



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**PROPUESTA DE UNA ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE
DEL CONTENIDO DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS EN
EL SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL
DE LA E. B. (MJ) SIMÓN BOLÍVAR,
BARQUISIMETO- LARA.**

AUTOR: Yépez, Alfredo

TUTORA: Msc. Sibel Urdaneta

VALENCIA, FEBRERO 2018



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**PROPUESTA DE UNA ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE
DEL CONTENIDO DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS EN
EL SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL
DE LA E. B. (MJ) SIMÓN BOLÍVAR,
BARQUISIMETO- LARA.**

AUTOR: ALFREDO YÉPEZ

Tutora: MSc. Sibel Urdaneta

Trabajo de Grado presentado a la
Maestría en Educación Matemática
para optar por el Título de Magíster en
Educación Matemática.

VALENCIA, FEBRERO 2018



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



VEREDICTO

Nosotros, miembros del jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: “ **Propuesta de una Estrategia para el Aprendizaje del Contenido de Congruencia de Triángulos en el Segundo Año de Educación Media General de la E. B. (MJ) Simón Bolívar, Barquisimeto- Lara.**” presentado por la ciudadano ALFREDO JOSÉ YÉPEZ GOYO titular de la cédula de identidad N° 17.227.412 para optar al título de Magíster en Educación Matemática, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como: _____

_____ (Nombre, Apellido y Firma)

_____ (Nombre, Apellido y Firma)

_____ (Nombre, Apellido y Firma)

VALENCIA, FEBRERO 2018

DEDICATORIA

- ✓ A Dios Todo Poderoso, por iluminarme mi Mente y Espíritu.
- ✓ A mi papá Alfredo A Yépez, aunque físicamente no estés presente se que del lugar que Dios te tiene, papá quiero que te sientas orgulloso y sé que no te he fallado y nunca te fallaré.
- ✓ A mi Mamá Rosa Josefa Goyo de Yépez, por darme la vida y ser parte vital de lo que hoy soy en la vida.
- ✓ A Mis Hermanos Alfredo Segundo y Alfredo Antonio que son ejemplo y orgullo a seguir.
- ✓ A mi esposa Yenifer Ulacio, por su apoyo, paciencia y solidaridad.
- ✓ A mis Tres Hijas Bianca Antonella, Anarella Rossil y Veriozka Sofia para que se sientan orgullosa de su padre para ser orgullo y ejemplo a seguir
- ✓ A mi Tutor, Sibel Urdaneta, quien tuvo paciencia y brindo valiosas y oportunas orientaciones para lograr esta meta.
- ✓ Y todas aquellas personas que me han motivado a seguir adelante y se alegran por este nuevo triunfo que he alcanzado en mi carrera profesional.

AGRADECIMIENTO

Agradezco primeramente a Dios, quien me ha llenado de fuerzas e iluminación en todo momento, le agradezco por darme la familia que tengo, por darme sabiduría, amor, fortaleza y humildad.

A la Universidad de Carabobo, por brindarme la oportunidad de realizar mis estudios de maestría y perfeccionar mi labor docente.

A la Facultad de Ciencias de la Educación, por brindarme la oportunidad de enriquecer más mis conocimientos y así poder obtener el título de Magíster en Educación Matemática.

ÍNDICE GENERAL

| | Pág. |
|--|-------------|
| LISTA DE TABLAS..... | iii |
| LISTA DE GRAFICOS..... | iv |
| RESUMEN..... | v |
| ABSTRACT..... | vi |
| INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| | |
| CAPÍTULOS I | |
| EL PROBLEMA | |
| 1.1 Planteamiento del Problema..... | 3 |
| 1.2 Objetivos de la Investigación..... | 10 |
| 1.2.1 Objetivo General..... | 10 |
| 1.2.2 Objetivos Específicos..... | 11 |
| 1.3 Justificación de la investigación..... | 11 |
| | |
| CAPÍTULO II | |
| MARCO TEÓRICO | |
| 2.1 Antecedentes de la investigación..... | 14 |
| 2.2 Fundamentación Teóricas..... | 17 |
| 2.2.1 Base Filosófica..... | 17 |
| 2.2.2 Base Sociológica..... | 18 |
| 2.2.3 Base Psicopedagógica..... | 20 |
| 2.3 Bases Legales | 31 |
| 2.4 Definición de Términos..... | 33 |
| | |
| CAPÍTULO III | |
| MARCO METODOLÓGICO | |
| 3.1 Tipo y Diseño de Investigación..... | 35 |
| 3.2 Sujetos de la investigación..... | 36 |
| 3.2.1 Población..... | 36 |

| | Pág. |
|--|-------------|
| 3.2.2 Muestra..... | 37 |
| 3.3 Procedimiento..... | 39 |
| 3.4 Técnica e instrumento de recolección de información..... | 39 |
| 3.5 Validez del instrumento..... | 41 |
| 3.6 Confiabilidad del instrumento | 41 |
| 3.7 Técnica de análisis de los datos..... | 43 |
| | |
| CAPÍTULO IV | |
| ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS | |
| 4.1 Interpretación de Resultados..... | 44 |
| 4.2 Conclusiones..... | 63 |
| 4.3 Recomendaciones..... | 64 |
| | |
| CAPÍTULO V | |
| PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA | |
| 5.1 Introducción..... | 66 |
| 5.2 Objetivos de la Propuesta..... | 67 |
| 5.3 Justificación..... | 67 |
| REFERENCIAS..... | 83 |
| | |
| ANEXOS | |
| A INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS..... | 88 |
| B OPERACIONALIZACIÓN DE LA VARIABLE..... | 90 |
| C INSTRUMENTO APLICADO A LOS ESTUDIANTES..... | 91 |
| D VALIDEZ DEL INSTRUMENTO..... | 99 |
| E DISTRIBUCIÓN MUESTRAL..... | 100 |

LISTA DE TABLAS

| TABLAS N° | pp. |
|----------------------|-----|
| 1. Ítems N° 1..... | 46 |
| 2. Ítems N° 2..... | 47 |
| 3. Ítems N° 3..... | 48 |
| 4. Ítems N° 4..... | 50 |
| 5. Ítems N° 5..... | 51 |
| 6. Ítems N° 6..... | 52 |
| 7. Ítems N° 7..... | 54 |
| 8. Ítems N° 8..... | 55 |
| 9. Ítems N° 9..... | 56 |
| 10. Ítems N° 10..... | 57 |
| 11. Ítems N° 11..... | 59 |
| 12. Ítems N° 13..... | 61 |
| 13. Ítems N° 14..... | 62 |

LISTA DE GRÁFICOS

| GRÁFICO N° | pp. |
|----------------------|-----|
| 1. Ítems N° 1..... | 45 |
| 2. Ítems N° 2..... | 47 |
| 3. Ítems N° 3..... | 49 |
| 4. Ítems N° 4..... | 50 |
| 5. Ítems N° 5..... | 51 |
| 6. Ítems N° 6..... | 53 |
| 7. Ítems N° 7..... | 54 |
| 8. Ítems N° 8..... | 55 |
| 9. Ítems N° 9..... | 56 |
| 10. Ítems N° 10..... | 58 |
| 11. Ítems N° 11..... | 59 |
| 12. Ítems N° 13..... | 61 |
| 13. Ítems N° 14..... | 62 |



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**PROPUESTA DE UNA ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE
DEL CONTENIDO DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS EN
EL SEGUNDO AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA GENERAL
DE LA E. B. (MJ) SIMÓN BOLÍVAR,
BARQUISIMETO- LARA.**

Autor: Alfredo Yépez
Tutor: Mgs. Sibel Urdaneta
Año: FEBRERO, 2018

RESUMEN

La presente investigación tiene como propósito fundamental la propuesta de una estrategia para el aprendizaje del contenido de congruencia de triángulo, correspondiente al segundo año de educación media general. Está enmarcada en la modalidad de proyecto factible, la investigación se ubica dentro del enfoque cuantitativo y se apoya en un diseño de campo, el estudio que se utilizó fue transversal o transaccional descriptivo. Los sujetos a investigar estuvieron conformados por noventa y cuatro (94) estudiantes de la Escuela Básica (MJ) “Simón Bolívar”. El estudio plantea tres objetivos específicos, el cual se inicia con un diagnóstico; donde se aplicó un instrumento tipo cuestionario de catorce (14) ítems, luego se procedió a determinar la confiabilidad por el procedimiento de Kuder Richardson (KR-20) y finalmente, el diseño de la estrategia de aprendizaje. En función a los resultados obtenidos a través del análisis de datos se destaca que los estudiantes tienen un conocimiento geométrico insuficiente, con un profundo desconocimiento en cuanto a la capacidad para relacionar y aplicar conceptos, que son la base del pensamiento geométrico. Se recomienda presentar la propuesta de estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulo a los docentes, destacando sus beneficios y su aporte para que los estudiantes puedan aplicarlo en la resolución de problemas que le faciliten la construcción del pensamiento geométrico.

Palabras Claves: Propuesta, Estrategia de Aprendizaje, Conocimiento geométrico y Congruencia

Línea de investigación: Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación de la Educación Matemática.



UNIVERSIDAD DE CARABOBO
DIRECTION OF POSTGRADUATE
SCHOOL OF SCIENCE EDUCATION
SCHOOL OF EDUCATION
MASTERS IN EDUCATIONAL MATEMATIC



**THE PROPOSAL OF A STRATEGY FOR LEARNING THE CONTENT OF
CONGRUENCE OF TRIANGLE OF THE SECOND YEAR OF THE
GENERAL SECONDARY EDUCATION, BASIC SCHOOL (MJ) "SIMÓN
BOLÍVAR". BARQUISIMETO - LARA**

Author: Alfredo Yépez
Tutor: Mgs. Sibel Urdaneta
Date: FEBRUARY, 2018

ABSTRACT

This research has as main purpose the proposal of a strategy for learning the content of congruence of triangle of the second year of the general secondary education. It is framed in the form of feasible project, research is located within the quantitative approach and is based on a design by field, the study used was cross or transactional descriptive. To investigate subjects were formed by ninety-four (94) students at the basic school (MJ) "Simón Bolívar". The study proposes three specific objectives, which begins with a diagnosis; where an instrument applied type questionnaire of fourteen (14) items, then proceeded to determine reliability by Kúnder Richarson (KR20) procedure and finally, the design of the learning strategy. According to the results obtained through the analysis of data stands out that students have inadequate geometric knowledge, with a profound ignorance regarding the ability to relate and apply concepts, which are the basis of the geometric thinking. It is recommended to submit the proposal of learning strategy on the content of congruence of triangle to teachers, highlighting their benefits and their contribution so that students can apply to solving problems which provided the construction of the geometric thinking.

Key words: Proposed, learning strategy, geometric knowledge and consistency.

Research: teaching, learning and evaluation of mathematics education.

INTRODUCCIÓN

La educación es considerada un elemento fundamental para impulsar el desarrollo de la humanidad que demanda la formación de un hombre capaz de responder a situaciones complejas, la habilidad de plantear y resolver problemas con la variedad de estrategias y recursos, no solo es contenido procedimental, sino también formar parte del enfoque general que han de trabajar los contenidos de matemáticas en la educación media general, situándose como un aspecto central de enseñanza y aprendizaje de esta área.

Este estudio se ubica en una modalidad de proyecto factible, el cual de acuerdo al Manual de Trabajo de Grado, de Especialización, Maestría y Doctorado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, UPEL (2006), se define como aquel que “consiste en la investigación, elaboración y desarrollo de una propuesta de un modelo viable para solucionar problemas, requerimientos o necesidades de organizaciones o grupos sociales” (p.7).

El propósito de la misma es analizar el enfoque cuantitativo a través de la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente y confiando en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento de una población.

El estudio se apoya en un diseño de campo, que permite observar, recolectar los datos directamente de la realidad objeto de estudio “la Geometría”, que es una rama fundamental integradora de la matemática, puesto que es un recurso de visualización para conceptos aritméticos, algebraicos, estadísticos, topológicos entre otros. Es por ello, que cada vez más se reconoce la importancia de la geometría gracias al papel central que juega en la adquisición de habilidades, tales como el conocimiento de patrones, la visualización, la representación de situaciones y conceptos, la argumentación, la formación de modelos y la generalización entre otras.

En esta investigación se rige a los componentes principales del trabajo de los esposos Van Hiele (1957) que son la teoría de los niveles de razonamiento, con el objeto de facilitar el nivel de razonamiento de los estudiantes y la aprehensión de un conocimiento sobre la temática.

En este sentido, se consideró pertinente indagar los niveles de conocimientos previos que poseen los estudiantes en el Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar de Barquisimeto – Estado Lara acerca del contenido de geometría “congruencia de triángulos”, con el fin de proponer una estrategia de aprendizaje que lleve a generar procesos significativos para el estudiante. Para ello, se considera la siguiente estructura del estudio:

En el Capítulo I, se presenta el planteamiento y formulación del problema de investigación, además se formulan los objetivos y la justificación.

Seguidamente, en el capítulo II, se desarrolla el marco teórico, con los antecedentes o estudios previos, así como las bases teóricas que dan soporte a la investigación y la definición de términos.

En el Capítulo III, se da a conocer la metodología a utilizar para el desarrollo del estudio, la naturaleza y diseño de la investigación, población y muestra, procedimiento, técnica e instrumento de recolección de información, validez y confiabilidad del instrumento, técnicas de análisis de los datos y el cronograma de ejecución.

Con respecto al Capítulo IV, contempla el análisis e interpretación de los resultados obtenidos de la aplicación de técnicas e instrumento de recolección de datos considerados en el estudio, se presentan las conclusiones y recomendaciones emanadas de la investigación.

Finalmente, en el Capítulo V, se presenta el diseño de una propuesta de una estrategia para el aprendizaje del contenido de congruencia de triángulos en el segundo año de educación media general, para finalizar con las referencias y anexos.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento y Formulación del Problema

La matemática nace a partir de las necesidades de contar, clasificar y organizar; constituye un conjunto amplio y procedimiento de análisis, cálculo y estimación acerca de las relaciones necesarias entre diferentes aspectos de la realidad, no sólo espaciales y cuantitativo. En tal sentido, Moliner (2007) señala que el estudio de la matemática es fundamental, puesto que le permite al estudiante el desarrollo del pensamiento lógico, analítico y creativo, es primordial para pensar racionalmente e interactuar de forma creativa, algorítmica y eficaz de sus medios, así como también desarrollar habilidades en el pensamiento de la información que lo lleven a la toma de decisiones y resolución de problemas cotidianos.

De acuerdo con el autor citado, la matemática es la ciencia que está abierta a multitud de campos diversos del saber, la colectividad de profesionales y los trabajos que hoy en día se ejecutan buscando conocimientos matemáticos. Las actividades industriales, la medicina, la química, la ingeniería, las artes, la música, entre otras, la usan para expresar y desarrollar ideas en expresiones numéricas y analíticas, la matemática es considerada una vía universal, el lenguaje de la ciencia y de la técnica. Ella puede explicar y predecir situaciones en el mundo de la naturaleza, en lo económico y social. Sin embargo, la matemática ha sido también y debe seguir siendo, una herramienta que ayuda a todas las otras ciencias y actividades del hombre.

Por otra parte, Font (2003) señala que la sociedad de hoy en día exige un individuo integral formado para la vida, capaz de participar solidariamente en los procesos de transformación social, con un desarrollo de destrezas, capacidad científica, humanista y artísticas de acuerdo a sus actitudes, es por ellos que es la

necesidad del aprendizaje de las matemáticas para cualquier individuo, puesto que ésta en la vida diaria, y a su vez es una asignatura que desarrolla la capacidad de análisis, y por ende, de crítica en la sociedad de la información que ofrece una cultura globalizada a la que han de incorporar.

Es indudable el papel que tiene la matemática en la educación y en el proceso formativo de los estudiantes, dada su relevancia en el desarrollo de la intuición, creatividad, capacidad de análisis, crítica, concentración, elementos clave para tomar decisiones y actuar en diferentes contextos; en resumen, se puede decir que es vital en la educación intelectual de los individuos. Además, como bien señala Juárez (2008), su aporte a la transformación de la sociedad es “el desarrollo de personas críticas, independientes, creativas y en constante mejoramiento” (p. 21), lo cual ha generado diferentes investigaciones en el mundo, dirigidas a su consolidación en los diferentes niveles educativos.

En este orden de ideas, es importante hacer referencia al Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), el cual según Vega (2013) refiere como un estudio internacional liderado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), cuyo fin es evaluar en qué medida los jóvenes de 15 años de edad han adquirido conocimientos y habilidades esenciales, como competencias que garanticen su participación en la sociedad, además de identificar elementos en las políticas educativas de los 34 países miembros de la OCDE, así como 31 economías y países asociados, lo que representa más del 80% de la economía mundial.

El estudio PISA 2012, realizado a nivel mundial, midió la capacidad de los jóvenes de 15 años de edad para razonar matemáticamente, emplear conceptos, procedimientos, hechos y herramientas matemáticas para describir, explicar, predecir acontecimientos, así como para emitir juicios y tomar decisiones bien fundamentadas, necesarias para los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. En esta prueba, Shanghái-China obtuvo la puntuación más alta en matemáticas, con una media de 613 puntos, lo que significa 119 puntos (o el equivalente a casi tres años de escolarización) por encima de la media de la OCDE. Singapur, Hong Kong-China,

Taipei Chino, Corea, Macao-China, Japón, Liechtenstein, Suiza y Holanda, en orden descendente en cuanto a puntuación, son los diez mejores en matemáticas, lo que implica un mejoramiento en el rendimiento, en comparación a las tendencias del año 2003. Asimismo, en promedio entre los países de la OCDE, el 8% de los estudiantes tiene el mejor rendimiento en lectura (nivel 5 o 6).

En el caso de los países latinoamericanos, OCDE (2013) señala que en PISA 2012, Chile resultó ser el mejor posicionado y quedó en el puesto 51 de la lista a diferencia de Perú, cuyos estudiantes resultaron con peor puntuación y ocuparon el último puesto de la clasificación. Asimismo, el informe destaca que los escolares brasileños han mejorado en lectura desde el año 2000, a un promedio de 1,2 puntos al año, si bien quedan por debajo de la puntuación media de la OCDE.

Es importante señalar que, aunque Venezuela no se ha adscrito a esta prueba, en el año 2012, se realizó la aplicación de PISA en el estado Miranda, demostrando que un 60% de los estudiantes no superaba las competencias en matemáticas. Según Méndez (2012), se consideraron liceos estatales y privados, cuyos resultados denotan un bajo rendimiento de los estudiantes, por cuanto 60% de los estudiantes no superan las competencias básicas en matemáticas y 0% alcanzan el rendimiento óptimo. Por otro lado, 42% no superan las competencias básicas en lectura, y apenas 1% si alcanza el nivel, lo que significa una ubicación por debajo del promedio de los países de la OCDE, pero se está en la media de los países de Latinoamérica, a excepción de Chile, México y Brasil.

En ese sentido, resaltó que el valor de PISA reside en conocer el rendimiento en comparación con otros países, al identificar sistemas ideales y políticas claras, con el fin de asumir mejoras en el plano académico para superar esta situación que afecta el proceso educativo en el país.

De acuerdo con lo antes expresado, es de importancia profundizar en los aspectos que caracterizan la enseñanza de la matemática, desde las prácticas realizadas en el seno de una institución, los contenidos, estrategias o bien la actividad que desarrolla un sujeto individual. Por ello, se considera una de las ramas fundamentales de la matemática: la geometría, la cual según Mora (2002), permite

conectar a los estudiantes con su realidad, a partir de las capacidades relacionadas con la comunicación y esta relación con el entorno.

La geometría, según el autor citado, está constituida en un recurso de visualización para conceptos aritméticos, algebraicos, estadísticos, topológicos entre otros, de la cual se sirven otras áreas de la matemática para ilustrar las utilidades e ideas más abstractas o complejas. Es por ello, cada vez más se reconoce la importancia de la geometría gracias al papel central que juega en la adquisición de habilidades tales como el conocimiento de patrones, la visualización, la representación de situaciones y conceptos, la argumentación, la formación de modelos y la generalización entre otras.

Por su parte, Mora (ob.cit) refiere que la geometría se ha convertido en un medio importante para alcanzar objetivos de aprendizaje generales y algunas competencias intelectuales, en especial habilidades de percepción y solución de problemas en el campo de la matemática, para los cuales es imprescindible la visualización. El descubrimiento de determinadas figuras y modelos en representaciones visuales y el hallazgo de conexiones lógicas entre conceptos y términos geométricos se convierten en la esencia fundamental de la geometría elemental

En tal sentido, con respecto al programa vigente en Venezuela, el Ministerio del Poder Popular para la Educación (1999) señala que el componente matemático se desarrolla a través de la enseñanza de la asignatura por áreas académicas, integrando los ejes transversales a los distintos contenidos: a) conceptuales; se refieren al conocimiento acerca de las cosas, datos, hechos, conceptos, principios y leyes , expresados en forma verbal; b) procedimentales: se refieren al conocimiento acerca de cómo ejecutar las acciones interiorizadas, como habilidades intelectuales y motrices; c) actitudinales: constituidos por valores, normas, creencias, y actitudes dirigidas al equilibrio personal.

De acuerdo con señalan Alsina, Burgues y Fortuny (1997), hoy en día existe un consenso, en la comunidad de educación matemática, sobre la necesidad de garantizar en los estudiantes una buena formación en geometría. Sin embargo, la ausencia de tal

formación durante muchos años ha producido en el estudiante y en el docente inseguridad y a la vez cierto desinterés por la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Al respecto, Galindo, (1996), señala que la enseñanza de la geometría se ha ido desplazando a un segundo plano, relacionado con aspectos como la falta de material didáctico, el tiempo dedicado a esta área en la planificación, la integración de la geometría, aritmética y álgebra en el programa, entre otros aspectos que inciden en la formación sobre la temática de la geometría, tan importante en el contexto social y natural de los estudiantes; aunque como señalan Alsina, Burgues y Fortuny (ob.cit), existe “una insistencia muy importante por parte de los didactas en devolver a la geometría su lugar en la enseñanza de la matemática” (p. 56).

Si bien la construcción y reproducción de diferentes figuras geométricas, utilizando algunos instrumentos como la regla, la escuadra, el compás y transportador, permite a el niño profundizar sus conocimientos sobre las propiedades de las figuras para reproducir fielmente una figura, es importante que exista un trabajo previo de análisis de diferentes figuras sin olvidar que para poder definir las características de una figura, es importante que el estudiante tenga otras figuras con los que pueda establecer semejanzas y diferencias a partir de ciertos criterios establecidos por él (el número de lados, la forma de sus lados, la medida de sus ángulos).

Es importante que, antes de que los estudiantes aprendan de memoria los nombres de los cuerpos o figuras geométricas, la atención se centra en que descubran sus características y sus propiedades. Por lo tanto, es recomendable que los términos utilizados en geometría sean proporcionados por el maestro solo cuando los estudiantes hayan tenido la base suficiente de experiencia que les permitan significarlas.

Por tanto, cobra especial importancia la planificación, ejecución y evaluación de estrategias innovadoras para la enseñanza de la geometría, que conduzcan a los niños a un aprendizaje permanente, contextualizado y significativo; para lo cual

deben involucrar actividades de carácter cognitivo-procedimental a fin de promover el desarrollo del pensamiento en general y del lógico-matemático en particular.

Por su parte, Braga (1991) señala que en el caso español la insistencia de enseñar geometría se hace patente, enfocándose el problema central en qué geometría enseñar y cómo enseñarla. La autora propone el modelo de Van Hiele (1957), a través del cual se extraen aspectos tan fundamentales como los siguientes: Introducir más geometría desde los primeros años de la escuela primaria, fomentar un enfoque geométrico de carácter cualitativo y manejar los contenidos geométricos cíclicamente, en niveles de complejidad creciente, por cuanto generalmente son los mismos contenidos tanto para la primaria como para la secundaria.

De acuerdo con el autor citado, en los años 50 los esposos Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, trabajaban como profesores de geometría de enseñanza secundaria en Holanda. A partir de su experiencia como docente, elaboraron un modelo que trata de explicar por un lado como se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y por otro cómo puede un docente ayudar a sus estudiantes para que mejore la calidad de su razonamiento.

En consonancia con lo mencionado, es importante destacar que los componentes principales del modelo de Van Hiele (ob.cit) son la teoría de los niveles de razonamiento, la cual explica cómo se produce el desarrollo en la calidad de razonamiento geométrico de los estudiantes cuando éstos estudian geometría, además de las fases de aprendizaje, que constituyen la propuesta didáctica para la secuenciación de actividades de enseñanza-aprendizaje en el aula, con el objeto de facilitar el progreso de los estudiantes de un nivel de razonamiento al inmediatamente superior.

Cabe destacar que, según Sánchez (2013) en Venezuela, la enseñanza de los contenidos de geometría a nivel de Educación Media General presenta algunas debilidades, relacionadas con los problemas que presentan algunos estudiantes al diferenciar formas y figuras en el plano, cuerpos en el espacio y clasificar, las mismas representaciones planas y espaciales, reconocer simetrías, rotaciones, congruencias, conceptos que deben abordar y manejar desde los primeros niveles de educación. A

pesar de ello, se reconoce la importancia de la geometría para el razonamiento y conocimiento sobre estructura axiomática de la matemática, sus gráficas, ubicaciones geométricas, representaciones geométricas de los planos, todos útiles para constituir y resolver problemas en otras áreas.

Al contextualizar la presente investigación en la Escuela Básica Media Jornada, E. B (MJ) Simón Bolívar, de Barquisimeto, estado Lara, se considera de relevancia la opinión de los docentes de matemática, a través de encuentros y conversaciones, de los cuales surgió la inquietud por abordar la temática del contenido de congruencia de triángulo en el Segundo Año de Educación Media General.

En primer lugar, los docentes reconocen que los contenidos relacionados con geometría no son siempre abordados durante el año escolar, dado que éstos se encuentran reflejados en la planificación de la asignatura Matemática de Segundo Año, al final del programa de cursos. Entonces, generalmente, no se cuenta con el tiempo suficiente para manejarlo; en otras ocasiones, se llega incluso a tratar como un trabajo escrito u otra estrategia escogida por el docente.

De igual manera, destaca que las clases de geometría se manejan generalmente en forma expositivas, con el desarrollo de los conceptos en el pizarrón, dado que los docentes reconocen no cuentan con recursos didácticos que le permitan atender adecuadamente esta área del conocimiento. Aunque existen iniciativas por parte de algunos docentes en la adecuación de acciones innovadoras para dar los contenidos, consideran que no ha sido suficiente para motivar a los estudiantes.

Es de destacar la temática de congruencia de triángulos, de suma importancia para ubicarse en el plano, con un valioso recurso de interpretación al resaltar las propiedades de las figuras en que se presentan; en ella, también los docentes reconocen las debilidades en las estrategias utilizadas para su enseñanza, lo cual genera poco interés de los estudiantes; además, los resultados de las evaluaciones evidencian un bajo rendimiento en lo que corresponde a este contenido de la matemática. En este sentido, se pudo conocer que en el año escolar 2013-2014, el porcentaje de aplazados en el tercer lapso, correspondiente a estos contenidos fue de

78%, según información aportada por docentes del Departamento de Control y Evaluación, lo que refleja un bajo rendimiento académico.

Por lo expuesto anteriormente, se considera pertinente indagar que la información que poseen los estudiantes en el Segundo Año de Educación Media General acerca de congruencia, contenido que ésta inmerso en el diseño curricular de Matemática de dicho grado, con el fin de analizar las deficiencias que pueden presentarse en el proceso de instrucción, para así proponer estrategias de aprendizaje que lleve a generar procesos significativos para el estudiante.

Sobre los planteamientos presentados, surge la inquietud de tratar la temática referida al contenido de congruencia de triángulos en el Segundo Año de Educación Media general de la E. B. (MJ) Simón Bolívar, por lo cual se presenta la formulación del problema:

¿Cuáles son los niveles de conocimientos geométrico en el contenido de congruencia de triángulos de los estudiantes de Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, desde la perspectiva teórica de Van Hiele (1957)?

¿Será factible diseñar una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar?

¿Cómo diseñar una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar?

1.2 Objetivos de la Investigación

1.2.1 Objetivo General

Proponer una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos en el Segundo Año de Educación Media general de la E. B. (MJ) Simón Bolívar.

1.2.2 Objetivos Específicos

➤ Diagnosticar los niveles de conocimiento geométrico en el contenido de congruencia de triángulos de los estudiantes de Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, desde la perspectiva teórica de Van Hiele (1957).

➤ Estudiar la factibilidad para una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar.

➤ Diseñar una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar.

1.3 Justificación de la Investigación

En el desarrollo de los seres humanos, siempre se involucra la matemática, como una de las ciencias que representa la base de todo un conjunto de conocimientos que se ha adquiriendo a lo largo del tiempo, los cuales definen en gran medida las culturas en la sociedad. Asimismo, ésta se aplica como referente en las otras ciencias, de la naturaleza y sociales, en las ingenierías, en las nuevas tecnologías, así como en las distintas ramas del saber, así como en todas las actividades de la vida diaria: las comunicaciones, el uso de las computadoras, la economía y muchos más.

En el caso de la geometría, es un área que según el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC, 1998), permite “interpretar mejor, entender, apreciar y describir de forma organizada el mundo que nos rodea el cual es inherentemente geométrico” (p. 83), lo cual da significado a su

interacción con el entorno, sobre todo en lo que se refiere a la resolución de problemas. Por ello, es importante asumir estrategias que faciliten su aprendizaje, estimulando el interés de los estudiantes por descubrir la belleza de las formas y de sus relaciones.

Sobre este particular, la presente investigación tiene como objetivo diseñar una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, motivado a las debilidades señaladas por los directivos y docentes, así como la necesidad de promover en ellos habilidades, conocimientos y actitudes en torno a la temática específica de congruencia de triángulos, con la finalidad de otorgarles una visión significativa del mismo.

Desde el punto de vista social, la relevancia de la investigación se orienta a considerar una estrategia, con la cual apoyará a que los docentes y estudiantes de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, puedan ampliar sus perspectivas en torno a la geometría, específicamente en el contenido citado, desde el punto de vista de la planificación curricular, además de su importancia en la cotidianidad, con una propuesta innovadora y creativa.

De este modo, la estrategia de aprendizaje se satisfará de acuerdo con la presentación de los conceptos y enunciados propios de la geometría en el nivel de Educación Media General, de una manera innovadora, creativa, además de considerar aspectos de la temática de forma que los estudiantes se motiven y puedan lograr un aprendizaje significativo.

Asimismo, la propuesta se constituye en un aporte a los docentes de matemática de Segundo Año de Educación Media General, quienes dispondrán de una serie de aspectos teóricos, prácticos, ejercicios y actividades para el planteamiento de los contenidos geométricos, de acuerdo con la planificación establecida para el segundo

año de Educación Media General, los cuales pueden ser fuente de motivación para tomar decisiones en cuanto a su adecuación o la adopción de otras que se consideren convenientes, a partir de la realidad del grupo de estudiantes.

En cuanto a la relevancia científica, se asume que los hallazgos del estudio permitirán reconocer la manera los niveles de conocimiento geométrico en el contenido de congruencia de triángulos de los estudiantes de Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, desde la perspectiva teórica de Van Hiele (1957), además de servir de información a los docentes en cuanto a la importancia de este contenido en el nivel educativo.

Finalmente, en lo académico, la investigación puede ser aprovechada como referencia para otros estudios relacionados con la temática abordada, punto de partida para otros trabajos en el campo de la pedagogía, así como aquellos referidos a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Además, se asume en la línea de investigación Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación de la Educación Matemática de la Maestría en Educación Matemática de la Universidad de Carabobo.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los elementos teóricos donde se ubica la investigación. Este se desarrolla a través del estudio de los constructos teóricos sobre el modelo de razonamiento de los esposos holandeses Van Hiele, haciendo énfasis en los procesos cognitivos que activa el estudiante en los conceptos geométricos. Además, se muestran algunas investigaciones sobre la geometría apoyadas en la teoría de Van Hiele.

2.1 Antecedentes de la Investigación

Como primer antecedente se considera a García (2015), quien presentó un estudio titulado: Evaluación de una unidad didáctica orientada a la enseñanza y aprendizaje de la congruencia de triángulos utilizando el geoplano, cuyo objetivo fue evaluar una unidad didáctica orientada a la enseñanza y aprendizaje de la congruencia de triángulos utilizando el geoplano en segundo año de educación media general, en la U.E “Hipólito Cisneros” ubicado en el municipio San Diego del estado Carabobo.

La metodología del estudio se fundamentó en una investigación de campo y documental, de carácter evaluativo, enmarcado bajo la modalidad de proyecto factible, dentro de un enfoque mixto (cualitativo y cuantitativo), con una población conformada por doce (12) doce secciones de segundo año.

En cuanto a los resultados obtenidos, los estudiantes desarrollaron ciertas habilidades geométricas en los dos primeros niveles de razonamiento geométrico (visualización y análisis) y presentaron dificultades para seguir un argumento lógico que les permitiera avanzar al tercer nivel (deducción informal) a partir de las habilidades geométricas propuestas en la unidad.

Por su parte, Caleño (2014), desarrolló una investigación que se titula: Apropriación de los criterios de semejanza a partir de los conceptos de proporcionalidad y congruencia de triángulos utilizando el software Geogebra y algunas aplicaciones Applet en la web, cuyo objetivo fue mejorar la comprensión de los criterios de semejanza de triángulos, partiendo de los conceptos de razón y proporción de lados y congruencia de ángulos, enmarcado dentro del tipo de investigación experimental.

El estudio constó del diseño y la aplicación de nueve guías de trabajo, a los estudiantes del grado noveno en un grupo experimental y otro de control, así como una prueba diagnóstica para determinar el conocimiento y la utilización de los criterios de la semejanza de triángulos y los conceptos previos de proporcionalidad y congruencia.

De los resultados, se mostró que el software GeoGebra y la utilización de applets en la web permitieron desarrollar la temática con mayor agrado e interés. El aprendizaje de los criterios de semejanza de triángulos subió de forma considerable en el grupo experimental. En comparación con los resultados obtenidos en el grupo control, como se constató en los instrumentos de evaluación aplicados, en donde las notas superaron los niveles esperados y que se venían presentando constantemente con la forma tradicional de enseñar geometría.

En cuanto a las recomendaciones, es importante que los estudiantes sepan usar correctamente el software y es necesario hacer énfasis en la verificación de la construcción que se basa en el arrastre de los elementos libres de la figura, la construcción está bien realizada si al arrastrar cualquiera de sus elementos esta no se deshace, es decir conserva las características geométricas que las definen.

Otro estudio fue el de Barrades (2013), en el trabajo titulado “Propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría a partir de la historia de la matemática dirigido a maestros en ejercicio de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador”, en el cual destacó que la enseñanza de la geometría a partir de la historia de la matemática es un factor determinante en la formación del maestro en ejercicio, por tanto exige del docente estrategias apropiadas que permitan concretar el trabajo

en el aula y propiciar evidencias históricas como un aporte para su aprendizaje. De allí que recomendé la incorporación de herramientas de enseñanza innovadoras, tales como mapas conceptuales, las mismas facilitan adquirir conocimientos en forma organizada, jerárquica y esquematizada, permitiendo con esto fortalecer los conocimientos y ponerlos en práctica para captar el significado que se va a aprender.

De la misma manera, Bravo (2013) en su estudio titulado: “Los juegos como estrategia metodológica en la enseñanza de la geometría”, presentó como propósito de mejorar el rendimiento escolar de la geometría en séptimo grado de Educación Básica en la U.E.L.B “Ricardo Márquez Moreno”, ubicada en Santa Ana, estado Nueva Esparta, cuyos resultados indicaron que los docentes utilizan estrategias tradicionales para la enseñanza de los contenidos de la geometría como las exposiciones y muy pocas veces ponen en práctica la estrategia de los juegos. Además, se determinó que los estudiantes necesitan motivación e integración hacia la geometría, por lo que surgieron una serie de estrategias motivadoras y agradables, dirigidas a mejorar el rendimiento y la calidad educativa, además de propiciar la oportunidad de tener docentes abiertos al cambio, que mediante estos juegos logren inducir a los estudiantes en dicho aprendizaje.

Por último, Gutiérrez y Navarro (2013), desarrollaron un estudio titulado: El modelo van hiele como estrategia lúdica para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en el primer año de Educación Media General, cuyo objetivo fue diseñar estrategias lúdicas aplicando el modelo de Van Hiele para la enseñanza y aprendizaje de cuerpos geométricos y cálculo de volumen en estudiantes de primer año de la U.E Técnica Deportiva Mérida.

Con respecto a las fases desarrolladas en el estudio, se realizó un test diagnóstico el conocimiento previo de los estudiantes, para aplicar la exploración del campo de estudio de la geometría (cuerpos geométricos y cálculo de volumen) con la orientación del docente a cargo, generando discusiones socializadas y lluvias de ideas para la mayor participación según los contenidos, desarrollados durante cuatro (4) semanas.

En cuanto a las conclusiones, se determinó que el estudiante que observa, manipula y explora, puede internalizar con mayor propiedad las características de los objetos, se apropia a su vez de un lenguaje sencillo que se va nutriendo en la medida que la complejidad del aprendizaje se va enriqueciendo. Las producciones realizadas por los estudiantes en el análisis y la práctica les permitieron abordar ejercicios y problemas prácticos de los contenidos impartidos. Con ello, se afianzó la idea de elaborar estrategias que originen aprendizajes significativos, que conlleven a desarrollar el potencial del estudiante. Además, se consideró de importancia orientar estrategias originales que motiven al estudiante a su aprendizaje y planificar actividades grupales donde el estudiante pueda desarrollar su potencial.

Los trabajos citados anteriormente sirven de base para inferir la importancia que tiene el abordaje de la matemática desde diferentes perspectivas, entre las que destaca el uso de estrategias de enseñanza y aprendizaje orientadas a diferentes temas que conforman esta ciencia, los cuales atienden a las necesidades de los estudiantes, como es el caso de los contenidos de la geometría, disciplina fundamental en la formación integral de los mismos en todos los niveles educativos.

2.2 Fundamento Teórico

Las bases teóricas de una investigación permiten organizar y agrupar, de una manera intencional, las teorías que le dan base a una investigación. Hernández Sampiere, Fernández y Baptista (1999), señalan que: “La función más importante de una teoría es explicar: decimos por qué y cuando ocurre el fenómeno” (p.41). Por lo tanto, su racionalidad, estructura lógica y consistencia interna va a permitir el análisis de hechos conocidos y orienta la búsqueda de otros datos relevantes para la investigación que se propone.

2.2.1 Base Filosófica

En la actualidad, el Sistema Educativo Venezolano en sus diversos niveles está presidido por los cuatro pilares fundamentales de la educación dictaminados por la UNESCO. Según Delors (1996), presidente de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI, la educación a lo largo de la vida se basa en cuatro pilares: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser, los cuales están definidos de la siguiente forma:

Aprender a conocer: supone admitir que cada educando construye su propio conocimiento, combinando los saberes indígenas con los conocimientos externos para crear un nuevo saber cotidiano. Esto se refiere a conocimientos, valores, competencias cognitivas y razonamientos para respetar y alcanzar el conocimiento y la sabiduría a fin de: Aprender a aprender, Adquirir el gusto por aprender a lo largo de toda la vida, Desarrollar un pensamiento crítico, Adquirir herramientas para entender el mundo y entender los conceptos y cuestiones relativas a la sostenibilidad.

Aprender a hacer: se centra en la habilidad de aplicar en la práctica lo aprendido, especialmente lo relativo a los medios de vida. Se trata del conocimiento, los valores, las competencias prácticas y de saber cómo hacer para participar de manera activa en un empleo y un ocio productivos, a fin de poner las ideas en práctica, además de elaborarlas, entender y actuar sobre las cuestiones de Desarrollo Sostenible mundiales y locales, adquirir formación técnica y profesional, aplicar los conocimientos adquiridos en la vida diaria y ser capaz de actuar creativamente y con responsabilidad en el entorno propio.

Aprender a vivir juntos: aborda las capacidades críticas esenciales para una vida mejor en un contexto donde no hay discriminación y todos tienen igualdad de oportunidades para desarrollarse a sí mismos y contribuir al bienestar de sus familias y comunidades. Esto tiene que ver con el conocimiento, los valores, las competencias sociales y el capital social para contribuir a la paz y la cooperación internacional, a fin de participar y cooperar con los otros en sociedades cada vez más plurales y multiculturales, desarrollar una comprensión de los otros pueblos y sus historias,

tradiciones, creencias, valores y culturas, tolerar, respetar, acoger, apreciar e incluso celebrar la diferencia y la diversidad de los pueblos, responder de manera constructiva a la diversidad cultural y la disparidad económica que se dan en todo el mundo y ser capaz de manejar situaciones de tensión, exclusión, conflicto, violencia y terrorismo.

Aprender a ser: asume que cada individuo tiene la oportunidad de desarrollar completamente su potencial. Esto parte de la premisa de que la educación no sólo tiene como propósito cubrir las necesidades del desarrollo del estado o la nación, o de la globalización, o modular el pensamiento; la educación busca capacitar a los individuos para aprender, buscar, construir y utilizar el conocimiento para abordar los problemas en una escala que va de lo mínimo a lo mundial y más allá, lo que se vincula con el conocimiento, los valores, las capacidades personales y la dignidad para el bienestar personal y familiar, a fin de verse a sí mismo como un actor principal en la definición de resultados positivos para el futuro, fomentar el descubrimiento y la experimentación, adquirir valores universalmente compartidos, desarrollar la propia personalidad, identidad, autoconocimiento y la capacidad de colmar el potencial propio, y ser capaz de actuar con más autonomía, juicio y responsabilidad personal.

A través de estos pilares, la educación contempla una orientación en la cual se sustentan las bases para el desarrollo personal o colectivo, en la conciencia del aprendizaje significativo, la construcción del conocimiento, en pos de dar un aporte a la sociedad, concebida como una experiencia global, permanente. Asimismo, a través de cada uno de ellos se fortalecerán las competencias, habilidades e ideales del individuo, integrados para darle significado a cada uno de los contextos en los cuales se desenvuelve.

2.2.2 Base Sociológica

Son variadas las teorías, enfoques y modelos que han servido de apoyo para el desarrollo de las actividades educativas en Educación Básica. No obstante, para los fines de esta investigación, se considera el enfoque sociocultural de Vygotsky (1979). Su enfoque incluye a la educación en una teoría del desarrollo psicológico, desde la pedagogía humana, en todas sus formas.

La perspectiva evolutiva de Vygotsky (ob.cit) se basa en un comportamiento entendido a través de sus cambios e historia, con énfasis en el análisis de los procesos, considerando que los procesos psicológicos del ser humano solamente pueden ser entendidos mediante la consideración de la forma y el momento de su intervención durante el desarrollo. Por ello, analizó los efectos de la interrupción y las intervenciones sobre ellos; dando lugar a las variantes del análisis genético: el método genético-comparativo y el método experimental-evolutivo.

De acuerdo con Wertsch (1988), en esta teoría se consideraron cuatro ámbitos del método genético: a) filogenético (desarrollo de la especie humana), en el interés de las funciones psicológicas exclusivamente humanas (funciones superiores); b) histórico sociocultural, que logra sistemas artificiales complejos y arbitrarios que regulan la conducta social; c) ontogenético, el punto de encuentro de la evolución biológica y sociocultural y d) microgenético, dirigido a estudiar *in vivo* la construcción de un proceso psicológico.

Otro de los aportes significativos de la obra de Vygotsky (ob.cit) es la relación que establece entre el pensamiento y el lenguaje, señalando, entre otras cosas, que la transmisión racional e intencional de la experiencia y el pensamiento a los demás, requiere un sistema mediatizador y el prototipo de éste es el lenguaje humano. Además, indica que la unidad del pensamiento verbal se encuentra en el aspecto interno de la palabra, en su significado.

Es importante señalar que para Vygotsky (1979), todo aprendizaje tiene una historia previa, por lo cual éste y el desarrollo están interrelacionados desde los primeros días de vida del niño. Refiere dos niveles evolutivos: el nivel evolutivo real,

que comprende el nivel de desarrollo de las funciones mentales, supone aquellas actividades que son indicativas de las capacidades mentales. Por otro lado, si se le ofrece ayuda o se le muestra cómo resolver un problema y lo soluciona, es decir, si no se logra una solución independientemente del problema, sino que llega a ella con la ayuda de otros, constituye su nivel de desarrollo potencial.

Asimismo, se demostró que la capacidad de los niños, de idéntico nivel de desarrollo mental para aprender bajo la guía de un maestro variaba en gran medida, e igualmente el subsiguiente curso de su aprendizaje sería distinto. Esta diferencia es la que denominó Zona de Desarrollo Próximo, de la cual Vygotsky (ob.cit) expresa:

No es otra cosa que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz (p. 133).

El nivel real de desarrollo revela la resolución independiente de un problema, define las funciones que ya han madurado, caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente. La Zona de Desarrollo Próximo define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, en este sentido se caracteriza el desarrollo mental prospectivamente. La relación que establece Vygotsky entre aprendizaje y desarrollo se fundamenta en la Ley Genética General, donde se establece que toda función en el desarrollo cultural del niño aparece dos veces, o en dos planos. Primero aparece en el plano social y luego en el plano psicológico.

De esta manera, se considera que el aprendizaje estimula y activa una variedad de procesos mentales que afloran en el marco de la interacción con otras personas, interacción que ocurre en diversos contextos y es siempre mediada por el lenguaje. Esos procesos, que en cierta medida reproducen esas formas de interacción social, son internalizadas en el proceso de aprendizaje social hasta convertirse en modos de autorregulación.

Una vez precisados los aspectos resaltantes de las teorías del aprendizaje que sirven de sustento para los procesos de enseñanza y aprendizaje en Educación Básica,

también es importante puntualizar algunos elementos relacionados con las estrategias didácticas, considerando su significación para el abordaje de los conceptos de geometría y su proceso de enseñanza.

2.2.3 Base Psicopedagógica

La investigación de Van Hiele (1957) está ubicada en tres pilares. Existe, por un lado, una base estructuralista muy fuerte en su trabajo; las estructuras impregnan su visión del mundo y la organización de la cognición. Por otro lado, de acuerdo con Portens (2008), la influencia de la psicología Gestalt provee un marco para la percepción e interpretación de dichas estructuras y por último, los Van Hiele están interesados en la didáctica de las matemáticas. El trabajo de Dina consiste en el desarrollo de nuevos métodos de enseñanza, y Pirre Van Hiele incorpora a la teoría, las interacciones que ocurren en el aula de clase.

De acuerdo con el autor citado, los Van Hiele se interesaron en la enseñanza real de las matemáticas y no proporcionaron ningún relato psicológico detallado de la enseñanza de las matemáticas, sin embargo sus propuestas tienen arraigadas bases psicológicas. Por ejemplo, la cognición para Piaget procede, recursivamente de la construcción de una percepción global, hasta la formación de una estructura mental, su progresiva diferenciación y con su reestructuración final a una nueva estructura mental. Para los Van Hiele, así como para la psicología Gestalt, no existe objetos aislado ni conceptos “per se”, al contrario, todas las entidades existentes en el contexto, una estructura en términos de Pierre Van Hiele. En este punto, Pierre proporciona una definición de estructuras, en cambio explica algunas de sus características, describe tipos de estructuras y da algunos ejemplos.

Pierre propone la existencia de varias clases de estructuras: (a) las estructuras del mundo en que vivimos (mundo 1); (b) las estructuras de nuestra mente (mundo 2) y (c) las estructuras del conocimiento humano (mundo 3). Insiste además que, en cognición, es muy importante que una estructura pueda ser vista como una totalidad

ya que es una estructura más que la suma de sus elementos. Pierre toma prestado de la psicología Gestalt, cuatro propiedades de sus estructuras:

1. La estructura puede ser ampliada
2. Una estructura puede ser vista como parte de una estructura grande.
3. Una estructura puede ser vista como parte de una estructura inclusiva.
4. Una estructura puede ser isomórfica con respecto a otra.

La primera y la cuarta propiedad se ven directamente ya que se involucran actividades innatas al pensamiento humano. Las otras dos propiedades aseveran que, en concordancia con la tradición Gestalt sus estructuras tienen otras estructuras dentro de ellas o son parte de estructuras más grandes. Pierre sostiene que estas dos últimas propiedades deben ser enseñadas.

Las estructuras mentales, existen en el mundo 2 y son construidas a partir de estructuras del mundo 1. Las estructuras mentales incluyen: (a) estructuras de acción las cuales son acciones motoras automáticas que no pueden hacerse explícitas, como el movimiento de los dedos de un pianista o un conductor que reacciona a las señales del camino. Estas estructuras son muy parecidas a los patrones de estímulo – respuesta y Pierre Van Hiele cuestiona si estas estructuras pueden ser consideradas como: (a) estructuras mentales; (b) estructuras visuales, que son construidas con la mente como una reacción directa hacia las estructuras del mundo 1 y (c) estructuras globales de actuación, lo que en termino de Van Hiele es la imitación.

La formación de las estructuras mentales demanda cambios rápidos entre momentos receptivos y activos. Los momentos receptivos permiten la absorción de las estructuras espontáneas que emanan de los materiales. Durante los momentos activos el individuo se concentra en los análisis y modificaciones de estructuras.

Los Niveles de Van Hiele

Por otra parte, en los últimos años, las investigaciones relacionadas con la enseñanza de la Geometría están destinadas a caracterizar los procesos de construcción y aprehensión de determinados conceptos geométricos (Guillén, 2000).

Dentro de estas investigaciones, la utilización del modelo de Van Hiele se ha hecho frecuente, pues se considera como un modelo posible para interpretar el aprendizaje de la Geometría (Huerta, 1999).

El modelo de Van Hiele describe cómo se va modificando la forma de razonar de los individuos mediante cinco niveles de razonamiento, que abarcan desde la visión más simple de los conceptos geométricos hasta el empleo del razonamiento formal. A su vez, plantea la forma de organizar la enseñanza de acuerdo a las fases de aprendizaje que facilitan el razonamiento. Seguidamente se describen los niveles de razonamiento y fases de aprendizajes señalados por Guillén (ob.cit):

Nivel 1 (Reconocimiento): (a) Percepción global de las figuras: en las descripciones se incluyen atributos irreverentes, generalmente referidos a la forma, tamaño o posición de figuras específicas o sus elementos destacados; (b) Percepción individual de las figuras: cada figura es considerada como un objeto, independiente de otras figuras de la misma clase. No se generalizan las características de una figura a otra de su misma clase, en particular si sus formas son bastante diferentes; (c) Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar, o caracterizar figuras; (d) Aprendizaje de un vocabulario matemático básico para hablar de las figuras, describirla, etc., acompañado de otros términos de uso común que sustituyen a los matemáticos; (e) No se suelen reconocer explícitamente las partes que componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

Nivel 2 (Análisis): (a) Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. Se describen las partes que integran una figura y se enuncia sus propiedades. Se es capaz de analizar las propiedades matemáticas de las figuras; (b) La definición de un concepto consiste en el recitado de una lista de propiedades, lo más exhaustiva posible, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias; (c) No se relacionan diferentes propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras. No se establecen clasificaciones a partir de relaciones entre propiedades; (d) La deducción de propiedades se hace mediante experimentación. Se generalizan dichas

propiedades a todas las figuras de la misma familia; (e) La demostración de una propiedad se realiza mediante comprobación en uno o pocos casos.

Nivel 3 (Clasificación): (a) Capacidad para relacionar propiedades de una figura entre sí o con las otras figuras; (b) Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y familias de figuras; (c) La demostración de una propiedad se basa en la justificación general de su veracidad, para lo cual se usan razonamientos deductivos informales; (d) Comprensión y realización de implicaciones simples en un razonamiento formal. Comprensión de los pasos de una demostración explicada por el profesor. Capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga; (e) Incapacidad para realizar demostraciones y no se comprende su estructura.

Nivel 4 (Deducción Formal): (a) Realización de las demostraciones mediante razonamiento deductivos formales; (b) Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y comprender la misión de cada implicación simple en el conjunto; (c) Aceptación de la posibilidad de demostrar un resultado mediante diferentes formas de demostración o a partir de distintas premisas; (e) Capacidad para comprender la estructura axiomática de las matemáticas: significados y uso de axiomas, definiciones, teoremas, términos no definidos, etc.

Nivel 5 (Rigor): (a) Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos distintos del usual de la geometría Euclídea; (b) Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado; (c) Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas. Capacidad para comparar sistemas axiomáticos diferentes y decidir sobre su equivalencia; (d) Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

Las cinco fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele (ob.cit) representan una forma de organizar la enseñanza que ayude a los estudiantes a pasar de su nivel de razonamiento actual al siguiente. Las fases no están asociadas a un nivel determinado, sino que en cada nivel la instrucción comienza con actividades de la

fase primera y continúa con actividades de las siguientes fases. Aplicando adecuadamente la secuencia de fases y permitiendo que los estudiantes realicen una cantidad suficiente de actividades, al finalizar la fase quinta, éstos deben ser alcanzados el nivel de razonamiento siguiente. Las características principales de las fases de aprendizaje son las que vemos a continuación.

Fase 1 (Información): (a) En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor tiene la oportunidad de identificar los conocimientos previos que puedan tener sus estudiantes sobre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en el mismo; (b) Los estudiantes deben recibir información para conocer el campo de estudio que van a iniciar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán.

Fase 2 (Orientación Dirigida): (a) Se guía a los estudiantes mediante actividades y problemas (dados por el profesor o planteados por los propios estudiantes) para éstos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicas de la red de conocimientos que deben formar; (b) Los problemas propuestos han de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El profesor tiene que seleccionar cuidadosamente estos problemas y actividades y deben orientar a sus estudiantes hacia la solución cuando lo necesiten.

Fase 3 (Explicación): (a) Los estudiantes expresan de palabra o por escrito los resultados que han obtenido, intercambian sus experiencias y discuten sobre ellas con sus compañeros y el profesor, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio.

Fase 4 (Orientación libre): (a) En esta fase se deben producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores y, generalmente, más complejos; (b) Los problemas que se planteen en esta fase no deben ser una simple aplicación directa de una definición o un algoritmo conocidos, sino que contendrán nuevas relaciones o propiedades.

Estos problemas serán más abiertos que los de fases anteriores, preferiblemente con varias vías de resolución, y con una, varias, o ninguna solución. Por otra parte, el profesor debe limitar al máximo la ayuda los estudiantes en la resolución de los problemas.

Fase 5 (Integración): (a) Los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamientos con los temas que tenían anteriormente; (b) El profesor debe dirigir resúmenes o recopilaciones de los contenidos estudiados, que ayuden a los estudiantes a lograr esta integración y diferenciar los conceptos, propiedades, etc., principalmente de los secundarios. Las actividades que se propongan no deben implicar la aparición de nuevos conocimientos, sino sólo la organización de los ya adquiridos.

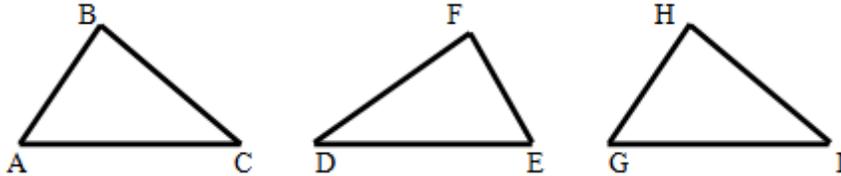
En general, el proceso de desarrollo del razonamiento no puede enmarcarse en los límites de un curso escolar. La adquisición de los niveles superiores, en particular del 3 y el 4, suele ser un proceso de varios años, por lo que no es de extrañar que al terminar el curso los estudiantes sigan estando en el mismo nivel que al principio, si bien estarán más cerca de poder lograr el nivel superior.

También puede ocurrir que a lo largo del curso los estudiantes alcancen un nivel, por lo que el profesor deberá empezar el trabajo que conduce al nivel siguiente. En este sentido, hay que tener en cuenta que los niveles no plantean rupturas en el proceso de aprendizaje, por lo que una vez completado el trabajo de la última fase de un nivel, se debe iniciar el trabajo de la primera fase del nivel siguiente.

Las fases de aprendizaje deben reflejarse en un estilo de enseñanza de la geometría (y de las matemáticas en general) y de organización de la docencia. Las fases 2 y 4 marcan la secuenciación de las actividades para el aprendizaje de un tema y la adquisición de un nivel de razonamiento. La fase 3 debe cubrir toda la actividad en la que intervengan los estudiantes. Las fases 1 y 5 son también importantes y no hay que ignorarlas, aunque tampoco es perjudicial eliminarlas si en un momento dado se ve que son innecesarias.

Congruencias

En el lenguaje corriente, diríamos que dos figuras geométricas son congruentes si tiene exactamente la misma forma y el mismo tamaño. Por ejemplo, los tres triángulos representados a continuación son congruentes:



Una manera de describir la situación es decir que uno cualquiera de estos triángulos puede colocarse sobre cualquier otro que coincida con él exactamente. Así, para ilustrar lo que entendemos al decir que dos triángulos son congruentes, debemos explicar qué puntos han de superponerse dos a dos. Por ejemplo, para llevar el $\triangle ABC$ sobre el $\triangle DEF$, debemos colocar A sobre E , B sobre F , y C sobre D . Podemos escribir así los pares de vértices correspondientes:

$$A \leftrightarrow E$$

$$B \leftrightarrow F$$

$$C \leftrightarrow D$$

Para describir la congruencia del primer triángulo y el tercero, debemos aparear los vértices de esta manera:

$$A \leftrightarrow G,$$

$$B \leftrightarrow F,$$

$$C \leftrightarrow D.$$

¿Cómo aparearíamos los vértices para describir la congruencia del segundo triángulo con el tercero?

Un apareamiento como cualquiera de los descritos se llama una correspondencia biunívoca entre los vértices de los dos triángulos. Si los triángulos coinciden al aparear los vértices de la manera descrita, entonces la correspondencia biunívoca se llama una congruencia entre los dos triángulos. Por ejemplo, las

correspondencias que acabamos de presentar son congruencias. Por otra parte, si escribimos

$$A \leftrightarrow F$$

$$B \leftrightarrow D$$

$$C \leftrightarrow E$$

Obtenemos una correspondencia biunívoca, pero no una congruencia, pues los triángulos primero y segundo no pueden hacerse coincidir mediante este apareamiento particular. Esta correspondencia da lugar a muchas dificultades. \overline{AB} es demasiado corto para que pueda coincidir con \overline{FD} , \overline{AC} es demasiado largo para que pueda coincidir con \overline{FE} , y así sucesivamente.

Todavía podemos escribir más brevemente estas correspondencias. Por ejemplo, la correspondencia

$$A \leftrightarrow E$$

$$B \leftrightarrow F$$

$$C \leftrightarrow D$$

que ofrecimos como primer ejemplo, puede escribirse en una sola línea así:

$$ABC \leftrightarrow DEF$$

Congruencia de Triángulos

En la explicación anterior, se da una explicación intuitiva de lo que es una congruencia. Veamos ahora algunas definiciones, con el propósito de tratar la idea matemáticamente. En el caso de ángulos y segmentos, es fácil expresar exactamente lo que queremos decir.

Dos ángulos son congruentes, si tienen la misma medida. Dos segmentos son congruentes, si tienen la misma longitud.

Sea $ABC \leftrightarrow DEF$ una correspondencia entre los vértices de dos triángulos. Si los pares de lados correspondientes son congruentes, y los pares de ángulos

correspondientes son congruentes, entonces la correspondencia $ABC \leftrightarrow DEF$ se llama una congruencia entre los dos triángulos.

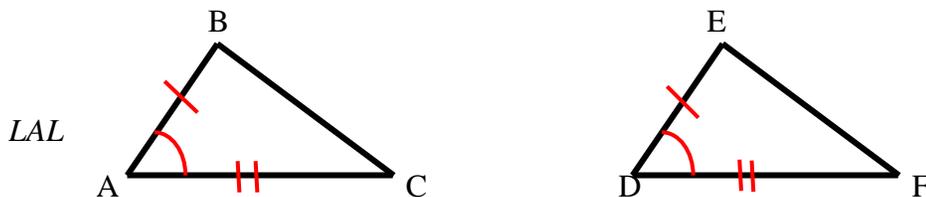
Un lado de un triángulo se dice estar comprendido por los ángulos cuyos vértices son los extremos del segmento.

Un ángulo de un triángulo se dice estar comprendido por los lados del triángulo que están en los lados del ángulo.

Los Criterios de Congruencia para Triángulos

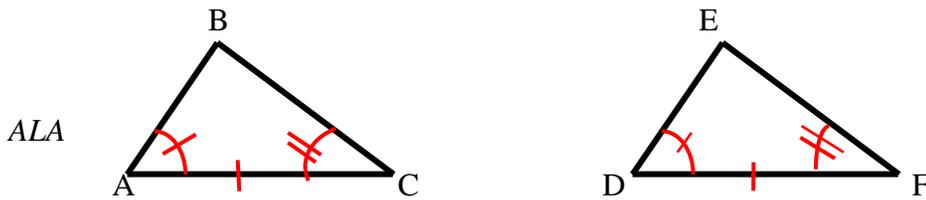
Sin duda, el estudiante habrá descubierto que hay por lo menos tres casos en los cuales podemos concluir que en una correspondencia entre dos triángulos es una congruencia.

En el primer caso, $ABC \leftrightarrow DEF$ se llama una correspondencia **LAL**; con esto, queremos decir que dos lados y el ángulo comprendido del primer triángulo son congruentes con las partes correspondientes del segundo triángulo. (**LAL** representa lado-ángulo-lado). En este caso, se deduce que $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.



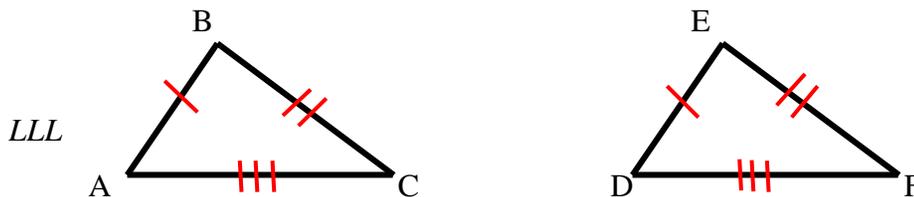
Como $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ y $\angle A \cong \angle D$, entonces $\Delta ABC \cong \Delta DEF$. De aquí se deduce que $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\angle B \cong \angle E$ y $\angle C \cong \angle F$.

En el segundo caso, $ABC \leftrightarrow DEF$ se llama una correspondencia **ALA**; con esto, queremos decir que dos ángulos y el lado comprendido del primer triángulo son congruentes con las partes correspondientes del segundo triángulo. (**ALA** representa ángulo-lado-ángulo). En este caso, se deduce que $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.



En los triángulos ABC y DEF se tiene que $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$ y $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. De aquí se deduce que $\angle B \cong \angle E$, $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ y $\overline{BC} \cong \overline{EF}$.

Finalmente, en el tercer caso, $ABC \leftrightarrow DEF$ se llama una correspondencia **LLL**; con esto, queremos decir que los tres lados del primer triángulo son congruentes con los lados correspondientes del segundo triángulo. (**LLL** representa lado-lado-lado). En este caso, se deduce que $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



Como $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ y $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, entonces $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. De aquí se deduce que $\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$ y $\angle C \cong \angle F$.

2.3 Base Legal

Se tiene, que por la importancia que realiza a esta investigación, es conveniente tomar ciertos documentos legales, aquellos artículos donde se exprese apoyo o basamento a la misma, entre estos se señalan:

La Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999), establece en su Artículo 102 lo siguiente:

“La educación es un derecho humano y un deber social fundamental, es democrática y obligatoria... De máximo interés en todas sus modalidades y como instrumento del conocimiento científico, humanístico y tecnológico al servicio de la sociedad. La educación es un servicio

público y está fundamentado en el respeto a todas las corrientes de pensamiento, con la finalidad de desarrollar el potencial creativo de cada ser humano y el pleno ejercicio de su personalidad en una sociedad democrática basada en la valoración ética del trabajo y en la participación activa, consciente y solidaria en la transformación social y consustanciados con los valores de identidad nacional”.

El Artículo señalado expresa la concepción de la educación, como deber y derecho en la sociedad venezolana, además de que toda persona tiene derecho a lograrla en forma digna, gratuita y obligatoria. Asimismo, especifica el papel del Estado en la función educativa, al asegurar las condiciones y velar por su cumplimiento, teniendo como finalidad el potencial intelectual y la personalidad, en el contexto social.

De igual forma, el Artículo 103 expresa el derecho a la educación en el país, destacando lo siguiente:

Toda persona tiene derecho a una educación integral, de calidad, permanente, en igualdad de condiciones y oportunidades, sin más limitaciones que las derivadas de sus aptitudes, vocación y aspiraciones...A tal fin, el Estado realizará una inversión prioritaria, de conformidad con las recomendaciones de la Organización de las Naciones Unidas. El Estado creará y sostendrá instituciones y servicios suficientemente dotados para asegurar el acceso, permanencia y culminación en el sistema educativo. La ley garantizará igual atención a las personas con necesidades especiales o con discapacidad y a quienes se encuentren privados de su libertad o carezcan de condiciones básicas para su incorporación y permanencia en el sistema educativo. (p. 103)

Con respecto al artículo señalado, se ratifica el derecho a la educación, estableciendo los aspectos que la caracteriza, además de la responsabilidad del Estado, como encargado de velar porque se cumplan tales condiciones, asegurando la disposición de instituciones educativas adecuadas para cumplir los fines educativos y darle educación de calidad a todos los ciudadanos por igual, sin ningún tipo de excepción, sobre todo en lo que se refiere a quienes tengan algún impedimento físico o estén privados de libertad.

De igual forma, destaca la Ley Orgánica de la Educación (2009), cuyo artículo 4 especifica lo siguiente: “La educación como derecho humano y deber social

fundamental orientada al desarrollo del potencial creativo de cada ser humano en condiciones históricamente determinadas” (p. 2) lo cual también constituye una referencia significativa en cuanto al papel de la educación en el contexto social venezolano, sustentada en los postulados de la Carta Magna.

Es de destacar, lo que se considera parte de la formación en el ámbito de las ciencias, como la matemática, reflejado en el Artículo 15, que señala:

La educación, conforme a los principios y valores de la Constitución de la República y de la presente Ley, tiene como fines: ... Desarrollar la capacidad de abstracción y el pensamiento crítico mediante la formación en filosofía, lógica y matemáticas, con métodos innovadores que privilegien el aprendizaje desde la cotidianidad y la experiencia” (p. 11).

En este artículo se establece como uno de los fines educativos la consolidación de las competencias de abstracción y pensamiento crítico en los estudiantes, como elementos clave en su formación y con una significatividad en el contexto cotidianos que comparte con otras personas.

2.4 Definición de Términos

Aprendizaje:

Proceso mediante el cual el sujeto adquiere conocimiento, lo que procesa y lo transforma. (Diccionario Larousse Ilustrado, 2005, p108).

Congruencia:

Según Suárez y Durán (2008), el matemático griego Euclides, unos 300 años antes de Cristo, escribió que dos figuras son congruentes si al colocar una de ellas sobre la otra coinciden exactamente (p. 106).

La congruencia entre dos polígonos como una correspondencia biunívoca entre sus vértices tal que sus ángulos correspondientes son congruentes (tienen la misma medida) y los lados correspondientes son congruentes (tienen la misma longitud). Si a un polígono se le aplica una transformación geométrica se obtiene un polígono

congruente al polígono inicial y entre ambos polígonos existirá una congruencia (p.108).

Estrategia de Aprendizaje:

Una estrategia de aprendizaje es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un estudiante adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas (Díaz Barriga, 1991).

Fases de aprendizaje:

Son los periodos por los que tiene que pasar cada uno de los niveles de razonamientos para alcanzar el siguiente. (González y Larios, 1994)

Niveles de Razonamientos:

Son definidos como los estadios del desarrollo de las capacidades intelectuales del estudiante. (González y Larios, 1994)

Propuesta:

Orozco, Labrador y Palencia. (1999) definen “Proyecto de solución de problemas o satisfacción de necesidades, fundamentado en la experiencia que tiene el autor sobre la situación” (p. 18).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se presenta la metodología que se emplea para desarrollar este estudio. Se considera la naturaleza de la investigación, los actores sociales, las técnicas recogida de la información y las técnicas utilizadas para analizar la información obtenida.

3.1 Tipo y Diseño de Investigación

La presente investigación se ubica dentro del enfoque cuantitativo, que según Hernández, Fernández y Baptista (2010), se basa en “...la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento de una población” (p.5), es decir, se considera la información obtenida de la aplicación de un instrumento, tabulada de manera numérica.

De igual forma, se considera la modalidad de Proyecto Factible, que de acuerdo al Manual de Trabajo de Grado, de Especialización, Maestría y Doctorado de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, UPEL (2006), “Consiste en la investigación, elaboración y desarrollo de una propuestas de un modelo viable para solucionar problemas, requerimientos o necesidades de organizaciones o grupos sociales” (p.7), en este caso, una estrategia para el aprendizaje del contenido de congruencia de triángulos, correspondiente al Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, Barquisimeto, Estado Lara.

Además, la investigación se apoya en un diseño de campo, que según Hernández, Fernández y Batista (ob.cit), “...el diseño permite observar, recolectar los datos directamente de la realidad objeto de estudio...” (p.187), como se considera en la E.B. (MJ) Simón Bolívar, Barquisimeto, Estado Lara.

El diseño de la investigación que se utilizó también es el transversal o transeccional descriptivo, bajo el enfoque no experimental; que según definen los autores citados, consiste en la recolección de datos en un solo momento y su propósito es describir variables y analizar su interrelación en un momento dado (p.186). Asimismo, los autores citados que el enfoque no experimental se fundamenta en la investigación sin manipular las variables, sino observar los hechos, con el fin de describirlos.

3.2 Sujetos de la Investigación

3.2.1 Población

La población es un conjunto de individuos de la misma clase, limitada por el estudio. Según Tamayo y Tamayo (2003), ésta se define “como la totalidad del fenómeno a estudiar donde las unidades de población poseen una característica común la cual se estudia y da origen a los datos de la investigación” (p.114).

En la presente investigación, se consideraron estudiantes cursantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, durante el año escolar 2013-2014, a saber, ciento veintidós (122) estudiantes de las cuatro (4) secciones con la siguiente tabla de distribución:

| <i>Sección</i> \ <i>Genero</i> | <i>Femeninos</i> | <i>Masculino</i> | <i>TOTAL</i> |
|--------------------------------|------------------|------------------|--------------|
| <i>2 A</i> | 20 | 11 | 31 |
| <i>2 B</i> | 14 | 14 | 28 |
| <i>2 C</i> | 18 | 15 | 33 |
| <i>2 D</i> | 15 | 15 | 30 |
| <i>TOTAL</i> | 67 | 55 | 122 |

3.2.2 Muestra

La muestra se asume como una parte de la población, de la cual se obtiene la información en torno a la temática en estudio. Para Tamayo y Tamayo (ob.cit) “es el grupo de individuos que se toma de la población, para estudiar un fenómeno estadístico” (p. 38). En este caso, la muestra de estudio estuvo conformada por noventa y cuatros (94) estudiantes cursantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar.

Para efecto de la investigación, se requirió del cálculo de una muestra de estudio, la cual es delimitada mediante un muestreo aleatorio simple o al azar, donde todos los integrantes tienen la misma probabilidad de ser seleccionados. Para dicha selección de la muestra se aplicó la fórmula de Campbell y Stanley (citado por Sierra, 2004), dando como resultados una muestra de 94 estudiantes, distribución por género:

| Genero <i>Sección</i> | <i>Femenino</i> | <i>Masculino</i> | <i>TOTAL</i> |
|---------------------------------|-----------------|------------------|--------------|
| <i>2 A</i> | 20 | 11 | 31 |
| <i>2 C</i> | 18 | 15 | 33 |
| <i>2 D</i> | 15 | 15 | 30 |
| <i>TOTAL</i> | 53 | 41 | 94 |

$$n = \frac{4xNxpqxq}{E^2x(N-1) + 4xpxq}$$

Donde:

n = Tamaño de la muestra

4= Constante

N = Tamaño de la población

p = Probabilidad de éxito

q = Probabilidad de fracaso

E = Error muestral

$$n = \frac{4x122x50x50}{25x121 + 4x2500} = 93.66 \approx 94 \text{ estudiantes}$$

La selección de los estudiantes de las tres secciones se realizó teniendo presente que el investigador tenía asignado esa matrícula y la sección “B” estaba a cargo de otro docente de la especialidad.

Distribución de estudiantes de acuerdo al género y a las edades:

| <i>Edad</i> <i>Genero</i> | <i>11</i> | <i>12</i> | <i>13</i> | <i>14</i> | <i>15</i> |
|------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>Femenino</i> | 3 | 25 | 22 | 3 | 0 |
| <i>Masculino</i> | 1 | 27 | 10 | 1 | 2 |
| <i>Total</i> | 4 | 52 | 32 | 4 | 2 |

3.3 Procedimiento

El estudio sobre una estrategia para el aprendizaje del contenido de congruencia de triángulos, correspondiente al Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, Barquisimeto, Estado Lara, se desarrolló en tres fases, correspondientes al proyecto factible y que según la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, UPEL (ob.cit) son las siguientes:

Fase I. Diagnóstico: Esta fase estará constituida por la investigación de campo de carácter descriptivo, cuya finalidad fue aportar elementos para la elaboración de una estrategia para el aprendizaje de los conceptos y destrezas implicados en el tema de congruencia de triángulos. En ella se aplicaron las técnicas e instrumentos considerados.

Fase II. Estudio de la factibilidad: Para el desarrollo de la investigación como proyecto factible, es necesario determinar su viabilidad. Por lo tanto, se realizaron los siguientes estudios: estudio de mercado para conocer la oferta y la demanda, estudio técnico, donde se incluyó lo concerniente a: proceso a seguir, el personal, la disponibilidad. Asimismo, el aspecto financiero se refiere a los costos, de los cuales la institución involucrada en el estudio está de acuerdo en cubrir para la ejecución del proyecto.

Fase III. Diseño: La elaboración de una estrategia para el aprendizaje correspondiente al tema de congruencia de triángulos para estudiantes de las secciones B y D de la E.B (MJ) Simón Bolívar, de Barquisimeto – Estado Lara, se elaboró como producto de los resultados obtenidos en la observación indirecta como diagnóstico y de las consideraciones teóricas referidas a los elementos matemáticos, curriculares, cognitivos y didácticos tratados en el Capítulo II.

3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

Las técnicas de recolección de información se orientan a especificar cómo se hará la investigación. De acuerdo con Arias (2006) “son las distintas formas o maneras de obtener información” (p. 76). Asimismo, Hernández, Fernández y Baptista (ob.cit), señalan que un instrumento de medición adecuado es aquel que registra datos observables que representan verdaderamente a los conceptos o variables que el investigador tiene en mente.

El instrumento es una herramienta destinada a documentar el desempeño de una persona, verifica los resultados obtenidos (logros) y evaluar los productos elaborados, de acuerdo con una norma o parámetro previamente definido, en la que establecen los mecanismos y criterios que permiten determinar competencias, habilidades, destrezas, conocimientos, actitudes y valores, puestas en juego en el ejercicio de una acción en un contexto determinado.

Para el presente estudio, se utilizó un diagnóstico, a través de una observación indirecta de contenidos referidos al tema y aplicada a los sujetos del estudio del Segundo Año de Educación Media General de la Escuela Básica (MJ) “Simón Bolívar”. La misma se refiere a la práctica demostrativa, la cual constituye un valioso instrumento de medición en el análisis educacional, puesto que son una serie de estímulos que se le presentan a un individuo para suscitar respuestas, además de tener como condición indispensable la objetividad, que se muestra por un nivel máximo de concordancia entre los calificadores.

La observación indirecta estaba estructurada por un tipo de cuestionario que consistió en catorce (14) ítems de selección múltiple, que se aplicó en el momento en que se va a abordar el estudio del tema, después de haber desarrollado los contenidos de traslaciones y rotaciones en el plano.

3.5 Validez del Instrumento

La validez es el grado en que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir, es decir, se basa en la necesidad de discernimiento y juicio entre expertos, los cuales realizarán un análisis de los reactivos y los correlacionarán con el contenido teórico, a fin de verificar la validez del constructo y determinar si lo que se pretende medir está acorde con el tema planteado y dar su aprobación para ser aplicado. A su vez, clasifican la validez del instrumento en tres tipos: validez del constructo, validez de criterio y validez de contenido. Respecto a la última de ellas, Hernández, Fernández y Baptista (ob.cit) la definen como la manera en que “un instrumento de medición debe contener todos los ítems del dominio de contenido de los aspectos a medir” (p. 209).

Para dar consistencia a los resultados a obtener a través del instrumento de recolección seleccionado para ésta investigación, se realizó un análisis en el cual se determinó la validez de su contenido. Como método para estimarla se utilizó el juicio de expertos. Éste equipo estuvo constituido por cinco (5) expertos en la materia y, vinculados con el tema de la investigación en curso, como son matemática y geometría, quienes emitieron sus observaciones, las cuales fueron tomadas en cuenta para el diseño definitivo del instrumento a emplearse en esta investigación y luego determinar la homogeneidad del mismo. Para ello se les entregaron los objetivos de la investigación, la tabla de especificaciones de los aspectos a investigar y el instrumento diseñado, del cual evaluaron la claridad, congruencia, redacción y pertinencia de los ítems y su correspondencia con los objetivos e indicadores de las dimensiones en estudio.

3.6 Confiabilidad del Instrumento

Con relación a este aspecto, según Rodríguez, Ocha y Pineda (2012), “la confiabilidad es la capacidad del instrumento de registrar los mismos resultados en distintas ocasiones, bajo las mismas condiciones y sobre la misma selección muestral” (p.98).

Para determinar la confiabilidad del cuestionario se efectuó a través de coeficiente Kuder Richardson, para demostrar la confiabilidad en una estructura de preguntas. Para obtener la valoración de la confiabilidad propuesta por el autor antes mencionado se utilizó la siguiente formula:

$$KR_{20} = \left[\frac{N}{N-1} \right] \cdot \left[\frac{s_t^2 - \sum P_i * Q_i}{S_t^2} \right]$$

En la presente investigación el coeficiente obtenido de 0,67 de grado alto, lo que indica que al aplicar el instrumento varias veces a un mismo grupo en condiciones similares se observaran resultados parecidos en grado Alto. Del mismo modo significa, que de cada cien (100) veces que se aplique el instrumento a un mismo grupo en condiciones similares, se observarán resultados parecidos en 67 oportunidades.

A continuación se presenta la Escala de Person para la interpretación del coeficiente de confiabilidad:

| Rango | Magnitud |
|-------------|----------|
| 0,81 a 1,00 | Muy Alta |
| 0,61 a 0,80 | Alta |
| 0,41 a 0,60 | Moderada |
| 0,21 a 0,40 | Baja |
| 0,01 a 0,20 | Muy Baja |

Fuente: Pinto, A. y Pernalet, N. (2003)

3.7 Técnicas de Análisis de los Datos

Al culminar la fase de recolección de la información, los datos, han de ser sometidos a un proceso de elaboración técnica, que permite recontarlos y resumirlos, antes de introducir el análisis diferenciado a partir de procedimientos estadísticos y posibilitar la interpretación y el logro de conclusiones a través de los resultados obtenidos. En este sentido, esta fase de desarrollo del proyecto de investigación, comprende, además de la incorporación de algunos lineamientos generales para el análisis e interpretación de los datos; su codificación y tabulación; sus técnicas de presentación; y el análisis estadístico que se introducirán a los mismos.

Para analizar la información obtenida de los datos aportados por los instrumentos diseñados se analizó ítem por ítem mediante la frecuencia absoluta del número de aciertos y desaciertos, es necesario procesar, analizar, comparar y representarlos de manera que la cuantificación y tratamiento estadístico permitan sustentar la propuesta.

Primeramente, se realizó la codificación de los datos, con la finalidad de asignar a cada respuesta un valor numérico, esto para facilitar el conteo de los datos. Posteriormente se tabulan los datos para determinar la frecuencia de los casos que se presentan. Luego de realizar la tabulación y codificación se hacen los cuadros y gráficos, para analizarlos en forma cuantitativa.

CAPITULO IV

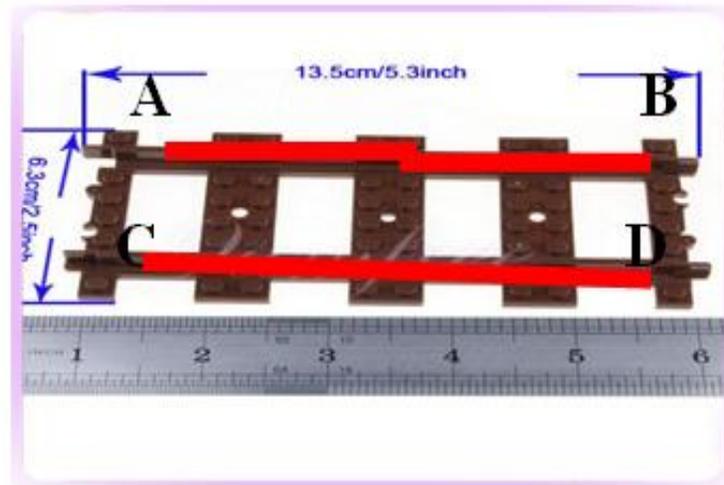
4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1 Interpretación de los Resultados

Para el desarrollo de este capítulo, luego de la aplicación de los instrumentos a los estudiantes cursantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar considerados como muestra, los resultados fueron analizados para dar respuesta a las interrogantes planteadas, a fin de dar cumplimiento a los objetivos de la investigación, considerado además como una fuente de información para el establecimiento de las conclusiones que reflejen la realidad actual, las cuales se derivan de la realización del trabajo en estudio cuya orientación principal fue la elaboración de una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos en el Segundo Año de Educación Media General de dicha institución educativa.

En esta perspectiva, para el análisis de los datos se tomó en cuenta cada uno de los ítems presentados en el instrumento aplicado. Asimismo, se utilizó el procedimiento de la estadística descriptiva, que según Sabino (ob.cit), plantea la presentación de los resultados en cuadros y gráficos. El proceso de análisis de los resultados se realizó atendiendo a la estructura de la observación indirecta que fue diseñada y sustentado por el fundamento teórico, los cuales se presentan a continuación.

Ítem1:



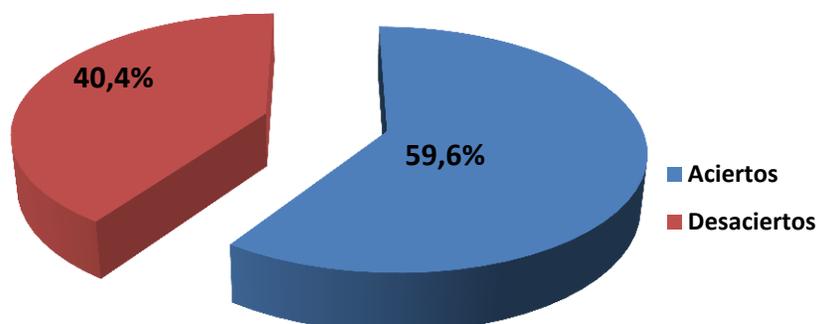
- a) $\overline{AB} \neq \overline{CD}$
- b) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
- c) $\overline{AB} = 20\text{cm}$ y $\overline{CD} = 5\text{cm}$
- d) \overline{AB} es mayor que \overline{CD}

Tabla: 1

| | f | % |
|-------------|-----|------|
| Aciertos | 56 | 59.6 |
| Desaciertos | 38 | 40.4 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

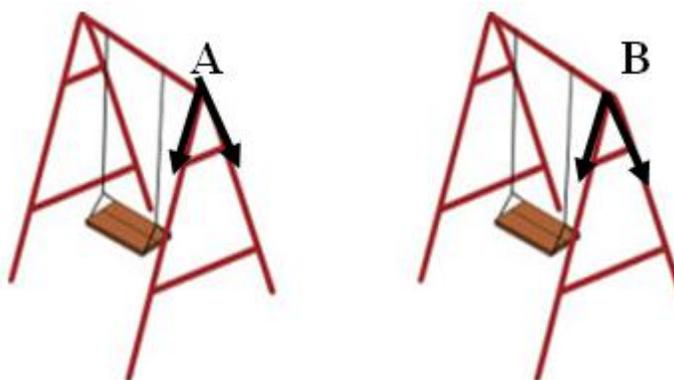
Grafica 1: Respuestas en el Ítem 1



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Los resultados del ítem N⁰ 1 indican que el 59.6% de los estudiantes acertaron en reconocer las características de congruencia, mientras que el 40.4% restante no acertaron en las respuestas. Por ello, se considera que existen fortalezas en la mayoría de ellos con respecto a este valor, al observar estas condiciones expresadas en el ítem.

Ítem 2:



- a) $\sphericalangle A \cong \sphericalangle B$
- b) $\sphericalangle A$ es mayor que $\sphericalangle B$

c) $\nexists A \text{ es menor que } \nexists B$

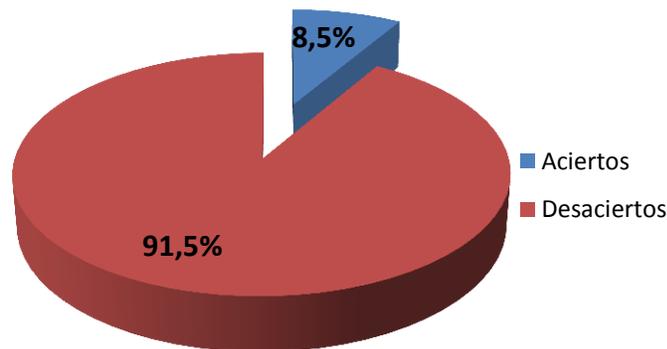
d) $\nexists A \neq \nexists B$

Tabla: 2

| | <i>f</i> | % |
|-------------|----------|------|
| Aciertos | 8 | 8.5 |
| Desaciertos | 86 | 91.5 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

Gráfica 2: Respuestas en el ítem 2



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: De acuerdo con los resultados obtenidos en el ítem N° 2, se observa que el 8.5% de los estudiantes acertaron en sus respuestas, es decir; reconoce la característica de congruencia, mientras el 91.5% no acertaron, lo cual se considera una debilidad en este aspecto del cuestionario.

Ítem3:



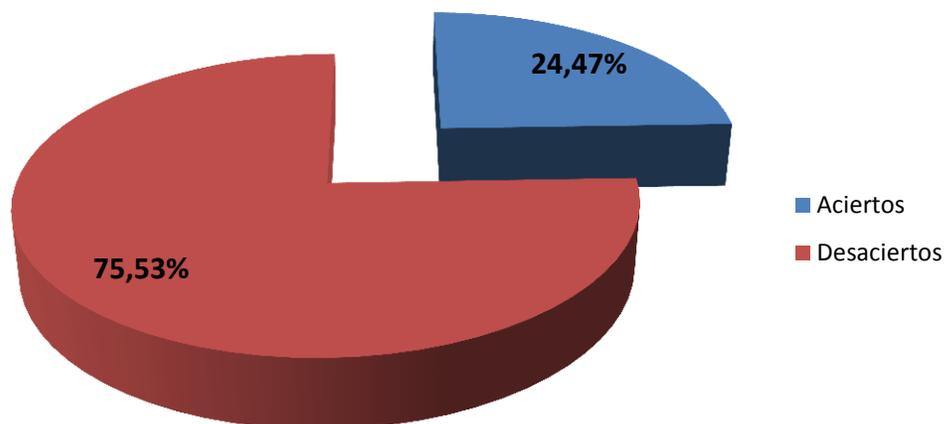
- a) La moneda 1 tiene mayor diámetro que la moneda 2
- b) La moneda 2 tiene mayor diámetro que la moneda 1
- c) La moneda 1 es congruente con la moneda 2
- d) Ninguna de las anteriores

Tabla 3:

| | <i>f</i> | % |
|--------------------|----------|-------|
| Aciertos | 23 | 24.47 |
| Desaciertos | 71 | 75.53 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

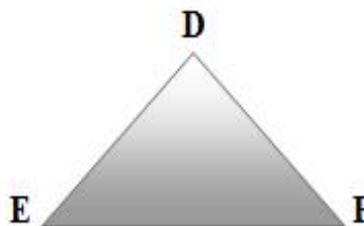
Grafica 3: Respuestas en el ítem 3



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: En el ítem N°3 se observa que un 24.47% de los estudiantes acertaron en la respuesta, por lo cual se infiere que utilizan propiedades visuales para identificar las congruencias. Asimismo, el 75.52% no acertaron se considera una debilidad en este grupo.

Ítem 4:



a) ΔABC es mas grande que el ΔDEF

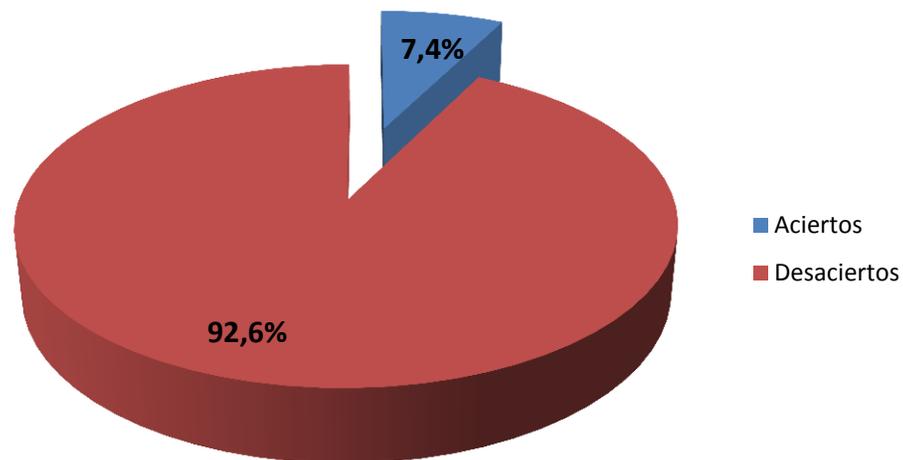
- b) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
- c) $\Delta ABC \neq \Delta DEF$
- d) ΔDEF es mas pequeño que el ΔABC

Tabla: 4

| | f | % |
|-------------|----|------|
| Aciertos | 7 | 7.4 |
| Desaciertos | 87 | 92.6 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

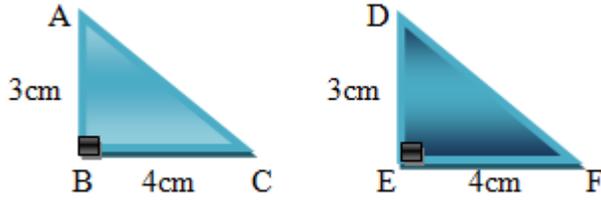
Grafica 4: Respuestas en el ítem 4



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Los resultados del ítem N° 4 indican que solamente un 7.4% de los estudiantes considerados como muestra acertaron, es decir; utilizan las propiedades de visualización para identificar las congruencias, mientras el 92.5% no acertaron, por lo que se deduce una debilidad en el manejo de este contenido.

Item 5:



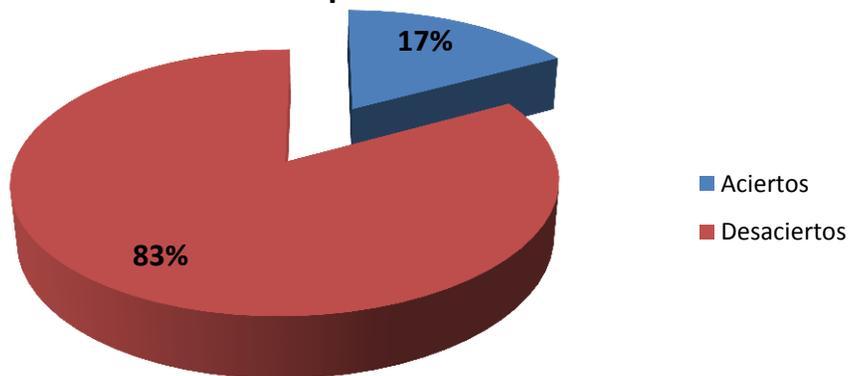
- a) $\Delta ABC \neq \Delta DEF$
- b) ΔABC es mas grande que el ΔDEF
- c) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
- d) ΔDEF es mas grande que el ΔABC

Tabla: 5

| | f | % |
|-------------|----|-----|
| Aciertos | 16 | 17 |
| Desaciertos | 78 | 83 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

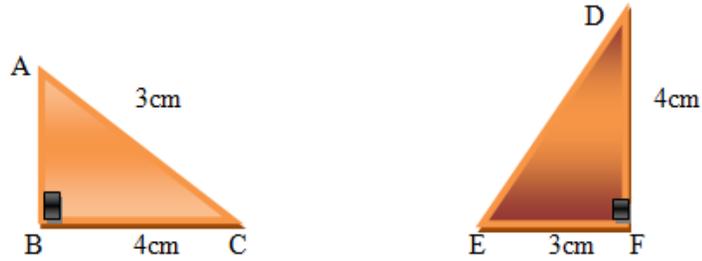
Grafica 5: Respuestas en el ítem 5



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Con respecto a los resultados obtenidos en el ítem N° 5, se observa que el 17% de los estudiantes consultados acertaron en la respuesta, es decir; identifican en casos concretos las características de congruencias, mientras que un 83% no acertaron, lo cual se considera una debilidad en la mayoría.

Ítems 6:



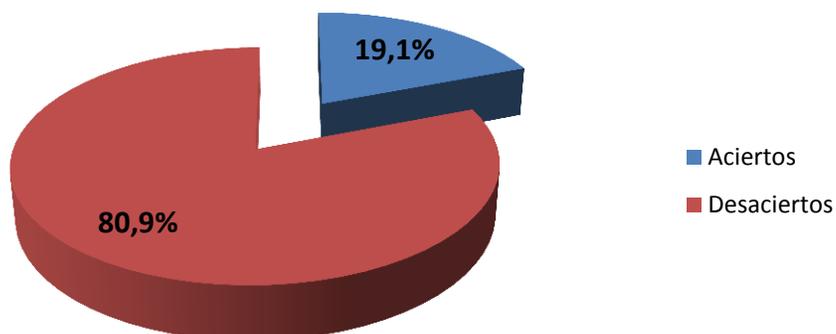
- a) $\Delta ABC \neq \Delta EFD$
- b) ΔABC es mas grande que el ΔEFD
- c) ΔEFD es mas grande que el ΔABC
- d) $\Delta ABC \cong \Delta EFD$

Tabla: 6

| | f | % |
|--------------------|----|------|
| Aciertos | 18 | 19.1 |
| Desaciertos | 76 | 80.9 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

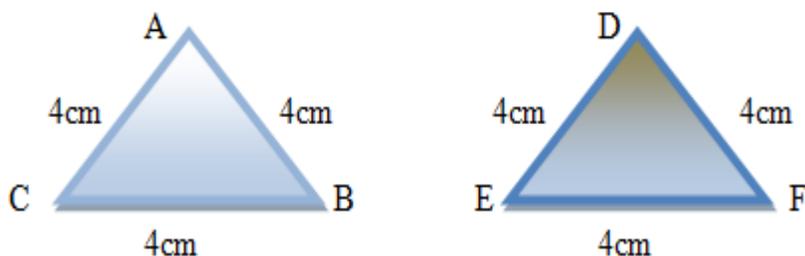
Grafica 6: Respuestas en el ítem 6



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Los resultados del ítem N° 6 indican que el 19.1% de los estudiantes acertaron, por lo que se infieren utilizan explícitamente las definiciones de traslación, giro y congruencia en las explicaciones de las actividades realizadas en esta prueba. De igual forma, el 80.9% de quienes no acertaron hacer ver una debilidad con respecto a este contenido.

Ítem 7:



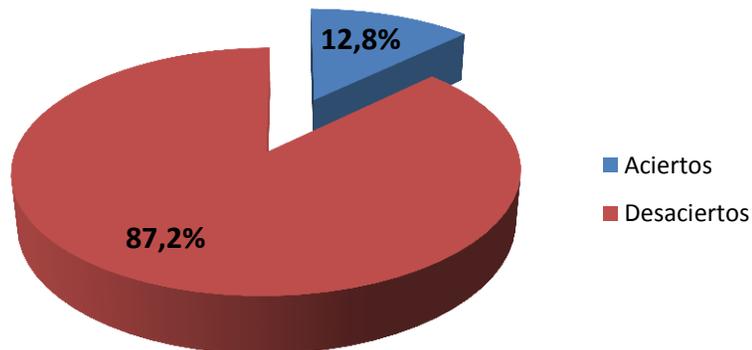
- a) $\triangle ABC \cong \triangle DFE$
- b) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle DFE$
- c) $\triangle DFE$ es mas grande que el $\triangle ABC$
- d) $\triangle ABC \neq \triangle DFE$

Tabla: 7

| | f | % |
|-------------|----|------|
| Aciertos | 12 | 12.8 |
| Desaciertos | 82 | 87.2 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

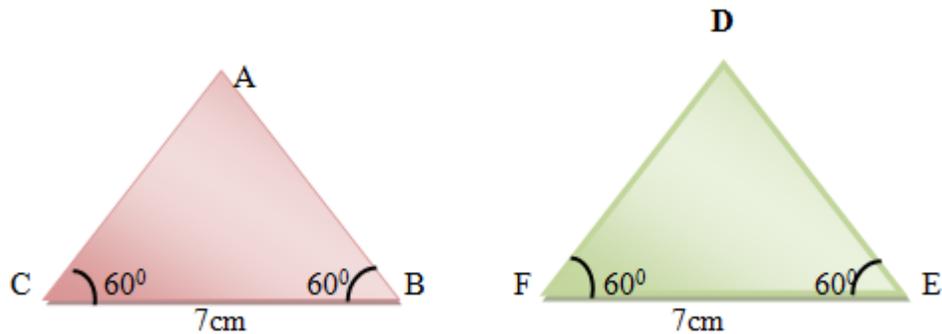
Respuestas en el ítem 7



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: De acuerdo con la respuesta emitidas en el ítem N° 7, se observa que el 12.8% de los estudiantes acertaron al identificar en casos concretos las características de congruencias, mientras el 87.2% no acertaron. De esto, se infiere que la mayoría no posee información que le permita reconocer estos aspectos.

Ítems 8:



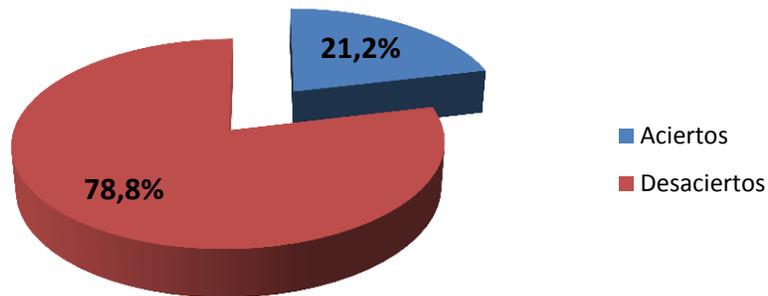
- a) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
- b) ΔABC es mas grande que el ΔDEF
- c) $\Delta ABC \neq \Delta DEF$
- d) ΔDEF es mas grande que el ΔABC

Tabla: 8

| | <i>f</i> | % |
|--------------------|----------|------|
| Aciertos | 20 | 21.2 |
| Desaciertos | 74 | 78.8 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

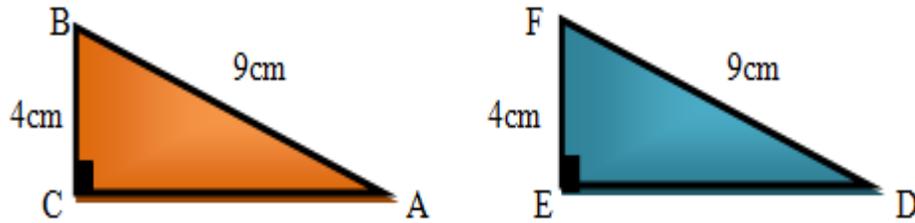
Gráfica 8: Respuestas en el ítem 8



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Los resultados expresados en el ítem N° indican que el 21.2% de los estudiantes acertaron en sus respuestas, por lo cual se infiere que identifican en casos concretos las características de congruencias; pero es de destacar que el 78.8% no acertaron, por lo que se infiere una debilidad en este aspecto relacionado con los ángulos en un triángulo.

Ítem 9:



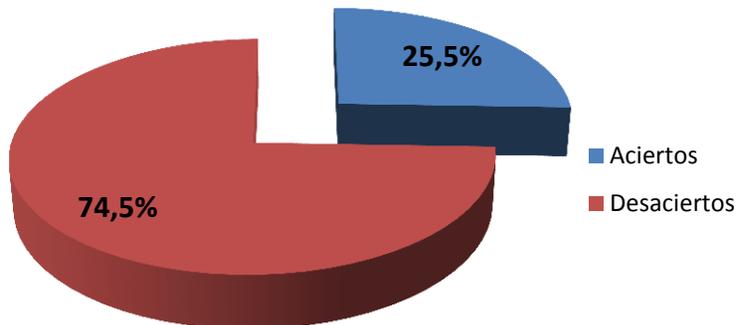
- a) ΔBCA es mas grande que el ΔFED
- b) $\Delta BCA \cong \Delta FED$
- c) $\Delta BCA \neq \Delta FED$
- d) ΔBCA es mas grande que el ΔFED

Tabla: 9

| | <i>f</i> | % |
|--------------------|----------|------|
| Aciertos | 24 | 25.5 |
| Desaciertos | 70 | 74.5 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

Grafica 9: Respuestas en el ítem 9



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Los resultados obtenidos en el ítem N° 9 indican que el 25.5% de los estudiantes acertaron en las respuestas, lo cual hace inferir que este grupo identifica en casos concretos las características de congruencias. Mas, se observa una debilidad en los encuestados, dado que el 74.5% de estudiantes no acertaron al reconocer este aspecto en el ejercicio planteado.

Item 10:



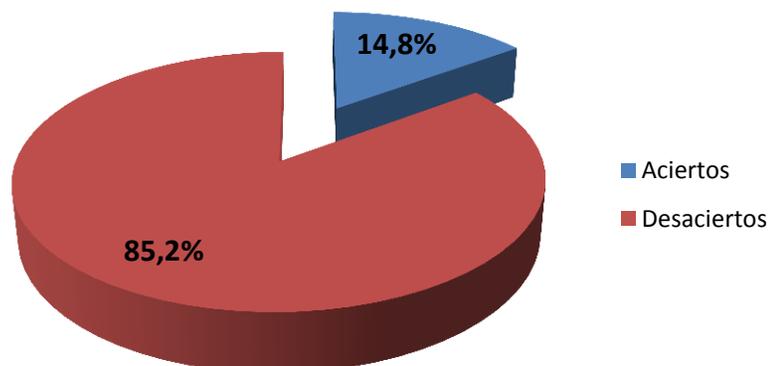
- a) $\triangle ABD$ es mas grande que el $\triangle DCA$
- b) $\triangle ABD \cong \triangle DCA$
- c) $\triangle ABD \neq \triangle DCA$
- d) $\triangle DCA$ es mas grande que el $\triangle ABD$

Tabla: 10

| | <i>f</i> | % |
|--------------------|----------|------|
| Aciertos | 14 | 14.8 |
| Desaciertos | 80 | 85.2 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

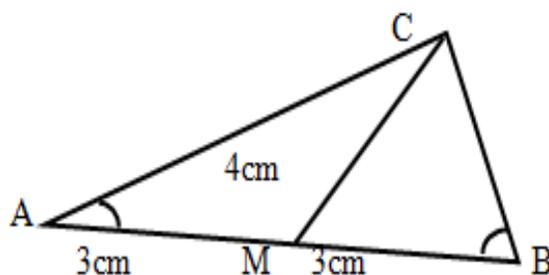
Grafica 10: Respuestas en el ítem 10



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Con relación a los resultados obtenidos en el ítem N° 10, se observa que el 14.8% de los estudiantes acertaron, es decir; completan el estudio de las congruencias y sus relaciones con otras congruencias, pero se considera una debilidad expresada en el 85.2% que no acertaron.

Ítem 11:



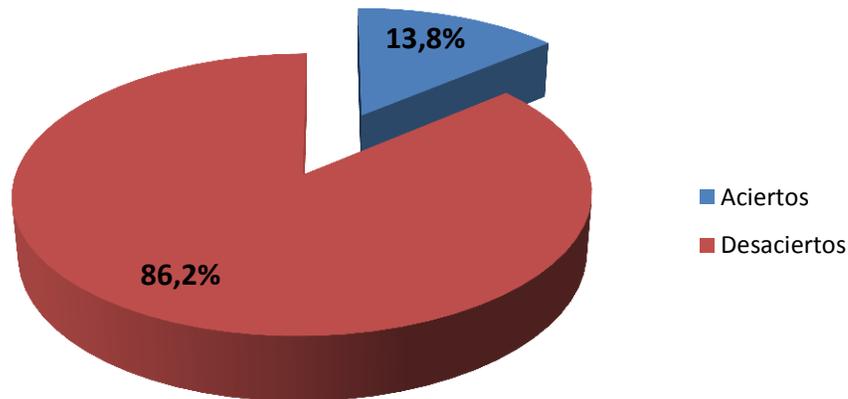
- a) $\triangle ACM$ es mas grande que el $\triangle CMB$
- b) $\triangle CMB \neq \triangle ACM$
- c) $\triangle ACM$ es mas grande que el $\triangle CMB$
- d) $\triangle ACM \cong \triangle CMB$

Tabla: 11

| | <i>f</i> | % |
|-------------|----------|------|
| Aciertos | 13 | 13.8 |
| Desaciertos | 81 | 86.2 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

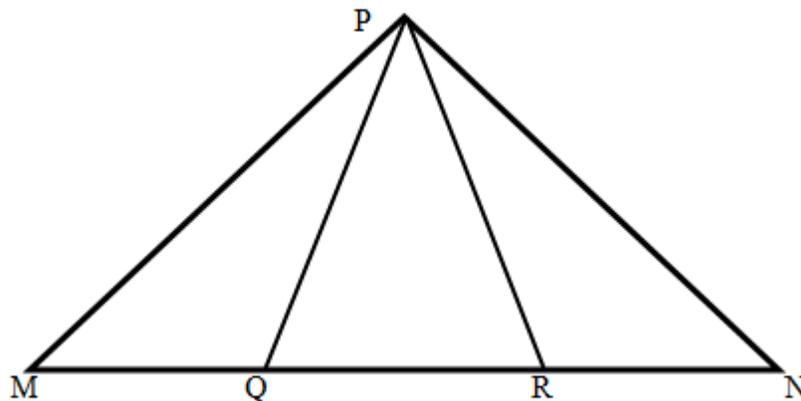
Grafica 11: Respuestas en el ítem 11



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: De acuerdo con los resultados emitidos por los estudiantes cursantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar en el ítem N° 11, destaca que el 13.8% de los mismos acertaron en sus respuestas, por lo cual se infiere que este grupo completa el estudio de las congruencias y sus relaciones con otras congruencias; asimismo, el 86.2% que no acertaron hacen deducir que presentan una debilidad en relación con este aspecto.

Ítem 12:

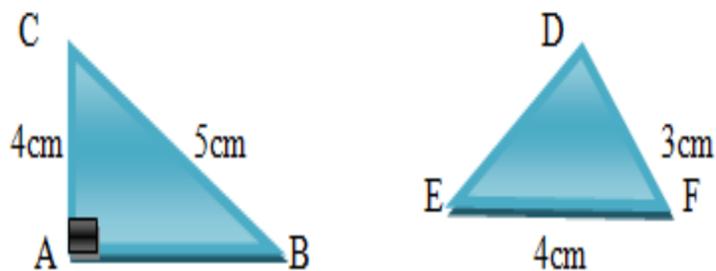


$$\overline{MQ} = \overline{QR} = \overline{RN}$$

Probar que ΔPMN es isosceles

Interpretación: Los resultados del ítem N° 12 indican que el 0% de los estudiantes no realizaron la actividad, es decir; la totalidad de la muestra no establece relaciones entre las propiedades de las congruencias y deducen nuevas propiedades.

Item 13:



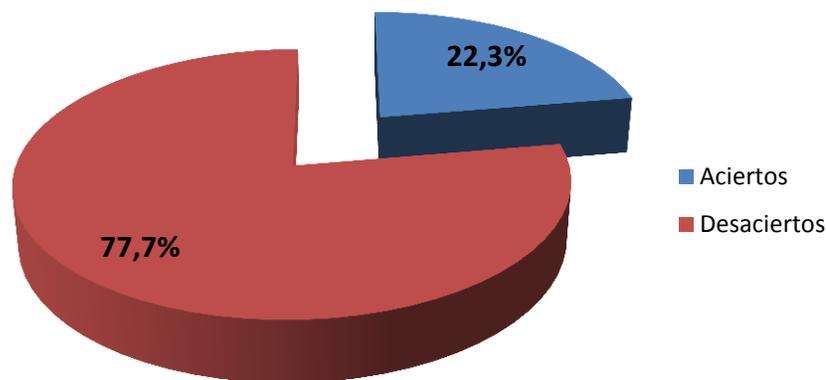
- a) $\Delta ABC \neq \Delta DEF$
- b) ΔABC es mas grande que el ΔDEF
- c) ΔDEF es mas grande que el ΔABC
- d) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

Tabla: 13

| | <i>f</i> | % |
|--------------------|----------|------|
| Aciertos | 21 | 22.3 |
| Desaciertos | 73 | 77.7 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

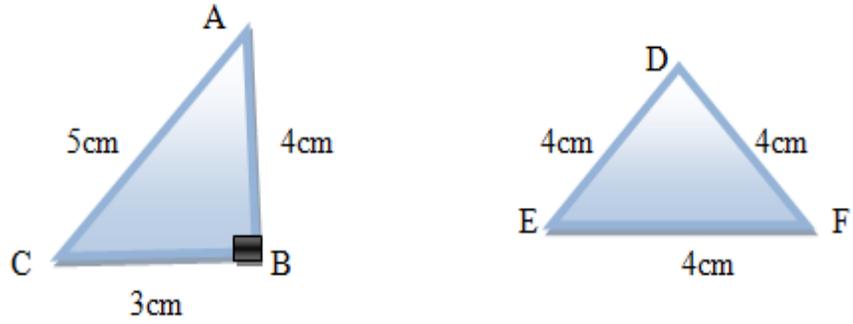
Gráfica 13: Respuestas en el ítem 13



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Los resultados del ítem N° 13 indican que el 22.3% de los estudiantes cursantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar acertaron en las respuestas, es decir; utilizan explícitamente las definiciones de traslación, giro y congruencia en las explicaciones de las actividades realizadas. Pero, se observa una debilidad en la mayoría, por cuanto el 77.7% de los estudiantes no acertaron.

Items 14:



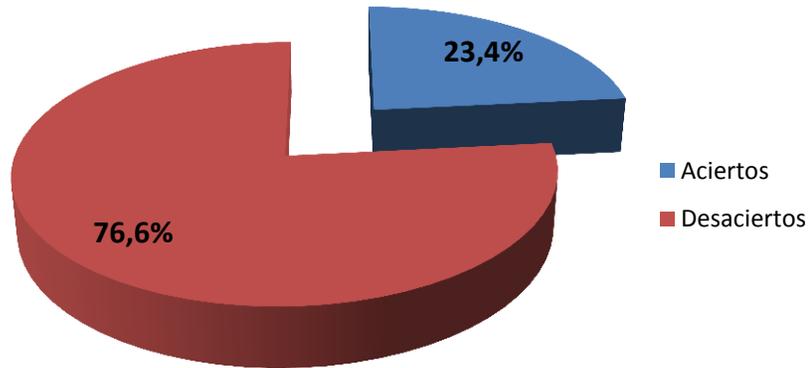
- a) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$
- b) ΔABC es mas grande que el ΔDEF
- c) $\Delta ABC \neq \Delta DEF$
- d) ΔDEF es mas grande que el ΔABC

Tabla: 14

| | <i>f</i> | % |
|--------------------|----------|------|
| Aciertos | 22 | 23.4 |
| Desaciertos | 72 | 76.6 |
| Total | 94 | 100 |

Fuente: Instrumento aplicado por Yépez (2013)

Grafica 14: Respuestas en el ítem 14



Fuente: Yépez (2013)

Interpretación: Los resultados del ítem N° 14 indican que el 23.4% de los estudiantes acertaron en la respuesta, es decir; utiliza explícitamente las definiciones de traslación, giro y congruencia en las explicaciones de las actividades realizadas, mientras el 76.6% no acertaron, por lo que se infiere una debilidad en la mayoría.

Al considerar las respuestas emitidas por los estudiantes en el instrumento desarrollado y dirigido a diagnosticar los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele, en el contenido de congruencia de triángulos, se observa que demostraron conocimiento en pocos aspectos relacionados con la temática tratada.

Con relación a lo señalado, destaca que, en el primer ejercicio, la mayoría de encuestados acertaron en reconocer las características de congruencia. Pero en el resto se manifestaron debilidades, por cuanto un número significativo de estudiantes no reconocen características de la congruencia y pocos utilizan las propiedades visuales y de visualización para identificar las congruencias ni en casos concretos las características de congruencias. Esto mismo se evidencia en la identificación explícita de las definiciones de traslación, giro y congruencia.

Otros aspectos a considerar como debilidades son las respuestas en cuanto a la identificación, en casos concretos, de las características de congruencias ni completan el estudio de las congruencias y sus relaciones con otras congruencias, no establecen relaciones entre las propiedades de las congruencias y deducen nuevas propiedades. Aunado a ello, solamente algunos estudiantes utilizan explícitamente las definiciones de traslación, giro y congruencia en las explicaciones de las actividades realizadas, además que utilizan explícitamente las definiciones de traslación, giro y congruencia en las explicaciones de las actividades realizadas

4.2 Conclusiones

En atención a los objetivos del estudio, proponer una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulo en el Segundo Año de Educación Media general de la E. B. (MJ) Simón Bolívar y el análisis e interpretación de los resultados, se llegó a las siguientes conclusiones:

Los estudiantes, en general, demostraron que poseen poco dominio del contenido de congruencia de triángulo, correspondiente al Segundo Año de Educación Media General, situación que se refleja en las respuestas dadas en la resolución de problemas geométricos, como ejemplo: congruencia de polígonos, simetría axial, isometría, congruencia de triángulos, criterios de congruencias.

En este sentido, la mayoría de ellos no acertaron en los ítems relacionados con el reconocimiento de las características de congruencia, así como en la aplicación de las propiedades visuales y de visualización para identificar las congruencias en los ejercicios sugeridos, por lo que se puede decir que desconocen o poseen escasos conocimientos sobre el tema.

De igual manera, destaca que muy pocos estudiantes acertaron al identificar en casos concretos las características de congruencias y utilizar explícitamente las definiciones de traslación, giro y congruencia en las explicaciones de las actividades realizadas en esta prueba. Asimismo, un bajo porcentaje de estos lograron completar el estudio de las congruencias y sus relaciones con otras congruencias, aunado a que ninguno respondió al probar que un triángulo dado era isósceles, lo cual evidencia un bajo conocimiento en la mayoría.

Después de realizar el análisis e interpretación de los resultados obtenidos mediante la aplicación del instrumento a los Estudiantes del Segundo Año de la E.B (MJ) Simón Bolívar, de Barquisimeto – Estado Lara se puede decir que los estudiantes tienen un conocimiento geométrico muy poco, con un profundo desconocimiento en cuanto a la capacidad para relacionar y aplicar conceptos, que son la base del pensamiento geométrico.

4.3 Recomendaciones

Con base a las conclusiones del estudio, se presentan a continuación algunas recomendaciones que servirán para sustentar la estrategia de aprendizaje propuesta en el contenido de congruencia de triángulo en el Segundo Año de Educación Media general de la E. B. (MJ) Simón Bolívar:

Presentar la propuesta de estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulo a los docentes de la institución, destacando sus beneficios y su aporte para que los estudiantes puedan aplicarlo en la resolución de problemas que le faciliten la construcción del pensamiento geométrico en este nivel.

A los docentes, desarrollar diferentes actividades en el aula, que permitan afianzar el conocimiento y, sobre todo, el interés de los estudiantes hacia los temas de matemática, haciendo énfasis en el contenido de congruencia de triángulo mediante la visualización.

Los docentes deben realizar un seguimiento permanente de los conocimientos y experiencias en los estudiantes, con el fin de canalizar acciones efectivas en cuanto a la orientación para la construcción del conocimiento, en los cuales exalten las potencialidades de una manera dinámica, creativa e innovadora. Asimismo, practicar diagnósticos previos a los procesos educativos, a fin de considerar todos los elementos antes de planificar.

Promover la investigación, como un recurso para que los estudiantes sustenten sus conocimientos, aprovechándose de la tecnología existente. Asimismo, orientar este proceso de búsqueda con actividades que orienten el pensamiento, evitando el memorismo.

Aprovechar la realidad de los estudiantes como punto de referencia en las actividades de aula, es decir, incluir problemas relacionados directamente con la vida cotidiana. Y en este proceso, es importante que los estudiantes sientan que no sólo preguntan porque no entendieron, sino propiciar su participación como medio de fortalecer la actividad de aula.

Para dar respuesta al objetivo de diseñar una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, seguidamente se presenta la información, producto de este proceso investigativo.

Se recomienda continuar el estudio en la comprensión geométrica de los estudiantes por género y por edad.

CAPÍTULO V

5. PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos en el Segundo Año de Educación Media general de la E. B. (MJ) Simón Bolívar.

5.1 Introducción

En el contexto de una realidad social dinámica y muy cambiante, la educación se presenta como un aspecto clave para lograr el desarrollo de las personas, en sus diferentes niveles y modalidades. Es evidente que los cambios sociales inciden en el desarrollo de las actividades educativas, por lo cual se requiere mantener o incorporar innovaciones que permitan mantener calidad en el proceso formativo.

Para cumplir con el fin de fortalecer la calidad educativa, el docente debe estar a la par de las transformaciones, paradigmas o innovaciones que surgen en diferentes escenarios, con el propósito de desarrollar sus actividades académicas de la mejor manera, contribuyendo a la excelencia de los estudiantes y el resto de los actores educativos, en un proceso consensuado de trabajo.

Con el propósito de lograr un aprendizaje significativo, es preciso asumir estrategias adecuadas a las condiciones de los estudiantes, el contexto educativo, el área del saber. En matemática, la cual amerita de los docentes la utilización de estrategias creativas, innovadoras y motivadoras, con el propósito de involucrar a los estudiantes, llamar su atención e interés, asegurando su participación en cada una de

las actividades.

5.2 Objetivos de la Propuesta

General

Desarrollar la estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia de triángulos en el Segundo Año de Educación Media general de la E. B. (MJ) Simón Bolívar, para que los estudiantes adquieran un aprendizaje significativo de esta temática.

Específicos

- Identificar los elementos que conforman la congruencia de triángulos.
- Presentar el fundamento teórico de la congruencia de triángulos de una forma innovadora.
- Proponer actividades para el reconocimiento de los pasos a seguir en el estudio de la congruencia de triángulos.

5.3 Justificación

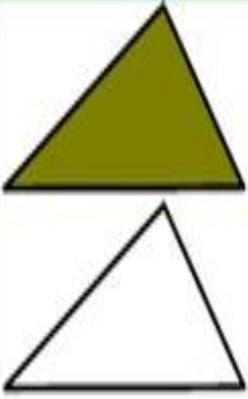
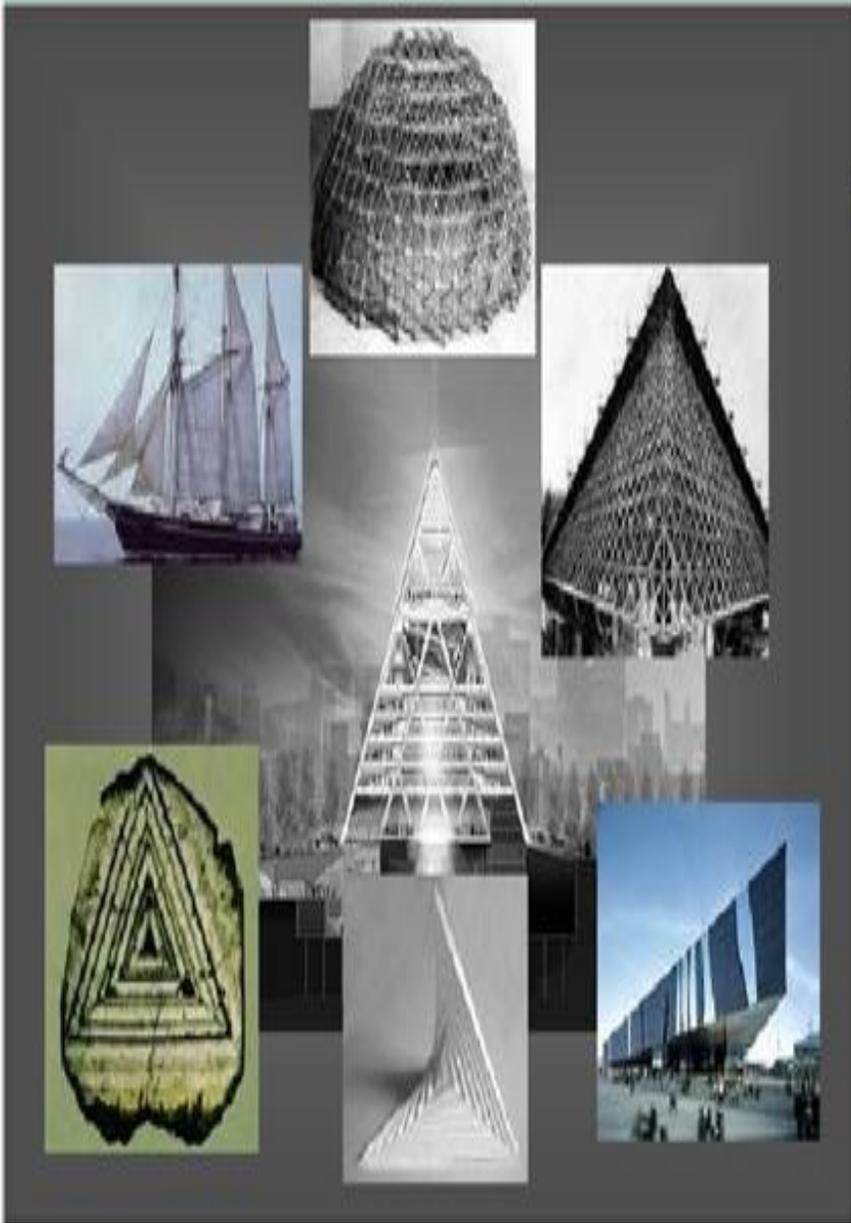
La educación requiere el uso de estrategias pedagógicas, medios y recursos capaces de estimular la capacidad del estudiante y así que los docentes puedan ponerlas en práctica para desarrollar los contenidos programáticos, en consecuencia, al ubicarse en la realidad de la educación en la matemática a nivel de la Educación Media General, es preciso desarrollar contenidos para la resolución de problemas y, sobre todo, lograr el aprendizaje del objetivo matemático.

Dentro del ámbito educativo, se presentan cambios matemáticos, que promueven la utilización de estrategias pedagógicas que evidencia la formación del individuo con capacidad de análisis e interpretación necesaria para expresar sus

opiniones, logrando la utilidad que tiene la matemática en el mundo, despertando sus habilidades y participación sustentado en el pensamiento lógico-matemático.

A este respecto, es importante vincular las estrategias para el aprendizaje de la matemática, con la participación de los estudiantes, en la búsqueda del conocimiento y el pensamiento crítico-analítico, que sean fáciles de construir, potenciar y enriquecer a través del razonamiento lógico mental.

Para lograr los resultados efectivos en el proceso educativo, se requiere generar, planificar, además de desarrollar una comunicación entre docentes y estudiantes, con el propósito de implementar estrategias motivacionales que les permitan a los estudiantes adquirir y aplicar los conocimientos en el área de matemática en estudio.



Congruencia
de
Triángulos

2do Año

Esquema de Contenidos

Completa el siguiente esquema



Congruencia de Triángulos



Definición:



Realiza la gráfica de los triángulos según los Criterios

Lado – Angulo - Lado



Empty box for drawing triangles based on the Side-Angle-Side (Lado – Angulo - Lado) criterion.

Angulo – Lado - Angulo

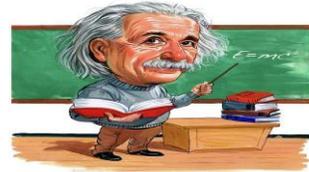


Empty box for drawing triangles based on the Angle-Side-Angle (Angulo – Lado - Angulo) criterion.

Lado – Lado - Lado

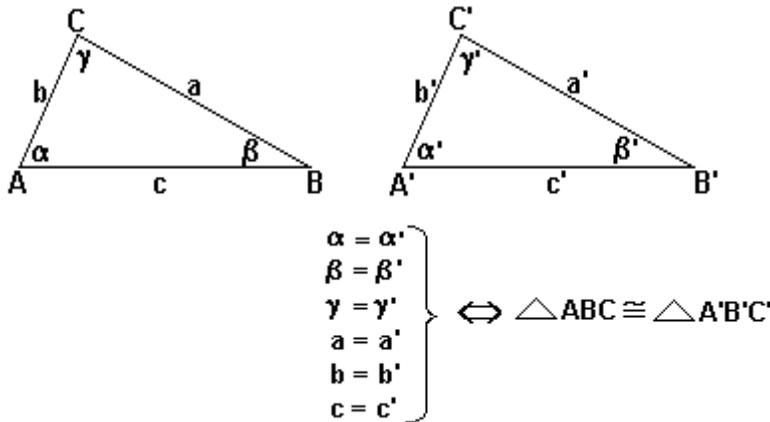


Empty box for drawing triangles based on the Side-Side-Side (Lado – Lado - Lado) criterion.



Congruencia de triángulos:

Dos triángulos y en general dos figuras son congruentes si estas son idénticas en forma y superficie; es decir si al sobreponerlas coinciden plenamente.

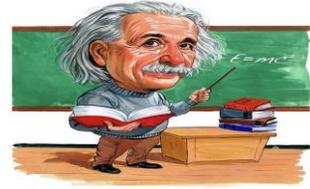


“Congruencia” se usa para indicar que éstas tienen la misma forma y el mismo tamaño

Al ser congruentes los triángulos, ABC y A'B'C', de la figura anterior, se llaman **lados correspondientes u homólogos** a los opuestos a ángulos iguales (el lado **a** con el lado **a'**; el lado **b** con el lado **b'**; el lado **c** con el lado **c'**) y **ángulos correspondientes u homólogos** a los opuestos a lados iguales (el ángulo α con el ángulo α' ; el ángulo β con el ángulo β' ; el ángulo γ con el ángulo γ'), cumpliéndose que **los elementos homólogos de triángulos congruentes son iguales**.

Siempre se dejan los vértices de triángulos congruentes en correspondencia; (A con A'; B con B'; C con C') a los que les debe corresponder ángulos iguales.

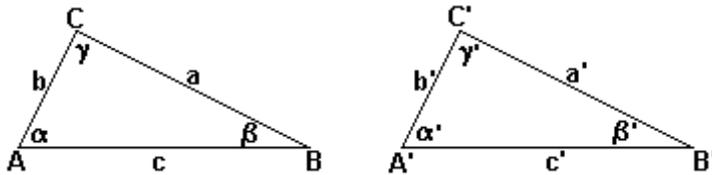
De las seis condiciones de igualdad entre ángulos y lados homólogos es necesario que se cumplan solo tres de ellas, donde por lo menos una debe ser referente a la medida de lados, condiciones que formalizan los teoremas de congruencia.



Criterios de congruencia:

1) Criterio A.L.A.

Dos triángulos son congruentes si poseen dos pares de ángulos iguales, como también el lado comprendido entre tales ángulos; es decir:



Criterio: Es una norma para conocer la verdad de una cosa

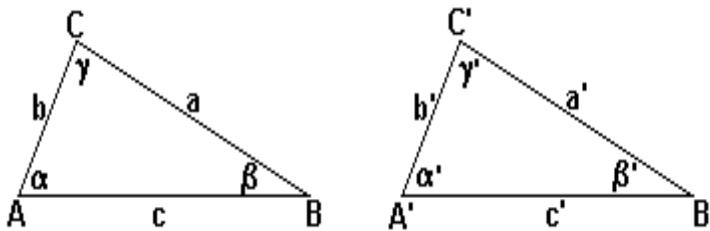
$$\text{Si } \begin{matrix} \alpha = \alpha' & \alpha = \alpha' & \beta = \beta' \\ c = c' & b = b' & a = a' \\ \beta = \beta' & \gamma = \gamma' & \gamma = \gamma' \end{matrix} \vee$$

luego $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

Recuerda: La notación $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ se lee "El triángulo ABC es congruente con el triángulo A'B'C'"

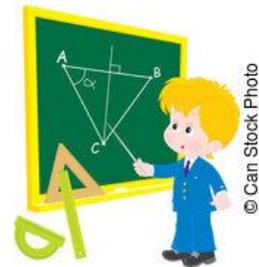
2) Criterio L.A.L.

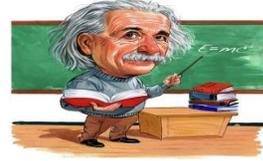
Dos triángulos son congruentes si poseen dos pares de lados iguales, como también el ángulo comprendido entre tales lados; es decir:



$$\text{Si } \begin{matrix} a = a' & a = a' & b = b' \\ \gamma = \gamma' & \beta = \beta' & \alpha = \alpha' \\ b = b' & c = c' & c = c' \end{matrix} \vee$$

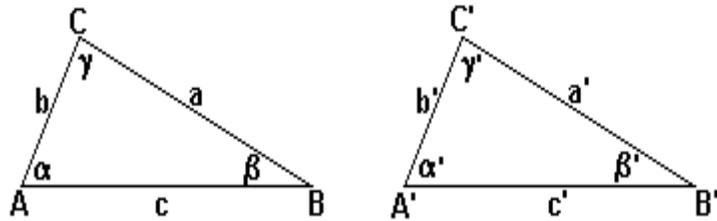
luego $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$



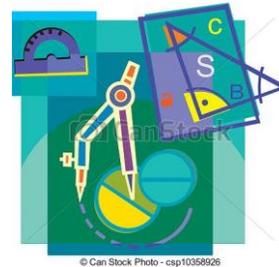


3) Criterio L.L.L

Dos triángulos son congruentes si poseen sus tres pares de lados iguales; es decir:



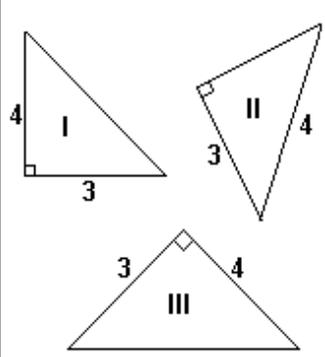
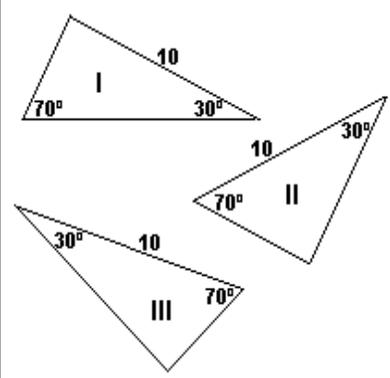
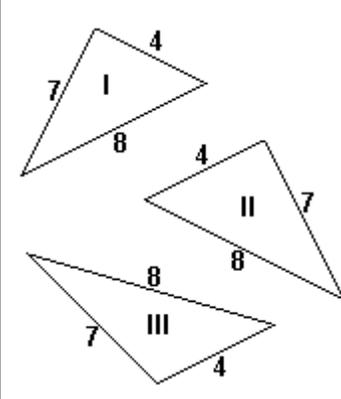
Si $a = a'$
 $b = b'$
 $c = c'$
luego $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$





PRACTICAS:

1) Entre los siguientes triángulos, indique los que sean congruentes y justifique la respuesta con el criterio respectivo:

| |
|---|
|  |
|  |
|  |



2) Indique si son congruentes las siguientes parejas de triángulos:

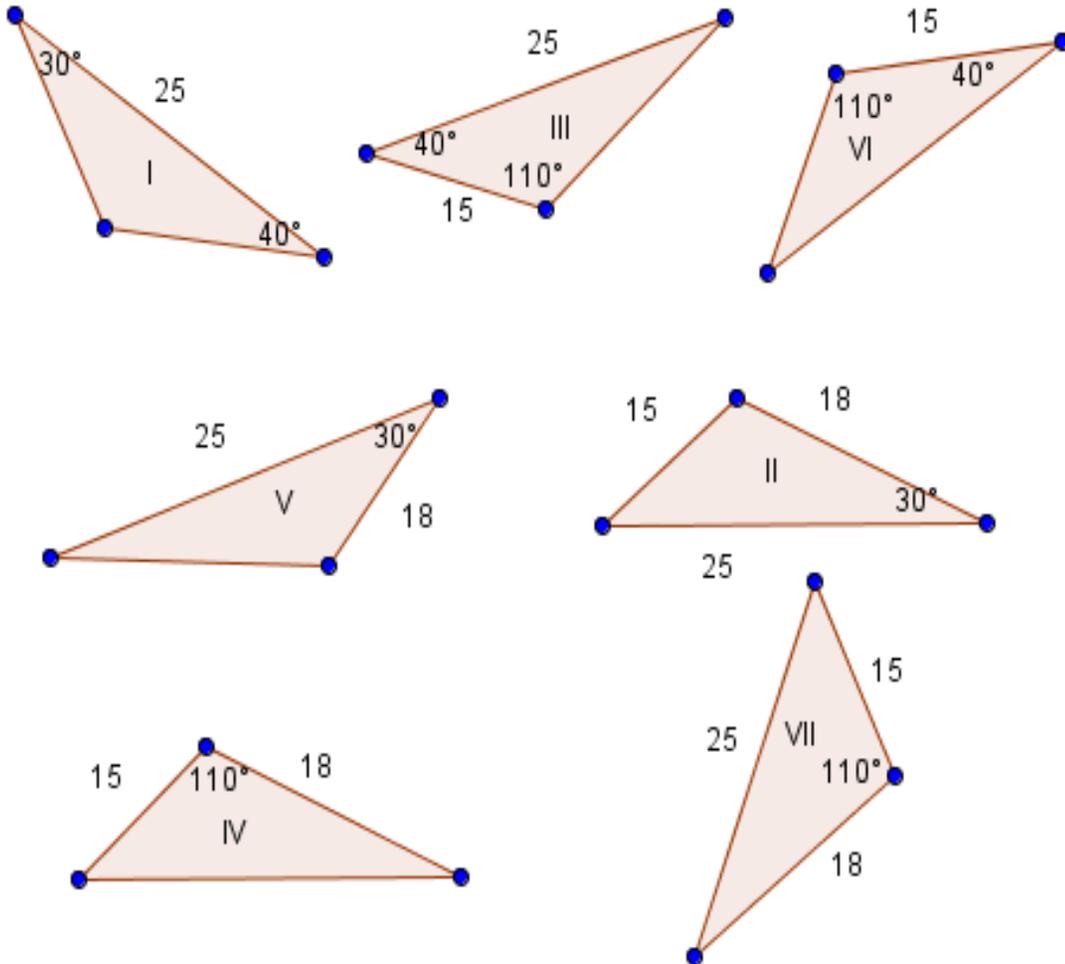
I)

II)

III)

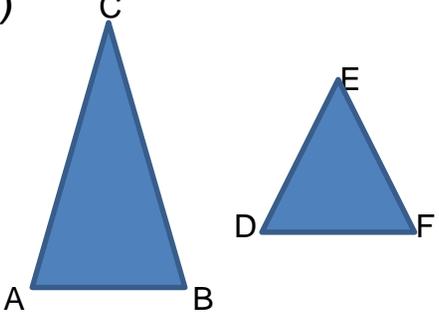
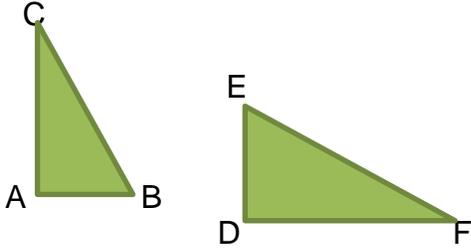
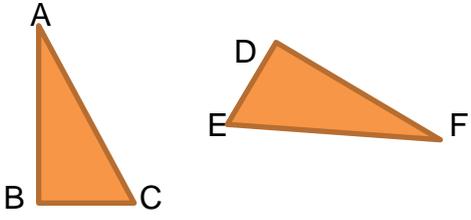


3) **Indique qué triángulos son congruentes, indicando el criterio utilizado para determinar la congruencia.**





4) Selecciona la respuesta correcta:

| | |
|---|---|
| <p>A)</p>  | <p>(A) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (B) $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (C) $\triangle ABC \cong \triangle EFD$</p> |
| <p>B)</p>  | <p>(A) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (B) $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ (C) $\triangle ABC \cong \triangle FED$</p> |
| <p>C)</p>  | <p>(A) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (B) $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (C) $\triangle ABC \cong \triangle EFD$</p> |



5) Utiliza la regla y transportador para construir con las siguientes especificaciones:

A) Dos ángulos de 30° con un lado común de 5cm

B) Un ángulo de 70° , otro de 15° y el lado común de 5,5cm

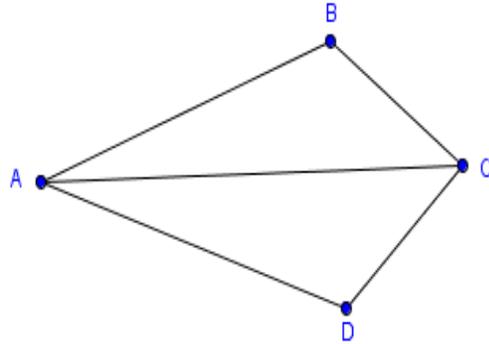


6) **Determina la congruencia de los siguientes triángulos.**

1.- **En la siguiente figura, AC es bisectriz de los ángulos $\angle DAB$ y $\angle DCB$, demuestra que los triángulos ABC Y ADC son congruentes.**

AFIRMACIONES

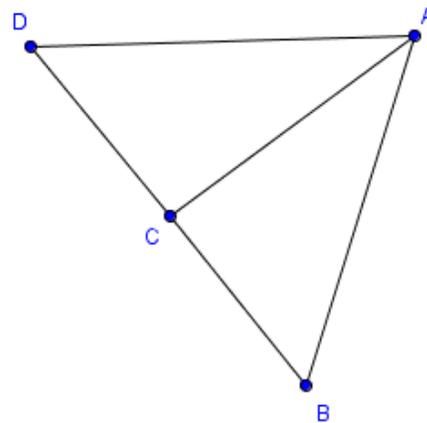
RAZONES



2.- **El triángulo ABD es isósceles y AC es bisectriz del ángulo DAB. Demuestra que los triángulos ABC y ADC son congruentes.**

AFIRMACIONES

RAZONES



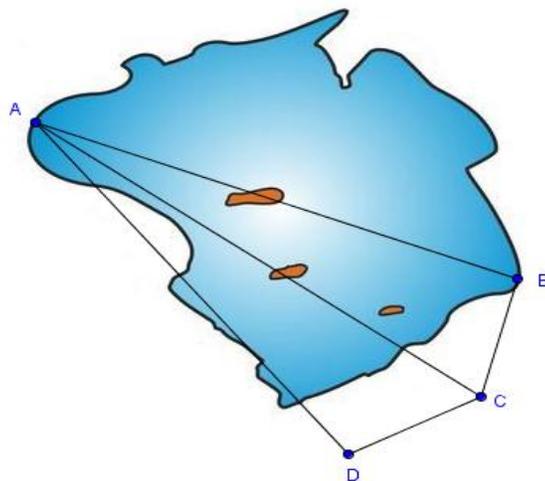


7) RESUELVE ACERTADAMENTE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS.

1.- Un ingeniero civil desea encontrar la distancia entre dos puntos AB situados en las orillas de un lago, porque se construirá un puente entre ellos. Para lograrlo, elige un método que requiere dibujar dos triángulos congruentes. El ingeniero selecciona un punto cualquiera C en tierra firme y mide el $\angle ACB$, también ubica otro punto D de manera que $\angle ACD \cong \angle ACB$ y que $CD = CB$.

¿Por qué decidió el ingeniero que $\angle ACD \cong \angle ACB$?

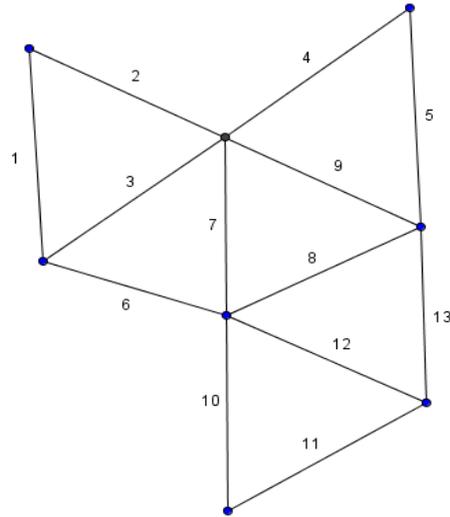
¿Cómo puede esto ayudarle a encontrar la distancia requerida?





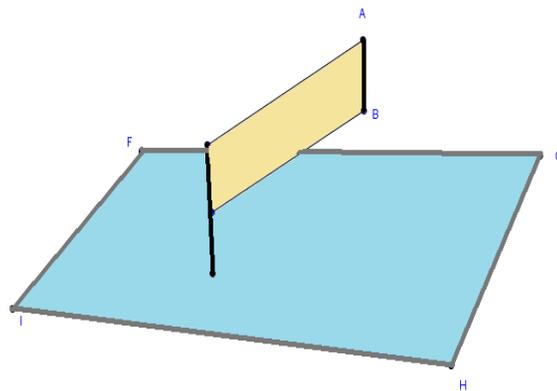
2.- Imagina que la siguiente figura está formada por 13 fósforos acomodados de manera que se forman 6 triángulos. Puedes quitar 3 fósforos y seguramente quedarán sólo tres triángulos. ¿Cuáles fósforos debes quitar?

Escribe aquí tu respuesta y justifícala.



3.- En una escuela, el extremo de una red de voleibol está sujeto a una pared con dos argollas en los puntos A y B. cada punto del plano de la red está a una distancia igual de las dos líneas de base FI y GH. ¿Por qué es necesario que AB sea perpendicular a FG?

Escribe aquí tu respuesta y justifícala.



SOPA DE LETRAS

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| P | H | O | Q | W | R | T | A | M | A | Ñ | O | L | K | E | H |
| O | S | D | F | G | E | O | M | E | T | R | I | C | T | M | C |
| F | X | C | E | B | M | G | H | T | U | L | W | R | R | B | B |
| I | Q | S | T | X | U | E | L | W | P | H | B | K | I | R | W |
| G | W | B | N | H | R | Q | D | Z | E | J | A | R | A | I | F |
| A | R | U | E | P | I | S | P | I | R | M | O | T | N | G | I |
| R | B | Q | U | A | O | Ñ | F | C | D | W | Ñ | Q | G | U | G |
| A | O | R | R | E | N | D | O | S | P | A | R | M | U | A | U |
| C | D | H | G | Q | W | R | T | O | I | O | P | Ñ | L | L | R |
| I | A | Z | N | R | J | H | A | N | F | K | R | J | O | D | A |
| O | L | U | O | O | S | M | E | D | I | D | A | A | D | A | S |
| N | K | C | C | G | E | O | M | E | T | R | I | C | A | D | B |

Triángulo
Figura

Lado
geométrica

Congruente
Tamaño

Medida
Igualdad



© Can Stock Photo - csp11350190

REFERENCIAS

- Alsina, C; Burgues, C; Fortuny, J. (1997). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Arias, F. (2006). *El Proyecto de Investigación. Guía para su elaboración*. Caracas: Espíteme, C.A.
- Armas, C; Castro, M (2010). *Estrategia didáctica basada en el enfoque de Van Hiele para la enseñanza de los contenidos cuerpos geométricos, polígonos y cuadriláteros de la Escuela Básica Melchora Oliveros de Latouche*. Tesis de Grado de Maestría. Universidad Central de Venezuela.
- Barrades, M (2013). *Propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría a partir de la historia de la matemática dirigido a maestros en ejercicio de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador*. Tesis de Grado de Maestría. Universidad Pedagógica Experimental Libertador.
- Braga, M. (1991). *Apuntes para la Enseñanza de la Geometría. El Modelo de Enseñanza-Aprendizaje de Van Hiele*. México: Signos, *Teorías y Prácticas de la Educación*. En Signos, Año 2, Número 4.
- Bravo, M (2013). *“Los juegos como estrategia metodológica en la enseñanza de la geometría”, con el propósito de mejorar el rendimiento escolar de la geometría en séptimo grado de Educación Básica en la U.E.L.B “Ricardo Márquez Moreno”, ubicada en Santa Ana, estado Nueva Esparta*, [Resumen] Disponible: https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V13_N1_2012/Revista_Digital_Bravo_V13_n1_2012/Screen_RevistaDigital_Bravo_V13_n1_2012.pdf [Consulta: 2014: noviembre 10]
- Caleño (2014). *Apropiación de los criterios de semejanza a partir de los conceptos de proporcionalidad y congruencia de triángulos utilizando el software Geogebra y algunas aplicaciones Applet en la web*
- Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC, 1998). *Informe del Encuentro Nacional de Profesores de la Didáctica de la Matemática*. Caracas: Autor.
- Chourio, L. (2000). *Estadística II*. Venezuela: Editorial Biosfera.
- Constitución de la República Bolivariana de Venezuela (1999) *Gaceta Oficial N° 36.860*, Diciembre 30, 1999

- Díaz-Barriga, F., & Hernández, G. (1991). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mc Graw Hill.
- Delors, J (1996). *La educación encierra un tesoro*. Informe a la UNESCO de la Comisión internacional sobre la educación para el siglo XXI, Madrid, España: Santillana/UNESCO
- García (2015). *Evaluación de una unidad didáctica orientada a la enseñanza y aprendizaje de la congruencia de triángulos utilizando el geoplano en segundo año de educación media general, en la U.E “Hipólito Cisneros” ubicado en el municipio San Diego del Estado Carabobo*.
- Font, M (2003). *Enseñanza de la matemática: estrategias y recursos*. Madrid: España.
- Galindo, F (1996). *Fundamentos de Matemática*. Madrid: España
- González, F. (2003). *Paradigmas en la enseñanza de la matemática*. Maracay: Copiher.
- Guillén, M (2000). *Manual de matemática para acceso a la universidad*. México: Editorial Universitaria.
- Gutiérrez y Navarro (2013). *El modelo van hiele como estrategia lúdica para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en el primer año de Educación Media General de la U.E Técnica Deportiva Mérida*.
- Hernández, R., Fernández., y Baptista, Pilar. (2010). *Metodología de la investigación* (2da ed.). México Mac Graw-Hill.
- Hernández, Sampieri, Fernández y Baptista (1999). *Metodología de la Investigación*. México: Editorial Mc Graw-Hill.
- Huerta, R (1999). *El modelo de Van Hiele para el Aprendizaje Comprensivo de la Matemática*. Madrid: Paidós.
- Juárez, M (2008). *Enseñanza de la matemática*. Madrid: Prentice Hall.
- Méndez, G (2012). *Evidencian fallas en el proceso educativo venezolano*. [Artículo en Línea] Disponible: <http://www.eluniversal.com/nacional-y-politica/120718/evidencian-fallas-en-el-proceso-educativo-venezolano> [Consulta: 2015: octubre 3]

- Ministerio de Educación (1999). *Manual de Educación. Currículo Básico Nacional*. Caracas: Autor.
- Moliner, A (2007). *Matemática Moderna*. Madrid. Siglo XXI.
- Mora, L (2002). *Estrategias didácticas en matemática*. México: Gedisa.
- OCDE (2012). *Resultados de PISA 2012 en Foco*. [Artículo en Línea] Disponible: http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf [Consulta: 2015: septiembre, 13].
- Orozco, C.; Labrador, M. & Palencia, A. (2002). *Metodología. Manual teórico Práctico de Metodología para tesis, asesores, tutores y jurados de trabajos de investigación y ascenso*. Venezuela: Ofimax de Venezuela.
- Orozco, C y Orozco, M (1999). *Proyectos, tesis y trabajos de investigación*. Universidad de Carabobo Valencia.
- Portens L (2008). *Psicología Gestalt*. Madrid: Prentice Hall.
- Rodríguez, Y., Ochoa, N. y Pineda M (2012). *La experiencia de Investigar*. Universidad de Carabobo Valencia.
- Sánchez, R. (2013). *La actitud científica en el docente universitario de postgrado*. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.ideasapiens>. [Consulta: 2015, enero 27].
- Sierra, C. (2004). *Estrategias para la elaboración de un proyecto de investigación*. Maracay-Estado Aragua, Venezuela: Insertos Médicos de Venezuela C.A.
- Suarez, E y Durán D, (2008) *Matemática 8vo*. Editorial Santillana, S.A.
- Tamayo y Tamayo, C. (2003). *Proceso de la Investigación Científica*. México: Limusa.
- Van Hiele, P.M. (1957). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. London: Academic Press.
- Universidad Experimental Libertador (UPEL, 2006). *Manual de Trabajos de Grado de Especialización, Maestría y Doctorado*. Caracas. Reimpresión FEDUPEL.
- Vega, M (2007). *PISA 2012*. [Artículo en Línea] Disponible: <http://www.oecd.org/pisa/articulo.vegam.pdf> [Consulta: 2015: septiembre, 12]

Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Buenos Aires: Grijalbo

Wertsch J.V. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós

ANEXOS



ANEXO A: Validación del instrumento por expertos.
REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Profesor: Eddie Romano

Estimado Docente:

Ante todo reciba un cordial saludo.

Por medio de la presente cumplimos con participarle que usted ha sido seleccionado en calidad de experto, para la validación del instrumento que fue elaborado con el fin de recolectar la información necesaria para la investigación titulada: *Propuesta de una Estrategia para el Aprendizaje del Contenido de Congruencia en el Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar, Barquisimeto – Estado Lara*, la cual es realizada por: Alfredo Yépez, como requisito final para la aprobación del Trabajo de Grado del pensum de estudio de la Maestría en Educación Matemática.

Esperando de usted su valiosa colaboración, y sin otro particular a que hacer referencia, queda de usted.

Atentamente,

Prof. Alfredo Yépez
C.I. 17.227.412

Anexos:

- Título y Objetivos de la investigación
- Tabla de Operacionalización
- Instrumento
- Formato de Validación



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



**PROPUESTA DE UNA ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE DEL
CONTENIDO DE CONGRUENCIA EN EL SEGUNDO AÑO DE
EDUCACIÓN MEDIA GENERAL DE LA E.B. (MJ) SIMÓN BOLÍVAR,
BARQUISIMETO – ESTADO LARA**

Objetivo General

Proponer una Estrategia de Aprendizaje en el Contenido de Congruencia en el Segundo Año de Educación Media general de la E. B. (MJ) Simón Bolívar

Objetivos Específicos

1. Diagnosticar los niveles según Van Hiele de conocimiento geométrico en el contenido de congruencia de los estudiantes de Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar.
2. Diseñar una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar.
3. Estudiar la factibilidad de diseñar una estrategia de aprendizaje en el contenido de congruencia para los estudiantes del Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar.

TUTORA:

Msc. Sibel Urdaneta

AUTOR:

Prof. Alfredo Yépez

ANEXO B: OPERACIONALIZACIÓN DE LA VARIABLE

| <i>Propósito</i> | <i>Variable</i> | <i>Definición Conceptual</i> | <i>Definición Operacional</i> | <i>Dimensiones</i> | <i>Indicadores</i> | <i>Ítems</i> |
|--|-----------------------------------|---|--|-----------------------------|--|--------------|
| Diagnosticar los niveles de pensamiento geométrico en el contenido de congruencia de los estudiantes de Segundo Año de Educación Media General de la E.B. (MJ) Simón Bolívar | Niveles de pensamiento geométrico | Los niveles de pensamiento son modelos del pensamiento enfocados hacia la geometría, que son secuenciales en el aprendizaje (de menos a mas) que depende de la evolución de los esquemas y del aprendizaje significativo. (Van Hiele) | Los niveles de pensamiento son complejas estructuras que envuelven a la vez conceptos y procesos de razonamiento, cómo está específicamente estructurado el pensamiento de los estudiantes en cada nivel | Nivel I : Reconocimiento | Reconoce la característica de congruencia. | 1,2 |
| | | | | | Utiliza propiedades visuales para identificar las congruencias. | 3,4 |
| | | | | Nivel II: Análisis | Identifica en casos concretos las características de congruencias. | 5,7,8,9 |
| | | | | | Utiliza explícitamente las definiciones de traslación, giro y congruencia en las explicaciones de las actividades realizadas | 6,13,14 |
| | | | | Nivel III: Clasificación | Completa el estudio de las congruencias y sus relaciones con otras congruencias. | 10,11 |
| | | | | | Establecer } relaciones entre las propiedades de las congruencias y deducir nuevas propiedades. | 12 |

Fuente: Yépez (2013)



ANEXO C: Instrumento aplicado a los estudiantes.
REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Cuestionario

Estimado Estudiante:

La presente actividad tiene como finalidad recabar información necesaria y pertinente de corte educativo, relacionado con Congruencia en el Segundo Año de Educación Media general. La información que usted aporte es totalmente confidencial y será de utilidad para alcanzar los objetivos planteados; por lo que se agradece su colaboración y sinceridad.

INSTRUCCIONES

- ✓ Lee cuidadosamente cada una de las preguntas, si tienes alguna duda consulta con el profesor.
- ✓ Responde una sola opción.
- ✓ Trata de responder todas las preguntas



REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD DE CARABOBO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
DIRECCIÓN DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

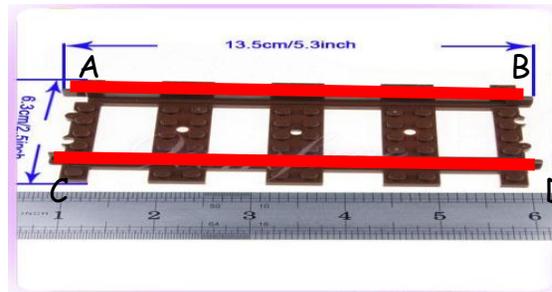


Nombre y Apellido: _____ Año: 2015 – 2016

Instrumento de Evaluación Diagnostica de 2do Año. Congruencia

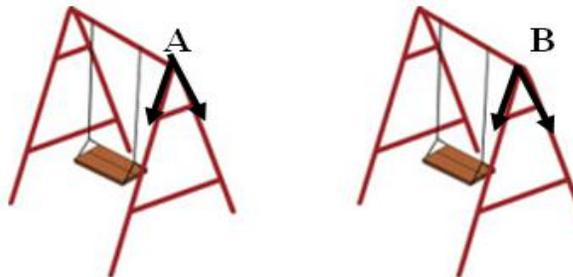
Observa las siguientes imágenes y responde la opción correcta:

1)



- a) $\overline{AB} \neq \overline{CD}$
- b) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$
- c) $\overline{AB} = 20cm$ y $\overline{CD} = 5cm$
- d) \overline{AB} es mayor que \overline{CD}

2)



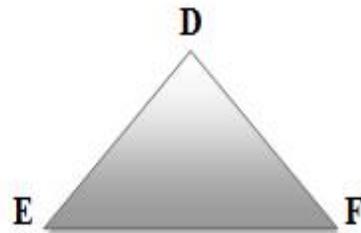
- a) $\sphericalangle A \cong \sphericalangle B$
- b) $\sphericalangle A$ es mayor que $\sphericalangle B$
- c) $\sphericalangle A$ es menor que $\sphericalangle B$
- d) $\sphericalangle A \neq \sphericalangle B$

3)



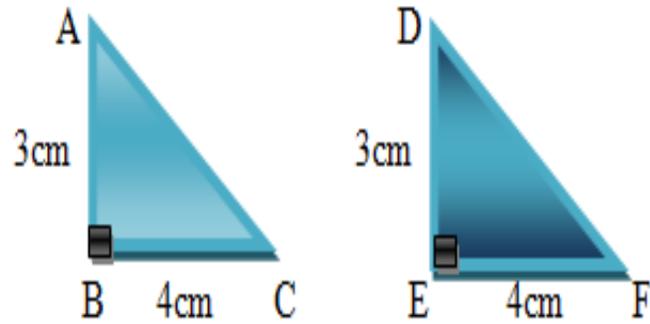
- a) La moneda 1 tiene mayor diámetro que la moneda 2
- b) La moneda 2 tiene mayor diámetro que la moneda 1
- c) La moneda 1 es congruente con la moneda 2
- d) Ninguna de las anteriores

4)



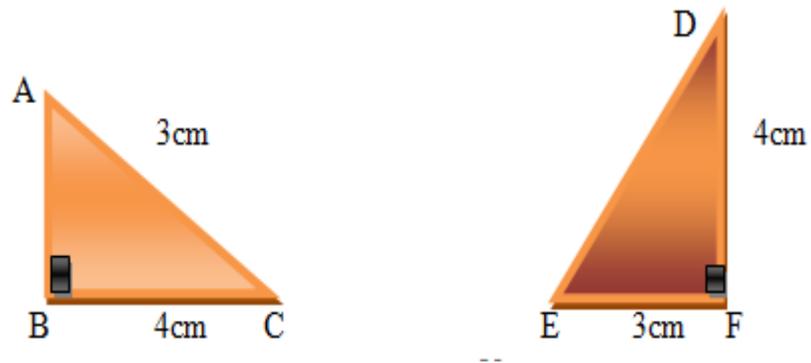
- a) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle DEF$
- b) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
- c) $\triangle ABC \neq \triangle DEF$
- d) $\triangle DEF$ es mas pequeño que el $\triangle ABC$

5)



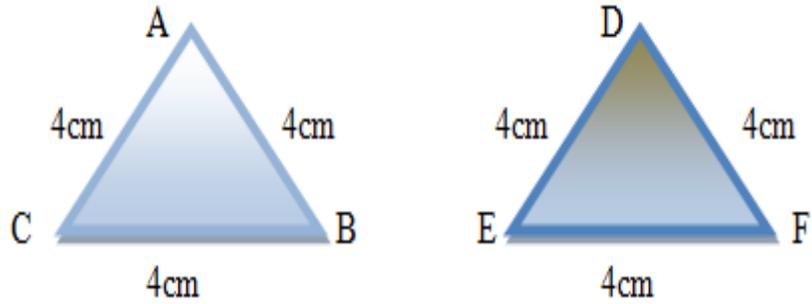
- a) $\triangle ABC \neq \triangle DEF$
- b) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle DEF$
- c) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
- d) $\triangle DEF$ es mas grande que el $\triangle ABC$

6)



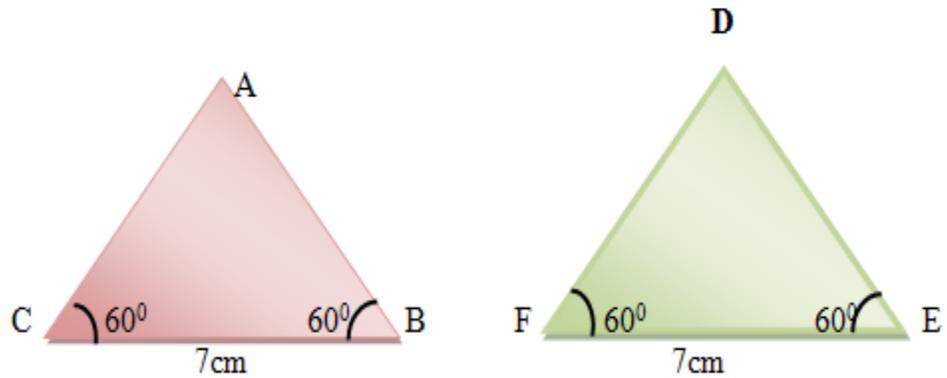
- a) $\triangle ABC \neq \triangle EFD$
- b) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle EFD$
- c) $\triangle EFD$ es mas grande que el $\triangle ABC$
- d) $\triangle ABC \cong \triangle EFD$

7)



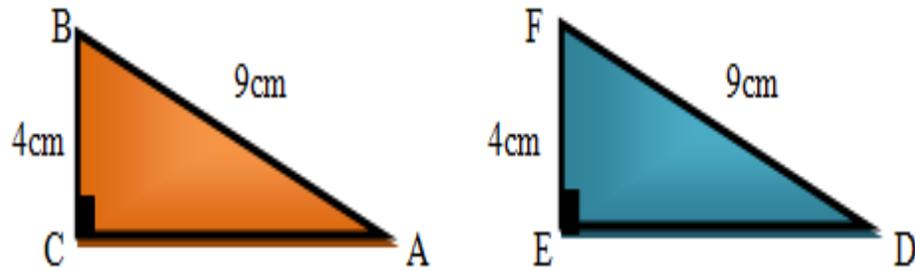
- a) $\triangle ABC \cong \triangle DFE$
- b) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle DFE$
- c) $\triangle DFE$ es mas grande que el $\triangle ABC$
- d) $\triangle ABC \neq \triangle DFE$

8)



- e) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
- a) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle DEF$
- b) $\triangle ABC \neq \triangle DEF$
- c) $\triangle DEF$ es mas grande que el $\triangle ABC$

9)



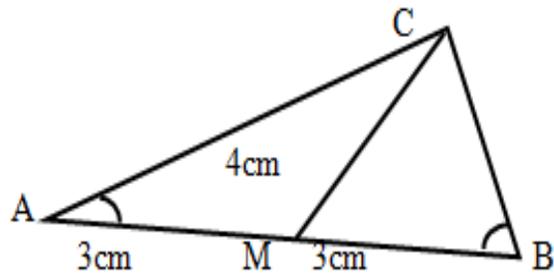
- a) ΔBCA es mas grande que el ΔFED
- b) $\Delta BCA \cong \Delta FED$
- c) $\Delta BCA \neq \Delta FED$
- d) ΔBCA es mas grande que el ΔFED

10)



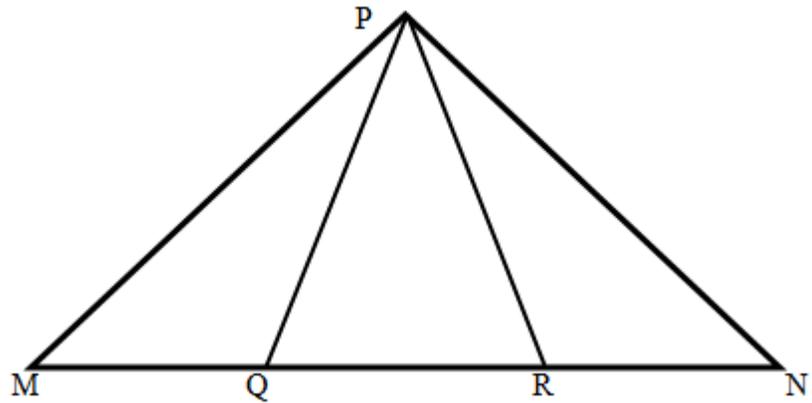
- a) ΔABD es mas grande que el ΔDCA
- b) $\Delta ABD \cong \Delta DCA$
- c) $\Delta ABD \neq \Delta DCA$
- d) ΔDCA es mas grande que el ΔABD

11)



- a) $\triangle ACM$ es mas grande que el $\triangle CMB$
- b) $\triangle CMB \neq \triangle ACM$
- c) $\triangle ACM$ es mas grande que el $\triangle CMB$
- d) $\triangle ACM \cong \triangle CMB$

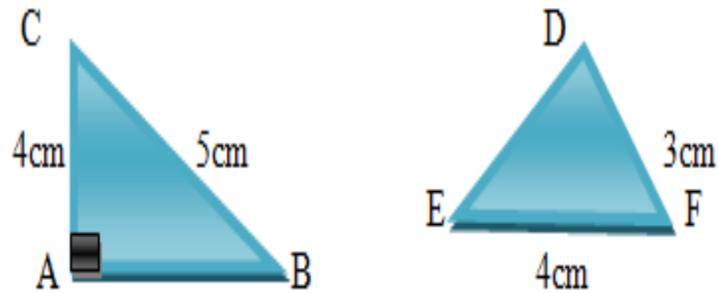
12)



$$\overline{MQ} = \overline{QR} = \overline{RN}$$

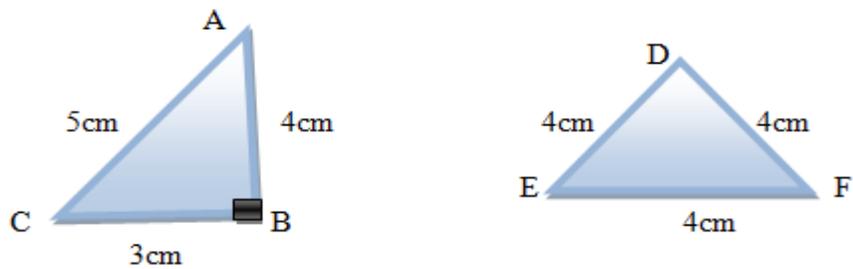
Probar que $\triangle PMN$ es isosceles

13)



- a) $\triangle ABC \neq \triangle DEF$
- b) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle DEF$
- c) $\triangle DEF$ es mas grande que el $\triangle ABC$
- d) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

14)



- A) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
- B) $\triangle ABC$ es mas grande que el $\triangle DEF$
- C) $\triangle ABC \neq \triangle DEF$
- D) $\triangle DEF$ es mas grande que el $\triangle ABC$

Anexo D: formato de validación.

- Aspectos relacionados con los ítems

| Nº | Aspectos específicos | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | | 10 | |
|----|----------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | SI | NO |
| 1 | La redacción del ítem es clara | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| 2 | El ítem tiene coherencia interna | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | |
| 3 | El ítem induce a la respuesta | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | x | |
| 4 | El ítem mide lo que pretende | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | | X | |

| Nº | Aspectos específicos | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | |
|----|----------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | SI | NO | SI | NO | SI | NO | SI | NO |
| 1 | La redacción del ítem es clara | X | | X | | X | | X | |
| 2 | El ítem tiene coherencia interna | X | | X | | X | | X | |
| 3 | El ítem induce a la respuesta | X | | X | | X | | X | |

| Nº | Aspectos Generales | SI | NO | Observaciones |
|----|---|----|----|---------------|
| 5 | El instrumento contiene instrucciones para responder | X | | |
| 6 | Los ítems permiten el logro del objetivo relacionado con el diagnóstico | X | | |
| 7 | Los ítems están presentados de una forma lógica y secuenciada | X | | |
| 8 | El número de ítems es suficiente para recoger la información. En caso de ser negativa su respuesta, sugiera el (los) ítems que falta (n). | X | | |

Observación General: _____

Validado por: Eddie Romano

C.I: 9.115.020

Firma: Eddie Romano

Fecha: 15-05-2014

Correo Electrónico: eddieromano63@yahoo.es

| VALIDEZ | |
|--|-------------------------------------|
| Aplicable | <input checked="" type="checkbox"/> |
| Aplicable atendiendo las observaciones | <input type="checkbox"/> |
| No aplicable | <input type="checkbox"/> |

Anexo E: Distribución Muestral

| Sujeto | Ítems 01 | Ítems 02 | Ítems 03 | Ítems 04 | Ítems 05 | Ítems 06 | Ítems 07 | Ítems 08 | Ítems 09 | Ítems 10 | Ítems 11 | Ítems 12 | Ítems 13 | Ítems 14 | Total |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 4 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 3 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 5 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 7 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 9 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 13 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 14 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 16 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 18 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 19 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 20 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 21 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 22 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 23 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 24 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 25 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 26 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 27 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 29 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 31 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 32 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 34 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 35 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| 36 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| 37 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 38 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 39 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 40 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |

Anexo E: Continuación

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 41 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 42 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 43 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| 44 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 45 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 46 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 47 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 48 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 49 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 6 |
| 50 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 51 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 52 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 53 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 54 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 6 |
| 55 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 56 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 57 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 58 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 59 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 60 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 61 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 62 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 63 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 64 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| 65 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 66 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 67 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 68 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| 69 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 |
| 70 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 71 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 72 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 73 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 5 |
| 74 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 75 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 76 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| 77 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 78 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 79 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 80 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 |

Anexo E: Continuación

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 81 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 82 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 83 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 84 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| 85 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| 86 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 4 |
| 87 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 6 |
| 88 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 |
| 89 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 4 |
| 90 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 5 |
| 91 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 92 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 93 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 5 |
| 94 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| Suma | 56 | 8 | 23 | 7 | 16 | 18 | 12 | 20 | 25 | 14 | 13 | 0 | 21 | 24 | 257 |
| P | 0,56 | 0,08 | 0,23 | 0,07 | 0,16 | 0,18 | 0,12 | 0,20 | 0,25 | 0,14 | 0,13 | 0,00 | 0,21 | 0,24 | 2,57 |
| Q | 0,44 | 0,92 | 0,77 | 0,93 | 0,84 | 0,82 | 0,88 | 0,80 | 0,75 | 0,86 | 0,87 | 1,00 | 0,79 | 0,76 | 11,4 |
| P.Q | 0,25 | 0,07 | 0,18 | 0,07 | 0,13 | 0,15 | 0,11 | 0,16 | 0,19 | 0,12 | 0,11 | 0,00 | 0,17 | 0,18 | 1,88 |
| Media | 0,60 | 0,09 | 0,24 | 0,07 | 0,17 | 0,19 | 0,13 | 0,21 | 0,27 | 0,15 | 0,14 | 0,00 | 0,22 | 0,26 | 5,38 |
| Dstd | 0,49 | 0,28 | 0,43 | 0,26 | 0,38 | 0,40 | 0,34 | 0,41 | 0,44 | 0,36 | 0,35 | 0,00 | 0,42 | 0,44 | 1,42 |
| Var | 0,24 | 0,08 | 0,19 | 0,07 | 0,14 | 0,16 | 0,11 | 0,17 | 0,20 | 0,13 | 0,12 | 0,00 | 0,18 | 0,19 | 2,00 |

$$\sum P_i * Q_i = 1,88 \quad N = 14 \quad \sigma_I^2 = 2,00 \quad KR_{20} = \left[\frac{N}{N-1} \right] \cdot \left[\frac{S_I^2 - \sum P_i * Q_i}{S_I^2} \right] = 0,67$$

N = número de ítems del instrumento

$\sum P_i * Q_i =$ Sumatoria de la Varianza individual de los ítems

$\sigma_I^2 =$ Varianza total del test

Pi = Varianza de los ítems respondidos correctamente

Qi = Varianza de los ítems respondidos incorrectamente

P = Ítems respondidos correctamente

Q = Ítems respondidos incorrectamente