura e historia; el cual se encuentra en la búsqueda de la comprensión e interpretación de la realidad; por esta razón la construcción de esquemas cognitivos en los discentes, se ve afectada por diversos factores entre ellos, la forma de enseñar que utiliza el docente y su accionar en el papel mediador en ese proceso de construcción del conocimiento; en segundo lugar la imposición de una cultura externa la cual conlleva a desencuentros o disonancias cognitivas, generando así problemas en el ámbito educativo, especialmente desde la educación matemática.

Es necesario entonces cuestionar la naturaleza del conocimiento matemático, ya que en la actualidad se presentan dificultades en el abordaje de un problema en esta área; vale decir, la integración de los conocimientos tanto geométricos, aritméticos como algebraicos y su posterior aplicación en la realidad o contexto en donde el individuo está inmerso.

Un segundo nivel es el *epistemológico*, propuesto por Guba y Lincoln (1994) así como Angulo (1995); citados en Rodríguez, Gil y García, (ob. cit.) donde:

...se hace referencia al establecimiento de los criterios a través de los cuales se determinan la validez y bondad del conocimiento... Por lo general la investigación cualitativa asume una vía inductiva. Parte de la realidad concreta y los datos que ésta le aporta para llegar a una teorización posterior. (p.35)

En este caso, desde este nivel la investigación realiza un abordaje para llegar al origen o a las raíces del conocimiento matemático en el individuo, desde la perspectiva Psicogenética Piaget (1979) señala que, "...sólo existe, pues, un medio para llegar a las raíces epistemológicas del conocimiento matemático: combinar el análisis lógico... con un análisis genético" (p.16). Es decir, la formación de dicho conocimiento se realiza tomando en consideración el origen y estructura de una proposición, para así tomar conciencia del nivel epistemológico adquirido; confrontando constantemente la manifestación real del fenómeno que se expresa en el objeto de estudio.

Dicha confrontación teórica con la realidad, permite la apropiación de los significantes y referentes psicológicos, didácticos, pedagógicos involucrados en la construcción del conocimiento matemático en el aprendiz con la intencionalidad de conocer los posibles vínculos emergentes entre el error y la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática que permitieron generar una estructura epistémica del mismo como una visión conceptual. Mientras, el nivel *metodológico* para los autores antes mencionados,

...se sitúan las cuestiones referidas a las distintas vías o formas de investigación en torno a la realidad. Desde este nivel los diseños seguidos en la investigación

cualitativa tienen un carácter emergente, construyéndose a medida que se avanza en el proceso de investigación, a través del cual se pueden recabar distintas visiones y perspectivas de los participantes. (p.35)

Todo esto a través del acceso directo al aula de clase donde se generaron situaciones didácticas durante el proceso de formación; se pudo localizar las fuentes potenciales de información y así conocer aún más el escenario y a los protagonistas a fin de describir la incidencia del error en el ámbito del aprendizaje de la matemática. Hecha esta salvedad, la investigadora concibió el conocimiento a generar, como la resultante de un proceso de integración entre significado del error en el individuo con el hecho de desaprender-reconstruir-reaprender a partir del mismo desde el microsistema educativo.

Etnografía educativa: una contemplación en el espacio didáctico institucional

La etnografía (del griego, *ethnos* —*εθνος*, "tribu, pueblo"— y *grapho* —*γραφω*, "yo escribo"—; literalmente "descripción de los pueblos") es probablemente el método más popular y utilizado en la investigación educativa para analizar la práctica docente, describirla (desde el punto de vista de las personas que participan en ella) y enfatizar las cuestiones descriptivas e interpretativas de un ámbito sociocultural concreto. Por lo cual según Goetz y LeCompte (1988):

... en la investigación etnográfica las tres formas de conocimiento son descripción, interpretación y explicación (...) Busca la observación directa en terreno sobre comportamientos sociales de culturas no conocidas. La subjetividad de los entrevistados es la que permite el conocimiento y, por tanto, el aspecto más sustancial de la investigación. (p.13)

Según lo expuesto anteriormente la investigación se basa en el establecimiento de la realidad natural de los hechos y a su vez en la búsqueda de fuentes directas de información en el campo donde se desarrolla la situación problema, siguiendo un enfoque cualitativo de indagación.

Entonces, la descripción e interpretación de la escena cultural del aula específicamente, viene a ser una de las intencionalidades principales del estudio, ya que se pretende describir las motivaciones, el sentido, expectativas y puntos de vista de los estudiantes otorgan a sus propias acciones sociales y personales dentro del salón de clases y en la asignatura de Matemática de cuarto año de la educación media general. En suma, de acuerdo con Goetz y LeCompte, (1988)

... la etnografía describe y reconstruye de forma sistemática y lo más detalladamente posible las características de las variables y fenómenos, con el fin de descubrir, generar, comparar, perfeccionar y validar categorías conceptuales y postulados generados a partir de fenómenos observados en escenarios distintos (p.14).

Se debe considerar, en el marco de esta investigación se utilizó la etnografía educativa, la cual Goetz y LeCompte (ob. cit.) la denotan como “...conjunto de resultados, conclusiones, interpretaciones y teorías derivado de los estudios de campo sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, en otro sentido la comprensión de estudios antropológicos sobre enculturación y aculturación del desarrollo del niño y el adulto” (p.37).

Es pertinente señalar, este estudio se caracterizó por ser una microetnografía concepto tomado de Werner y Schoepfle (1987; citado en Morse, 2003:1999) refiriéndose a la etnografía de pequeños grupos (menos de quince miembros o informantes), por lo que a lo largo del discurso de este capítulo se hará referencia de una microetnografía en el aula en la Unidad Educativa “Hipólito Cisneros” ubicada en el municipio San Diego, Estado Carabobo; cuyo fin último es aportar valiosos datos descriptivos de los contextos, actividades y creencias de los informantes o participantes en el espacio didáctico institucional. Tal como lo sostienen Goetz y LeCompte (ob. cit.):

En el área de la educación, los etnógrafos analizan los procesos de enseñanza y aprendizaje; las consecuencias intencionales y no intencionales de las pautas observadas en la interacción; las relaciones entre los actores del fenómeno educativo, como padres, profesores y alumnos; y los contextos socioculturales en que tiene lugar las actividades de crianza de los niños, de enseñanza y aprendizaje (p.55)

Desde la perspectiva metodológica esta investigación de carácter doctoral, se fundamentó en la reconstrucción interpretativa de los hechos, con la intencionalidad de generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento desde aprendizaje de la matemática; considerando que una de las actividades más importantes durante la reflexión de la acción didáctica es el reconocimiento de los errores evidenciados en el aprendizaje de la matemática en la educación media venezolana, inclusive Rodríguez, Gil y García, (ob. cit.) señalan: “A través de la etnografía se persigue la descripción o reconstrucción analítica de carácter interpretativo de una cultura, formas de vida y estructura social del grupo investigado” (p.44).

No obstante, el etnógrafo debe ir más allá de una simple descripción o recreación de los hechos; pues ha de comprender ¿por qué se suscitan estos hechos?, ¿Qué elementos hacen posible considerar la necesidad de un corpus epistémico del error en la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática?, ¿bajo qué circunstancias?, ¿Qué vínculos emergen entre el error y la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática?

Se investiga entonces las diversas formas de construcción del conocimiento donde el error juega un papel relevante. Por esta razón la investigación se adscribió a la línea de investigación doctoral: Teorías Educativas y del Aprendizaje, en la temática correspondiente: Didáctica General y de las Ciencias; cuyo aporte doctoral radica en generar una estructura epistémica del

error como una visión conceptual centrada en la construcción conocimiento en el aprendizaje de la matemática. Entendiendo por estructura epistémica: distribución de los elementos que conforman el conjunto de conocimientos condicionados a las formas de entender e interpretar el error, base para el aprendizaje de la matemática.

Unidades de Estudio

Por ser un estudio etnográfico, amerita buscar las fuentes de información las cuales brinden aportes significativos en la búsqueda; de allí una de las fuentes de estudio fueron los grupos o comunidades relacionadas a través de una misma cultura, donde el investigador seleccione el lugar, además detecte a los participantes, con la finalidad de interpretar el entorno a través del análisis de lo que dicen, hacen o piensan sus protagonistas.

Atendiendo a las características de una etnografía educativa establecidas por Spindler y Spindler (citado por Rodríguez, García y Gil, ob. cit.), “la primera obligación del etnógrafo es permanecer donde la acción tiene lugar y de tal forma que su presencia modifique lo menos posible tal acción” (p. 45); es por ello, desde la perspectiva de la microetnografía en el aula, se realizó la observación directa del proceso de aprendizaje de la matemática en la Unidad Educativa “Hipólito Cisneros” a nivel Educación Media; perteneciente al sector Nacional durante el año escolar 2015-2016, ubicada en la Urbanización La Esmeralda, Sector F, Manzana 12, Municipio San Diego, Estado Carabobo.

Se optó por realizar el mismo en este plantel, ya que la investigadora trabaja como docente de aula en la asignatura matemática; aunado a esto, la institución cuenta con doce (12) secciones de cuarto año; seis en el turno de la mañana y seis en la tarde, con una matrícula inicial de trescientos ochenta y ocho (388) estudiantes en total. En este caso en particular, la investigación se focalizó en la interpretación de lo ocurrido en el salón de clase de la sección “J”; considerando

para efectos del proceso de observación a aquellos estudiantes que participaron durante las sesiones de clase y en el caso de la entrevista se tomaron como informantes clave tres (3) participantes con características positivas para esta investigación.

Por otra parte, los grupos familiares a los cuales pertenecen los estudiantes de esta Institución, se encuentran en un nivel socio-económico medio. Los padres son profesionales, comerciantes informales con Educación Básica y Universitaria. Viven en urbanizaciones y zonas aledañas, residenciados en casas y apartamentos que cuentan con todos los servicios públicos básicos.

Seguidamente se consideraron además para la interpretación de fuentes documentales obras de carácter científico seleccionado por la investigadora con miras a cumplir con la tarea de contrastar las concepciones establecidas en torno al error en la construcción del conocimiento matemático existentes hasta la fecha.

Senda metodológica de la investigación: Una reflexión en y desde la praxis

Para alcanzar el enunciado teleológico de esta investigación: generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción conocimiento en el aprendizaje de la matemática, se amerita de la prosecución de acciones direccionadas por las intencionalidades propuestas en este trabajo; esto por tener un corte etnográfico fue considerado como senda metodológica, la propuesta de las investigadoras Judith Goetz y Margaret LeCompte (ob. cit.) en cuanto a la etnografía educativa; la cual se enuncia a continuación:

Gráfico 2: Fases de una investigación etnográfica



En primera instancia se considera la *selección basada en criterios* simple, la cual según las autoras, “requiere únicamente que el investigador confeccione un listado de atributos esenciales que debe poseer la unidad seleccionada, para a continuación localizar en el mundo real alguna que se ajuste a ellos” (p. 98). Seguidamente se inicia con la *estancia en el campo* donde se sumerge en el contexto real; con la intencionalidad de romper la barrera entre el personaje desconocido y a su vez *localizar los escenarios de investigación* más oportunos; en esta fase se “requiere que el investigador se aplique al problema de dónde, cuándo y cómo descubrir dichas unidades” Goetz y

LeCompte (ob. cit.: 104)

Mientras que *la entrada al escenario y acceso a la fuente de datos* se va a dar con la aceptación por parte de la comunidad en estudio; por lo que se debe mantener según las autoras una actitud atenta y empática ante las situaciones generadas durante esta fase. Por último, el etnógrafo debe reflexionar sobre cómo *abandonar el escenario* de trabajo del modo menos perjudicial para los participantes y realizar un *franqueo de fronteras*; es decir; una reflexión en torno al grado de familiarización obtenido por la investigadora en el campo de estudio, pero teniendo presente que puede estar en varios grupos pero sin integrarse totalmente a uno de ellos.

De acuerdo con este esquema, para el desarrollo de esta investigación se realizó una adaptación de las fases en función de la intencionalidad de la etnógrafa las cuales presentan una correspondencia con las intencionalidades, tal como se describe a continuación:

Fase I: Abordaje al Campo: Localización de escenarios potenciales

En este apartado, se adentró al campo donde ocurren los hechos con la finalidad de conocer aún más el escenario y a los protagonistas; considerando a los informantes clave (jóvenes estudiantes del cuarto año de educación media general con edades comprendidas entre 15 y 16 años, interesados, otros apáticos o confundidos) los cuales brindaron la información precisa, logrando aplicar las técnicas correspondientes que permitieron describir la incidencia del error en el ámbito del aprendizaje de la matemática. Entonces, en el inicio de la estancia en el campo se logró romper con la barrera del personaje desconocido por los estudiantes y así adentrarse aún más en el escenario; lo cual no fue trabajo fácil al existir previamente elementos (condiciones del aula de clase, disposición del estudiante, actitud del docente) que incidieron en el proceso de estancia en el campo.

Por otra parte, para lograr acceder a la información relevante en la microetnografía educativa se localizaron las fuentes potenciales de información, en el caso de la entrevista se tomaron en cuenta tres (3) informantes clave, esta selección fue intencionada ya que estos estudiantes asistieron regularmente a clases en este caso realizaron todas las actividades propuestas, también porque participaban con intervenciones en cada sesión realizada, en otras palabras, se aplicaron criterios distintos para seleccionar a los participantes a los cuales se les observó las tareas plasmadas en el aula, considerándolos como fuentes potenciales de información.

En relación a la técnica de recolección de información se utilizó *la observación participante*, la cual exige estar presente y compartir tantas situaciones como sean necesarias, aprendiendo a conocer los informantes a profundidad y detectando lo más relevante para el logro de las intencionalidades; donde se pudo usar el audio o grabación, notas de campo, los cuales permitieron manejar información suscitada mediante la interacción verbal entre los actores

durante el proceso de aprendizaje de la matemática. Y como segunda técnica a emplear, se tiene la *entrevista en profundidad*, la cual permitió complementar y verificar la información obtenida a través de la observación participante. Una vez obtenida la información, se consideró alejarse del campo, ya que se consideró haber recabado información relevante para la conjunción de elementos claves obtenidos de las categorizaciones.

Fase II: Integración de la información obtenida en la Microetnografía en el aula

Para la sistematización de la información obtenida en el contexto, se utilizó la categorización de las partes en relación con el todo, asignándose géneros significativos a medida que se revisó la información; donde la categorización según Rodríguez, Gil y García, (ob. cit.) “consiste en la segmentación de la información más relevante y significativa, con el fin de realizar comparaciones y posibles contrastes de manera que se pueda organizar y presentar de manera inteligible” (p.205).

Esto significa, una vez recabada la información se consideraron tanto las partes como el todo a fin de obtener las categorías y subcategorías luego de examinar mediante un proceso de Zig-Zag la información a través de la técnica planteada por Duarte y Parra (2015) “...donde los hallazgos crudos se saturan y generan categorías y subcategorías...” (p.229) y así alcanzar la saturación de las categorías; las cuales dieron pistas en la comprensión del fenómeno en estudio, en este caso en particular, encontrar elementos claves para la interpretación de las concepciones del error en el proceso de construcción del conocimiento matemático; logrando dilucidar qué elementos hacen posible considerar la necesidad de una visión conceptual del error.

Posterior a esto, se procedió a la construcción de una matriz de aspectos relevantes de la información obtenida “triangulación de información” la cual podrá ser apreciada en el próximo

capítulo; a fin de establecer los vínculos presentes entre el error y la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática. Dicha matriz estará concebida por los investigadores Strauss y Corbin (2002) como “mecanismo analítico que estimula el pensamiento del analista sobre las relaciones entre las condiciones/consecuencias micro o macro, tanto entre ellas como para el proceso” (p.198).

Fase III: Interpretación de la fuente documental

Considerando para el logro de las intencionalidades de la investigación la interpretación de fuentes documentales denominadas *obras de carácter científico* seleccionadas por la investigadora a fin de contrastar las concepciones establecidas en torno al error en la construcción del conocimiento matemático existentes hasta la fecha, a razón con lo expresado por Goetz y LeCompte (ob. cit.):

...los etnógrafos descubren los distintos registros escritos y simbólicos que llevan los participantes de un grupo social, o que se refieren a ellos (...) La recogida y análisis de los libros de texto, guías curriculares, apuntes de clase, lista de matrícula, acta de reuniones, expedientes personales de los alumnos, documentos personales de profesores y alumnos, correspondencia, documentos gubernamentales y otros archivos cuya elaboración estimula el investigador, como diarios y relatos de los recuerdos de los profesores, ofrecen una fuente inestimable de datos de base, de proceso y axiológicos. (p.163)

De allí, se seleccionaron dos obras de carácter científico denominadas: *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria*; cuyo autor es Martín Socas (ob. cit.); así como *El error: un medio para enseñar*; con la autoría de

Jean Pierre Astolfi (ob. cit.), para así contrastarlas y encontrar las posibles divergencias y/o convergencias tanto los aspectos aritméticos, algebraicos y geométricos presentes en el aprendizaje de la matemática. Todo esto se obtuvo a través del uso de la técnica de *análisis de contenido* estableciendo vínculos entre las unidades y luego realizándose el proceso de contraste de las categorías y subcategorías.

Fase IV: Compresión holística y construcción del entramado teórico

Después de haberse sumergido en el proceso de enseñanza y aprendizaje durante el abordaje de campo, el análisis de las obras de carácter científico, y posteriormente llegar al proceso de interpretación crítica y holística sobre cada uno de los hallazgos derivados, considerando los tópicos inherentes a la investigación, las categorías establecidas por la etnografía, los hallazgos investigativos obtenidos de la observación, de las entrevistas a los informantes clave y aquella información emergente de la revisión documental de las obras científicas tituladas: Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria así como El error: un medio para enseñar. Para así en esta última etapa dar a conocer los posibles vínculos emergentes entre el error y la construcción del conocimiento desde el aprendizaje de la matemática que permiten derivar una estructura epistémica del error en el aprendizaje de la matemática como una visión conceptual centrada en la construcción conocimiento. Entendiendo la misma como una distribución de los elementos pertenecientes al conjunto de conocimientos que condicionan las formas de entender e interpretar el error como base para el aprendizaje de la matemática. En sí se persiguió la generación de un corpus epistémico del error donde se presente un enfoque conceptual diferente emergente de la conjunción de elementos claves obtenidos de las categorizaciones.

CAPÍTULO IV

EN CONTACTO CON LA REALIDAD



En esta sección se muestran los hallazgos obtenidos en las fases de abordaje del campo en estudio e interpretación de la fuente documental, en torno al error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática, desde los cuales se realizó la indagación de la realidad para obtener el conocimiento del fenómeno investigado.

Para dar cumplimiento con los propósitos planteados en esta investigación y así generar el aporte doctoral; se realizó en primer lugar el abordaje al campo donde, se tuvo acceso directo al lugar donde ocurren los hechos, con la finalidad de localizar las fuentes potenciales de información, conocer aún más el escenario y a los protagonistas; es allí donde se seleccionaron a los informantes claves, los cuales brindaron la información precisa y se aplicaron las técnicas correspondientes que permitirán describir la incidencia del error en el ámbito del aprendizaje de la matemática. Para tal fin se empleó *la observación participante*, además se utilizó el audio o grabación, notas de campo los cuales permitieron manejar información suscitada mediante la interacción verbal entre los actores durante el proceso de aprendizaje de la matemática; vale destacar que para efectos del proceso de registro de la observación, se tomaron en consideración en la descripción todos aquellos estudiantes que participaron en la clase.

Como segunda técnica se empleó, la *entrevista en profundidad*, la cual permitió complementar y verificar la información obtenida a través de la *observación participante*; la misma fue realizada desde la perspectiva: del estudiante como fuente inagotable de información; por esta razón, se aplicó la entrevista a tres (3) estudiantes de dicho nivel; con el fin de recabar información inherente al proceso de construcción del conocimiento y la visión que estos tienen sobre los errores en el proceso de aprendizaje.

Finalmente, se llevó a cabo la interpretación de fuentes documentales, obras de carácter científico seleccionado por la investigadora con miras a cumplir con la tarea de contrastar las concepciones establecidas en torno al error en la construcción del conocimiento matemático.

Abordaje al Campo: Localización de escenarios potenciales

En este apartado se presenta la descripción del proceso de observación directa, en el aula de clase a los estudiantes del cuarto año de Educación Media General, sección “J”, aula 8; en la disciplina Matemática, cuya matrícula inicial fue de treinta (30) estudiantes y para efectos de la descripción del hecho educativo se consideraron a los estudiantes que participaron en clase. Dicha observación se realizó en la Unidad Educativa “Hipólito Cisneros” perteneciente al sector nacional durante el año escolar 2015-2016, ubicado en la Urbanización La Esmeralda, Sector F Manzana 12, Municipio San Diego, Estado Carabobo, con previa autorización del Director encargado para ese momento Lcdo. José Niño y la Subdirectora Académica M.Sc. Helen Cervantes.

La institución se encuentra ubicada en una zona de fácil acceso a servicio de transporte, comunicación e información. La misma cuenta con una infraestructura adecuada para el nivel educativo, a pesar que la población estudiantil del entorno es mayor a la capacidad de la misma.

Posee espacios abiertos, cancha deportiva para la recreación de los estudiantes y un lugar para el estudio e investigación conocido como la Biblioteca, esta institución trabaja con doble turno; para este estudio se tomó el turno de la tarde. Se optó por realizar el estudio en este plantel, ya que la investigadora trabaja como docente de aula; aunado a esto, la institución cuenta con doce (12) secciones de cuarto año; seis en el turno de la mañana y seis en la tarde, con una matrícula inicial de trescientos ochenta y ocho (388) estudiantes en total. En este caso en particular, la investigación se focalizará en la interpretación de lo ocurrido en el salón de clase de la sección “J”.

De allí, este proceso se inició el 18 de enero de 2016 y finalizó el 10 de marzo de 2016, periodo en el cual, el docente de la asignatura desarrolló el contenido: Trigonometría (Teorema de los catetos, teorema de la altura, razones trigonométricas; aplicando estrategias formativas: cuestionario elaborados por el docente, ejercicios para el hogar y desarrollo de problemas en clase.

Es importante señalar que el tiempo de la observación directa dependió de la planificación realizada por el docente de la asignatura para este contenido; de hecho, Spindler y Spindler (1992, citado por Rodríguez, Gil y García, ob. cit.) señalan lo siguiente:

...el etnógrafo debe pasar el tiempo suficiente en el escenario, aunque no existe una normativa rígida que nos indique el tiempo de permanencia en el escenario. Lo importante aquí es la validez de la observación etnográfica, que se consigue permaneciendo durante el tiempo que permita al etnógrafo ver lo que sucede en repetidas ocasiones. (p.60)

En la misma, la investigadora en las dos primeras semanas de abordaje, se sumerge en el contexto real; con la intencionalidad de romper la barrera entre el personaje desconocido, intruso en el aula de clase ante el grupo o sección de estudio y dar un salto al escenario como sujeto observador participante que ha logrado empatía y aceptación en el grupo o comunidad. Durante la fase de observación directa, cuya duración fue de ocho semanas, se pudo obtener descubrimientos significativos, los cuales fueron registrados en un cuaderno de notas al instante que ocurrían los hechos, una grabadora y una cámara fotográfica.

Observación Directa

La observación es un proceso sistemático, flexible, deliberado aplicado para obtener la información en forma directa del contexto donde ocurren los fenómenos. A través de ésta, el observador puede decidir cuándo observar; escribiendo cuando todos escriben, puede retirarse del contexto para hacer algunas anotaciones rápidas que después ampliará o puede redactar sus notas inmediatamente después de abandonar el escenario.

Spindler y Spindler (1992, citado por Rodríguez, Gil y García, ob. cit.) señalan como primera característica de una investigación etnográfica educativa:

...el requerimiento de la observación directa. No importa con qué instrumentos, sistema de codificación, aparato de registro, o técnica sean utilizadas, la primera obligación del etnógrafo es permanecer donde la acción tiene lugar y de tal forma que su presencia modifique lo menos posible tal acción. (p. 45)

Durante la observación directa a la docente de aula y a los estudiantes, se empleó un registro diario de las acciones más resaltantes de los participantes, así como también se realizaron

grabaciones a cada una de las sesiones de clase facilitadas por la docente dos veces por semana. Las cuales se describen a continuación, utilizando la siguiente simbología para los diálogos efectuados durante cada clase:

Prof.: Docente de la asignatura

Inf N° 1: Informante clave número 1.

Inf N° 2: Informante clave número 2.

Inf N° 3: Informante clave número 3.

Inf N° 4: Informante clave número 4.

Inf N° 5: Informante clave número 5.

Inf N° 6: Informante clave número 6.

Descripción del Ethos de vida escolar

Mediante el proceso de observación directa se realizaron actividades relacionadas con el contenido, las cuales eran de manera formativa permitiendo así promocionar la individualidad de cada estudiante en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, con la finalidad de aclarar dudas que puedan tener los mismos y de un mejor entendimiento del tema. Permitiéndole al investigador observar la estructura de resolución de problemas planteados u otras tareas asignadas, abordando de esta manera los errores cometidos.

Cabe destacar, para el análisis de las tareas o actividades durante las clases de Trigonometría, se tomaron en cuenta tres (3) informantes claves, esta selección fue intencionada ya que estos

estudiantes asistieron regularmente a clases y realizaron todas las actividades propuestas, también porque los tres (3) participaban en cada sesión realizada; es decir, se aplicaron criterios distintos para seleccionar a los participantes a los cuales se les observó cada tarea plasmada en el aula, considerándolos como fuentes potenciales de información y éstos fueron considerados posteriormente para la entrevista. A continuación se describen los primeros encuentros, plenos de información relevante para la investigación.

ENCUENTRO 1: Fecha: 18/01/2016 Hora: 2:00 p.m.-3:10 p.m.

Lugar: AULA 8 Día: LUNES

Al iniciar la sesión de clase, la docente verifica la asistencia de sus estudiantes donde hay 13 hembras y 10 varones presentes. Posterior a ello, asigna a una estudiante que indique cual fue la temática de la clase pasada.

La **Inf. N°1** señala: la clase pasada hablamos de sobre la hipotenusa y triángulos.

Prof.: Aja! Pero como se llama el tema?

Al mirar el cuaderno, **Inf. N°1** contesta: Teorema de catetos. Por tanto al dejar clara la temática la profesora inicia directamente con un ejercicio de Teorema de los Catetos donde se necesita hallar la longitud de los catetos y la altura del triángulo rectángulo dado.

Prof.: es importante identificar las incógnitas; de allí que se debe entonces utilizar el Teorema de catetos.

Se observan estudiantes distraídos, otros hablando, riéndose y otros con cara de no entender.

Seguidamente la profesora procedió a plantear el siguiente ejercicio: ***El lado de un cuadrado mide 3 cm, ¿Cuál es el valor de su diagonal?***

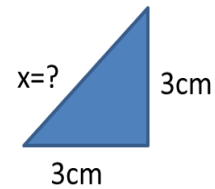
Para iniciar con la resolución pregunta a los estudiantes, si ¿reconocen que es un cuadrado? Y ¿cuántas diagonales tienen un cuadrado?

Inf. 1 contesta: un cuadrado tiene cuatro lados iguales

Inf. 2: un cuadrado tiene dos diagonales.

Prof.: correcto y las diagonales de todo cuadrado son iguales. En función a esto, al trazar una diagonal el cuadrado se divide en dos triángulos rectángulos. Trabajaremos con un solo triángulo para encontrar el valor de dicha diagonal.

Inf. 3: interviene con seguridad y dice que el valor de x es 6.



Prof.: ¡No! Estas equivocado, a ver muchachos, como puedo hallar el valor de x?

Inf. 1: con el teorema de Pitágoras.

La profesora plantea el teorema $c^2 = a^2 + b^2$ sustituye los valores en la ecuación y pregunta: ¿cuál es el cuadrado de 3?

Inf. 3: seis. Y a su vez, varios estudiantes contestan igual.

Prof.: no muchachos, el cuadrado de 3 es $3 \times 3 = 9$. Algunos estudiantes responden ¡ah, ok!

La profesora recorre el salón para verificar que los estudiantes este copiando y asesorarlos y manda unos ejercicios como tarea.

ENCUENTRO 2: Fecha: 01/02/2016 Hora: 2:04 p.m.-3:10 p.m.

Lugar: AULA 8 Día: LUNES

Al iniciar la sesión de clase, la docente verifica la asistencia de sus estudiantes donde hay 12 hembras y 14 varones presentes. Asimismo, toma aproximadamente 10 minutos para reflexionar en torno a la disciplina y cumplimiento de las normas de convivencia.

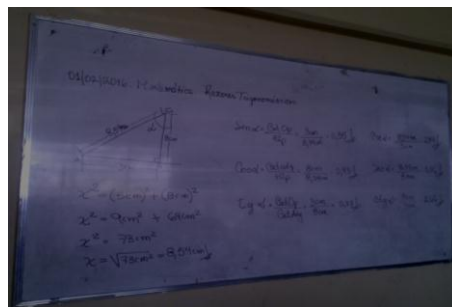
Además, indica los aspectos teóricos que deben tener en consideración para el examen que será la próxima sesión (tipos de triángulos según sus lados y ángulos, que es la trigonometría, aplicaciones).

Posterior, explica las razones trigonométricas inversas (cosecante, secante y cotangente) planteando un ejercicio: *calcular las razones trigonométricas del ángulo α si el cateto adyacente mide 8 cm y el cateto opuesto mide 3 cm.*

Prof.: A ver muchachos, para abordar el ejercicio necesitamos primero aplicar qué?

Se aprecia un espacio de tiempo donde los muchachos no saben que responder; pero de repente responde tímidamente el informante

Inf. 6: ¿Pitágoras?



Prof.: Así es, necesitamos utilizar el Teorema de Pitágoras para hallar primero el valor de x . sustituimos el valor de cada cateto. Y cuanto es el cuadrado de tres?

Inf. 2: 6 profesora.

Prof.: Y el cuadrado de 8?

Inf. 2: 16

Prof.: No señor, que es eso? Como que ustedes están sumando $8+8=16$ y está mal. El cuadrado de 8 es 64 porque 8×8 es 64. Por lo tanto, el resultado sería 9 más 64 igual a 73. $X^2=73 \text{ cm}^2$. Y que debemos hacer si la variable esta elevada al cuadrado?

Responden varios estudiantes: le aplicamos una raíz,

Prof.: Así es aplicamos la raíz cuadrada y nos quedará $x= 8,54 \text{ cm}$. Ahora calculemos las razones trigonométricas. Seno, coseno y tangente y sus inversas.

La docente procedió a calcular cada una de ellas sustituyendo el valor en la ecuación. Sin embargo, algunos estudiantes no estaban prestando atención, otros como en **Inf. 6** se veía un poco confundido; así como la **Inf. 4**.

ENCUENTRO 3: Fecha: 01/02/2016 Hora: 1:55 p.m.-3:00 p.m.

Lugar: AULA 8 Día: LUNES

En la tarde de hoy, se realiza la primera evaluación del segundo lapso donde hay una asistencia de 26 participantes.

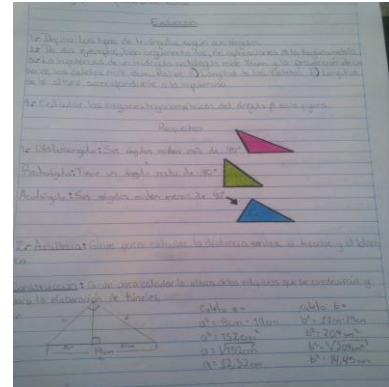
La profesora copia las preguntas y ejercicios en la pizarra; colocando una parte teórica y la otra de resolución de problemas. Ordena el salón colocando a los estudiantes en pareja para la ejecución de dicha prueba.

Durante el transcurrir de la sesión, varios estudiantes se levantaban del pupitre para hacer preguntas sobre el examen a la profesora. Logrando evidenciar en ellos dudas en cuanto a:

Inf. 3: ¿Cómo es la fórmula?

Inf. 5: ¿cómo dibujo el triángulo?

Inf. 7: ¿estará bien así?



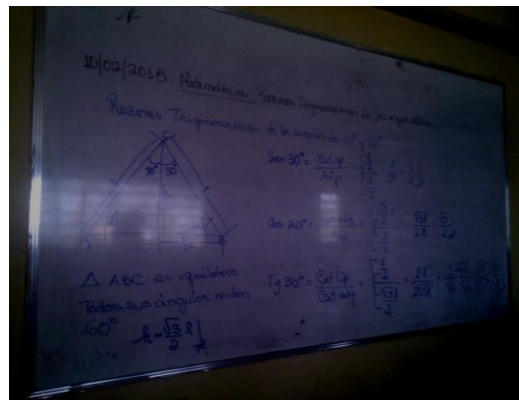
ENCUENTRO 4: Fecha: 10/02/2016 Hora: 2:05 p.m. 3:03 p.m.

Lugar: AULA 8

Día: MIÉRCOLES

La docente inicia la clase saludando e indicando las pautas para la entrega del trabajo de investigación alusivo al proyecto de aprendizaje titulado: Artes y oficios en nuestros estados Venezolanos, el cual deben entregar para el 29 de febrero de 2016.

Prof.: Para el día de hoy muchachos la clase estará enfocada en las razones trigonométricas de los ángulos notables. Empecemos con el siguiente ejercicio: *$\triangle ABC$ es equilátero calcular las razones trigonométricas.*



En primer lugar quien me dice que es un triángulo equilátero?

Inf. 4: el que tiene todos los lados iguales.

Prof.: muy bien, y cual otra característica tiene?

Los estudiantes se quedan observando la pizarra pero no responden.

Inf. 2: tiene tres lados profe no veo más.

Inf. 6: tiene tres puntas.

Prof.: no muchas aparte de tener tres lados iguales, también sus tres ángulos internos son iguales; por lo tanto cuánto vale cada uno de ellos si sabemos que la suma de los ángulos internos de todo triangulo da 180° ?

Inf. 6: 90 profe

Inf. 5: 30

Inf. 1: 60 grados.

Prof.: Muy bien, 60° ya que la suma de los ángulos me dará 180° . Ahora bien, cuando represento la altura en este triángulo ABC; cuantos triángulos se forman y de qué tipo?

Inf. 2: 2 triángulos iguales.

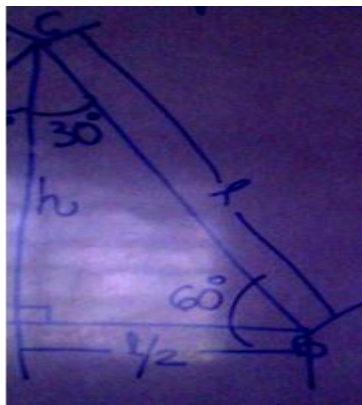
Profa.: Ajá pero qué tipo de triangulo resulta según sus ángulos?

Inf. 4: rectángulo.

Prof.: Ok, ahora voy a trabajar con un solo triangulo rectángulo. Y le colocaré a la hipotenusa la letra l y al cateto adyacente al ángulo de 60° ¿qué le colocamos?

Los muchachos se muestran como perdidos, parece que no saben que contestar.

Inf. 2: no se profe.



La profesora vuelve a preguntar: si el triángulo es equilátero, sus tres lados son iguales, a esos tres lados lo llamo l . entonces si la altura me está dividiendo el triángulo ABC en dos triángulos rectángulos, también me está dividiendo la base de mi triángulo en cuantas partes?

Inf. 4: dos profe.

Prof.: correcto. Dos parte iguales. Y si el lado de la base del triángulo se llama l entonces como expreso la mitad?

Los estudiantes no responden y quedan en silencio, hasta que el **Inf. 7** exclama: no entiendo nada de eso.

Prof.: si el lado l es dividido en dos partes iguales vamos a llamar a cada una de ellas $l/2$.

Entonces observen el triángulo rectángulo. $l/2$ y h que serían?

Inf. 1: catetos.

Prof.: y ¿qué teorema utilizo?

Inf. 1: el de Pitágoras

Entonces la profesora procede a aplicar el teorema de Pitágoras quedando así:

$l^2 = (l/2)^2 + h^2$. Vamos a hallar la expresión equivalente de h : $l^2 - (l/2)^2 = h^2$; luego aplicando las propiedades de potenciación quedará: $l^2 - l^2/4 = h^2$

Inf. 5: profe ¿por qué quedó 4?

Si de dónde salió preguntan varios estudiantes.

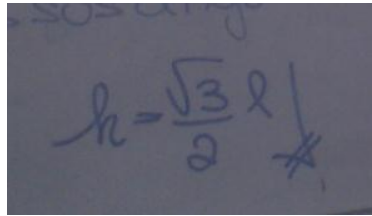
Prof.: sale de multiplicar $2 \times 2 = 4$. Recuerden que al estar la fracción elevada al cuadrado, le aplicamos la potencia tanto al numerador como al denominador.

Los estudiantes se quedan callados sin intervenir.

Prof.: voy a voltear $h^2 = l^2 - l^2/4$ y aplico productos cruzados quedando así: $h^2 = 3.l^2/4$.

¿Qué hago ahora?

Inf. 1: la raíz cuadrada?

A photograph of a piece of paper with handwritten text. The text shows the equation $h = \frac{\sqrt{3}l}{2}$ written in blue ink. To the right of the equation, there is a small star symbol (*).

Prof.: quedando:

En este momento la profesora da un espacio para que los estudiantes copien, ésta sale del salón y vuelve a los 5 minutos aproximadamente.

Hallazgos investigativos relevantes

Para la comprensión del fenómeno acaecido en el aula de clase es necesario considerar la triada: actitudes - conocimientos previos - forma de construcción de ese nuevo conocimiento; donde es importante destacar la falta de interés por parte de los estudiantes hacia la construcción de su propio conocimiento; así como también una actitud poco favorable hacia esta disciplina.

Todo genera una ruptura en el hilo de construcción del estudiante ya que por situaciones diversas tales como: esquemas previos errados, dificultad en la identificación de símbolos, olvido de fórmulas y de representaciones así como de las características de las formas geométricas van

incidiendo significativamente en la construcción de esquemas cognitivos errados generando así un falso aprendizaje.

Entrevista a informantes clave Estudiantes

Partiendo de las intencionalidades trazadas al inicio de esta investigación, se estableció una relación inmediata personalizada cara a cara, siguiendo un guión de preguntas abiertas cuya dinámica fue flexible, bajo un criterio de amplitud, respeto y confianza entre los informantes y la etnógrafa. Por consiguiente se seleccionaron a tres (3) estudiantes para realizar la entrevista en profundidad.

Para la representación de la información se utilizó un cuadro adaptado del propuesto por los autores Duarte y Parra (ob. cit.) donde a través de la técnica de zic-zac se pudo saturar tanto las categorías como subcategorías a fin de lograr obtener hallazgos investigativos relevantes que dieran pistas en cuanto a la incidencia del error en el aprendizaje de la matemática a nivel de cuarto año de Educación Media General Venezolana.

En atención a este propósito secuencial de la investigación, se establecieron los siguientes tópicos con objeto de integrar la información resultante de las entrevistas.

Cuadro N° 1: Integración de categorías y subcategorías de las entrevistas.

TÓPICOS	CATEGORÍAS	SUB-CATEGORÍAS
Aprendizaje de la Matemática	Errores en el Aprendizaje	Concepción del Error Origen del Error
Conocimiento Matemático	Construcción del Conocimiento	Conocimiento

Diseño: Mayorga (2018)

Cuadro N° 2: Saturación de Categorías y Subcategorías.

CATEGORÍA	INFORMANTE 1	INFORMANTE 2	INFORMANTE 3
Construcción del Conocimiento	¿Qué percepción tienes sobre la matemática? Que... bueno, es una ciencia que nos permite <u>hacer cálculos numéricos</u> con el cual podemos descubrir diferentes cálculos diferentes problemas o cualquier cosa que se <u>necesite</u> en la matemática.	¿Qué percepción tienes sobre la matemática? Para mí, la matemática es una materia primordial y esencial al momento de aplicarla desde un <u>cálculo para una necesidad</u> hasta en la vida diaria	¿Qué percepción tienes sobre la matemática? Este... bueno, yo pienso que la matemática hacia nosotros viene siendo la más importante ya que a través de ella podemos hacer millones cosas diariamente. (...) Cuando compramos, cuando vamos a construir algo y es una materia <u>fundamental</u> para todos los estudios a nivel profesional.
	Cuando abor das un ejercicio o problema matemático ¿te has conseguido con dificultades? Me podrías hablar de ello por favor. Eh... bueno si, si al momento de realizar una <u>operación el tipo de símbolos</u>, si el proceso es el adecuado...	Cuando abor das un ejercicio o problema matemático ¿te has conseguido con dificultades? Me podrías hablar de ello por favor. Bastantes al <u>momento de realizar en el área de despejes</u>, en el área de em... multiplicaciones de signos, leyes de la matemática en sí como tal como base teórica; ya que la base teórica a veces <u>no la manejamos</u> muy a fondo y no nos preocupamos por ir más allá de lo que se nos da, sino tratar de solucionar un problema.	Cuando abor das un ejercicio o problema matemático ¿te has conseguido con dificultades? Me podrías hablar de ello por favor. Sí, si me he conseguido porque a veces <u>nos equivocamos</u> en sumas que es algo muy fácil o en diferentes problemas. Puede ser que no utilizamos bien la lógica porque sencillamente la matemática tiene mucho que ver con la lógica, y a veces no interpretamos bien el ejercicio ese puede ser la principal <u>equivocación</u> que yo tengo.
Errores en el Aprendizaje: Concepción del Error	¿Qué significado tiene para ti el error? Es la <u>equivocación</u> a algo que está correcto.	¿Qué significado tiene para ti el error? ¿El error? ¿En las matemáticas? <u>Haber hecho mal un cálculo</u> haber aplicado mal una ley.	¿Qué significado tiene para ti el error? Eh, hay un concepto sobre esa palabra que casi siempre es una <u>equivocación</u>. Si no tuviésemos esa equivocación no supiéramos hacerlo bien siempre sería exitoso y ay cónchale, (risas) Yo digo que es un aprendizaje que hay que tener en nuestras vidas pues.

Continuación...

CATEGORÍA	INFORMANTE 1	INFORMANTE 2	INFORMANTE 3
Construcción del Conocimiento	Cuando te entregan una evaluación con una nota no favorable, ¿Qué actitud asumes? <i>Que... este, una <u>actitud negativa</u> pero a la vez positiva porque tengo que pensar en subir.</i>	Cuando te entregan una evaluación con una nota no favorable, ¿Qué actitud asumes? <i>Este... preocupación. Por el.. <u>preocupación</u> y busco ayudarme de otra manera; abordar el problema de otra manera.</i>	Cuando te entregan una evaluación con una nota no favorable, ¿Qué actitud asumes? <i>Al principio <u>me molesto</u> porque si estudie, por qué tuve mala nota. Sin embargo aprendo eso y veo la <u>equivocación</u> que tuve para hacerlo mejor en el siguiente examen.</i>
Errores en el Aprendizaje: Origen del Error	¿Por qué crees que te equivocas? <i>Porque no presto atención,(silencio) Eh... este, sea por algún <u>distractor</u> o porque no es de mi interés.</i>	¿Por qué crees que te equivocas? <i>Muchas veces porque no estudiamos muchas veces porque <u>no tenemos la valentía</u> de preguntar</i>	¿Por qué crees que te equivocas? <i>A veces me la doy muy muy y no estudio y me equivoco en los exámenes. o por <u>equivocaciones en las cuentas</u> o cuando me pongo muy nerviosa y pierdo la lógica</i>
	Cuando estudias matemática ya sea en el aula de clase o en otro lugar, ¿te has fijado qué errores has cometido? <i>Eh, si por supuesto porque lo he hecho en otro lugar y hay como una mayor relajación porque ya no estamos en el aula y este se aclara como mejor la vista. Un decimal <u>un mal cálculo</u> de símbolos.</i>	Cuando estudias matemática ya sea en el aula de clase o en otro lugar, ¿te has fijado qué errores has cometido? <i>No. Simplemente cuando uno va al examen es que se da cuenta de los errores que uno comente, porque es delante de como de esa persona que está capacitada para demostrar donde te equivocaste.</i>	Cuando estudias matemática ya sea en el aula de clase o en otro lugar, ¿te has fijado qué errores has cometido? <i>Este, si a veces sin querer me <u>equivoco</u> en algunos números pienso que coloqué, por lo menos 147 y coloco en la hoja 148 y a veces lo hago sin querer es inconsciente. A veces primero leo el problema y <u>no lo interpreto bien</u>, sino lo interpreto a mi manera y luego lo vuelvo a leer y lo interpreto bien</i>

Cuadro N° 2: Continuación...

CATEGORÍA	INFORMANTE 1	INFORMANTE 2	INFORMANTE 3
Errores en el Aprendizaje: Concepción del Error	¿Supone usted el error como fracaso o como una alternativa para la construcción del conocimiento matemático? Como una <u>constructiva</u> porque si ya sé lo que este mal es lógico que quede lo que está bien	¿Supone usted el error como fracaso o como una alternativa para la construcción del conocimiento matemático? Yo lo veo como <u>una alternativa</u>, una alternativa para uno buscar más conocimiento o buscar ayuda del docente o un compañero o grupo de estudio como para auto ayudarnos a nosotros mismos.	¿Supone usted el error como fracaso o como una alternativa para la construcción del conocimiento matemático? Como <u>un aprendizaje</u>, ¡totalmente!
Errores en el Aprendizaje: Origen del Error	Al momento de ejecutar los procedimientos en la resolución de un problema, ¿cuáles son los errores que con frecuencia se presentan ya sean de carácter geométrico, aritmético o algebraico? Eh una <u>equivocación</u> de letras una línea con mayor este una línea que se sobre pasa de los centímetros, y no sé qué más. (...)Eh, este, con un tipo de letra ¿no? Porque es difícil reconocer.	Al momento de ejecutar los procedimientos en la resolución de un problema, ¿cuáles son los errores que con frecuencia se presentan ya sean de carácter geométrico, aritmético o algebraico? Bueno, dependiendo de la magnitud del problema. En este caso por lo menos los <u>errores en lo geométrico</u>: los cálculos de las áreas. En lo aritmético: es la parte de la lógica y en lo algebraico, bueno la denominación de <u>signos</u> o... de... no sé, de manejo de esa parte teórica.	Al momento de ejecutar los procedimientos en la resolución de un problema, ¿cuáles son los errores que con frecuencia se presentan ya sean de carácter geométrico, aritmético o algebraico? Este... en el procedimiento? Cuando voy a hacer una figura o algo? Se me <u>olvida una forma geométrica</u> y cuando lo voy a hacer no lo sé hacer o se me olvidan los valores de la figura.

Fuente: Adaptado de Duarte y Parra (ob. cit.)

Integración de la información obtenida en la Microetnografía en el aula

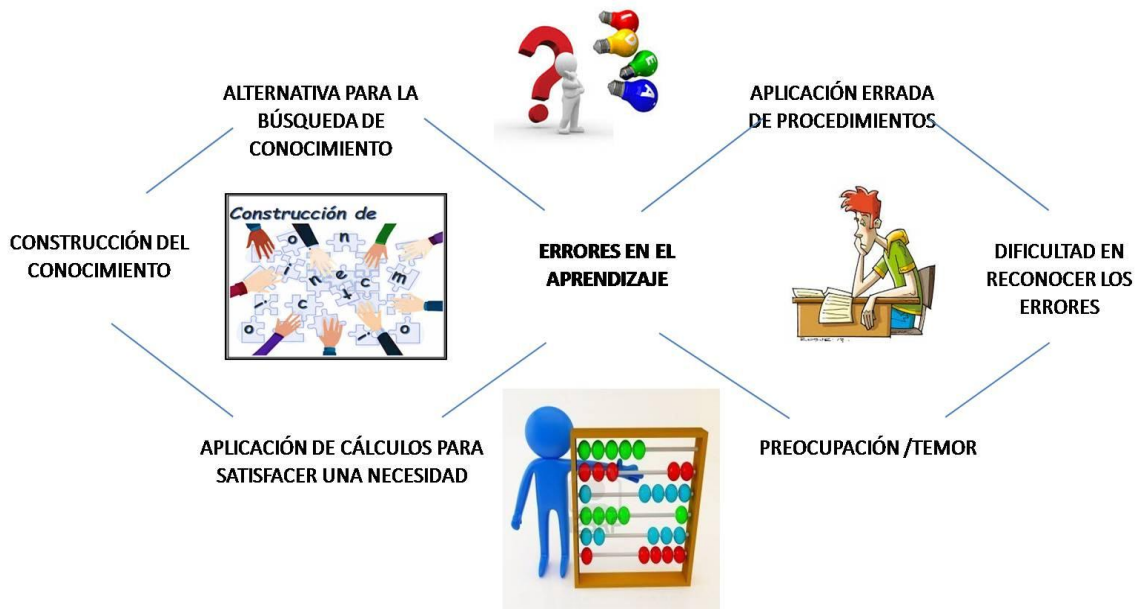
Una vez establecido el franqueo de fronteras, donde la investigadora a partir de la saturación de la información está consciente de la cantidad y calidad de información recabada durante el abordaje del campo, se procedió a realizar una integración de la información a través de la estructuración de la información de cada uno de los informantes clave a fin de obtener una comprensión aproximada de la incidencia del error en el aprendizaje de la matemática a nivel de cuarto año de Educación Media General Venezolana.

Gráfico N° 3: Develaciones emergentes de la entrevista al informante clave P.1.



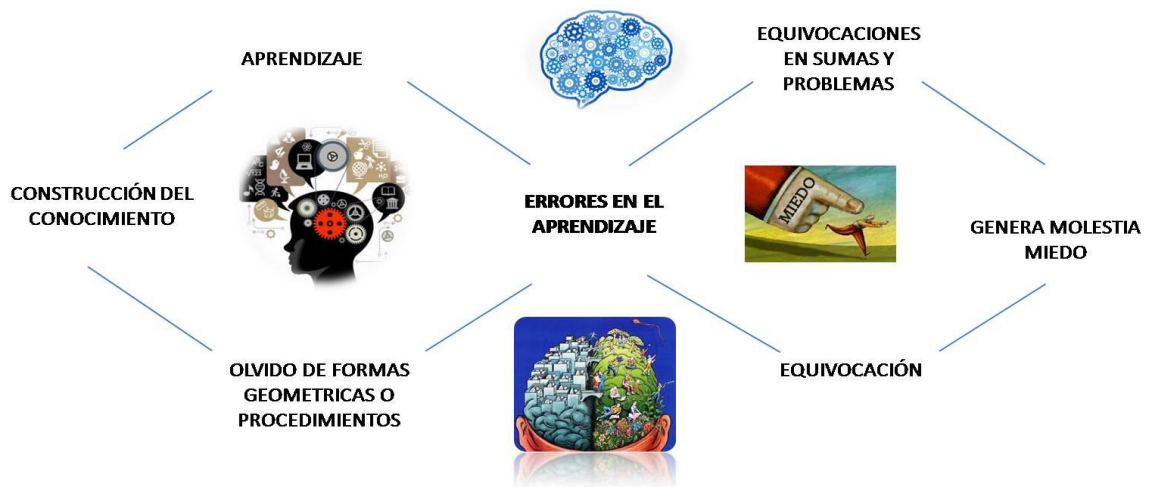
Diseño: Mayorga (2018)

Gráfico N° 4: Develaciones emergentes de la entrevista al informante clave P.2.



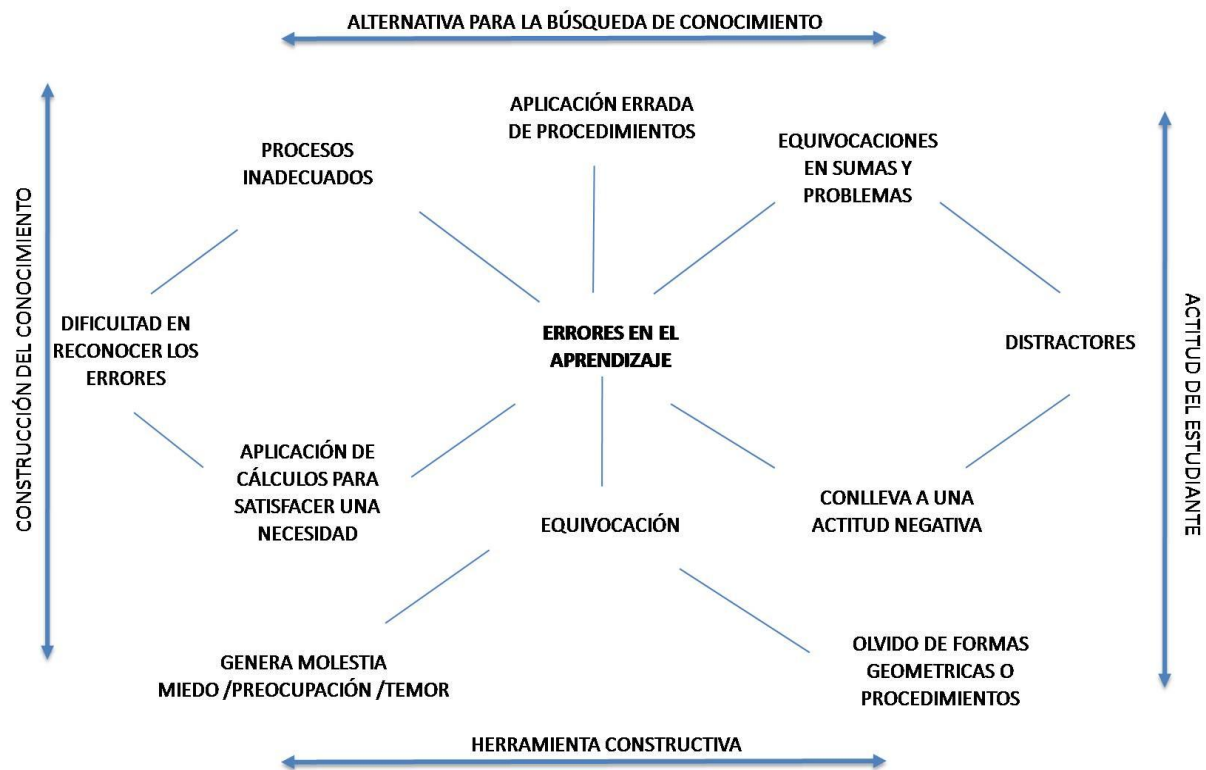
Diseño: Mayorga (2018)

Gráfico N° 5: Develaciones emergentes de la entrevista al informante clave P.3.



Diseño: Mayorga (2018)

Gráfico N° 6: Develaciones generales emergentes de las entrevistas.



Diseño: Mayorga (2018)

Hallazgos investigativos relevantes



Se puede percibir que para los participantes o informantes clave entrevistados, el error es concebido por ellos como una equivocación ante la ejecución de un procedimiento; donde se admite que presentan dificultades al momento de interpretar un problema para luego abordarlo, comprender el lenguaje algebraico presente (símbolos), procedimientos para realizar una operación, dificultad además en la identificación de las formas geométricas y sus cálculos

respectivos de las áreas, el trazado de líneas y manejo de la parte teórica. Todo esto, lo sustenta Astolfi (ob. cit.) en relación a las posibles causas que originan el error en el aprendizaje; haciendo alusión a las dificultades de comprensión, interpretación, procedimientos, entre otros.

Todo esto lo justifican en algunos casos por falta de interés o atención, porque no estudian ya sea porque se sienten muy seguros o porque tiene muchas dudas y no las aclararon en el tiempo preciso. Esto es respaldado por la clasificación realizada por Socas (ob. cit.) donde precisa que los errores “tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática”. (p. 144)



Mientras, se evidenció en los participantes, una postura positiva ante la matemática donde es considerada como una herramienta útil al momento de ejecutar cálculos y aplicarla ante alguna necesidad de la vida diaria. De hecho, Socas (ob. cit.) indica el estudiante “...debe asumir la responsabilidad de la construcción del saber y considerar los problemas como suyos...” (p. 143).

No obstante, manifiestan una actitud negativa o de desagrado y preocupación al momento de obtener resultados poco favorables en sus calificaciones; observando así mayor preocupación por una nota o calificación, que por una construcción adecuada de sus esquemas cognitivos; pero “...el nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno y para ello debe contestar a preguntas que él se ha hecho a sí mismo, o por lo menos recuperar algunas representaciones que ya estaban en su mente”. Socas (ob. cit.)

Interpretación de la fuente documental

Posterior al trabajo de campo, se llevó a cabo una revisión de las concepciones sobre los errores en el aprendizaje establecidas por Martín Socas (1997) y Jean Pierre Astolfi (1999); para así contrastarlas y encontrar las posibles divergencias y/o convergencias tanto los aspectos aritméticos, algebraicos y geométricos presentes en el aprendizaje de la matemática. Todo esto se realizó a través del uso de la técnica de *análisis de contenido* estableciendo vínculos entre las unidades de análisis para luego ser representados. Ander-Egg (2003) explica la misma como:

...una técnica de recopilación de información que permite estudiar el contenido manifiesto de una comunicación, clasificando sus diferentes partes de acuerdo con categorías establecidas por el investigador, con el fin de identificar de manera sistemática y precisa las características de dicha comunicación. (p.245)

Por lo cual para efectos de esta investigación, se consideraron como objeto de análisis aquellos que poseen base gramatical; vale decir, la unidad de análisis es la palabra, frase o párrafo en que se expresan esas ideas; ya sean en libros, diarios o revistas; en este caso particular se consideraron dos libros de texto.

Es importante hacer referencia que para desarrollar esta técnica de una manera óptima, se amerita considerar las tareas y fases que comportan la aplicación del análisis de contenido; según Ander-Egg (ob. cit.), señala que existen “tres tareas principales: establecer las unidades de análisis; determinar las categorías de análisis y seleccionar una muestra del material de análisis” (pp. 248-249).

En sintonía con lo planteado por el autor, se seleccionaron los siguientes documentos los cuales se describen en el cuadro N° 3:

Cuadro N°3: Selección de los Documentos para el Análisis de Contenido

DOCUMENTO	AUTOR	TÍTULO	IDENTIFICACIÓN O CÓDIGO
OBRA DE CARÁCTER CIENTÍFICO: <i>LIBRO</i>	Martín Socas	<i>Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria</i>	D₁
	Jean Pierre Astolfi	<i>El error: un medio para enseñar</i>	D₂

Diseño: Mayorga (2018)

Seguidamente, tomando en cuenta como paso fundamental en toda investigación, a la luz del análisis del contenido; se tiene la estructuración de la matriz de análisis, donde se dispondrá de la unidad de análisis la cual está definida por Ander-Egg, (ob. cit.) como:

...el fragmento de la comunicación que se toma como elemento y que sirve de base para la investigación. Estas unidades de análisis pueden ser de muy variadas formas: palabras, periodos de frases, frases, párrafos, artículos (...), con la condición de que sean estandarizadas en cada investigación en concreto. (p. 249)

Asimismo, se realizó la descripción de las categorías de análisis las cuales “constituyen los aspectos que vamos a buscar en el texto, (...) La categorización supone la clasificación de los elementos de un conjunto a partir de unos criterios previamente establecidos”. (Rojas, 2006: 137)

Cuadro N°4: Estructuración de la matriz de análisis

Categoría	Definición	Descripción
Error en el aprendizaje	“el error es una estrategia que permite la construcción del aprendizaje, siempre y cuando se desarrolle un ambiente con un clima que fomente las disposiciones positivas hacia el desarrollo crítico-constructivo-creativo” (Briceño, ob. cit.; p.175).	Las concepciones establecidas en torno al error en la construcción del conocimiento matemático.
Construcción del conocimiento	Proceso individual e interno mediante el cual el estudiante va adquiriendo y asimilando los contenidos escolares mientras que da significado a los mismos” (Bello, 2008; p.91)	

Diseño: Mayorga (2018)

Análisis del contenido de la obra de carácter científico D₁:

Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria.

Cuadro N° 5: Concepción del error

Categoría: Errores en el aprendizaje. **Sub-categoría:** Concepción del error

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍAS	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Errores en el aprendizaje: Concepción del error	El error va a tener procedencias diferentes, pero, en todo caso, va a ser considerado como la presencia en el alumno de un <u>esquema cognitivo inadecuado</u> y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimiento o de un despiste. (p.125)	Esquema cognitivo inadecuado	El error es mucho más que un despiste o falta de conocimiento específico; es considerado como un esquema cognitivo inadecuado presente en el aprendiz.
	...la complejidad de las <u>dificultades del aprendizaje de las matemáticas</u> , y que estas dificultades se traducen en errores que cometen los alumnos y que éstos se producen por causas muy diversas que muchas veces se refuerzan en redes complejas, parece útil... (p. 144)	Manifestación de las dificultades	El error es visto como una manifestación de las dificultades que enfrentan los alumnos.

Errores en el aprendizaje: Concepción del error	En la medida de que el profesor conozca mejor a cada uno de sus alumnos, podrá intervenir más adecuadamente en su aprendizaje, aceptando que los errores, más que indicadores de fracaso en matemáticas, deben ser considerados como elementos que ayuden a nuestro trabajo como profesores de matemáticas, guiado por el siguiente principio: Todo error puede ser el comienzo de un buen aprendizaje. (p. 154)	Todo error puede ser el comienzo de un buen aprendizaje.	El error debe ser considerado como elemento que ayuda en el proceso de aprendizaje y no sólo hay que considerarlo como un indicador de fracaso en el proceso de aprendizaje de la matemática.
---	---	---	--

Síntesis interpretativa: Durante las relaciones de los sujetos con su entorno, se genera el aprendizaje, el cual no se traduce únicamente a estímulos exteriores o respuestas, por lo cual se hace relevante conocer lo que pasa dentro de la persona; es decir, los procesos cognitivos; entendiendo así que el aprendizaje se genera sobre la base de un conocimiento previo ya sea cotidiano o intuitivo construido por el estudiante; por lo cual el error es un esquema cognitivo inadecuado, manifestación de las dificultades presentes en el aprendizaje de la matemática, el cual debe ser considerado en el proceso de construcción del conocimiento como herramienta de apoyo; esto principalmente depende de la visión que tenga el docente o facilitador acerca del error, si lo considera un factor de fracaso que amerita ser sancionado o por el contrario es un elemento de reflexión dialógica que le permitirá intervenir adecuadamente en el proceso de aprendizaje.

Cuadro N° 6: Origen del error

Categoría: Errores en el aprendizaje **Sub-categoría:** Origen del error

CATEGORIA/ SUBCATEGORIAS	UNIDAD		
	CODIFICACION	CONTEXTUAL	ANALITICA
Errores en el aprendizaje: Origen del error	<i>Errores que tienen su origen en un Obstáculo.</i> ...los estudiantes que comienzan a estudiar el álgebra ven las expresiones algebraicas como enunciados que son algunas veces incompletos.	Expresiones algebraicas como enunciados que son algunas veces incompletos.	El dominio del lenguaje algebraico; a los estudiantes por lo general se le dificulta la apropiación de términos matemáticos.
	...algunas situaciones en las que a los estudiantes se les hace difícil dar respuestas "legítimas" (...) dilema proceso-producto donde simultáneamente, se describe el proceso y se nombra la respuesta.	Dilema proceso-producto	En este caso el estudiante puede encontrar o hallar la solución de un problema; sin embargo no logra dar respuesta apropiada acorde con su significado.
	La concatenación, esto es, la yuxtaposición de símbolos, es otra fuente de dificultad para el estudiante principiante de álgebra... (p. 144)	Yuxtaposición de símbolos	No es más que las dificultades en la transposición de un término al otro miembro (en el caso de los despejes de ecuaciones) sin aplicar los procedimientos acordes; así como la sustitución de una variable por su valor numérico.

Síntesis interpretativa: en la construcción del conocimiento en el individuo se establecen esquemas o representaciones las cuales son tomadas por el aprendiz y fijadas en su mente, pasando a ser parte de su repertorio de conocimiento previo; no obstante, no todos estos esquemas resultan ser válidos o satisfactorios para la resolución de diversos problemas, convirtiéndose entonces en un obstáculo cognitivo para el aprendiz. Tal es el caso del dominio del *lenguaje algebraico*; donde los estudiantes por lo general se le dificultan el uso de términos matemáticos apropiados durante la participación en las clases.

Cuadro N° 7: Origen del error (continuación)

Categoría: Errores en el aprendizaje **Sub-categoría:** Origen del error.

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍAS	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Errores en el aprendizaje: Origen del error	<i>Errores que tienen su origen en la Ausencia de Sentido.</i> Al originarse estos errores en los diferentes estadios de desarrollo que se dan en los sistemas de representación (semiótico, estructural y autónomo) podemos diferenciar errores en tres etapas distintas. A) Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética. El significado de los signos es el mismo en ambas ramas de las Matemáticas. (p. 145)	Significado de los objetos matemáticos.	Básicamente el hecho de escribir las relaciones encontradas mediante expresiones algebraicas, donde el estudiante este consciente del significado de cada término utilizado ha sido un problema de estudio en la didáctica de la matemática.
	B) Errores de procedimientos. El uso inapropiado de “fórmulas” o “reglas de procedimientos” también da lugar a errores de este tipo. (p. 146)	Uso inapropiado de fórmulas o reglas durante el procedimiento.	En las acciones realizadas para encontrar la solución a un problema se suscitan errores en el procedimiento ya que por lo general se da una desaparición progresiva de las justificaciones algebraicas y una escasa utilización de fórmulas reduciéndolas a simples algoritmos de cálculo.
	C) Errores de álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico. Estos errores son de naturaleza estrictamente algebraica y no tienen referencia explícita en la aritmética. (p. 147)	Errores debido al uso del lenguaje algebraico	Se puede precisar en este caso que los errores emergen al escribir relaciones explícitas entre incógnitas y datos para así justificar los procedimientos aritméticos, ya que el álgebra es percibida como un conjunto de reglas para ser usadas respectivamente en la solución de un ejercicio, obteniendo un conocimiento memorístico, fragmentado, con dificultad en la aplicación del mismo en situaciones nuevas.

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍAS	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Errores en el aprendizaje: Origen del error	C) Errores de álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico. Estos errores son de naturaleza estrictamente algebraica y no tienen referencia explícita en la aritmética. (p. 147)	Errores debido al uso del lenguaje algebraico	Se puede precisar en este caso que los errores emergen al escribir relaciones explícitas entre incógnitas y datos para así justificar los procedimientos aritméticos, ya que el álgebra es percibida como un conjunto de reglas para ser usadas respectivamente en la solución de un ejercicio, obteniendo un conocimiento memorístico, fragmentado, con dificultad en la aplicación del mismo en situaciones nuevas.
	Errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática. (p. 144)	Actitud hacia la matemática	El hecho de encontrar utilidad de la matemática en la vida cotidiana, así como el logro de la apropiación de conceptos que posteriormente ayuden al individuo a desenvolverse conllevan hacia actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática; donde a través de las emociones se generan errores durante el proceso.

Síntesis interpretativa:

El hecho de resolver problemas mediante herramientas matemáticas manejadas previamente, por lo general son percibidas como un conocimiento sin ningún tipo de aplicación en la vida cotidiana; donde la utilidad que se le pueda dar a las mismas para que el aprendiz logre desenvolverse conllevan hacia actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática, donde a través de las emociones se generan errores ocasionando que sean vistas como un instrumento poco útil en el quehacer humano. De hecho, en las acciones realizadas para encontrar la solución a un problema se suscitan diversos errores ya sean por una desaparición progresiva de las justificaciones algebraicas y una escasa utilización de fórmulas reduciéndolas a simples algoritmos de cálculo o por falta de significado de las mismas.

Cuadro N° 8: Conocimiento matemático

Categoría: Construcción del conocimiento **Sub-categoría:** Conocimiento matemático

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍA	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Construcción del conocimiento: Conocimiento matemático	...Dos parecen las razones básicas a tener en cuenta en la adquisición de un nuevo conocimiento. Primero, el nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno y para ello debe contestar a preguntas que él se ha hecho a sí mismo, o por lo menos recuperar algunas representaciones que ya estaban en su mente, es decir, el alumno debe asumir la responsabilidad de la construcción del saber y considerar los problemas como suyos y no como problemas del profesor. (p. 143)	El nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno. El alumno debe asumir la responsabilidad de la construcción del saber.	Llegar a la construcción de saberes o conocimientos involucrados en el día a día; es en realidad un verdadero reto para el estudiante ya que no se trata únicamente de la memorización o repetición de fórmulas sino de la aplicabilidad en algún momento de la vida logrando desenvolverse en cualquier medio o contexto social de manera exitosa.
	Y segundo, el saber anterior produce modelos implícitos que a veces son favorables con el nuevo conocimiento matemático y que, por tanto, hay que explicitarlos, y otras veces, al contrario, son un obstáculo. (p. 143)	El saber anterior en algunos casos resulta ser un obstáculo.	Los anclajes cognitivos previos que pueda tener el estudiante a cada momento deben ser cuestionados a fin de que a partir de los mismos se construya los nuevos saberes.
	En ningún caso el conocimiento nuevo se añade al saber antiguo, muy al contrario se construye luchando contra él, porque debe provocar una estructuración nueva del conocimiento total. (p. 143)	Estructuración nueva del conocimiento total.	
	Los modos de pensamiento matemático provocan rupturas que se convierten en dificultades en el proceso normal de construcción del conocimiento matemático. El saber matemático anterior produce modelos implícitos para resolver problemas matemáticos. Muchas veces estos modelos son adecuados, pero otras, por el contrario, aparecen como dificultades para el saber matemático nuevo. (p. 132)	Los modos de pensamiento matemático en ocasiones aparecen como dificultades para el saber matemático nuevo.	El saber matemático ya apropiado por el aprendiz, genera esquemas cognitivos los cuales pueden coadyuvar a la construcción de nuevos conocimientos pero también pueden convertir en dificultades y estas a su vez en errores.

Síntesis interpretativa:

Llegar a la construcción de saberes o conocimientos involucrados en el día a día; es en realidad un verdadero reto para el estudiante ya que no se trata únicamente de la memorización o repetición de fórmulas sino de la aplicabilidad en algún momento de la vida, logrando desenvolverse en cualquier medio o contexto social de manera exitosa. De allí, los anclajes cognitivos previos podrán incidir notablemente en el proceso de construcción del saber; saber que en cada momento deberá ser cuestionado por el aprendiz a través de un proceso de reflexión crítica y dialógica a fin de que a partir de los mismos se construyan los nuevos saberes.

Análisis del contenido de la obra de carácter científico D₂:

El error: un medio para enseñar

Cuadro N° 9: Concepción del error

Categoría: Errores en el aprendizaje. **Sub-categoría:** Concepción del error

CATEGORÍA / SUBCATEGORÍA	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Errores en el aprendizaje: Concepción del error	Esta espontánea aversión al error y el rechazo didáctico que de ella se desprende, es propia de una determinada representación del acto de aprender, representación muy extendida en los enseñantes, los padres y el sentido común. (p.8)	Aversión al error y el rechazo didáctico	La postura asumida por parte del docente de matemática ante el error resulta relevante; ya que incide tanto en los estudiantes con sus padres o representantes. Es por ello que el error debe ser considerado como un elemento intrínseco en el proceso de construcción de conocimiento matemático.
	Según esta representación los errores sólo pueden ser “fallos” de un sistema que no ha funcionado correctamente, fallos que hay que castigar. Y esto se traduce de muchas maneras convergentes. La primera es el “síndrome del rotulador rojo”. En el mismo momento en que se percibe un error, el reflejo casi pavloviano es subrayar, tachar, materializar la falta en el cuaderno o en el control. Antes de pararse a pensar en si tendrá alguna utilidad en términos didácticos, se siente la incapacidad de actuar de otro modo. Interminables y agotadoras correcciones, sin pensar que vayan a ser eficaces, y sin creer que los alumnos van a tenerlas en cuenta, y aun así, se sigue perseverando.	Errores como fallos del aprendizaje	Al momento de la construcción de esquemas cognitivos en los individuos, los errores pueden ser considerados como fallos o desaciertos que se dan durante el proceso; por lo cual la forma en que el docente oriente estas situaciones va a incidir notablemente en la significación positiva o negativa de los mismos en el aprendizaje.

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍA	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Errores en el aprendizaje: Concepción del error	La segunda percepción... es que los errores de los alumnos hacen que los profesores duden de sí mismos y que piensen en lo ineficaz de la enseñanza impartida... Una tercera percepción es el vértigo que se siente ante la idea de “sumergirse” en la mente de los alumnos. El saber establecido tiene su aspecto protector: da respuestas, da seguridad. (p.p 10-11)	Vértigo que se siente ante la idea de “sumergirse” en la mente de los alumnos	Muchas veces quizás por temor en adentrarse o profundizar en cómo el estudiante construye su propio conocimiento, el docente asume una postura de molestia, insatisfacción considerando que ha perdido el tiempo en el proceso de enseñanza; sin considerar elementos cognitivos que pueden incidir en la manifestación de las dificultades a través de la presencia de errores.
	En los modelos constructivistas los errores no se consideran faltas condenables ni fallos de programa lamentables: son síntomas interesantes de los obstáculos con los que se enfrenta el pensamiento de los alumnos. “Vuestros errores me interesan”, parece pensar el profesor, ya que están en el mismo centro del proceso de aprendizaje que se quiere conseguir e indican los progresos conceptuales que deben obtenerse. (p. 14)	El error, indicador de procesos	El estudiante como responsable directo de su propio aprendizaje, desde la perspectiva constructivista, ve en el error un modo de aprender; a pesar de sentir molestia o tristeza; es un motivo para aumentar el esfuerzo y dedicación en el proceso de construcción del saber matemático.
	Vemos ahora como el error adquiere un nuevo estatus: el de indicador y analizador de los procesos intelectuales puestos en juego, que no se tienen en cuenta cuando corregimos con el rotulador rojo. En lugar de una fijación (“algo neurótica”) en el distanciamiento de la norma, se trata de profundizar en la lógica del error y de sacarle partido para mejorar los aprendizajes. (p.15)	Indicador y analizador de los procesos intelectuales	Mientras que en el proceso de enseñanza donde el docente ante la presencia del error debe asumir una postura reflexiva considerando el mismo como un indicador y analizador de los procesos intelectuales del individuo a fin de apoyarse en ellos para optimizar la construcción del conocimiento.

Síntesis interpretativa:

Conceptualizar los errores que se presentan durante el aprendizaje de la matemática en un contenido en específico, trae en sí dos posturas determinantes en el docente, asumir el error como fallos los cuales tienden a señalarse sin considerar si el estudiante tiene la capacidad de tomarlos en cuenta. Además los errores pueden producir una especie de vértigo en los docentes, puesto que pueden llegar a dudar de su propio conocimiento, sin dejar a un lado el temor que sienten los docentes en pensar meterse en la mente de sus estudiantes.

Cuadro N° 10: Origen del error

Categoría: Errores en el aprendizaje. **Sub-categoría:** Origen del Error

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍA	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Errores en el aprendizaje: Origen del Error	<i>Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas a la clase</i>	Comprensión	Éstos se presentan por la dificultad que tienen los educandos para comprender los enunciados de las actividades propuestas
	<i>Errores que provienen de las costumbres escolares o de una mala interpretación de las expectativas</i>	Interpretación	Esto se refiere a que los discentes en la escuela incorporan rutinas tales como: el problema propuesto se resuelve sólo utilizando los nuevos conceptos aprendidos, por esto se desmotivan a responder cualquier interrogante, entonces esperan al docente, éste hace el respectivo ejercicio o problema, esto ocurre también cuando desconfían de lo que están haciendo
	<i>Errores que dan testimonio de las concepciones alternativas de los alumnos</i>	Concepciones alternativas	Éste está vinculado con los obstáculos, es decir, el alumno se equivoca porque tiene arraigado un conocimiento o un procedimiento que lo condujo a una respuesta exitosa en el pasado, pero ya no le sirve.
	<i>Errores en los recorridos empleados</i>	Procedimientos	Éstos surgen cuando el alumno decide apartarse del método dado en clase y utiliza otro procedimiento.
	<i>Errores debido a la sobre carga cognitiva durante el ejercicio</i>	Sobre carga cognitiva	Obteniéndose con esto tareas que exigen poner en funcionamiento la memoria de trabajo porque es de realización inmediata, falta tiempo para pensar, buscar información, corroborar datos, entre otros.

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍA	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Errores en el aprendizaje Origen del Error	<i>Errores que tienen su origen en otra disciplina</i>	Otra disciplina	Estas faltas surgen a raíz del desconocimiento de contenidos que se estudian en correspondientes a otras disciplinas.
	<i>Errores causados por la complejidad propia del contenido</i>	Complejidad del contenido	La búsqueda de solución de toda situación problemática implica realizar un esfuerzo cognitivo, que modificará según la dificultad de la misma que modificará, es aquí donde una tarea es más compleja mientras más habilidades se exijan para su resolución, dichas habilidades están relacionadas con la capacidad de manipular, vincular y procesar contenidos. Es relevante señalar que las situaciones nuevas para el estudiante son las que ponen en evidencia sus habilidades.

Síntesis interpretativa:

Es importante resaltar que los errores cometidos por los estudiantes en la resolución de una situación problemática puede tener diversas vertientes entre las cuales se tienen: comprensión, interpretación, concepciones, operaciones de índole intelectual, procedimientos, sobre carga cognitiva, contenidos que se estudian en otras disciplinas, complejidad del contenido. Lo cual conlleva a considerar que el estudiante debe hacer un gran esfuerzo cognitivo no solo para comprender de manera explícita cada situación problemática y contenido presentado y que operación debe aplicar para lograr el fin último que no es otro que el resultado. Asimismo, utilizar no solo un método de solución sino varios y comprender que a medida que va avanzando las exigencias van a ser mayores.

Cuadro N° 11: Conocimiento**Categoría:** Construcción del conocimiento **Sub-categoría:** Conocimiento

CATEGORÍA/ SUBCATEGORÍA	UNIDAD		
	CODIFICACIÓN	CONTEXTUAL	ANALÍTICA
Construcción del conocimiento: Conocimiento	¿Cómo es ésta representación? Un mecanismo regular y progresivo que se pone en marcha al aprender bien, algo parecido a una cinta transportadora de conocimientos, que progresa al ritmo de un sistema de engranajes bien engrasado; que permite el anclaje del saber en la memoria, sin vuelta atrás ni desvíos. Si el profesor explica bien, si lleva un buen ritmo, si elige bien los ejemplos, y por supuesto si los alumnos están atentos y motivados, no debería – normalmente-haber errores. (p.10)	Cinta transportadora de conocimiento	El docente debe transmitir el contenido de manera que el estudiante los perciba continuos, sin ruptura, anclados que cada uno dependa del otro para avanzar, además dar a conocer la aplicabilidad a situaciones de índole cotidiano e importante para estudiante.
	...hablamos de progresión pedagógica para describir la sucesión de actividades en clase, como si la progresión curricular (a cargo del maestro) y la progresión intelectual (a cargo de los alumnos) tuvieran que ir a la par... (p. 10)	Progresión pedagógica	El fin que se persigue es que exista una continuidad entre la praxis pedagógica y el aprendizaje de los estudiantes. Pues de esta manera las probabilidades de que se produjera algún error en la aplicación del conocimiento impartido serian casi nula.
	Aprender es arriesgarse a errar. Cuando la escuela olvida este hecho, el sentido común lo recuerda, diciendo que el único que no se equivoca es el que no hace nada. Partiendo de la falta como un “fallo” del aprendizaje, la consideramos, en algunos casos, como el testigo de los procesos intelectuales en curso, como la señal de lo que afronta el pensamiento del alumno durante la resolución de un problema. (p. 21)	Aprender es arriesgarse a errar.	El error es una herramienta invaluable para alcanzar el verdadero conocimiento debido a que el sujeto desarrolla la capacidad de reconocer cuando una situación problemática tiene sentido, un procedimiento de solución es correcto, la justificación llevada a cabo en cada procedimiento corresponde al mismo y por último el resultado obtenido es el correcto.

Síntesis interpretativa:

Dar una apreciación acerca del conocimiento es bastante compleja, debido a que es visto como algo puntual, como el fin último del proceso de enseñanza aprendizaje y no como un proceso continuo que va avanzando a medida que el docente selecciona de manera oportuna las técnicas bajo las cuales va a compartir el contenido en estudio, la ejemplificación acorde, la conexión entre lo que se enseña y lo que se aprende, buscando siempre la manera de adquirir nuevos conocimientos.

Contraste de las categorías en la revisión de las obras de carácter científico

Una vez realizado el análisis de contenido a cada una de las obras de carácter científico descritas anteriormente, se procedió a contrastar cada categoría y subcategorías las cuales se presentan en los cuadros N°12 y N° 13.

Cuadro N° 12: Categoría: Errores en el aprendizaje

CATEGORÍA 1: Errores en el aprendizaje	D1: Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria	D2: El error: un medio para enseñar
SUBCATEGORÍA Concepción del error	Esquema cognitivo inadecuado	Aversión al error y el rechazo didáctico
	Manifestación de las dificultades	Errores como fallos del aprendizaje
		Vértigo que se siente ante la idea de “sumergirse” en la mente de los alumnos
	Todo error puede ser el comienzo de un buen aprendizaje.	El error, indicador de procesos Indicador y analizador de los procesos intelectuales
SUBCATEGORÍA Origen del error	Expresiones algebraicas como enunciados que son algunas veces incompletos.	Comprensión
	Dilema proceso-producto	Interpretación
	La yuxtaposición de símbolos	Concepciones alternativas
	El significado de los objetos matemáticos	Procedimientos
	Uso inapropiado de fórmulas o reglas durante el procedimiento.	Sobre carga cognitiva Otra disciplina
	Errores debido al uso del lenguaje algebraico	
	Actitud hacia la matemática	Complejidad del contenido

Cuadro N° 13: Categoría: Construcción del conocimiento

CATEGORÍA 2: Construcción del conocimiento	D1: Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria	D2: El error: un medio para enseñar
SUBCATEGORÍA Conocimiento	El nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno.	Cinta transportadora de conocimiento
	El alumno debe asumir la responsabilidad de la construcción del saber.	Progresión pedagógica
	El saber anterior en algunos casos resulta ser un obstáculo.	Aprender es arriesgarse a errar.
	Estructuración nueva del conocimiento total.	
	Los modos de pensamiento matemático en ocasiones aparecen como dificultades para el saber matemático nuevo.	

En el estudio de las concepciones establecidas por los autores Martín Socas y Jean Pierre Astolfi en torno al error en el aprendizaje de la matemática, se encontraron convergencias en cuanto a la postura del conocimiento como resultado de una progresión pedagógica, donde aprender es arriesgarse a errar y el conocimiento anterior en ocasiones resulta ser un obstáculo en la estructura nueva del conocimiento.

Mientras que entre las divergencias encontradas se tienen como las más relevantes aquella donde el error es concebido por Socas como un esquema cognitivo inadecuado o manifestación de las dificultades y considera que puede ser el comienzo de un buen aprendizaje. Esto entra en contra posición con el señalamiento de Astolfi en cuanto al mismo, es un indicador de procesos intelectuales; en donde el docente siente vértigo ante la idea de “sumergirse” en la mente de los alumnos generándose una aversión al error y el rechazo didáctico. A su vez Martín Socas considera entre sus categorías sobre el origen del error la incidencia en la actitud del estudiante hacia la matemática la cual para Astolfi resulta omitida.



Seguidamente, se encontró similitud en cuanto a la postura del origen del error donde coinciden ambos didactas en que esto se debe a una dificultad en cuanto a significado y comprensión de los objetos, en este caso matemáticos y dilemas en los procedimientos lo cual genera resultados errados. Se pudo divisar por otra parte, divergencias entre estos autores, Socas (ob. cit.) el nuevo conocimiento debe tener significado para el estudiante; mientras, para Astolfi (ob. cit.) el conocimiento es un mecanismo regular y progresivo que se pone en marcha al aprender bien, algo parecido a una cinta transportadora de conocimientos, que progresa al ritmo de un sistema de engranajes bien engrasado, que permite el anclaje del saber en la memoria. (p.10)

Una vez integrada la información obtenida en la Microetnografía en el aula y el resultado del contraste las concepciones establecidas en torno al error en la construcción del conocimiento matemático existentes hasta la fecha; se procedió a construir una matriz de triangulación de los hallazgos investigativos con miras a interpretar incidencias y concepciones del error en el proceso de construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática.

En la misma se consideran los tópicos inherentes a la investigación, las categorías establecidas, los hallazgos investigativos obtenidos de la observación, de las entrevistas a los informantes clave y aquellos emergentes de la revisión documental de las obras científicas tituladas: Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria así como El error: un medio para enseñar. Y finalmente, se realizó una interpretación holística del fenómeno que da paso a derivar una estructura epistémica del error en el aprendizaje de la matemática como una visión conceptual centrada en la construcción conocimiento.

Cuadro N° 14: Triangulación de los hallazgos investigativos

TÓPICO	CATEGORÍAS	OBSERVACIÓN	ENTREVISTAS	REVISIÓN DOCUMENTAL DE LAS OBRAS CIENTÍFICAS	INTERPRETACIÓN HOLÍSTICA
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	Errores en el Aprendizaje	Durante el proceso de observación se distinguieron situaciones diversas tales como: esquemas previos errados, dificultad en la identificación de símbolos, olvido de fórmulas y de representaciones así como de las características de la formas geométricas van incidiendo significativamente en la construcción de esquemas cognitivos errados generando así un falso aprendizaje.	Se puede percibir que para los participantes o informantes clave entrevistados, el error es concebido por ellos como una equivocación ante la ejecución de un procedimiento; donde se admite que presentan dificultades al momento de interpretar un problema para luego abordarlo, comprender el lenguaje algebraico presente (símbolos), procedimientos para realizar una operación, dificultad además en la identificación de las formas geométricas y sus cálculos respectivos de las áreas, el trazado de líneas y manejo de la parte teórica. Esto se debe en algunos casos a la falta de interés o atención, porque no estudian ya sea porque se sienten muy seguros o porque tienen muchas dudas y no las aclararon en el tiempo preciso. Esto es respaldado por Socas (ob. cit.) quien señala Errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia la matemática. (p. 144)	Entre las divergencias encontradas se tienen como las más relevantes aquella donde el error es concebido por Socas como un esquema cognitivo inadecuado o manifestación de las dificultades y considera que puede ser el comienzo de un buen aprendizaje. Esto entra en contra posición con el señalamiento de Astolfi en cuanto al mismo, es un indicador de procesos intelectuales; en donde el docente siente vértigo ante la idea de “sumergirse” en la mente de los alumnos generándose una aversión al error y el rechazo didáctico. A su vez el didacta Martin Socas considera entre sus categorías sobre el origen del error la incidencia en la actitud del estudiante hacia la matemática la cual para Astolfi resulta omitida. Se encontró similitud en cuanto a la postura del origen del error donde coinciden ambos didactas en que esto se debe a una dificultad en cuanto a significado y comprensión de los objetos matemáticos y dilemas en los procedimientos lo cual genera resultados errados.	Los esquemas previos errados, dificultad en la identificación de símbolos, olvido de fórmulas y de representaciones, equivocaciones ante la ejecución de un procedimiento; dificultades al momento de interpretar un problema para luego abordarlo, comprensión el lenguaje algebraico; es decir, dificultad en cuanto a significado y comprensión de los objetos matemáticos y dilemas en los procedimientos lo cual genera resultados errados. Son los puntos de intercepción entre los hallazgos investigativos los cuales confirman el supuesto de que el error incide en el aprendizaje del individuo. Y se mantiene cónsono con lo que sustenta Astolfi (ob. cit.) en relación a las posibles causas que originan el error en el aprendizaje; haciendo alusión a las dificultades de comprensión, interpretación, procedimientos, entre otros.

Cuadro N° 14: Continuación...

TÓPICO	CATEGORÍAS	OBSERVACIÓN	ENTREVISTAS	REVISIÓN DOCUMENTAL DE LAS OBRAS CIENTÍFICAS	INTERPRETACIÓN HOLÍSTICA
Conocimiento Matemático	Construcción del Conocimiento	La falta de interés por parte de los estudiantes hacia la construcción de su propio conocimiento; así como también una actitud poco favorable hacia esta disciplina; genera según la etnógrafa una ruptura en el hilo construcción del estudiante.	Mientras, se evidenció en los participantes, una postura ante la matemática positiva donde es considerada como una herramienta útil al momento de ejecutar cálculos y aplicarla ante alguna necesidad de la vida diaria, de hecho, Socas (ob. cit.) indica el estudiante “...debe asumir la responsabilidad de la construcción del saber y considerar los problemas como suyos...” (p. 143). No obstante, manifiestan una actitud negativa o de desagrado y preocupación al momento de obtener resultados poco favorables en sus calificaciones; observando así mayor preocupación por una nota o calificación, que por una construcción adecuada de sus esquemas cognitivos; pero “...el nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno y para ello debe contestar a preguntas que él se ha hecho a sí mismo, o por lo menos recuperar algunas representaciones que ya estaban en su mente” Socas (ob. cit.)	En el análisis se encontraron convergencias en cuanto a la postura de los didactas ante el conocimiento visto como resultado de una progresión pedagógica, donde aprender es arriesgarse a errar y el conocimiento anterior en ocasiones resulta ser un obstáculo en la estructura nueva del conocimiento. En cambio se pudo divisar divergencias entre los mismos; de hecho, Socas (ob. cit.) señala el nuevo conocimiento debe tener significado para el alumno; mientras, para Astolfi (ob. cit.) el conocimiento es “un mecanismo regular y progresivo que se pone en marcha al aprender bien, algo parecido a una cinta transportadora de conocimientos, que progresa al ritmo de un sistema de engranajes bien engrasado; que permite el anclaje del saber en la memoria”. (p.10)	Para la comprensión del fenómeno acaecido en el aula de clase es necesario considerar la triada: actitudes - conocimientos previos - forma de construcción de ese nuevo conocimiento; donde es importante destacar: La existencia de una relación estrecha entre la actitud del estudiante frente a la construcción de su propio conocimiento y los errores que emergen en este proceso el cual no está exento de equivocaciones. Pero será la postura del estudiante que marque la diferencia y logre aprender arriesgándose a errar.

CAPÍTULO V

COMPRESIÓN HOLÍSTICA Y CONSTRUCCIÓN DEL ENTRAMADO TEÓRICO

A partir del abordaje metodológico realizado en el trabajo investigativo por parte de la autora surge como aporte doctoral una estructura epistémica del error desde el aprendizaje de la matemática, después de haberse sumergido en el proceso de enseñanza y aprendizaje durante el abordaje de campo, el análisis de las obras de carácter científico, para posteriormente llegar al proceso de interpretación crítica sobre cada uno de los hallazgos derivados.



Se presenta entonces, una *estructura epistémica del error desde el aprendizaje de la matemática, como visión conceptual centrada en la construcción conocimiento*; concebida por la investigadora como una *distribución racional de los elementos que conforman el corpus de conocimientos que condicionan las formas de entender e interpretar el error como base para el aprendizaje de la matemática*.

Vale decir, aproximación teórica emergente de un conjunto de conocimientos, generados de manera sistemática en la comprensión de los hallazgos investigativos obtenidos en el proceso de categorización y triangulación de la información realizada en el capítulo anterior. La misma se fundamentó en cuatro principios referenciales instaurados por la autora: *el epistemológico*,

ontológico, axiológico y teleológico; los cuales están en estrecha articulación con una configuración gráfica de la estructura epistémica presentada más adelante.

El error en cualquier área de formación, es considerado por la investigadora, como una variable inobservable e inteligible; la cual no puede ser observada o demostrada a nivel empírico; pero sí se puede percibir, a través de experiencias en el microsistema educativo. Por lo que, la estructura epistémica del error desde el aprendizaje de la matemática, generada desde el punto de vista *epistemológico*, parte de las raíces del conocimiento matemático en el individuo; es decir, la formación de dicho conocimiento se realiza tomando en consideración el origen y estructura de una proposición; considerando los esquemas y conflictos cognitivos que puedan generarse en el proceso de construcción del conocimiento matemático los cuales pueden traer consigo el error.

Mientras, desde lo *ontológico* se considera en la misma el proceso de construcción del conocimiento en el estudiante a partir de su experiencia intra y extra muros escolares donde el docente es considerado mediador en el proceso tomando un papel fundamental, bajo una óptica de la autora (*axiológico*) donde se le da una connotación constructivista y cognitiva partiendo de la posición crítica, de las experiencias como investigadora y docente en el ámbito de la educación media general considerando además las actitudes y emociones del estudiante hacia el proceso de aprendizaje; para así como fin último (*teleológico*) proporcionar herramientas pedagógicas para posibles investigaciones futuras en cuanto al error desde el proceso de aprendizaje de la matemática.

Significado del Error como Instrumento Alternativo

Razonar acerca del error en la didáctica de la matemática, es uno de los temas actuales en el ámbito de la Educación por diversas razones; entre ellas se tienen: los escenarios de aprendizaje

en el entorno educativo y los diversos estilos de aprendizaje asumidos por el estudiante ante la construcción de su conocimiento.

Es así, como darle un valor semántico a el error en el proceso de aprendizaje también, es un aspecto fundamental en la educación matemática; inclusive hoy día son muchas las investigaciones generadas sobre esta temática, las cuales han analizado cuantitativamente los errores presentes en el aprendizaje de algún contenido matemático, otras han tratado de interpretar o comprender el por qué y cómo evitar que aparezcan los errores. Pero en sí, la búsqueda del significado que pueda tener el error para el estudiante ha sido un elemento desplazado en el escenario didáctico investigativo.

Por esta razón como investigadora en el campo de Teorías Educativas y del Aprendizaje en este caso en particular en el área de formación de la Matemática fue relevante la comprensión del fenómeno acaecido en el aula de clase a nivel de la Educación media venezolana; cuyos informantes clave fueron adolescentes con edades comprendidas entre 15 y 16 años.

Para llegar a dicha interpretación de la realidad acaecida en el escenario de aprendizaje se hizo necesario considerar la triada emergente del proceso de observación del campo (descripción del ethos de vida escolar): *actitudes - conocimientos previos -forma de construcción de ese nuevo conocimiento*; donde se evidenció la falta de interés por parte de los estudiantes hacia la construcción de su propio conocimiento, así como también una actitud poco favorable hacia esta disciplina, lo que genera según la autora una ruptura en el hilo o proceso de construcción en el estudiante, ya que por situaciones diversas tales como: esquemas previos errados, dificultad en la identificación de símbolos, olvido de ecuaciones y de representaciones, así como de las

características de las formas geométricas van incidiendo significativamente en la construcción de esquemas cognitivos errados generando en consecuencia un falso aprendizaje.

Todo esto trae como consecuencia, la presencia de múltiples errores y dificultades al momento de abordar y tratar de resolver un problema matemático; inclusive, es importante resaltar, la concepción del estudiante con respecto al error está alejada de lo que en realidad es su significado. Lo conciben sólo como una alternativa para mejorar técnicas de resolución de problemas, evitar llegar a resultados inapropiados, como un elemento que se traduce en bajo rendimiento expresado a través de calificaciones poco favorables – evidenciado a través de las entrevistas realizadas a los informantes clave - y no como un elemento cognitivo propio del proceso de aprendizaje o un escenario alternativo que genere conflictos cognitivos, teniendo presente, el proceso de construcción de sus estructuras cognitivas en el adolescente de acuerdo por lo establecido por Piaget, (1964) están situadas a partir de los doce años aproximadamente:

... debemos situar hacia los doce años el momento en que se produce un giro decisivo, después del cual el impulso se adquirirá paulatinamente hacia la reflexión libre y desligada de lo real. Hacia los once y doce años, en efecto, se produce una transformación fundamental en el pensamiento del niño que indica su final con relación a las operaciones construidas durante la segunda infancia: el paso del pensamiento concreto al pensamiento “formal”... (pp. 83-84)

Por esta razón, el nivel escolar en el cual se encuentra inmerso el estudiante de educación media venezolana se ajusta con las etapas del desarrollo mental establecidas por el epistemólogo antes mencionado; donde el procesos de construcción de sus estructuras mentales se deben en

teoría encontrar en la etapa hipotético deductivo; o por lo menos ir cerrando la etapa operacional concreta.

De allí, es importante precisar algunas características funcionales que se hacen presentes en la estructura cognitiva de los adolescentes consideradas por Bravo, Calleja y Navarro (2009):

Los adolescentes, a la hora de afrontar un problema, de naturaleza cuantitativa, fundamentalmente, van a poder manejar la “evocación”... van a poder disponer de la capacidad de visionar mentalmente las posibles relaciones causales que se presentan en la tarea en cuestión...Posteriormente el adolescente podrá construir hipótesis con el fin de poner orden disciplina entre las diversas relaciones o situaciones que se han comenzado. Finalmente, los adolescentes pueden transformar las operaciones directas o de primer orden (típicas del niño concreto) en operaciones de segundo orden... generan proposiciones que vienen a ser operaciones que actúan sobre operaciones... (p.196)

En este orden de ideas, el hecho de que el estudiante esté consciente de la incidencia del error en su proceso de construcción de conocimiento y dejar a un lado el esquema negativo, mecánico, conductista el cual le genera desmotivación, apatía, frustración, miedo al fracaso, entre otros; logrando un cambio de perspectiva hacia la visión constructivista del error como herramienta o instrumento útil en la reconstrucción de sus esquemas cognitivos, donde realice sea capaz de mirar hacia adentro y observar sus propias experiencias conscientes; es en realidad un gran desafío, no sólo para él sino también para el docente como mediador en el proceso de aprendizaje.

En concordancia con expresado por Briceño (ob. cit.) “el error es una estrategia que permite la construcción del aprendizaje, siempre y cuando se desarrolle un ambiente con un clima que fomente las disposiciones positivas hacia el desarrollo crítico-constructivo-creativo” (p.175).

No obstante, se develan escenarios carentes de herramientas que despierte dichos conflictos, donde el error es visto como una equivocación -los cuales también son válidos- y no como alternativa de reconstrucción del aprendizaje; el profesor en su carácter de mediador del proceso de aprendizaje por lo general traza una brecha entre su conocimiento científico y el saber escolar construido por sus estudiantes en donde puede estar presente el error.

De allí que la presencia de los docentes va más allá de ejecutores de políticas educativas y proveedores de información o conocimiento tomados de libros de texto o de su experiencia; su participación va más allá, para Díaz (2006) “su actividad práctica y reflexiva les hace formar parte del proceso de validación de la pedagogía del saber, todo lo cual configura un dinamismo en el objeto de estudio” (p.187)

Dentro de este orden de ideas, durante la fase de interpretación de la fuente documental en este caso, la obra de carácter científico denominada: *El error: un medio para enseñar*, de Astolfi (ob. cit.), sostiene: “...los errores de los alumnos hacen que los profesores duden de sí mismos y que piensen en lo ineficaz de la enseñanza impartida... el vértigo que se siente ante la idea de “sumergirse” en la mente de los alumnos...” (pp. 10-11)

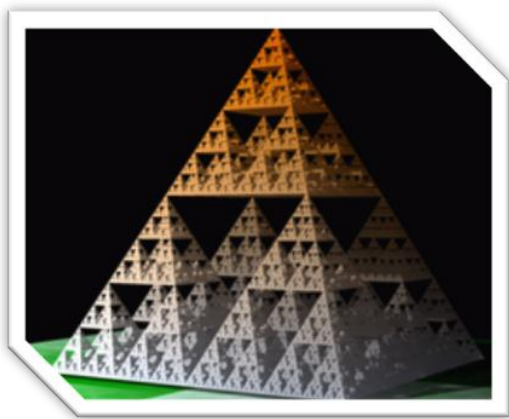
Es necesario entonces, promover escenarios de aprendizaje caracterizados por una estructura didáctica que active el conflicto cognitivo, generando así en el estudiante un choque entre el conocimiento que ya posee con esa nueva información a ser procesada; lo cual conlleva a la reestructuración de sus esquemas mentales. Finalmente es preciso hacer referencia a los tres

estadios de desarrollo que ocurren en los sistemas de representación cognitiva establecidos por Socas (ob. cit.)

Tenemos que la falta de sentido va desde el estadio semiótico, donde el sistema nuevo toma todo su significado en el sistema antiguo... hasta el estadio autónomo donde el sistema nuevo adquiere significado en sí mismo... pasando por el estadio estructural donde el sentido unas veces se obtiene con ayuda del sistema antiguo y otras, donde el sistema antiguo es insuficiente para dotar de significados a ciertos aspectos del sistema nuevo...(p.150)

En otras palabras, donde el individuo sea capaz de construir su propio conocimiento al integrar nueva información en los esquemas conceptuales preexistentes influenciado por el medio que lo rodea (docente, familia y sociedad) contando con escenarios didácticos, propios para el logro de las intencionalidades educativas.

Naturaleza del Error desde una Perspectiva Onto-Epistémica



Tomando como ejemplo la representación tridimensional del triángulo de Sierpinski ícono de la geometría fractal, en el que se puede visualizar el mismo desde diversas perspectivas; se busca en este segundo cuadrante develar la naturaleza del error desde el punto de vista **ontológico y epistemológico**; en otras palabras, dar a conocer *los vínculos que emergen entre el error y la construcción del conocimiento* desde los hallazgos investigativos emergentes de la microetnografía en el aula, en la que converge tanto la perspectiva de los

informantes clave como la visión de la investigadora, articulada con el proceso de construcción del conocimiento en la Educación Matemática.

Desde una óptica ontológica, es necesario reflexionar en cuanto a las necesidades del Ser de entender diversos fenómenos que se dan en su entorno; vale decir, el ser humano ha buscado a lo largo de su historia entender, interpretar y transformar la realidad del mundo que lo rodea, a fin de conocer la naturaleza de las cosas; para ello, se ha apoyado de sus sentidos a través de la percepción además de la base fundamental de la razón; buscando así el cuestionamiento, análisis, argumentación y la interpretación de lo real y lo tangible. En este sentido, Heidegger (citado en Muñoz y Velarde, ob. cit.) define el conocimiento, “no como algo que «está» simplemente en el sujeto, sino como un «modo de ser» como un constitutivo ontológico suyo” (p.140)

Significa entonces, la realidad subjetiva se debe construir paralelamente a la realidad objetiva desde lo social. En ese caso se hace necesario, que la sociedad cree condiciones para donde el individuo pueda apreciar la realidad objetiva y, a la vez, propicie oportunidades con la finalidad que el individuo construya sus realidades subjetivas como lo son los esquemas mentales y conceptos propios.

Dentro de las realidades objetivas se encuentra el universo simbólico, donde hay diversos patrones, reglas, normas, maneras de actuar que definen el mundo socialmente objetivado. Las mismas se conforman como producto de la representación e imagen, pues estas hacen en el sujeto respecto al objeto.

De forma pues, el ámbito educativo específicamente en el aprendizaje de la matemática, lo anteriormente descrito tiene vigencia y está relacionado con la forma en que el estudiante construye sus esquemas mentales a partir de su vivencia escolar; es allí donde entra en juego el

docente como mediador del proceso, el cual da a conocer el conocimiento matemático (conformado entes matemáticos, muchas veces difíciles de ser comprendidos por el aprendiz) dependiendo de su formación, dominio del contenido, sus estrategias didácticas e intereses; en este caso no cabe duda que el conocimiento matemático en el estudiante estará sujeto a la didáctica utilizada.

Es allí, donde el docente tiene una gran responsabilidad puesto que debe ser el mediador entre el carácter abstracto de la matemática y la forma en que el estudiante logra construir su propio aprendizaje; vale resaltar, si el docente es quien se equivoca, el estudiante por tanto construirá esquemas mentales errados, los cuales no le ayudarán en la solución de situaciones cotidianas; siendo esto un factor clave en la naturaleza del error. A pesar de que esto pueda suscitarse en los escenarios educativos, en el abordaje del campo se evidenció con mayor frecuencia que los errores se generaron no por el docente sino por el estudiante.

De hecho, se pudo observar que al momento de abordar por parte del estudiante la resolución de un problema, se genera una omisión progresiva de las justificaciones algebraicas en los procedimientos aritméticos, geométricos o combinatorios; así como una escasa utilización de fórmulas reduciéndolas a simples algoritmos de cálculo mediante la observación y consideración de la acción del sujeto en el entorno; donde el docente en realidad dejó pasar la oportunidad para aclarar situaciones confusas y permitió la omisión de procedimientos importantes, los cuales garantizarían la solución del problema de forma exitosa. Por esta razón, es propicio interrogarse *¿cómo está concebido el error en el ser?* Cuando el estudiante toma conciencia de la existencia e incidencia del error en su proceso de construcción de conocimiento, se genera en algunos actitudes tales como; desmotivación, apatía, frustración, miedo al fracaso y lo asume como un

suceso negativo y en otros discentes son motivo para prestar mayor atención, esforzarse más, siendo entonces una herramienta motivadora en el proceso de aprendizaje.

De allí, es necesario repensar la acción pedagógica desde la perspectiva del estudiante, concebido como un Ser abierto al mundo, con una impronta cultural adquirida durante su crecimiento y formación; por esta razón la construcción de esquemas cognitivos en los discentes, se ve afectada por la imposición de una cultura externa, la cual conlleva a desencuentros o disonancias cognitivas, generando así problemas en el ámbito educativo, especialmente desde la Educación Matemática.

Inclusive el docente en su rol de mediador de saberes puede mejorar la enseñanza abordando con mayor énfasis la complejidad de los objetos matemáticos y los procesos del pensamiento como los son: simbolización, generalización, entre otros. Desarrollando sesiones de aprendizaje donde el aprendiz esté en una posición activa en la construcción de sus propios saberes, propiciando la comprensión de los objetos matemáticos, para así lograr establecer ese significado o relación deseada.

En relación al error, desde el punto de vista epistemológico son diversas las posturas que se tienen sobre el mismo en la didáctica de la matemática, las concepciones encontradas desde la perspectiva gnoseológica; por ejemplo, las enunciadas por Descartes y Spinoza (citados en Muñoz y Velarde, ob. cit.) donde “el error es un acto de nuestra libre voluntad: si el alma (espíritu) y la facultad de conocer (el entendimiento) nos han sido dadas por Dios para la verdad, el error no puede provenir de ahí”; mientras, desde la perspectiva Spinoziana, el mismo “no es un acto libre, sino algo inherente en las ideas inadecuadas y confusas”. (p.224)

Es importante resaltar que, los errores cometidos por los estudiantes en la resolución de una situación problemática pueden tener diversas causas, ya sean inherentes a la comprensión e interpretación del enunciado, presencia en el aprendizaje de concepciones o estructuras cognitivas equivocadas, también conocidas como *conflictos cognitivos* caracterizados por la contradicción emergente en el estudiante acerca del conocimiento y comprensión de la realidad ya establecida en su estructura mental con la nueva información que procesa; generando así un choque en su estructura cognitiva y alteración de la misma.

También se tiene que el error se origina por dificultades en la realización de operaciones intelectuales, procedimientos inadecuados ajenos al rigor matemático, entre otros; emergiendo en forma espontánea durante el proceso; es decir, los errores no son generados voluntariamente por el estudiante, sino son causa del escenario lo cual conlleva a considerar, que el estudiante debe hacer un gran esfuerzo cognitivo, no solo para comprender de manera explícita cada situación problemática o contenido presentado, así como qué operación debe aplicar para lograr el fin último, no es otro que el resultado.

Asimismo, utilizar no solo un método de solución sino varios comprendiendo a medida que va avanzando las exigencias van a ser mayores. Es por esto, tanto para Martín Socas (ob. cit.) como para Jean Pierre Astolfi (ob. cit.) consideran el origen del error en la dificultad en cuanto al significado, comprensión de los objetos matemáticos y dilemas en los procedimientos lo cual genera resultados errados.

A partir del Error: Desaprende-Reconstruye-Reaprende

Desde la perspectiva de la autora, en el individuo surgen en forma notable el conocimiento cotidiano y el científico; el primero es fruto de la experiencia social directa y se adquiere

mediante participación en su medio ambiente; por lo tanto es irracional. En contraste se tiene el conocimiento formal, el cual aparece después del conocimiento cotidiano; esto implica aprender un método, una forma de discurso que no es natural, exige un esfuerzo consistente y sistemático de racionalización; esto es, el individuo a medida que va creciendo, adquiere diversos conocimientos los cuales son de gran ayuda en su desenvolvimiento sociocultural; es construido a través de un proceso de abstracción reflexiva, donde el error es un factor determinante e intrínseco de cada estudiante; de hecho, en la construcción de tal conocimiento, este factor ha contribuido significativamente en el avance de las diferentes ciencias, formando parte integrante del conocimiento.

Aunado a esto, tras la adquisición de nuevos conceptos, éste también se enfrenta a diversos cambios en cuanto a su forma de expresión; es decir, se encuentra ante una nueva forma de lenguaje que no es el cotidiano o natural, sino un lenguaje científico o formal, el cual está regido por reglas, notaciones precisas, abstractas con otro tipo de entidades. Para Gutiérrez (ob. cit.), por ejemplo:

La interacción sujeto-objeto implica dos actividades interdependientes, como son la de relacionar los objetos entre sí y la de coordinar las acciones de las que surgen tales relaciones. La consecuencia inmediata es que el conocimiento debe ser, entonces, el resultado de una construcción por parte del sujeto, según un proceso continuo y “en espiral” en el que las estructuras previas median el conocimiento que obtiene en su relación con el mundo (cómo lo interpreta y cómo actúa sobre él); pero a su vez, este conocimiento supondrá la elaboración de nuevas estructuras cuando, como instrumentos de intercambio no resulten satisfactorias... (p. 9)

Una vez entendida la visión de la construcción del conocimiento en el estudiante desde la perspectiva de la investigadora, deben generarse los escenarios didácticos centrados en procesos mentales y no en el resultado que conlleven a la activación de los conflictos cognitivos, los cuales traen como consecuencia el proceso de desaprehensión de los esquemas previamente concebidos por efecto de la experiencia para luego iniciar la reconstrucción el cual desde la óptica de la autora es concebido como un proceso intelectual interno propio de cada estudiante y se desarrolla a partir de las necesidades, experiencias de aprendizaje relevantes, significados o anclajes cognitivos propios del proceso de asimilación llevado a cabo en su estructura mental; donde los contenidos escolares se van transformando en saberes o conocimientos, logrando así consolidación de su pensamiento formal.

Tal como lo indica Piaget (ob. cit.), en torno al desarrollo mental en el individuo: "...la profunda unidad de los procesos que, partiendo de la construcción del universo práctico, debida a la inteligencia sensorio-motriz del lactante, desemboca en la reconstrucción del mundo mediante el pensamiento hipotético-deductivo..." (p.93)

Todo esto se logra durante las relaciones de los sujetos con su entorno se genera el aprendizaje, no solamente se produce por estímulos exteriores o respuestas, sino que lo más importante es lo que pasa dentro de la persona; es decir, los procesos cognitivos. De allí, ante un estímulo no todas las personas responden igual; esto va a depender de cada una de ellas y sus esquemas cognitivos propios los cuales son diferentes; entendiendo así que el aprendizaje se genera sobre la base de un conocimiento previo ya sea cotidiano o intuitivo construido por el estudiante y se encuentra en un proceso de cambio y transformación continuo.

Visión del Error desde el Microsistema Educativo

La institución educativa como centro de convergencia de individuos con diversos pensamientos, intereses, ethos de vida, intencionalidades y formas de interpretar el mundo real, es un escenario clave en el proceso de construcción del conocimiento; garantizando la formación permanente y atención a las necesidades y potencialidades del estudiante. Particularmente el microsistema educativo, acepción utilizada por la autora para mencionar el aula de clases como espacio de creación, interrelación, investigación en la que afloran diversas estrategias didácticas en atención a las necesidades de los estudiantes.

Finalmente se describe en este cuadrante el escenario cuyos protagonistas principales son los estudiantes y el docente, donde éste último es concebido como mediador del aprendizaje; por lo cual el conocimiento sobre cómo se origina el error, por parte del docente puede ayudar a establecer una guía de estrategias didácticas las cuales pueden dar libertad de explorar diversas formas de abordar y resolver una situación problemática.

Se hace imperativo entonces, considerar la formación de conceptos en el estudiante para así tomar decisiones en cuanto a la estrategia didáctica a ser abordada; ya que la forma mediante la cual el estudiante logra desarrollar sus categorías mentales, según Banyard, Cassells, Green, Hartland, Hayes y Reddy, (1995) “...permitirán el agrupamiento y la clasificación de los objetos y los acontecimientos”. (p. 345)

Por lo cual se propone en este apartado el cambio de perspectiva o posición del docente ante la presencia de situaciones didácticas donde el error incide en el proceso lógico, conceptual y procedimental de desarrollo intelectual en el estudiante; en otras palabras, dejar a un lado la visión de fracaso, culpa, ausencia de conocimiento, castigo, discriminatoria y asumir una actitud

ante el error como un recurso que proporciona trazas de lo que ocurre en el proceso de asimilación de la nueva información; asimismo, considerar el error como un componente de una estrategia didáctica centrada en procesos y no en resultados, logrando identificar el nivel alcanzado en alguna competencia matemática previamente establecida.

En concordancia con lo anteriormente propuesto, De la Torre (2004) señala, entre algunas presunciones erróneas del profesor se encuentra aquella idea bastante difundida según el didacta que subyace en el pensamiento del docente cuando valora las actividades de instrucción: “un resultado correcto es indicio de un proceso correcto” (p.95); con esta idea, se ejemplifica claramente la concepción actual que se tiene del error en el microsistema, entendido por la investigadora como un escenario de construcción y mediación del conocimiento científico donde se fomenta el proceso de adquisición de información a través de lo que se conoce como representaciones mentales “que puede precisar el cambio de su forma en imágenes o símbolos, o su incorporación en estructuras de conocimiento existentes como esquemas o guiones”. (Banyard, Cassells, Green, Hartland, Hayes y Reddy, ob. cit.: 352)

Haciendo uso del error, en el acto didáctico puede definitivamente incidir de forma positiva en la mediación del aprendizaje; así lo sostiene De la Torre (ob. cit.):

El error puede ser utilizado como una estrategia innovadora para aproximar la teoría y la práctica para pasar de un enfoque de resultados a uno de procesos, de una pedagogía del éxito a una didáctica del error, de enseñanza de contenidos a aprendizaje de procesos. (p. 16)

Por otra parte es interesante, revisar el estatus dado al error en los modelos educativos, tal como se puede apreciar en el cuadro propuesto por Astolfi (ob. cit.) donde reagrupa los diferentes estatus que puede tomar el error según los modelos pedagógicos.

Cuadro N° 15: Estatus que puede tomar el error según los modelos pedagógicos.

	Falta	Fallo de programa	Obstáculo
Estatus del error.	Se niega el error “fallo” “disparate” “noimportanquismo”.		El error positivo (postulado del sentido).
Origen del error.	Responsabilidad del alumno, que debería impedirlo.	Defecto de la programación.	Dificultad objetiva en la apropiación del contenido enseñado.
Modo de tratarlo.	Evaluación <i>a posteriori</i> para castigarlo.	Tratamiento <i>a priori</i> para prevenirlo.	Trabajo <i>in situ</i> para tratarlo.
Modelo pedagógico de referencia.	Modelo transmisivo.	Modelo conductista.	Modelo constructivista.

Fuente: Astolfi (ob. cit.)

Según lo presentado por este autor, sustenta aún más en este apartado lo que se pretende dilucidar; no es más que el cambio de perspectiva del docente en cuanto a la aparición y manejo del error en el acto didáctico; ya que enseñar entonces un conocimiento matemático concreto implica para el docente imaginar y proponer situaciones en las cuales sus estudiantes puedan estar en contacto con los objetos matemáticos y así hagan la correspondencia de la matemática como ciencia que está en el mundo que los rodea, por ejemplo los cuerpos geométricos, están en el contexto los puede ver representados en plano tridimensional a través de una caja de cereal, un cono de helado, una goma de borrar, un pelota, entre otros; en cuanto a la aritmética hacer ver que a través del cálculo de porcentajes o ecuaciones pueden solventar situaciones en su vida cotidiana.

Configuración de la Estructura

La estructura epistémica del error desde el aprendizaje de la matemática se fundamentó en los cuatro principios referenciales instaurados por la autora y develados anteriormente: *el epistemológico, ontológico, axiológico y teleológico*; los cuales configuran las bases o cimientos del conocimiento y están en estrecha articulación a través de la representación gráfica presentada a continuación; donde se logra un encadenamiento continuo a través de los cuadrantes del error: una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática.

Gráfico 7: Cuadrantes del error: una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática.



Diseño: Mayorga (2018)

Colofón: Franqueo de fronteras

Una vez presentada la estructura es necesario realizar una reflexión en torno al grado de impacto que éste pueda tener en el campo de estudio, considerando que el abordaje de los errores desde el aprendizaje de la matemática, a través de una estructura epistémica, cónsona con la finalidad del estudio de los mismos; proporciona una rica información acerca de la forma de construcción del conocimiento matemático. De allí, se muestran algunas reflexiones en torno a la didáctica, el pensamiento y formación docente.

Estructura didáctica y conflictos cognitivos en la actividad matemática

Cumplida la ruta metodológica del estudio etnográfico y presentada la estructura epistémica del error, surgen elementos importantes que son necesarios resaltar desde la óptica de la investigadora, entre ellos la necesidad imperiosa de promover en el ámbito educativo escenarios caracterizados por una estructura didáctica que active el conflicto cognitivo, generando así en el estudiante un choque entre el conocimiento que ya posee, con esa nueva información que procesará; lo cual conlleva a la reestructuración de sus esquemas mentales; pero ¿cómo generar conflictos cognitivos en los estudiantes?

Mediante la presentación de una situación problemática a fin lograr en el aprendiz la aplicación de sus concepciones alternativas; planteándoles un procedimiento desconocido o no utilizado anteriormente y trabajar con interrogantes, promoviendo la investigación, el descubrimiento, hasta llegar al conocimiento que le hace volver de nuevo al equilibrio cognitivo. Con la participación activa del estudiante, el docente debe trabajar a partir de inconsistencias o supuestos en los cuales el aprendiz logre identificar a través de su análisis y comprensión de significados los conceptos falsos o equivocados.

Todo esto con la intencionalidad de generar en el aprendiz el acopio de procesos de pensamiento útiles para su desenvolvimiento; y no contenidos inertes, alejados de la realidad y contexto del mismo. Considerando la matemática como una ciencia donde impera el método sobre el contenido.

De allí que son muchos los esfuerzos en el ámbito de la didáctica investigativa que se han hecho para generar conocimientos matemáticos significativos para el aprendiz, por tanto, se propone trabajar con la contextualización de los contenidos, con un continuo apoyo en la intuición directa de lo concreto/ real; a través de los escenarios didácticos centrados en procesos mentales y no en el resultado que conlleven a la activación de los conflictos cognitivos, los cuales traen como consecuencia el proceso de desapehensión de los esquemas previamente concebidos por efecto de la experiencia para luego iniciar la reconstrucción de los mismos, el cual desde la óptica de la autora es concebido como un proceso intelectual interno propio de cada estudiante y se desarrolla a partir de las necesidades, experiencias de aprendizaje relevantes, significados o anclajes cognitivos propios del proceso de asimilación llevado a cabo en su estructura mental; donde los contenidos escolares se van transformando en saberes o conocimientos, logrando así consolidación de su pensamiento formal.

El pensamiento y formación docente

Se propone en este apartado el cambio de perspectiva o posición del docente ante la presencia de situaciones donde el error incide en el proceso lógico, conceptual y procedimental del desarrollo intelectual en el estudiante; en otras palabras, dejar a un lado la visión de fracaso, culpa, ausencia de conocimiento, castigo, discriminatoria y asumir una actitud ante el error como

un recurso que proporciona trazas de lo que ocurre en el proceso de asimilación de la nueva información. Bajo la premisa de Socas, (ob. cit.):

En la medida en que el profesor conozca mejor a cada uno de sus alumnos, podrá invertir más adecuadamente en su aprendizaje, aceptando que los errores, más que indicadores de fracaso en matemáticas, deben ser considerados como elementos que ayuden a nuestro trabajo como profesores de matemáticas guiado por el siguiente principio: **Todo error puede ser el comienzo de un buen aprendizaje.** (p.154)

Asimismo, percibir el error como un componente de una estrategia didáctica centrada en procesos y no en resultados, logrando identificar el nivel alcanzado en alguna competencia matemática previamente establecida.

Pero todo esto, debe generarse en el seno del microsistema educativo (aula de clase) entendido por la investigadora como un escenario de construcción y mediación del conocimiento científico, donde se fomenta el proceso de adquisición de información a través de lo que se conoce como representaciones mentales; es allí donde emergen nuevas posturas mediante una participación activa del aprendiz y el facilitador; donde el primero, logre manipular los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejerce su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento, sienta confianza en sí mismo sin miedo a la presencia del error, considerándolo como herramienta de reconstrucción de su propio conocimiento; todo esto con el apoyo y vigilancia (acompañamiento) del docente para así pasar de *la pedagogía del éxito a la didáctica del error* tal como lo enuncia De la Torre (ob. cit.:90).

Finalmente con este trabajo se deja abierto un abanico de supuestos implícitos, los cuales pueden ser objeto de investigación considerando a partir de la cantidad de investigaciones

realizadas sobre esta temática, la posibilidad de generar una línea de investigación centrada en el estudio de los errores en la construcción del conocimiento en el *ser* desde una perspectiva general en el estudio de la didáctica de la matemática, además tratar en torno a la construcción del conocimiento matemático y los errores que emergen durante este proceso, pues los mismos son de suma importancia para la comunidad científica. Es por ello, se dejan los siguientes supuestos como propuestas para ser abordadas:

- Desde el punto de vista *didáctico*, errores como vehículo de formación del profesorado; actitud ante los errores del docentes, estudiantes y padres, posición de la escuela ante el error; errores como estrategia para la organización de escenarios didácticos, errores y obstáculos en la acción didáctica.; los errores y el proceso de evaluación de los aprendizajes.
- Desde la perspectiva *psicopedagógica*, factores psicológicos que influyen en los errores; incidencia del error en la construcción de los esquemas mentales a nivel de Educación Básica; silencio cognitivo ante el error en el proceso de aprendizaje de la matemática escolar; errores y estilos de aprendizaje; errores y procesos del pensamiento.
- Desde una óptica *social*, incidencia de la impronta cultural en la construcción del conocimiento y los errores emergentes en el *ser* social; errores y creencia; errores en el aprendizaje cotidiano extra muros.

REFERENCIAS

- Abbagnano, N. (2012), *Diccionario de filosofía*. México: fondo de cultura económica.
- Abrate, R., Pochulu M. y Vargas J. (2006). *Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Ander-Egg, E. (2003). *Métodos y técnicas de investigación social IV. Técnicas para la recolección de datos e información*. Buenos Aires: Grupo editorial Lumen.
- Argudín, Y. (2005). *Educación basada en competencias. Nociones y antecedentes*. México: Trillas.
- Artigue, M. (1995). *La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos*. En Gómez, P (edit.). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. (pp. 97- 140) Bogotá: Grupo editorial Iberoamericana.
- Astolfi, J. (1999). *"Error", un medio para enseñar*. España: Díada Editora.
- Banyard, P.; Cassells, A.; Green, P.; Hartland, J.; Hayes, N. y Reddy, P. (1995). *Introducción a los procesos cognitivos*. Trad. Sebastian, N y Costa, A. Barcelona: Ariel S.A.
- Blanché, R.(1973). *La Epistemología*. Barcelona: oikos-tau.
- Bello, J. (2008) *Diccionario de Psicología*. Caracas: Panapo.
- Bocco, M. y Canter, C. (2004). *Errores en Geometría: Clasificación e Incidencia en un Curso Preuniversitario*. Revista Iberoamericana de Educación [Revista en línea], Volumen 7,(N° 053). Disponible:http:// www.rieoei.org/deloslectores/3241Bocco.pdf [Consultado: 2010, Octubre 19].
- Bravo, C., Calleja, M. y Navarro, J. (2009). *Adolescencia*. En Bravo, C. y Navarro, J. (Coords.) *Psicología del desarrollo para docentes*. Madrid, España: Pirámide.
- Briceño, T. (2011). *El uso del error en el aprendizaje. Una posible construcción pedagógica argumentativa*. Valencia, Venezuela: CDCH, Universidad de Carabobo.
- Bunge, M. (2001). *Diccionario de Filosofía*. España: Siglo XXI Editores.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F. Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas, S. A.
- Casanova, M. (2006). *El desarrollo de competencias matemáticas en la educación básica*. En Manteca, E., Fisher, R., Villafranco, I. y Dávila, L. (Comps.). *Matemáticas. Antología*.

Primer Taller de Actualización sobre los Programas de Estudio 2006. Reforma de la Educación Secundaria. (1ª. Ed. pp.103-109) México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemáticas*. España: Pearson Educación, S. A.

Constitución de la República Bolivariana de Venezuela. Gaceta Oficial de la República de Venezuela, 36.860 (Extraordinario), Diciembre 30, 1999.

Declaración Universal de los Derechos Humanos. (Asamblea General de las Naciones Unidas). (1948, Diciembre 10). [Transcripción en línea]. Disponible: <http://www.un.org/spanish/aboutun/hrights.htm>. [Consulta: 2012, Enero, 24].

De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Argentina: Magisterio del Río de la Plata.

Dewey, J. (2004). *Democracia y educación*. (6ta ed.) Madrid, España: Ediciones Morata, S.L.

Deval, J. (1997). *Tesis sobre el constructivismo*. En Coll. C y Gabucio, F. (Dir.) (Rodrigo, M. & Arnay, J., Comps.) *La construcción del conocimiento escolar*. Vol. 2. Temas de Psicología. (1ª. Ed. pp.15-33) Barcelona: Paidós.

Díaz, V. (2006). *Constructo del saber pedagógico*. San Cristóbal, Venezuela: Lito-formas.

Duarte, J. y Parra, E. (2015). *Lo que debes saber sobre una tesis doctoral*. Maracay, Venezuela: Impreso Color C.A.

Ferrater, J. (1999). *Diccionario de Filosofía*. Barcelona: Ariel, S. A.

Franchi, L. y Hernández, A. (2003) *Tipología de los errores en el área de geometría plana*. Parte II. *EDUCERE. La Revista Venezolana de Educación*. [Revista en línea] Volumen 8, (Nº 025), p.p. 196-204 Mérida: Universidad de los Andes. Disponible: <http://www.redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/356/35602411.pdf> [Consulta: 2010, octubre 22]

García, M.; Franco, F. y Garzón, D. (2006). *Didáctica de la geometría euclidea*. Conceptos básicos para el desarrollo del pensamiento espacial. Colombia: Dificas Magisterio

Godino, J. y Font, V. (2003) *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. [Libro en línea] Universidad de Granada, Facultad de Ciencias de la Educación, Departamento de Didáctica de la Matemática. Granada: Reprodigital Disponible: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros.htm> [Consulta: 2007, Febrero 2]

Gómez, R. (1995). *Racionalidad: epistemología y ontología*. (Coord. León, O.) Racionalidad Epistémica. Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía. España: Editorial Trotta.

Goetz, J. y LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo de investigación educativa*. Madrid: Editorial Morata.

- Gutiérrez, F. (2005). *Teorías del desarrollo cognitivo*. Madrid: McGraw-Hill
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (2013). *Informe nacional de resultados: Colombia en PISA 2012*. Bogotá: ICFES. Disponible: [Consulta: 2014, enero 08]
- Kedrov, M. y Spirkin, A. (1968). *La Ciencia*. México: Grijalbo.
- Ley Orgánica de Educación*. Gaceta Oficial de la República de Venezuela, 5.929 (Extraordinario), Agosto 15, 2009.
- Martínez, M. (1999). *La nueva ciencia. Su desafío, lógica y método*. México: Trillas.
- Mayorga, L. (2010). *Errores Algebraicos presentes en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas*. Un estudio en tercer año de la Unidad Educativa “Antonio Herrera Toro”. Trabajo de grado de maestría no publicado. Universidad de Carabobo, Carabobo, Valencia.
- Morín, E. (1977). *El Método 1. La Naturaleza de la naturaleza*. España: Cátedra.
- Morse, J. (2003). *Asuntos críticos en los métodos de investigación cualitativa*. Colección Contus. Antioquia, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Muñoz, J. y Velarde, J. (2000). *Compendio de epistemología*. Barcelona: Trotta.
- Murcia, E. y Córdoba, H. (2009). *Uso de las Tics y objetos de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas en la UCPR*. Revista Digital Entre Ciencia e Ingeniería, Año 3. No. 6, p.p. 129 – 149. Colombia: Universidad Católica Popular de Risaralda. Disponible en: http://faccbi.ucpr.edu.co/ecei/attachments/116_Uso%20de%20las%20Tics%20y...pdf [Consultada: 2011, Marzo, 25]
- Nagel, E. y Newman, J. (2000). *El Teorema de Gödel*. Tercera edición. Madrid: Tecnos.
- Piaget, J. (1964). *Seis estudios de Psicología*. Barcelona: Editorial Labor S.A.
- Piaget, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico*. III Epistemología de la Matemática. Vol. 3. Buenos Aires: PAIDOS.
- Popper, K. (1988). *Conocimiento objetivo. Un enfoque evolucionista*. Colección Estructura y función. El porvenir actual de la ciencia. Dir. E. Tierno (Trad. Solis, C.) 3ª. edición. Madrid: Tecnos
- Rico, L. (1992). *Investigación sobre Errores de Aprendizaje en Educación Matemática*. Trabajo no publicado, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España.
- Rico, L. (1998). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. En Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. (edit.) Educación Matemática. (pp.69-108) Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

- Ríos, J. (2004). *Epistemología. Fundamentos Generales*. Bogotá: USTA.
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Segunda Edición. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Rojas, B. (2006). *Investigación cualitativa. Fundamentos y praxis*. Caracas, Venezuela: FEDEUPEL.
- Rosnay, J. de(1996). *El Hombre Simbiótico. Miradas sobre el tercer milenio* (A. Martorell Trad.). Madrid: Cátedra.
- Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria*. En Rico, L. (Coord) *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. (pp. 125-154) Barcelona: Horsori.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa*. Técnicas y procedimientos para desarrollar una teoría fundamentada. Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.
- Schütz, A. (2008). *El problema de la realidad social*. Buenos Aires: Amorrortu.
- UNESCO, (2008, Enero 8). [Transcripción en línea]. Disponible: http://portal.unesco.org/es/ev.php/URL_ID=41553&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html
- Ugas, F. (2011). *La articulación método, metodología y epistemología*. Venezuela: Ediciones del Taller Permanente de Estudios Epistemológicos.

ANEXOS

ANEXO 1

Solicitud de permiso a la Institución para desarrollar la investigación ante la Dirección del Plantel

San Diego, 14 de enero de 2016.

Ciudadano:

Lcdo. José Niño

Director de la U.E. "Hipólito Cisneros"

Con Atención:

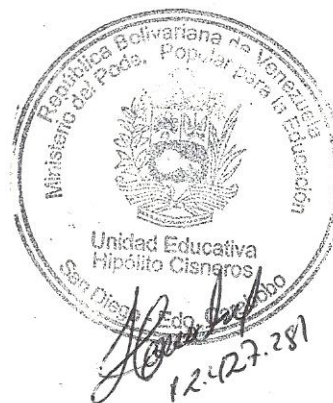
Profa. Helen Cervantes
Subdirectora Académica

Por medio de la presente reciba un cordial saludo. La misma tiene por finalidad solicitar su autorización para desarrollar parte de mi investigación de carácter doctoral titulada: **ESTRUCTURA EPISTÉMICA DEL ERROR DESDE EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA** (Fase de Abordaje al Campo) en esta importante institución en el turno de la tarde con los estudiantes de Cuarto año sección J a cargo de la Profesora Yraima Ramos en la Asignatura Matemática en el horario comprendido: Lunes y Miércoles 1:50 p.m. – 3:10 p.m. a partir del 18 de enero de 2016 y la duración de la Fase dependerá de su desarrollo.

Sin más a que hacer referencia, queda de Usted,

Atentamente,


M.Sc. Liliana Patricia Mayorga
C.I. V- 16.290.784



ANEXO 2

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA SUJETOS DE INVESTIGACIÓN

Estimado(a) participante:

En esta reunión previa convocatoria, por medio de la presente se le informa que usted ha sido seleccionado como un sujeto de investigación en el marco del estudio titulado: **ESTRUCTURA EPISTÉMICA DEL ERROR DESDE EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA.**

La intencionalidad de la investigación consiste en generar una estructura epistémica del error como una visión conceptual centrada en la construcción del conocimiento en el aprendizaje de la matemática.

La referida investigación se realiza en el marco del Doctorado en Educación, en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo. La metodología del trabajo es de carácter cualitativo, cuyo método será la etnografía, por lo cual la principal técnica de recolección de información es la entrevista a profundidad. Ante esto, solicitamos su valiosa colaboración en aceptar la participación como sujeto de investigación y nos autorice para entrevistar a sus estudiantes del cuarto año “J”.

Si usted decide aceptar, debe estar informado de los siguientes aspectos:

1. Su participación consistirá en permitir que se desarrolle el proceso de observación del ethos de vida escolar; así como colabora en la selección de los informantes clave (estudiantes de cuarto año sección “J”)
2. El tiempo de estancia en el campo dependerá del proceso de obtención de la información.
3. La misma será confidencial. No se divulgarán sus nombres y demás datos personales, a menos que el sujeto de la investigación lo solicite o esté de acuerdo en que aparezcan en el estudio.
4. La participación es voluntaria, no implica remuneración o retribución monetaria alguna.
5. Si en cualquier momento decide cesar su participación en el estudio es libre de hacerlo.

La investigadora se compromete a no publicar información alguna que pueda vulnerar la integridad, el bienestar y los intereses de los sujetos participantes en la investigación. Los resultados de esta investigación permitirán enriquecer el acervo de conocimientos en el área de la Educación, especialmente en lo que se corresponde con las Teorías Educativas y del Aprendizaje, desde la temática de la Didáctica General y de las Ciencias.

6. Para ello se ha informado al director de Postgrado en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo, el cual aprobó el proyecto de investigación; asimismo se solicitó el permiso correspondiente ante la dirección de la U. E. "Hipólito Cisneros".
7. Usted no tiene riesgo alguno de lesiones físicas si participa en este estudio; el riesgo potencial es que se pierda la confidencialidad de sus datos personales. Sin embargo, se hará el mayor esfuerzo para mantener su información en forma confidencial.
8. Los datos que lo identifiquen serán tratados en forma confidencial como lo exige la Ley. Salvo para quienes estén autorizados a acceder a sus datos personales, Ud. No podrá ser identificado.
9. En caso de que los resultados de este estudio sean publicados en revistas científicas o presentados en congresos, su identidad no será revelada. Se utilizará un seudónimo.
10. El presente consentimiento informado fue sometido a revisión por parte de la Comisión Operativa de Bioética de la Facultad de Ciencias de la Educación.
11. El presente consentimiento informado cumple con lo previsto en el Código de Ética para la Vida (2011) de la República Bolivariana de Venezuela, publicado por el Ministerio del Poder Popular para la Ciencia, Tecnología e Industrias Intermedias, específicamente en la Parte II, Capítulo 2, que trata sobre el consentimiento informado, siguiendo lo indicado en los numerales: 1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.7, 1.8, 1.9.

Luego de brindar la información necesaria, por favor marque con una X la opción de su preferencia con respecto a la aceptación o no, de participar en la investigación antes mencionada en calidad de sujeto de investigación que conforma la muestra de la misma:

Acepto participar en la investigación, por lo cual doy mi consentimiento: X

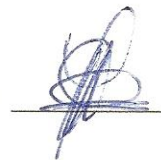
No acepto participar en la investigación, por lo cual no doy mi consentimiento: _____

La Investigadora: LILIANA PATRICIA MAYORGA

C.I. V-16.290.784 Nro. Telefónico 0414-4393612

Correo: limayor17@gmail.com

Docente a Aula Colaboradora-Participante: YRAIMA J. RAMOS M. Firma: _____



C.I. V- 13.672.089 N° Telefónico: 0412-8934565

Correo: yraimaramos@gmail.com

Fecha: 14/01/2016

Testigo: Luz Marina García Ochoa

Testigo: José Niño

ANEXO 3

ENTREVISTA EN PROFUNDIDAD A LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA COMO INFORMANTES CLAVE

ENTREVISTADOR: M.Sc. Liliana Mayorga

LEYENDA: ENTREVISTADOR: (E)

ENTREVISTADO: (Inf. 1)

A continuación se presentan las líneas discursivas las cuales direccionarán la entrevista:

(E): Buenas tardes, muchas gracias por aceptar ser parte de esta investigación en calidad de informante clave, a través de esta entrevista la cual es de gran importancia para mi investigación.

(E): La entrevista tiene por finalidad obtener información relevante en torno al proceso de aprendizaje, cómo se concibe la construcción del conocimiento matemático; así como la visión acerca del error. Iniciemos entonces,

1. ¿Qué percepción tienes sobre la matemática?

Que... bueno, es una ciencia que nos permite hacer cálculos numéricos con el cual podemos descubrir diferentes cálculos diferentes problemas o cualquier cosa que se necesite en la matemática.

2. Cuando abor das un ejercicio o problema matemático ¿te has conseguido con dificultades? Me podrías hablar de ello por favor.

Eh... bueno sí, si al momento de realizar una operación el tipo de símbolos, si el proceso es el adecuado, ya que otro?

3. ¿Qué significado tiene para ti el error?

Es la equivocación a algo que está correcto

4. Cuando te entregan una evaluación con una nota no favorable, ¿Qué actitud asumes?

Que... este, una actitud negativa pero a la vez positiva porque tengo que pensar en subir.

5. ¿Por qué crees que te equivocas?

Porque no presto atención,(silencio)

¿Qué más?

Eh... este, sea por algún distractor o porque no es de mi interés.

6. Cuando estudias matemática ya sea en el aula de clase o en otro lugar, ¿te has fijado qué errores has cometido?

Eh, si por supuesto porque lo he hecho en otro lugar y hay como una mayor relajación porque ya no estamos en el aula y este se aclara como mejor la vista.

¿Y qué errores crees tú que has cometido con mayor frecuencia? ¿Los podrías identificar?

Un decimal un mal cálculo de símbolos.

7. ¿Supone usted el error como fracaso o como una alternativa para la construcción del conocimiento matemático?

Como una constructiva porque si ya sé lo que este mal es lógico que quede lo que está bien.

8. Al momento de ejecutar los procedimientos en la resolución de un problema, ¿cuáles son los errores que con frecuencia se presentan ya sean de carácter geométrico, aritmético o algebraico?

Eh una equivocación de letras una línea con mayor este una línea que se sobre pasa de los centímetros, y no sé qué más.

¿Y en lo algebraico?

Eh, este, con un tipo de letra ¿no? Porque es difícil reconocer.

¿Y en lo aritmético?

(silencio) no supo responder.

ANEXO 4

ENTREVISTA EN PROFUNDIDAD A LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA COMO INFORMANTES CLAVE

ENTREVISTADOR: M.Sc. Liliana Mayorga

LEYENDA: ENTREVISTADOR: (E)

ENTREVISTADO: (Inf. 2)

A continuación se presentan las líneas discursivas las cuales direccionarán la entrevista:

(E): Buenas tardes, muchas gracias por aceptar ser parte de esta investigación en calidad de informante clave, a través de esta entrevista la cual es de gran importancia para mi investigación.

(E): La entrevista tiene por finalidad obtener información relevante en torno al proceso de aprendizaje, cómo se concibe la construcción del conocimiento matemático; así como la visión acerca del al error. Iniciemos entonces,

1. ¿Qué percepción tienes sobre la matemática?

Para mí, la matemática es una materia primordial y esencial al momento de aplicarla desde un cálculo para una necesidad hasta en la vida diaria

2. Cuando abordas un ejercicio o problema matemático ¿te has conseguido con dificultades? Me podrías hablar de ello por favor.

Bastantes al momento de realizar en el área de despejes, en el área de em... multiplicaciones de signos, leyes de la matemática en sí como tal como base teórica; ya que la base teórica a veces no la manejamos muy a fondo y no nos preocupamos por ir más allá de lo que se nos da, sino tratar de solucionar un problema.

3. ¿Qué significado tiene para ti el error?

¿El error? ¿En las matemáticas? Haber hecho mal un cálculo haber aplicado mal una ley

4. Cuando te entregan una evaluación con una nota no favorable, ¿Qué actitud asumes?

Este... preocupación. Por el.. preocupación y busco ayudarme de otra manera; abordar el problema de otra manera.

5. ¿Por qué crees que te equivocas?

Muchas veces porque no estudiamos muchas veces porque no tenemos la valentía de preguntar

6. Cuando estudias matemática ya sea en el aula de clase o en otro lugar, ¿te has fijado qué errores has cometido?

No. Simplemente cuando uno va al examen es que se da cuenta de los errores que uno comente, porque es delante de como de esa persona que está capacitada para demostrar donde te equivocaste.

7. ¿Supone usted el error como fracaso o como una alternativa para la construcción del conocimiento matemático?

Yo lo veo como una alternativa, una alternativa para uno buscar más conocimiento o buscar ayuda del docente o un compañero o grupo de estudio como para autoayudarnos a nosotros mismos.

8. Al momento de ejecutar los procedimientos en la resolución de un problema, ¿cuáles son los errores que con frecuencia se presentan ya sean de carácter geométrico, aritmético o algebraico?

Bueno, dependiendo de la magnitud del problema. En este caso por lo menos los errores en lo geométrico: los cálculos de las áreas. En lo aritmético: es la parte de la lógica y en lo algebraico, bueno la denominación de signos o... de... no sé, de manejo de esa parte teórica.

ANEXO 5

ENTREVISTA EN PROFUNDIDAD A LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA COMO INFORMANTES CLAVE

ENTREVISTADOR: M.Sc. Liliana Mayorga

LEYENDA: ENTREVISTADOR: (E)

ENTREVISTADO: (Inf. 3 ariaccny)

A continuación se presentan las líneas discursivas las cuales direccionarán la entrevista:

(E): Buenas tardes, muchas gracias por aceptar ser parte de esta investigación en calidad de informante clave, a través de esta entrevista la cual es de gran importancia para mi investigación.

(E): La entrevista tiene por finalidad obtener información relevante en torno al proceso de aprendizaje, cómo se concibe la construcción del conocimiento matemático; así como la visión acerca del al error. Iniciemos entonces,

1. ¿Qué percepción tienes sobre la matemática?

Este... bueno, yo pienso que la matemática hacia nosotros viene siendo las más importante ya que a través de ella podemos hacer millones cosas diariamente

¿Por ejemplo?

Cuando compramos, cuando vamos a construir algo y es una materia fundamental para todos los estudios a nivel profesional.

2. Cuando abor das un ejercicio o problema matemático ¿te has conseguido con dificultades? Me podrías hablar de ello por favor.

Sí, si me he conseguido porque a veces nos equivocamos en sumas que es algo muy fácil o en diferentes problemas. Puede ser que no utilizamos bien la lógica porque sencillamente la matemática tiene mucho que ver con la lógica, y a veces no interpretamos bien el ejercicio ese puede ser la principal equivocación que yo tengo.

3. ¿Qué significado tiene para ti el error?

Eh, hay un concepto sobre esa palabra que casi siempre es una equivocación. Si no tuviésemos esa equivocación no supiéramos hacerlo bien siempre sería exitoso y ay cónchale, jijiji. Yo digo que es un aprendizaje que hay que tener en nuestras vidas pues.

4. Cuando te entregan una evaluación con una nota no favorable, ¿Qué actitud asumes?

Al principio me molesto porque si estudie, por qué tuve mala nota. Sin embargo aprendo eso y veo la equivocación que tuve para hacerlo mejor en el siguiente examen.

5. ¿Por qué crees que te equivocas?

A veces me la doy muy muy y no estudio y me equivoco en los exámenes. O por equivocaciones en las cuentas o cuando me pongo muy nerviosa y pierdo la lógica

6. Cuando estudias matemática ya sea en el aula de clase o en otro lugar, ¿te has fijado qué errores has cometido?

***Este, si a veces sin querer me equivoco en algunos números pienso que coloqué, por lo menos 147 y coloco en la hoja 148 y a veces lo hago sin querer es inconsciente
A veces primero leo el problema y no lo interpreto bien, sino lo interpreto a mi manera y luego lo vuelvo a leer y lo interpreto bien***

7. ¿Supone usted el error como fracaso o como una alternativa para la construcción del conocimiento matemático?

Como un aprendizaje, ¡ totalmente!

8. Al momento de ejecutar los procedimientos en la resolución de un problema, ¿cuáles son los errores que con frecuencia se presentan ya sean de carácter geométrico, aritmético o algebraico?

Este... en el procedimiento? Cuando voy a hacer una figura o algo? Se me olvida una forma geométrica y cuando lo voy a hacer no lo sé hacer o se me olvidan los valores de la figura.

Y ¿en la parte aritmética?

No lo recuerdo ahorita.

Y ¿en la parte algebraica?

Eso si me gusta le pongo dedicación y si lo hago bien.