UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE LA TEORÍA DE LAS FUNCIONES SEMIÓTICAS EN LA COMPRENSIÓN DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS, EN NOVENO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Tutora: **Dra. María E. Labrador** **Autora:** **Licda. Yanibel González**

Valencia, Junio de 2013

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE LA TEORÍA DE LAS FUNCIONES SEMIÓTICAS EN LA COMPRENSIÓN DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS, EN NOVENO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

Tutora: Dra. María E. Labrador

Autora: Yanibel González

Trabajo de Grado presentado ante la Dirección de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo para optar al título de Magíster en Educación Matemática.

VALENCIA, JUNIO DE 2013

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE LA TEORÍA DE LAS FUNCIONES SEMIÓTICAS EN LA COMPRENSIÓN DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EL NOVENO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

AUTOR: Yanibel González R.

Aprobado en el Área de Estudios de Postgrado de la Universidad de Carabobo por miembros de la Comisión del Programa:

____ **(Nombre, Apellido y Firma)**

____ **(Nombre, Apellido y Firma)**

____ **(Nombre, Apellido y Firma)**

VALENCIA, JUNIO DE 2013

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

VEREDICTO

Nosotros, Miembros del Jurado designado para la evaluación del Trabajo de Grado titulado: "**Efecto de la Teoría de las Funciones Semióticas en la Comprensión de las Ecuaciones Cuadráticas en el Noveno Grado de Educación Básica**" presentado por: **Yanibel C. González R.** para optar al Título de **Magister en Educación Matemática**, estimamos que el mismo reúne los requisitos para ser considerado como: ____

____

Nombre, Apellido, C.I, Firma del Jurado

____

____

____

VALENCIA, JUNIO DE 2013

AGRADECIMIENTOS

A mi adorado Dios, por cuidarme como a la niña de sus ojos. Por cubrirme bajo las sombras de sus alas, ser mi escudo y fortaleza. Por brindarme la paciencia y bendición de culminar esta etapa de mi vida.

A mi madre, por brindarme toda la ayuda, compresión necesaria y por darme aliento cuando sentía desvanecer.

A mi Princesa Anaís Vargas por ser de gran apoyo y motivo para seguir adelante.

Especialmente a los profesores María E. Labrador y Cirilo Orozco, por tener la paciencia suficiente para esperarme y ayudarme con sus sabios consejos.

A mis alumnos del año escolar 2011 - 2012 y docentes de la Unidad Educativa Nacional: "Santiago Florencio Machado", quienes permitieron que aplicara el diseño instruccional en esa institución.

A todos mis familiares y amigos que me apoyaron de una u otra forma a realizar este sueño.

Mil Gracias…

DEDICATORIA

A la mujer más admirable, responsable, amorosa, íntegra, humilde y sobre todo luchadora; que ha dedicado su vida a la formación de sus hijas. Jamás encontraré un ser que pueda igualarse a tan insigne Mujer…… **A mi Madre Marta Rodríguez.**

A las Princesas Mágicas de mi corazón, quienes se han adueñado de mi alma y mi vida. A ellas, que con una simple mirada o sonrisa consiguen llenarme de aliento dándole luz a cada segundo mi vida. Mis grandes Bendiciones… **A Mis hijas Anaís y Arianna**.

Las Amo enormemente!!!

Índice General

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

CAPÍTULO IV

PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

ANEXOS

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EFECTO DE LA TEORÍA DE LAS FUNCIONES SEMIÓTICAS EN LA COMPRENSIÓN DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS EN EL NOVENO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA

AUTOR: Yanibel González R.
TUTOR: María E. Labrador
AÑO: 2013

RESUMEN

Durante las últimas décadas se han realizado múltiples investigaciones en el campo de la didáctica de la matemática proponiendo variadas soluciones al problema de deficiencia en la comprensión algebraica de esa asignatura de los estudiantes en diferentes niveles educativos. Una de estas propuestas es la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS), en la cual se cree poder proporcionar al aprendiz una comprensión relacional permitiéndole conocer el por qué y cómo aprender. También se asume la hipótesis de suministrar un conocimiento significativamente duradero. Estas premisas fueron la base para evaluar la efectividad de un diseño instruccional experimental para mejorar la comprensión de las ecuaciones cuadráticas en el tercer año de Educación Básica. La población estudiada correspondió a los alumnos de ese nivel de la Unidad Educativa Nacional: “Santiago Florencio Machado”; ubicado en Ciudad Alianza _ Guacara. Se seleccionaron como muestra dos secciones intactas, teóricamente equivalentes, a las cuales se aplicó una pre – prueba para diagnosticar las condiciones iniciales de los grupos, luego se administró la estrategia educativa al grupo experimental además de la instrucción convencional al grupo control. La aplicación de una post-prueba arrojó los datos necesarios para determinar el grado de efectividad presente en la instrucción experimental basado en la Teoría de las Funciones Semióticas. Previamente se aplicaron los instrumentos a un grupo piloto de diferentes secciones para determinar la confiabilidad de los mismos; utilizando el método de Kuder-Richardson arrojando 0,8 para la pre-prueba y 0,8 para la post-prueba. Se evidenció la diferencia significativa entre ambos grupos, determinada por la capacidad de codificación, interpretación y lenguaje idóneo utilizado por los participantes en la resolución de las ecuaciones de segundo grado.

Palabras Clave: Ecuaciones Cuadráticas. Funciones Semióticas. Diseño Instruccional. Comprensión Matemática. Educación Básica.

Línea de Investigación: Enseñanza, Aprendizaje y Evaluación en Educación Matemática.

INTRODUCCIÓN

La Educación de un individuo es un proceso complejo y delicado, que involucra tiempo, metodología; además de saber identificar lo pertinente para la formación adecuada del ser, proporcionándole un efectivo desempeño en el desarrollo de una sociedad. Por esa razón, durante muchos siglos se ha buscado la manera eficiente de impartir los conocimientos convenientes que hagan del hombre un ser íntegro.

En la antigüedad, fue utilizado un método peculiar que buscaba indagar nuevas ideas y verdad filosofal, haciendo uso de la reflexión además del razonamiento. Ésta metodología fue conocida como “Debate Socrático”, el cual era aplicado por Sócrates de Atenas, hombre que no creía en la simple acumulación de conocimientos, sino en la revisión de los mismos para construir juicios más sólidos. Con largas discusiones mantenida con sus discípulos, hacía que pensaran y descubrieran las cosas por sí mismos.

De igual forma, otro gran Maestro que enseñó a sus discípulos fue Jesucristo. Quién utilizó recursos que permitían la memorización de sus instrucciones, como los dichos rítmicos (Dad y se os dará); uso continuo de diversos esquemas (Bienaventurados los que… porque) y el uso de las parábolas, relatando hechos de la vida cotidiana. Todas esas metodologías permitieron a sus discípulos y seguidores aprender un poco o mucho de lo que él vino a enseñar.

Estos maestros dejan evidencia que desde la formación del mundo, el proceso de enseñanza y aprendizaje es esencial para la formación de una sociedad. Ya sea de conocimientos filosóficos, religiosos o científicos han existido Maestros capaces de investigar el proceso adecuado y efectivo para la transmisión de los conocimientos.

En la actualidad, han sido muchos los investigadores motivados a descubrir la metodología adecuada en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Muchos apoyan las teorías Psicológica presentadas por Albert Bandura (1925), Jean Piaget

(1896), Jerome Bruner (1915), María Montessori (1870); entre otros; quienes aseguran que la conducta humana es factor fundamental de la enseñanza. Algunos aplican las teorías sociológicas de Vigotsky (1934), Luria (1981), Leontiev (1981), donde manifiestan la importancia el entorno del individuo en su formación.

Así mismo, más reciente se hace presente la connotación pedagógica de muchos investigadores como Wittgenstein (1976), Brousseau (1997), Chevallard (1992), quienes desarrollaron estrategias más acertadas en el proceso de enseñanza de una materia determinada, la Matemática.

La enseñanza de ésta ciencia, ha sido motivo de múltiples investigaciones con la finalidad de determinar las estrategias más adecuadas para permitir a los alumnos dominar y aplicar las nociones impartidas en los diferentes niveles educativos. Sin embargo, ha sido constante el rechazo de los estudiantes a ésta asignatura trayendo como consecuencia que el proceso de Enseñanza de la Matemática sea una labor complicada.

Por tal motivo, los docentes encargados de impartir tan importante asignatura se ven en la obligación de encontrar estrategias adecuadas que faciliten la instrucción de determinados conocimientos en los diferentes niveles educativos.

Tomando en cuenta las diferentes metodologías propuestas, se hace uso de la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) presentadas por Godino (1994) para crear una investigación que permita facilitar la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas en 9no Grado de Educación Básica aplicada en la Unidad Educativa Nacional: "Santiago Florencio Machado". La presente investigación está estructurada de la siguiente forma:

Capítulo I: Se manifiesta la problemática planteada, los objetivos de la investigación y la importancia del estudio.

Capítulo II: Se hace referencia al Marco Teórico del estudio, donde se encuentran los antecedentes que hacen el soporte de la investigación. Además del marco conceptual necesario para entender la Teoría de las Funciones Semióticas y sus aspectos más relevantes, así como el sistema de Variables y las hipótesis presentadas en el estudio.

Capítulo III: Relacionado con la metodología utilizada en la investigación, el tipo y diseño. Además de las técnicas y recolección de datos que permitieron desarrollar el estudio.

Capítulo IV: Se presentan los resultados obtenidos con los respectivos análisis descriptivos e inferenciales.

Por último se muestran las conclusiones obtenidas por la autora del presente estudio y las recomendaciones que se realizan por si existe el interés de otros docentes en practicar un diseño instruccional bajo el Enfoque de la Teoría de las Funciones Semióticas con otro contenido matemático, incluso para aplicarlo en otros niveles educativos.

I. EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento y formulación del Problema

La Educación es el pilar fundamental del crecimiento de una nación, permitiendo formar ciudadanos capaces de vivir en comunidades organizadas, en pro del desarrollo de su país en los aspectos económicos, sociales, psicológicos, culturales y políticos. Por ello, el proceso educativo debe brindar a los individuos un cúmulo de conocimientos permitiéndole desenvolverse con éxito en actividades específicas que los potencialicen para producir efectos positivos en la evolución personal y social relativa a su entorno.

Como consecuencia, todas las asignaturas involucradas en la Educación sistemática, obedecen a metas, objetivos, expectativas e intenciones socio-individuales predeterminadas, por tanto, poseen niveles de prioridad e importancia dentro del currículo y los intereses de cada individuo. Así, se cree que estas asignaturas aunadas hacen de los individuos personas integrales, con diversos conocimientos, actitudes además de capacidades útiles y necesarias para el ciudadano, por lo tanto, también para la sociedad.

Haciendo referencia a la Educación en Venezuela, Guédez (2000) realizó un balance de la Educación Venezolana en el siglo XX, concluyendo que el crecimiento del sector educativo no está acompañada de una promoción equivalente de la calidad del mismo, más bien se ha generado un deterioro del sistema educativo por la falta de inversión en las últimas décadas. Además plantea "Venezuela tiene hoy en día, un sistema educativo que, en términos generales y a juzgar por los indicadores básicos para medir su desempeño, podríamos catalogar como mediocre" (pág, 109)

Así mismo, Moreno (2001) hace referencia a las cifras anuales del Ministerio de Educación, donde se "evidencia un índice de repitencia entre el 40% y 60% en el 7º grado, y de cada cien niños que comienzan el primer grado, menos del 35% egresan del tercer año de Educación Básica" (pág. 291), por supuesto, las cifras son a nivel general, sin especificar materias en las cuales los alumnos reprueban. Se sabe que el sistema educativo venezolano contempla una gama de asignaturas constituyendo parte de la formación integral del venezolano.

Tomando en cuenta el caso de la asignatura Matemática, se asume que ésta posee un alto potencial educativo para el individuo destinado a aprender. Se conjetura que la enseñanza de la misma favorece la transferencia y comprensión a nivel personal de las características esenciales de la ciencia, el mundo real además de la matemática misma. También, es aceptado actualmente que este conocimiento contribuye a un armonioso desarrollo intelectual y propicia la autonomía cognoscitiva, la capacidad de razonamiento, el desarrollo del lenguaje matemático, la solución de problemas, como también la comprensión asertiva en la toma de decisiones del individuo vigente. Sin lugar a dudas, la matemática es un componente educativo reconocido por la nueva sociedad, constituyendo una necesidad para el ciudadano contemporáneo.

Sin embargo, en la actualidad, el tema de Educación Matemática tiene una concepción compleja; ya que en la misma intervienen múltiples agentes los cuales, a veces, suelen ser difíciles de manejar. Por ello, muchos de estos factores han sido estudiados aisladamente con la finalidad de entender, controlar y por supuesto, analizar sus aportes a la educación. Por ejemplo, desde la perspectiva de la psicología ésta disciplina se encarga de estudiar la motivación del individuo, la conducta humana, sus manifestaciones además de todos los aspectos intervinientes en el individuo durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos. Pero a pesar de los esfuerzos científicos, además de los avances alcanzados durante el último siglo, nuevas disyuntivas emergen en psicología de la matemática y el vacío epistemológico persiste.

Análogamente, desde la óptica pedagógica muchos investigadores (Brousseau 1997; Chevallard, 1992; Wittgenstein 1976, entre otros) se han enfocado en elaborar, analizar además de aplicar estrategias que interfieran de manera positiva en la Educación Matemática, sin haber encontrado soluciones prometedoras concretas al desequilibrio de eficiencia entre enseñanza y aprendizaje, por tanto la producción de resultados parciales continúa, así como también se incrementa con el paso del tiempo.

Por otro lado, desde el punto de vista sociológico, el aspecto social, es base de los estudios de Vigotsky (1934) y otros seguidores como Luria (1981), Leontiev (1981), entre otros; quienes aseguran que el contexto social influye en la formación del individuo. Desde esa perspectiva, se crean, investigan además se evalúan diferentes ambientes de enseñanza en post de explicar las condicionas ideales para optimizar la Educación Matemática.

Así mismo, desde una visión epistemológica y filosófica, hay, desde hace más de un siglo, un movimiento intelectual interesado en escrutar los elementos que permiten saber los orígenes además del significado real del conocimiento matemático y sus aplicaciones en relación con su proyección futura en una sociedad cambiante (Bruner,2002; Godino, 1994; Steinbring, 1991). De tal forma, ha emergido un cuerpo de conocimientos teórico que trata de reducir las discrepancias filosóficas y conceptuales de esta disciplina anunciando el nacimiento de una nueva ciencia. En consecuencia, todos los enfoques anteriores aunados, forman parte de una ciencia emergente llamado Didáctica de la Matemática, la cual está en un continuo proceso de ajuste así como también de adaptación a las nuevas exigencias y que por esta razón incrementa potencialmente la investigación en este campo del saber.

Dentro de la Educación Sistemática Oficial, las asignaturas de Matemática en la práctica de aula, no escapan al efecto de la realidad educativa previamente descrita. En la concepción curricular existe un vacío teórico conceptual respecto a la visión ontológica de estas asignaturas y su pertinencia contextual. Así, se observa una discrepancia entre los contenidos además del método de enseñanza, respecto a los requerimientos de una sociedad tecnológica en proceso de evolución.

En este sentido, se han realizado investigaciones en el campo de la Educación Matemática con enfoques pedagógico, filosófico, epistemológico, social así como también psicológico. En la actualidad, la actividad científica en el aspecto didáctico de esta ciencia, ha estado produciendo conclusiones parciales sobre los factores que intervienen en el proceso educativo de dichas asignaturas, con la finalidad de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las mismas.

Por esta razón, diferentes investigadores han dado aportes al estudio de la educación matemática atendiendo una particularidad de esta disciplina, como es el uso del lenguaje simbólico, por el cual, se distingue de cualquier otra ciencia, además que a veces, suele ser incomprensible y muy abstracta para la mayoría de los estudiantes. (Beyer, 1998; Godino y Arriechi, 2000; Godino, 2003; Ruiz y Pachano, 2002; Steinbring, 1997; Vernaug, 1990; entre otros).

Al respecto, Beyer (1998) manifiesta que la Matemática es una ciencia exacta, basada en un sistema de códigos y símbolos donde expresan ideas, en diversos casos, con mucha precisión; caracterizándola como una asignatura difícil de comprender para los alumnos. Así como también sugiere que la dificultad debe ser atendida desde diferentes ángulos, incluyendo las estrategias enfocadas en la comunicación, los símbolos, los significados y otros elementos semióticos.

Por su parte, Mora (2010) plantea que la Educación Matemática debe transcender de la sencillez de la transferencia de conocimientos, siendo en muchos casos memorísticos además de poco relevantes de los docentes a los que se les consideran desprovistos de ideas, saberes y conocimientos básicos e importantes para sus vidas, que son los alumnos. Así mismo, es posible plantar que el trabajo del docente de matemática supone, por un lado el conocimiento del objeto a estudiar, y por otro, plantearse una hipótesis de aprendizaje que le permita llevar a cabo la enseñanza del conocimiento matemático a estudiar.

En concordancia con este planteamiento, es posible plantear que la comprensión del objeto matemático a ser aprendido, proporciona un nivel de destrezas necesario para la resolución de problemas establecidos en alguna otra estructura matemática. Pero más allá de la mera resolución de los problemas, está el saber identificar las técnicas adecuadas, las reglas y argumentos más asertivas. Por supuesto, tanto la técnica a utilizar como las reglas están apoyadas en recursos lingüísticos, por lo que el lenguaje matemático es elemento clave en la comprensión de los objetos matemáticos, el cual está relacionado con el conocimiento conceptual (significados) y argumentativo del contenido a estudiar.

Por esta razón, es importante el estudio y análisis de los símbolos que intervienen en las actividades matemáticas. Por ejemplo, algunos autores (Godino, 2003; Steinbring, 1997; Vergnaud, 1990) han escrito sobre el contexto además del conocimiento de los significados, expresados en esquemas, entre ellos, el triángulo epistemológico presentado por Steinbring (1997) interpretando los estudios realizados por Frege (1984), Peirce (1997), Ogden y Richards (1923), en el cual incluye el concepto, signo / símbolo y objeto / contexto de referencia.

Por su parte, Vergnaud (1990) propone una tríada (S, I, Z), en la cual S representa el conjunto de situaciones que hacen significativo el concepto, I el conjunto de invariantes constituyentes del concepto y la Z el conjunto de representaciones simbólicas usadas para representar el concepto, sus propiedades así como también, las situaciones a las que se refiere. Pero para Godino (2003) pueden ser insuficientes dichos esquemas para describir la complejidad de la actividad matemática además de los productos derivados de ella. Estas concepciones evidencian la necesidad de incorporar factores lingüísticos en la enseñanza de contenidos matemáticos de valor universal como las ecuaciones de segundo grado.

Tomando en cuenta el planteamiento anterior, es necesario el análisis de los conocimientos matemáticos y sus facetas, la acción interiorizada o no, realizada por el sujeto que estudia además del contexto en el cual se encuentra el objeto matemático. Por tal razón, Bruner (2002) manifiesta que el significado simbólico depende de la capacidad obtenida por el individuo para internalizar el lenguaje, además, apoya que la expresión es sensible al contexto y a la comprensión así como también el progreso del alumno es mayor, cuando es capaz de captar de un modo pre lingüístico el significado de aquello que se le está dando a conocer.

Así, desde una perspectiva teórica una de las conjeturas que orientan este estudio establece que la falta de internalización del lenguaje matemático es el causante de la falta de comprensión de los objetos matemáticos, acarreando bajos rendimientos estudiantiles y en algunos casos, el rechazo a la asignatura. Esta conjetura es derivada del análisis de la actividad investigativa a nivel global, cuyos resultados indican una disminución de calidad en la educación matemática general.

Particularmente, la actividad de indagación nacional muestra que el sistema educativo venezolano, no escapa de los problemas presentados en la asignatura matemática a nivel universal. En un estudio realizado por Sinea (Sistema Nacional de Medición y Evaluación del Aprendizaje) en 2004, mediante la aplicación de pruebas para medir y evaluar el rendimiento académico que poseen los alumnos de tercero, sexto y noveno grado; se obtuvo que las principales fallas de los mismos se presentan en el área de Matemática, teniendo un promedio elevado el no contestar correctamente la mitad de las preguntas.

La descripción de los resultados obtenidos de SINEA, manifestaron el bajo desempeño al momento de resolver los problemas, ya que tienen serias dificultades para interpretar el lenguaje matemático; en consecuencia, dificulta la aplicación de estrategias pertinentes para obtener la solución adecuada a los ejercicios propuestos.

En sentido similar, el poco interés mostrado hacia la Matemática por los estudiantes, se evidencia en las aulas de clases, cuando al presentar evaluaciones olvidan fácilmente el significado de algunos símbolos matemáticos además de la función de los mismos. Esto demuestra que ellos solo hacen uso de los conocimientos matemáticos de manera mecánica, en la cual no razonan para qué y por qué están utilizando dichos símbolos.

Además de esta debilidad, la interpretación realizada de algunas estructuras matemáticas suele ser errada, ya que no respetan las reglas o normas establecidas para el estudio del contenido. Por ejemplo, cuando en las ecuaciones de segundo grado se utiliza la resolvente, suelen restar el cuadrado del coeficiente de la variable cuyo exponente es la unidad con el número cuatro de la fórmula, para luego multiplicarlo por el coeficiente de la variable elevada al cuadrado y el término independiente; significando que el tratamiento usado en la ecuación es errado. Al mismo tiempo, no razonan que en algunas oportunidades las ecuaciones pueden ser resueltas utilizando otro método, como la factorización.

Los inconvenientes educativos nombrados anteriormente, se evidencian en la Unidad Educativa Nacional: “Santiago Florencio Machado”, ubicada en la urbanización Ciudad Alianza del municipio Guacara, en la cual la investigadora en su práctica profesional ha podido constatar que los alumnos suelen presentar diversas dificultades a la hora de interpretar y dar respuesta a los ejercicios propuestos. En el caso de tercer año, las confusiones matemáticas son muy agudas, ya que los alumnos no logran comprender ni usar correctamente conceptos ni conocimientos básicos.

Lo anteriormente planteado se refleja en el bajo rendimiento académico presentado por los estudiantes. Por ejemplo, en el año escolar 2008 – 2009 el 32% de los estudiantes fueron a reparar dicha asignatura. De ese porcentaje, el 13% aplazó la materia en un solo lapso con calificación extremadamente baja, y al aprobar los otros dos lapsos con notas un tanto escasas; no lograron recuperar la asignatura. El 40% reprueba la materia en dos lapsos, con notas muy bajas; el 47% reprobó dicha asignatura en los tres lapsos. Notándose que los alumnos no se interesan lo suficiente por dicha área. Entre ellos está el 92% que logró aprobar la asignatura en el examen de reparación, un 3% pasó al 4año con la materia pendiente y el 5% repitieron el año.

En el siguiente año escolar 2009 – 2010, se notó con más preocupación un incremento en dificultades y desinterés que tienen los alumnos al estudiar matemática. Por ejemplo, el 45% de los estudiantes reprobaron la misma. De igual forma un 18% reprobó la asignatura en el primer lapso con una calificación excesivamente baja, incluso, algunos no presentaron ni una evaluación; el 35% reprobó la asignatura en dos lapsos y el 47% la reprobó en los tres lapsos. Pero lo más preocupante no es el mero hecho de reprobarla, sino el desinterés, la falta de atención así como de responsabilidad que tienen los mismos para con dicha asignatura. En este año escolar, sólo el 75% lograron aprobar la asignatura en el examen de reparación; 12% pasó al próximo año escolar con la materia pendiente quedando un 13% para repetir el año escolar.

Las cifras mostradas anteriormente, indica que la falta de comprensión semiótica de las estructuras matemáticas trae como consecuencia el desconocimiento de los nuevos contenidos a estudiar afectando el promedio académico de los alumnos que aspiran cursar estudios superiores. Además, la ausencia de significados semióticos de los objetos matemáticos parecen estimular la deserción escolar así como del bajo rendimiento del alumno, por falta de autoestima y confianza en sí mismo, generando la creencia errónea de que las matemáticas sólo pueden ser estudiadas por pocos (Ortega. 2007).

Por otro lado, los que deciden continuar con sus estudios, a pesar de las deficiencias acumuladas en la comprensión de las matemáticas, tienden a rechazar las asignaturas así como también las carreras relacionadas con dicha ciencia, y en el caso de estudiar alguna profesión que haga uso de la matemática, terminan por repetir, durando un largo tiempo para aprobarla o aprueban con bajas calificaciones; tan sólo por el rechazo sentido hacia la misma. (García. 2006)

Por tal razón, se hace necesario cambiar las estrategias utilizadas para impartir tan esencial e importante ciencia. Se debe diseñar, proponer, así como también ensayar una didáctica de la Matemática alternativa que considere el estudio de las relaciones dialécticas; con más amplitud, entre las ideas matemáticas y el lenguaje matemático (sistemas de signos); lo que permitiría abordar en el desarrollo de una epistemología así como una semiótica específica que estudien los procesos particulares de interpretación didáctica de lo cuantitativo (Godino, 2003).

Se hace necesario entonces, especificar la semiótica y epistemología propia de la Educación Matemática, su significado además de la utilidad que tiene en la enseñanza de contenidos matemáticos. Esta tendría como objetivo la unificación de criterios sobre la significación, permitiéndole al alumno un esclarecimiento en la estructura sintáctica y semántica de los objetos matemáticos, para comprenderlos así como llegar a resolver exitosamente los problemas planteados.

Tomando en cuenta el planteamiento anterior, fue propuesta la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) por un grupo de investigadores de la Universidad de Granada. Este grupo ha llevado a cabo un estudio minucioso así como también riguroso de la cognición e instrucción matemática, con un enfoque ontológico – semiótico, pretendiendo proporcionar un marco unificado para el estudio de las diversas formas de conocimiento matemático además de las interacciones en el sistema didáctico.

Desde esta perspectiva, se plantea que la cognición matemática de un individuo depende del desenvolvimiento personal e institucional que posee, la cognición personal es la relación existente entre el pensamiento y la acción del sujeto tomada frente a cualquier problema encontrado, mientras que la cognición personal, es el diálogo y convenio establecido en un grupo de individuos interesados en desarrollar el mismo estudio.

Dicho lo anterior, dependiendo de la cognición matemática que posea el alumno, se analizará ontológica y semióticamente el contenido a estudiar, permitiendo descomponer en sus unidades fundamentales la estructura matemática, además de indagar sistemáticamente el conjunto de signos puestos en juego, permitiendo al estudiante un aprendizaje significativo.

En la presente investigación, se pretende implementar un diseño instruccional que tome en cuenta los fundamentos de la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) (Godino, 1993) para el estudio de la ecuación cuadrática; contenido estudiado en el tercer año de Bachillerato además de ser utilizado en algunos ejercicios de física, otra de las asignaturas rechazadas por los alumnos. Así, con la finalidad de verificar si la TFS proporciona en los estudiantes un conocimiento semiótico de la simbología y significado de las ecuaciones cuadráticas además de comprobar si esto les permite internalizar y aplicar ese conocimiento a la resolución de las ecuaciones cuadráticas.

En definitiva, se puede plantear: ¿Cuáles son las implicaciones de la internalización del conocimiento semiótico, simbología y significado de las ecuaciones cuadráticas, en el desempeño matemático de los estudiantes? ¿Cuáles son las implicaciones de la aplicación del conocimiento semiótico, simbología y significado de las ecuaciones cuadráticas, en el desempeño matemático de los estudiantes? ¿Cuál será el efecto de la implementación instruccional de la Teoría de las Funciones Semióticas, en la comprensión de las ecuaciones cuadráticas; en los alumnos de tercer año de Educación Básica?

1.2 Objetivos de la Investigación

- **Objetivo General:**

Determinar el efecto de un diseño instruccional; basado en los postulados de la Teoría de las Funciones Semióticas y dirigido a estimular la comprensión de las ecuaciones cuadráticas; en el desempeño matemático de los alumnos de tercer año de Bachillerato, en la Unidad Educativa Nacional: “Santiago Florencio Machado”

- **Objetivos Específicos:**

1. Establecer la homogeneidad entre el grupo control y experimental mediante la medición de los conocimientos previos de los estudiantes de 9no Grado en el contenido de ecuaciones cuadráticas mediante la administración de una pre-prueba al grupo control y experimental.

2. Aplicar el Diseño Instruccional basado en los postulados de la Teoría de las Funciones Semióticas al grupo experimental; simultáneamente se imparten las clases tradicionales al grupo control.

3. Comprobar el grado de compresión de las ecuaciones de segundo grado, alcanzando por ambos grupos después de ser aplicadas las estrategias TFS y tradicional a los grupos experimental y control, respectivamente.

4. Comprobar los resultados obtenidos en ambos grupos verificando el efecto de la Teoría de las Funciones Semióticas sobre el grado de comprensión de las ecuaciones de segundo grado adquirir por los alumnos participantes del experimento.

5. Establecer las implicaciones de la interpretación del conocimiento semiótico, simbología y significado de las ecuaciones de segundo grado, en el desempeño integral matemático general de los estudiantes.

1.3 Justificación de la Investigación

El presente estudio es importante desde el punto de vista didáctico porque pretende utilizar los aspectos más relevantes de la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) como base de un diseño instruccional suponiendo una alternativa viable, práctica y sostenible de desarrollar el potencial matemático del alumno así como el potencial pedagógico del docente usuario.

Se espera que el diseño utilizado, permita tanto a los estudiantes como al docente, trabajar de una manera más analítica la resolución de cada problema; no importando la cantidad de ejercicios resueltos en clases, sino, resolverlos significativamente, de manera eficaz, comprendiendo las características y alternativas que presenta cada problema además de sus implicaciones en el aprendizaje. Así como también, vincular cada uno de ellos con la realidad particular del individuo, para demostrarles que el contenido no es sólo una mera representación simbólica y formal de ciertos elementos, sino que van más allá.

Desde una perspectiva teórico-práctica, la investigación es relevante por ser una fusión multidimensional de conocimientos y aplicaciones. En este sentido, el experimento constituye una extensión y profundización de la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) llevadas a la práctica en el aula, ya que la misma plantea el desarrollo de procesos particulares de aprendizaje y evaluación cognoscitiva; la comprensión así como la transferencia de contenidos matemáticos, en este caso, el de las ecuaciones cuadráticas. Además de ensayar en la práctica factores contextuales, institucionales e individuales establecidos en la señalada teoría.

En cuanto al carácter práctico, se puede nombrar el interés del autor por profundizar acerca de la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) y verificar el aporte que puede brindar a la comprensión de estructuras matemáticas. Además de intentar buscar una solución a la problemática de deficiencia cuantitativa presentada en el tercer año de Educación Básica cuando estudian las ecuaciones cuadráticas, esperando con ello, mejorar significativamente la comprensión de los alumnos en dicho contenido.

En cuanto a sus aportes, se podría considerar un estudio novedoso en cuanto a que la implementación de la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) en este objetivo académico es, hasta donde se ha indagado una novedad, aplicada solo a nivel universitario, en contenidos probabilísticos y en informática. Adicionalmente, el estudio, se considera útil ya que al verificar el efecto del diseño instruccional en la comprensión de las ecuaciones de segundo grado, puede ser transferido a la enseñanza de varios contenidos matemáticos en cualquier grado del bachillerato. Además, esta experiencia puede proporcionar a los alumnos, así como al docente, una nueva manera de tratar los objetivos requeridos por los estudiantes.

Adicionalmente, se considera un aporte a la Institución, ya que con él puede representar mejoras el desempeño cuantitativo escolar e incrementar el promedio académico institucional, además de ser una contribución para los estudiantes, el estudio ofrece nuevas estrategias para estudiar y comprender mejor los contenidos matemáticos útiles para los nuevos contenidos de aprendizaje en grados posteriores.

Para la autora es importante el estudio, porque con él se pueden descubrir nuevas formas de trabajar los contenidos matemáticos, o nuevas estrategias dando significado a los objetos matemáticos a favor de desarrollar la comprensión de los alumnos y por ende, mejorar su desempeño docente.

II. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la Investigación

El estudio de los símbolos como elemento de comunicación ha sido tema de interés científico desde los tiempos de Platón, cuando establecía el significado del signo en el diálogo del lenguaje de Sócrates con Catrilo, de allí a nuestros tiempos se han presentado diversos estudios de los signos, símbolos, significados y el lenguaje.

En una investigación realizada por Godino (2010), "Marcos Teóricos sobre el Conocimiento y el Aprendizaje Matemático" se plantea que la inquietud por dominar los significados y términos matemáticos lleva directamente a la investigación acerca de la "naturaleza de los objetos matemáticos, a la reflexión ontológica y epistemológica sobre la génesis personal y cultural del conocimiento matemático y su mutua interdependencia" (Godino, 2010. p.3). Por tal motivo, es necesaria la indagación de los objetos matemáticos a estudiar, conocer su origen además del uso que puedan tener, para convencer a los alumnos de lo que se va a estudiar es provechoso, no sólo algebraicamente, sino para su entorno.

De igual forma, el autor plantea "la complejidad del problema semántico del lenguaje matemático se incrementa por la variedad de registros semióticos utilizados en la actividad matemática" (Godino, 2010. p. 4). Esto hace que la práctica matemática sea algo confusa para muchas personas, el dominio de los registros semióticos no es una cualidad generalizada en los individuos. Para algunos, es posible que no sean de interés, por lo tanto, no se sienten en la disposición de manejarlos; trayendo como consecuencia el poco dominio de un lenguaje matemático necesario para el desarrollo efectivo de los problemas algebraicos planteados.

En ese estudio, el autor demuestra la necesidad de dominar los presupuestos ontológicos acerca de la naturaleza de los conceptos utilizados en las teorías de aprendizajes, para el desarrollo de un conocimiento efectivo en los alumnos.

Así mismo, en otra investigación realizada por Godino (2012) en compañía de Castro, Aké y Whilhelmi se plantea que el álgebra ha sido entendida como un lenguaje simbólico dirigido tan sólo a la resolución de ecuaciones y estudio de los polinomios, apareciendo de forma salvaje en la secundaria sin evidente continuidad con los contenidos estudiados en primaria. De igual forma, manifestaron que “existe un desfase entre la habilidad de los estudiantes para el reconocimiento y expresión verbal de un cierto grado de generalidad y la habilidad para emplear la notación algebraica con facilidad” (Godino et al, 2012. p. 490)

Esto evidencia la problemática existente en el aula de clases con los alumnos en el reconocimiento del lenguaje algebraico usado, en consecuencia, la resolución de ejercicios matemáticos se hace complicada. Notablemente es lo que ocurre en los alumnos de Noveno Grado de Educación Básica, al intentar resolver ecuaciones cuadráticas se observa la ausencia de una expresión verbal adecuada y mucho menos utilizan la notación algebraica de forma eficiente. El estudio citado anteriormente, incitó la búsqueda de un método que permita al docente manejar el lenguaje algebraico de forma sencilla pero adecuada, permitiendo la comprensión de los significados institucionales planteados en la investigación.

Por su parte Pastrán (2008) en su investigación “Estrategias Creativas de Enseñanza para el Aprendizaje de la Matemática en los alumno de Noveno Grado de la Unidad Educativa la Honda” plantea la necesidad del diseño de estrategias de aprendizaje por parte del docente, proporcionándole a los estudiantes la forma de relacionar la asignatura de Matemática a las actividades cotidianas; además de generar el trabajo de aula y “motivando a los alumnos hacia las actividades relacionadas con la asignatura” (Pastrán, 2008. p. 22)

La investigadora planteó actividades grupales en el aula de clases que permitieron a los alumnos relacionar los contenidos estudiados con su entorno, demostrándoles que la matemática no es una ciencia aislada de la realidad, por el contrario, es una necesidad para el individuo y el mundo que lo rodea. Esta investigación influyó en la realización del Diseño Instruccional, realizando actividades grupales donde los alumnos pudieran discutir el contenido a estudiar y proporcionaran conclusiones de los mismos, además de diseñar preguntas y problemas de ecuaciones basados en el medio ambiente.

Por su parte, Mayorga (2010) manifestó en su investigación, que la enseñanza y aprendizaje de la matemática está basada en desarrollar las nociones o conceptos útiles en los alumnos pudiendo comprender su entorno; además de transmitir el acervo cultural de la sociedad, proporcionándole herramientas que les permitan acceder a otras áreas de conocimiento y actividad humana.

De igual forma planteó la autora: “aprender el álgebra implica un cambio de pensamiento, pasar de tareas numéricas concretas a proposiciones generalizadas sobre los distintos campos numéricos y sus operaciones; representadas de manera formal” (Mayorga, 2010. p.4). Su estudio basado en las Ecuaciones Lineales con dos Incógnitas en los alumnos de Tercer Año, le permitió demostrar que las clases están centradas solamente en un método expositivo, donde los contenidos son descontextualizados y fuera del interés de los estudiantes; además de darles tan solo un enfoque aritmético prevaleciendo las operaciones numéricas con resolución de problemas algorítmicos, generando así una ruptura entre la aritmética y el álgebra.

En tal sentido, López y López (2011) sugieren a los docentes de matemática trabajar en un ambiente donde los alumnos puedan explorar, discutir, argumentar y comprobar ideas, así como también la práctica de habilidades numéricas. Por tal motivo, intentaron crear un aprendizaje basándose en la comprensión de las matemáticas posibilitando el aprendizaje del álgebra.

En su investigación del "Uso de las Variables en Álgebra Temprana", manifestaron que los estudiantes deben tener la capacidad de interpretar, manipular y simbolizar la variable motivo de estudio. Así como también usarla como incógnita, les permite reconocer en la expresión algebraica un valor susceptible de determinarse; interpretándola "como una entidad que puede tener valores específicos para mantener la ecuación como verdadera y llevar a cabo las operaciones algebraicas o aritméticas necesarias" (López y López 2011. p.5).

Las autoras plantearon la necesidad de enseñar en cursos básicos el uso de las variables de las ecuaciones, permitiendo así la internalización del contenido y el uso adecuado de las mismas en la resolución de ecuaciones matemáticas en niveles más avanzados. De tal manera que los estudiantes sientan que los contenidos estudiados en primaria están concatenados con los vistos en secundaria, permitiendo así la familiarización más rápida con los mismos.

En este mismo orden de ideas, Cifuentes (2011) en su "Propuesta de Enseñanza para el aula. Ecuaciones y Modelos" expuso que los factores relacionados con los bajos resultados académicos están en correspondencia con el desinterés de los alumnos frente a los conceptos matemáticos, además de las pocas estrategias y recursos utilizados para la enseñanza de la matemática.

En tal sentido, propuso un modelo geométrico para la resolución de ecuaciones cuadráticas haciendo uso de figuras planas, lo que permitió "el acercamiento al desarrollo de procesos mentales de construcción de conceptos aproximados al aprendizaje significativo" (Cifuentes, 2011. p.6). Evidenciando la necesidad de cambiar la Didáctica de la Matemática presente en las aulas educativas, redefinir las clases expositivas a participativas y creativas, donde se desarrollen actividades grupales permitiendo el razonamiento de los alumnos de actividades cotidianas; así como también, el uso de un lenguaje algebraico adecuado.

Esta investigación permitió la búsqueda de actividades cotidianas donde sean necesarias las ecuaciones cuadráticas, permitiendo a los estudiantes verificar que el contenido a estudiar no es un conocimiento abstracto por completo, más bien es una herramienta utilizada para resolver ciertas situaciones presentadas en sus vidas. Así como también, se realizó el Diseño Instruccional propiciando un lenguaje algebraico en los alumnos correcto para su uso posteriori en Matemática y cualquier otra asignatura que haga uso de las ecuaciones de segundo grado.

Tomando en cuenta la idoneidad didáctica del proceso de enseñanza y aprendizaje, Font y otros (2010) plantean que la aplicación de los procesos de instrucción requiere de análisis previos de las diversas dimensiones implicadas en la habilidad pedagógica, como lo son:

- *Idoneidad Epistémica*: En la cual se necesita caracterizar los tipos de problemas, los sistemas institucionales puestos en práctica; además de reconstruir las configuraciones de objetos y procesos matemáticos.
- *Idoneidad Cognitiva*: Donde se elabora la información de los significados personales y la identificación de conflictos semióticos potenciales.
- *Idoneidad Interaccional y Mediacional*: En la cual se necesitan analizar el recorrido del estudio y las interacciones didácticas manifiestas entre el docente, alumnos y recursos disponibles. Así como identificar los conflictos semióticos producidos.

En este estudio, basado en la Teoría de Funciones Semióticas (TFS) planteadas por Godino (1998), se revela la abnegada planificación que debe realizar el docente de matemática en sus actividades educativas, pensando en la necesidad de los alumnos por dominar e internalizar los objetos institucionales matemáticos a estudiar, así como también, tener en cuenta los conocimientos previos de los educandos para que logren identificar y resolver los conflictos semióticos de los mismos. Lo que sirvió de guía para la elaboración del Diseño Instruccional planteado en la presente investigación; cada una de las actividades realizadas en el mismo, se hicieron tomando en cuenta las diferentes idoneidades didácticas planteadas por Fon y otros (2010).

De igual forma, Aponte (2008), realizó un estudio para caracterizar los "Significados Personales de las Ecuaciones de Primer Grado con una incógnita en estudiantes de Primer Año de Educación Básica"; haciendo uso del modelo semiótico – antropológico propuesto por Godino y Batanero (1994, 1998) donde se hace referencia a tres dimensiones básicas en la planificación de estrategias educativas matemáticas:

- *Dimensión Epistemológica:* Inspección sobre el origen del tema a estudiar.
- *Dimensión Cognitiva:* Donde se visualicen las dificultades y errores presentados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- *Dimensión Instruccional:* Revisión de los antecedentes fundamentales a estudiar.

En esa investigación, la autora verificó la presencia de errores conceptuales en las definiciones de igualdad numérica, ecuación, variables, entre otros; así como también, la realización errónea de las operaciones elementales y el escaso uso del lenguaje algebraico, influyendo en la resolución de problemas de ecuaciones. Por tal motivo, en la elaboración del Diseño Instruccional presentado se hizo necesario enfatizar en las definiciones de los elementos de las ecuaciones cuadráticas, permitiendo así la discusión grupal de los mismos para la corrección de las posibles equivocaciones en los objetos institucionales estudiados, propiciando un uso adecuado de los conceptos y por tanto, la resolución efectiva de los ejercicios planteados.

De esta forma queda implícito el estudio ontológico – semiótico de una estructura matemática, que propicie un conocimiento adecuado al alumno, además de hallar el significado de los símbolos, es necesaria la búsqueda de su origen, la cual permita al estudiante un aprendizaje más acertado y que se logre anclar en la memoria a largo plazo.

Por su parte Vergnaud (1990) considera:

> El concepto no puede reducirse a su definición, al menos si nos interesamos en su aprendizaje y enseñanza… son las situaciones que dan sentido a los conceptos matemáticos, pero el sentido no está en las situaciones y los significados. Más precisamente, son los esquemas evocados en el sujeto individual por una situación o un significante para el individuo (p.158)

Esto sustenta los planteamientos presentados anteriormente, no solamente es necesario el concepto de una estructura matemática, sino que el contexto donde se desarrolla o se presenta el objeto matemático a estudiar. Haciendo énfasis en el tema elegido en la presente investigación, se sabe que la variable X elevada al cuadrado (x^2) es una variable cuyo valor es desconocido, pero que dependiendo de su ubicación tendrá un significado particular, puede ser parte de un polinomio de grado 2 o mayor, de una ecuación cuadrática o de una función cuadrática.

2.2. Bases Teóricas

Se consideró una base fundamental de la presente investigación, el estudio realizado por Godino (2003), acerca de los temas ontológicos – epistemológicos de la Instrucción Matemática. En él se plantea: “Es preciso estudiar con más amplitud y profundidad las relaciones dialécticas entre el pensamiento (las ideas matemáticas), el lenguaje matemático (sistemas de signos) y las situaciones – problemas para cuya resolución se inventan tales recursos". (p.4)

De esta forma el citado autor, plantea la necesidad de involucrar el lenguaje matemático con las ideas para que se puedan resolver con eficiencia los problemas matemáticos tan usados en el contexto escolar. Así mismo, dicho autor establece que en la práctica matemática se inmiscuyen los símbolos y gráficas que forman parte de los objetos materiales y abstractos representados de manera textual, oral y hasta gestual. (Godino, 2003)

Es aquí donde se hace necesaria la manipulación de los significados de los signos en el contexto matemático, el cual permitirá a los alumnos el manejo asertivo de sus conocimientos en el proceso de resolución de ejercicios, lo que Godino plantea como "prácticas de las matemáticas".

Continuando con la misma investigación, se considera la concepción de la cognición matemática, planteada por el autor de la siguiente manera:

> La cognición matemática debe contemplar las facetas personal e institucional, entre las cuales se establecen relaciones dialécticas complejas y cuyo estudio es esencial para la educación matemática. La "cognición personal" es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras la "cognición institucional" es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos. (p.11)

Esto hace evidente que el conocimiento matemático, además de necesitar un lenguaje, precisa la internalización individual de las ideas planteadas, para luego discutirlas, y de ser necesario corregirlas, tomando en cuenta los criterios de otras personas interesadas en el mismo tema, lo que hace que el conocimiento se aprenda de una manera eficaz.

En cuanto al aspecto semiótico de la investigación, el autor plantea:

> Un conflicto semiótico es cualquier tipo de disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos

> sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa. Los conflictos semióticos se consideran como explicaciones potenciales de las dificultades y limitaciones de los aprendizajes matemáticos (p.11)

Este tipo de conflicto semiótico sucede continuamente cuando los alumnos observan las ecuaciones cuadráticas; confunden su significado, y suelen resolverlas como si fueran ecuaciones de primer grado, o la confunden con una función.

Con respecto a la comprensión de las estructuras matemáticas Godino (2003), plantea que en ella participan los aspectos: práctico, en el cual se presentan las situaciones, problemas y las técnicas empleadas para la solución; un componente discursivo/relacional, que tiene que ver con las reglas y justificaciones que se deben establecer en la solución del problema; y por último el lenguaje matemático.

En el estudio de la TFS (Teoría de las Funciones Semióticas), se presenta la importancia del significado de los signos, como fuente de comprensión y análisis de las estructuras matemáticas. Uno de los psicólogos que realizó estudios de la naturaleza y significación de los signos fue Lev Semenovich Vygotsky. Una de sus tesis plantea que los procesos mentales pueden entenderse solamente mediante la comprensión de los instrumentos y signos que actúan como mediadores.

Este psicólogo hace referencia de las interrelaciones mutuas; tomando en cuenta la importancia de formas de mediación (como el lenguaje), mediante el empleo de instrumentos y signos. Vygotsky considera que el concepto de signo es fundamental en sus teorías, lo utilizaba "con el sentido poseedor de significado" (Vygotsky, citado por Wertch, 1990, p. 34). Mantenía firme la teoría de que los signos no son objetos abstractos sin sentido, al contrario, ellos tienen una capacidad mediacional que ocuparon gran parte de sus estudios.

Se dice que Vygotsky desarrolló un estudio de semiótica, en el cual se incursionó en la naturaleza del significado de los sistemas de signos (lingüísticos y no lingüísticos) que le permitió establecer una interpretación de la relación genética entre los procesos sociales e individuales (Wertch, 1990. P. 34), mantenía la convicción de que en ambos procesos existía la influencia de la semiótica. Gracias a su abnegada labor de indagador, logró relacionar varias ramas del conocimiento, que le permitió elaborar un enfoque con los factores sociales, psicológicos y semióticos que forman parte del desarrollo del individuo.

Tomando en cuenta la relación anterior, concibió un "principio de desarrollo de overarching", que reemplazó el principio de Darwin. En el cual estableció que la descontextualización de los instrumentos de mediación, se debía a que el significado de los signos se volvían menos dependiente de los contextos sociales en los cuales se desenvuelven.

En el caso de las Matemáticas, Vygotsky hizo referencia a la descontextualización en el cálculo:

> Se halla ligada a la aparición de un sistema numérico en el que una cantidad puede ser representada independientemente de cualquier contexto perceptivo…, la cantidad puede llegar a convertirse en un objeto abstracto en sí mismo, en lugar de un significado ligado a un determinado conjunto de objetos (Wertsch, 1990, p. 50)

Tal vez, por esta descontextualización los estudiantes no logran analizar las estructuras matemáticas utilizadas en los contenidos vistos por ellos. No logran percibir el contexto o la naturaleza de los símbolos, y lo que ellos significan.

De acuerdo con lo estipulado por Vygotsky, Jerome Bruner (2002) plantea:

> La adquisición de un lenguaje es muy sensible al contexto; lo que quiere decir que el progreso es mayor cuando el niño capta de un modo pre lingüístico el significado de aquello de lo que se está hablando o de la situación en la que se produce la situación. Dándose cuenta del contexto, el niño parece más capaz de captar no sólo el léxico sino también los aspectos apropiados de la gramática del lenguaje (p. 79)

De esta perspectiva, se hace referencia en el campo de la matemática, la cual hace uso del lenguaje característico y que debe ser captado por el estudiante para que se desenvuelva en el contexto en el que se encuentra.

Así mismo, Bruner (2002) hizo hincapié en los procesos cognoscitivos de los seres humanos. Para él la representación cognitiva se presenta en tres fases: inactiva, icónica y simbólica. La primera consiste en la imitación de un evento pasado haciendo uso de sus acciones motrices. La representación icónica que sucede cuando el sujeto se imagina una operación, como una forma no solo de recuerdo sino también de recrearlo en la mente cada vez que sea preciso, en las cuales no se recuerda todo lo ocurrido u observado.

Por último están las representaciones simbólicas, que dependen de la comprensión lingüística que de ellas se hacen. Para Bruner (2002) un símbolo es una palabra que representa alguna cosa pero que no necesariamente se parece a la misma. Eso tiene que ver mucho en el campo de las matemáticas, los números o símbolos utilizados no son parecidos a lo que representan; por ejemplo, el signo “más” no se parece en lo absoluto al proceso de adición que representa, pero que sin embargo, se reconoce el procedimiento que se debe hacer. Por su parte, las cifras tampoco cuentan con características que indiquen la formación de objetos que ellos representan.

Además de eso, plantea que los símbolos son inventados por las personas con la intención de referirse a algunos objetos, ideas o actos, y el significado de los mismos se comparten porque la gente se ha puesto de acuerdo para compartirlos. Es el caso de las cifras matemáticas, durante muchos años varias colonias tenían su modalidad para denotar cierta cantidad; hasta que acordaron trabajar todos con la misma simbología, convirtiéndolo en un lenguaje universal.

También debe señalarse que para Bruner el lenguaje simbólico depende de la capacidad personal que tiene un sujeto para internalizar ese lenguaje para interpretar la relación existente. Además: “la única forma en que podríamos concebir una biología del significado sería por referencia a algún tipo de sistema precursor que prepara al organismo pre lingüístico para entrar en tratos con el lenguaje, algún tipo de sistema protolingüístico” (Bruner, 1990, p. 77)

Por supuesto que Bruner (1990) plantea aquí en líneas generales, el significado simbólico, pero que forma parte de la significación de los símbolos matemáticos que forman parte del presente estudio.

En conclusión, Resnick y Ford (1990) señalan que con sus estudios de la teoría cognitiva del desarrollo conceptual nombrado anteriormente, Bruner;

> Afirma que las estructuras matemáticas se pudieran ir formando en las mentes de los estudiantes a base de proporcionarles experiencias que les permitan desarrollar representaciones inactivas, icónicas y simbólicas de los conceptos en ese orden. Se plantea la hipótesis de que estas representaciones mentales son las formas o modos en que se recuerdan las experiencias de aprendizaje, y, en último extremo, los conceptos. (Resnick y Ford, 1990, pág. 154)

Así mismo, la Teoría de las Funciones Semióticas, pretende que los estudiantes establezcan los conceptos de una estructura matemática a partir de sus experiencias, hipótesis y creencias de dicha estructura. Por supuesto, el docente buscará la manera de representar los conceptos complicados de manera que los estudiantes puedan entender en un nivel adecuado a sus capacidades intelectuales y a su experiencia.

La Semántica en Aritmética

En este aspecto, Gottlob Frege (1984) desarrolló ideas sobre semántica, las cuales fueron planteadas en diversos artículos, refiriéndose a los componentes ontológicos de su teoría semántica, entre las cuales está el objeto y función, categorizados como fundamentales en su ontología y que hacen referencia a todo lo que hacen o dicen los sujetos. Para Frege, no existe más nada que objeto y función, lo que no es un objeto es función, y viceversa.

Después de establecer el objeto y función, explicita la diferencia entre sentido y referencia del signo o expresión, elementos claves en el estudio lingüístico. Según él “el objeto al que una expresión se refiere es su referencia y la peculiar manera de referirse a él es su sentido” (Frege, 1984. Pág, 11), elementos que son necesarios distinguir en el lenguaje matemático; para su mejor comprensión.

Tomando en cuenta el objeto, función, sentido y referencia formuló sus Fundamentos de la Aritmética, tratando de establecer y aclarar la semántica utilizada en la lógica y matemática; explicitando los fundamentos teóricos de la matemática, necesarios para la comprensión de estructuras matemáticas. Evidentemente, la Teoría de las Funciones Semióticas hace uso de los estudios de Frege, ya que establece una definición de los objetos matemáticos, caracterizados como personales e institucionales y que forman parte en el proceso cognoscitivo de los contenidos matemáticos. Además de tener presente la importancia de las definiciones y lo que se puede conseguir con ello.

Teoría de las Funciones Semióticas

Godino y su grupo de investigadores presentan un enfoque ontológico – semiótico de la cognición e instrucción matemática. Allí se insiste en la necesidad de ahondar en la ontología del conocimiento matemático a estudiar, en la cual los estudiantes puedan saber de dónde y cómo surgen establecidos conocimientos, la intención y finalidad de conocerlos.

Otro de los objetos de la Teoría de las Funciones semióticas es el análisis de los significados establecidos como institucionales y personales. Los primeros hacen referencia a las acciones compartidas en el seno de un grupo o institución, las segundas a las prácticas realizadas de manera individual por un sujeto.

Esto es importante en el aprendizaje de la matemática, ya que en algunas oportunidades el significado personal que se hace de algún contenido u objeto matemático es errado, y con las prácticas realizadas de manera grupal se aclaran dudas. Por eso Godino plantea que deben realizarse prácticas grupales, en los cuales se discuten los usos característicos de los conceptos, las situaciones problemáticas fundamentales, y las teorías y proposiciones matemáticas a utilizar.

Con la elaboración de éste enfoque de la cognición e instrucción matemática, se intenta explicitar las dificultades y limitaciones presentadas en el aprendizaje matemático, basados en un estudio ontológico y semiótico de los objetos matemáticos, que pueden ser capaces de mejorar la competencia y comprensión matemática.

Con respecto a éstos, Godino plantea que existe una relación entre comprensión y competencia, pero que no significan lo mismo. Cuando se habla de comprensión matemática se refiere al "por qué se hace" cierta práctica matemática; y en el caso de la competencia es el "saber hacer". Esto hace evidente que en las prácticas matemáticas es necesaria tanto la comprensión como la competencia.

Reflexionando un poco con respecto a la comprensión de algún contenido matemático; se ha hecho necesario establecer la diferencia entre la comprensión relacional e instrumental, elaborada por Skemp (1976); quien apoyaba fuertemente la comprensión relacional después de haber establecido diversas razones por las cuales el docente hace uso de las mismas.

En cuanto a la comprensión relacional, se refiere a la que generalmente se adapta a nuevas tareas, anclando el método aprendido a nuevos problemas; además de ser más fáciles para recordar; ya que una vez que se interrelacione con otros contenidos estudiados o hechos de la cotidianidad, será más fácil de recordarlo como parte de un todo. Por su parte, Skemp citado por Godino (2002) se refiere a la comprensión instrumental como un método usualmente más sencillo para aprender y los resultados suelen ser más cercanos y positivos; lo que trae satisfacción al alumno, ya que se siente competente al poder resolver cualquier tipo de ejercicios planteados, sin embargo, no es capaz de controlar diferentes métodos para resolver diversos problemas.

Tomando en cuenta los tipos de comprensión planteados anteriormente, se puede afirmar que en el caso de las ecuaciones cuadráticas también se presenta la comprensión instrumental, cuando se aprenden una forma de resolverlas haciendo uso de la resolvente. Mientras se trabajen ejercicios, son capaces de aprenderse y reconocer la fórmula, sin embargo, no saben si la ecuación tendrá una o dos soluciones antes de resolverlas, y mucho menos, buscan otros métodos más sencillos para resolver determinados tipos de ecuaciones de forma más rápida.

De igual forma, la comprensión relacional es necesaria al estudiar este contenido ya que si se afianza fuertemente el estudiante no tendrá dificultades para resolver ejercicios de otros contenidos, incluso de otras asignaturas que hagan uso de las ecuaciones de segundo grado. Así mismo, los alumnos podrían efectuar los procesos determinados para la resolución de los problemas haciendo uso no sólo de la resolvente, sino de otro tipo de método que les permita trabajar de forma más rápida e igualmente efectiva.

Por su parte, el docente debe encontrar la forma de propiciar los dos tipos de comprensión, el instrumental, dando las reglas y métodos apropiados; además del relacional, capaz de interrelacionar las ecuaciones cuadráticas con otros contenidos y hasta con otras asignaturas, así se dan cuentan los alumnos que las ecuaciones de segundo grado son útiles e importantes en matemática y que, como cualquiera de los contenidos matemáticos, forma parte de un todo.

De tal forma, el docente a la hora de enseñar tal contenido, debe tomar en cuenta los fenómenos ligados a la comprensión de los objetos matemáticos, visualizado lo que deben comprender los alumnos y cómo hacer que la comprensión sea efectiva. Por tal razón, Godino (2003) plantea que todo modelo de comprensión tiene dos ejes principales: el descriptivo, que indicará los aspectos o componentes a comprender y el personal, que establece las fases o niveles necesarios para la comprensión de cualquier objeto matemático (pág. 123)

Para elaborar un diseño instruccional que propicie la comprensión de algún objeto matemático se deben tomar en cuenta ciertos elementos planteados por Godino (2003), como lo son:

- *Dimensión personal e institucional:* aquí se debe tomar en cuenta que el alumno es un ser sociable, que se desarrolla en diversos ambientes (familia, escuela, iglesia, culturales, entre otros) y por tanto la comprensión que los alumnos muestren ante un determinado objeto, dependerá del significado institucional, es decir, de los problemas planteados, el lenguaje matemático, práctica compartida y de los instrumentos semióticos necesarios para el estudio del contenido. Así mismo, luego de tomar en cuenta la dimensión institucional, se dice que cuando el alumno se apropie del significado institucional, haciéndolo un conocimiento personal del cual sea capaz de reproducir la definición del objeto matemático y resolver ejercicios por diversos métodos se establece la comprensión personal. Por tal motivo, cuando se elabora un diseño instruccional hay que tomar en cuenta que los agentes que rodean al individuo y la experiencia mental del mismo forman parte de la comprensión de alguna estructura matemática.

- *Carácter sistémico y dinámico:* más allá de la mera comprensión de algún objeto, se encuentren en la apropiación de los diferentes elementos que forman parte de los significados institucionales como lo son:
  - ✓ Las situaciones – problemas, cuando se reconoce el uso del objeto matemático, por ejemplo, cuando hacen uso de las ecuaciones cuadráticas.

- ✓ Lenguaje matemático, referido a las expresiones verbales y simbólicas que están asociadas al objeto matemático a estudiar.
- ✓ Procedimientos y algoritmos, utilizados en la resolución de ejercicios.
- ✓ Definiciones características.
- ✓ Propiedades y relaciones con otros objetos.
- ✓ Argumentación en la comprobación de las soluciones.

➢ *Acción humana e intencionalidad,* aparte del entorno que rodea al individuo y de los elementos que se utilizan para desarrollar y trabajar con algún contenido, se debe tomar en cuenta el interés mostrado por los alumnos para resolver ejercicios o problemas, además que identifiquen el "por qué" y "para qué" lo hacen. "Estas prácticas son formas expresivas situadas, que involucran una situación problema, un contexto institucional, una persona y los instrumentos semióticos que mediatizan la acción" (Godino, 2003, pág 128)

Ahora bien, luego que los alumnos comprendan institucional y personalmente una estructura matemática, su competencia y desempeño académico variará notablemente; ya que sabrán cómo resolver determinados ejercicios y problemas de forma exitosa. Por tal razón, Godino (2003) y su equipo han realizado una relación entre comprensión y competencia, en el estudio de la Teoría de las Funciones Semióticas, llegando a la conclusión que "ambas están íntimamente ligadas, constan de diferentes tipos de elementos y tienen además una dependencia de la institución desde la cual se evalúan" (pág, 131).

Así mismo, Godino (2006) plantea que un diseño instruccional está conformado pro diferentes dimensiones conectadas entre sí, como lo son: "epistémica (significados institucionales), docente (funciones del profesor), discente (funciones de los alumnos), mediacional (recursos materiales), cognitiva (significados personales), emocional (sentimientos y afectos)" (pág,4). De igual forma, cuando se realiza el proceso de instrucción se produce una diversidad de estados, que pueden cumplirse o no dependiendo de la secuencia particular de los componentes que se desarrollan a lo largo del tiempo y que puede categorizarse en seis tipos de proceso:

> 1. “Trayectoria epistémica: distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos) del sistema de prácticas operativas y discursivas implementadas institucionalmente.
> 2. Trayectoria Docente: distribución de las tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.
> 3. Trayectoria Discentes: distribución de las acciones desempeñadas por los estudiantes.
> 4. Trayectoria Mediacional: representa la distribución de los recursos tecnológicos.
> 5. Trayectoria Cognitiva: cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.
> 6. Trayectoria Emocional: distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.” (Godino, 2006. p. 5)

2.3. Sistema de Variables

- **Variable Independiente:** Diseño Instrucional (Teoría de las Funciones Semióticas vs didáctica convencional).

- **Variable Dependiente:** Nivel de comprensión cuantitativa. Medido a través del desempeño en la codificación, interpretación, aplicación y comunicación de ecuaciones de segundo grado y en el desempeño matemático integral respectivamente.

2.4. Hipótesis de la Investigación

- **Hipótesis General:** La implementación de los postulados de la Teoría de las Funciones Semióticas, como estrategia instruccional en la enseñanza de las ecuaciones cuadráticas, mejorará significativamente la comprensión matemática de los alumnos de noveno grado de Educación Básica de la Unidad Educativa Nacional: “Santiago Florencio Machado”

- **Hipótesis Específicas:**

✓ En condiciones iniciales los grupos experimental y control, son equivalentes respecto al desempeño matemático en una prueba de prerrequisitos para ecuaciones de segundo grado.

✓ La implementación del diseño experimental mejora la comprensión matemática reflejada en los niveles de codificación, interpretación, aplicación y comunicación cuantitativa en el contenido de las ecuaciones de segundo grado.

- **Hipótesis Operacionales**

✓ **Hipótesis Operacional 1**

El promedio de desempeño en prerrequisitos matemáticos inicial del grupo experimental es equivalente al promedio del grupo control.

✓ **Hipótesis Operacional 2**

La estimación promedio de la comprensión cuantitativa matemática en ecuaciones de segundo grado es mayor en el grupo experimental que en el grupo control.

✓ **Hipótesis Operacional 3**

El Diseño Instruccional aplicado al grupo experimental mejora las dimensiones del Desempeño Matemático (Codificación, interpretación, aplicación y comunicación) en comparación con el grupo experimental.

2.5. Operacionalización de las Variables

<table>
<tr><th>Objetivo de la Investigación</th><th>Variables</th><th>Dimensiones</th><th>Indicadores</th><th>Nº de Items</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Determinar el efecto de un diseño instruccional, basado en los postulados de la Teoría de las Funciones Semióticas, sobre las dimensiones de la comprensión de las ecuaciones de segundo grado, de los alumnos de Noveno Grado de Educación Básica, de la Unidad Educativa Nacional: “Santiago F. Machado”</td><td rowspan="5">Dependiente
• Comprensión de las Ecuaciones de Segundo Grado</td><td>Codificación</td><td>- Uso de símbolos
- Terminología utilizada</td><td>1,2,3,4,5, 6</td></tr>
<tr><td>Interpretación</td><td>- Transferencia del lenguaje formal</td><td>7,8,9,10, 11 y 12</td></tr>
<tr><td>Aplicación</td><td>- Conceptualización del problema.
- Nivel de Dominio en la solución de problemas.</td><td>13,14,15, 16, 17 y 18</td></tr>
<tr><td>Comunicación</td><td>- Calidad comunicación en la justificación de las respuesta.</td><td>19, 20, 21, 22, 23 y 24</td></tr>
<tr><td>Desempeño Integral</td><td colspan="2">Puntuación General obtenida en el instrumento.</td></tr>
<tr><td>Independiente
Teoría de las Funciones Semióticas</td><td>Ontología
Semiótica</td><td colspan="2">Énfasis didáctica en semántica y sintaxis de las ecuaciones de segundo grado</td></tr>
</table>

2.6. Definición de Términos Básicos

- **Aplicación:** Proceso en el cual el alumno es capaz de codificar e interpretar el problema para encontrar la solución. (González, 2013)

- **Codificación:** Proceso en el cual, el alumno identifica los términos y símbolos de una estructura matemática. Además de reconocer las fórmulas necesarias y el procedimiento a utilizar. (González, 2013)

- **Conflicto Semiótico:** Disyuntiva que se presenta cuando de una misma expresión, un grupo o institución hace de diversos significados. (González, 2013)

- **Competencia:** Desempeño integral, desenvolvimiento en las dimensiones de codificación, interpretación, aplicación y comunicación; cuando trabajan con el contenido de ecuaciones de segundo grado. El estudiante tiene buena competencia matemática cuando el desempeño integral es elevado. (González, 2013)

- **Comprensión:** Se entiende al proceso de codificación, interpretación aplicación y comunicación e interpretación que hacen los estudiantes acerca de algún objeto matemático. (González, 2013)

- **Comprensión Operacional:** Identificar las situaciones y técnicas necesarias para resolver diversos problemas matemáticos. (González, 2013)

- **Comunicación:** Proceso por el cual, el alumno es capaz de justificar su respuesta para explicar soluciones contextuales y transdiciplinarias. (González, 2013)

- **Desempeño:** Nivel de competencia cuantitativa integral obtenida por sumatoria simple de las dimensiones estudiadas. (González, 2013)

- **Interpretación:** Dominio para hacer la transferencia del lenguaje natural al simbólico, además de trasladar los datos a la fórmula e identificar situaciones matemáticas contextuales y transdiciplinarias que involucren ecuaciones de segundo grado. (González, 2013)

- **Significado Personal:** Práctica individualizada que se realiza en algún contenido matemático. (González, 2013)

- **Significado Institucional:** Práctica grupal que se realiza en diversos contenidos matemáticos. (González, 2013)

- **Teoría de las Funciones Semióticas:** Enfoque ontológico – semiótico que se hace de algún objeto matemático. (González, 2013)

III. MARCO METODOLÓGICO

3.1. Prototipo de la Investigación.

Este tipo de estudio corresponde a una investigación Cientificista; ya que pretende indagar y contribuir a la enseñanza de los contenidos matemáticos. Éste tipo de investigación es definida por Orozco y otros (2002) como “una investigación dirigida a encontrar respuestas en relación con lo conocido mediante evidencia empírica, …, orientada a la producción de nuevo conocimiento y enfocada al desarrollo del componente cognoscitivo” (pág. 7). Así mismo Arias, F. (2006) manifiesta que la investigación científica “es un proceso metódico y sistemático dirigido a la solución de problemas o preguntas científicas, mediante la producción de nuevos conocimientos, los cuales constituyen la solución o respuesta a tales interrogantes” (pág.22). Por su propósito esta investigación es explicativa; por cuanto determina el efecto de la implementación de los postulados de la Teoría de las Funciones Semióticas; sobre la comprensión de los alumnos en un contenido matemático específico.

3.2. Diseño de la Investigación

Con respecto a la metodología, es un estudio Cuasi – Experimental, definido por Bisquerra, R. (1989) como “una investigación en la que se supone la manipulación de una variable independiente. Se dispone el máximo control sobre ellas…se aplican diseños experimentales” (p. 149). Así mismo, Arias, F. (2006) manifiesta que “es “casi” un experimento, excepto por la falta de control con la conformación inicial de los grupos, ya que al no ser asignados al azar los sujetos, se carece de seguridad en cuanto a la homogeneidad o equivalencia de los grupos, lo que afecta a la posibilidad de afirmar que los resultados son producto de la variable independiente o tratamiento" (pág. 35).

En este sentido, el investigador tiene acceso a dos secciones de tercer año en la asignatura Matemática, que no pudieron ser modificadas para efectos de la investigación. Con estos grupos se tomó aleatoriamente uno como el grupo control y el otro experimental. En ambos grupos se aplicó una prueba (pre – prueba) que permitió conocer las condiciones iniciales de ambos grupos y que demostró que son iguales.

Posteriormente, en el grupo experimental se aplicó un diseño instruccional de las ecuaciones de segundo grado, implementando la Teoría de las Funciones Semióticas; para luego aplicar una post – prueba en ambos grupos, con la finalidad de recaudar toda la información necesaria para verificar si ésta constituye una herramienta didáctica, que facilite la comprensión de las estructuras matemáticas mejorando la y mejore desempeño integral de los alumnos.

3.3. Sujetos de Investigación

En concordancia con Hutado y Toro (2001) es necesario definir y justificar la población a estudiar y el tamaño de la muestra que se va a utilizar. Los autores la definen como:

> "la población se compone de todos los elementos que van a ser estudiados y a quienes podrán ser generalizados los resultados de la investigación, una vez concluida ésta, para lo que es necesario que la muestra con la cual se trabaje sea representativa de la población". (p.74)

La población estuvo constituida por los doscientos cincuenta y seis (256) alumnos de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa Nacional: "Santiago Florencio Machado", ubicada en la Urbanización Ciudad Alianza de Guacara – Edo. Carabobo.

La muestra la constituyó las secciones “D” y “E” del Liceo Bolivariano: “Santiago F. Machado” conformadas por cincuenta y cuatro (54) alumnos. El método de selección de la muestra correspondió a un muestreo no aleatorio por conveniencia, ya que el investigador tenía acceso a esas dos secciones en la asignatura matemática. En cuanto a la selección del grupo control y experimental, fueron escogidos al azar, quedando la sección “D” con 26 alumnos como el grupo experimental y la sección “E” el grupo control con 28 alumnos.

Descripción de la Muestra.

Las secciones con las que se trabajó estaban constituidas al principio del año escolar por 30 alumnos para la sección “D” y 31 para la sección “E”, sin embargo, al realizar ésta investigación, se contó con 26 y 28 estudiantes respectivamente, lo cual sugiere una perdida experimental oscilando alrededor del 10% de la muestra.

Sección “D”: Estaba conformada en un principio por 17 hembras y 14 varones, de los cuales, se retiraron formalmente dos alumnos, uno por conducta y otro por rendimiento académico, ya en el segundo lapso tenía reprobada todas las asignaturas con muy bajas calificaciones y sin oportunidad de aprobarlas en el tercer lapso. Una alumna estaba embarazada al principio del año escolar y se retiró en el primer lapso sin incorporarse luego, y otra salió embarazada en el segundo lapso, presentando dos conatos de aborto por lo que requirió reposo absoluto y no pudo incorporarse antes de terminar el año escolar. El quinto alumno ausente al momento de realizar el estudio, no confirmó retiro legal de la institución, pero tampoco asistía a clases, a pesar de conversar en diferentes oportunidades con su representante, levantar diversas actas de inasistencias y remitirlo al Departamento de Orientación.

Con la ausencia de estos cinco alumnos, la muestra tomada aleatoriamente como grupo experimental quedó conformada por veintiséis (26) estudiantes, once

(11) varones y quince (15) hembras, con edades comprendidas entre 14 y 17 años, para un promedio de 15,5.

Del grupo de alumnos que conformaban dicha sección, 10 vivían en la urbanización Ciudad Alianza (donde está localizada la institución), 5 residenciados en diferentes zonas del municipio Guacara, 2 vivían en el municipio San Joaquín y 9 en el municipio los Guayos. Estos dos municipios se encuentran relativamente cerca de Ciudad Alianza. La mayoría de los estudiantes se trasladan a la institución en transporte público, son muy pocos los representantes que llevaban y buscaban a sus hijos en la institución.

En cuanto al nivel socioeconómico, la mayoría pertenecen a la clase media baja sólo cinco (5) pertenecen a la clase baja, y de ellos uno (1) vivía en condiciones críticas; siendo becado en la institución para tener desayuno en la cantina escolar durante el año escolar. Así mismo se supo que 10 de los estudiantes son hijos de obreros que trabajan en diferentes compañías cercanas a su zona de residencia, 5 de padres comerciantes y 11 de padres profesionales (docentes, administradores, ingeniero y abogados). Esto se tomó en cuenta para saber la procedencia del sustento familiar y la solvencia o precariedad que puede acarrear este tipo de condición.

Sección "E": Su matrícula inicial era de 18 varones y 12 hembras, sin embargo, a mediados del segundo lapso se realizó el retiro formal de dos alumnos (hermanos gemelos), por motivos de mudanza. Quedando conformada al momento de la investigación por veintiocho (28) alumnos, dieciséis (16) varones y doce (12) hembras. Al igual que la otra sección las edades de los estudiantes oscilaban entre 14 y 17 años, sin embargo, su promedio era de 15,32.

En cuanto a la zona de residencia de éste grupo, es similar a la del grupo anterior; pero distribuidos de la siguiente manera: 12 residenciados en Ciudad Alianza, 6 en el municipio Guacara; y 10 en el municipio Los Guayos

Tomando en cuenta el nivel socioeconómico, 20 pertenecen a la clase media baja, con padres profesionales y acceso a ciertas comodidades (celulares, zapatos de marca, uniforme adecuado, útiles completos y con disponibilidad de merendar en la institución); mientras que los 18 restantes son de clase baja, con padres obreros, pero no de pobreza extrema; con cierta escases de algunos recursos pero sus padres cubren las necesidades prioritarias.

3.4. Procedimiento para la Construcción de los Instrumentos

Primordialmente se estudió la naturaleza de las ecuaciones cuadráticas, con la finalidad de identificar los aspectos necesarios para el estudio de los objetos institucionales de las nombradas ecuaciones puestas en juego, su relación con el acervo cultural de los estudiantes, así como también la revisión de los contenidos previos que deberían manejar los alumnos.

Como segundo paso, se procedió a recolectar diferentes textos de matemática de Noveno Grado de Educación Básica, para la guía y extracción de los diferentes conceptos de los objetos institucionales requeridos para el estudio de las ecuaciones de segundo grado, permitiendo la elaboración de los ítems adecuados para la recolección de la información.

Teniendo los ítems redactados, se realizaron las respectivas pruebas aplicadas antes (pre-test) y después (post-test) de la aplicación del Diseño Instruccional; siendo validadas por el juicio de tres expertos en la asignatura. Las mismas pruebas fueron aplicadas a un grupo piloto conformado por veintitrés (23) estudiantes de las distintas secciones del respectivo grado de la U. E. N: “Santiago F. Machado”, escogidos aleatoriamente. Con la finalidad de verificar si las preguntas eran comprensibles, además de ser aptas para los alumnos del grado mencionado.

Cada pregunta estuvo dirigida a responder a uno de los indicadores de la variable dependiente, por lo que se trata de evaluar los mismos aspectos, sin importar las ecuaciones cuadráticas presentadas:

- Grado de dominio en la identificación de términos, símbolos, fórmulas y procedimientos.
- Grado de dominio al trasladar el lenguaje natural al simbólico o viceversa.
- Nivel de dominio en la solución de problemas matemáticos contextualizados y transdiciplinarios.
- Calidad de comunicación en la justificación en las respuestas para explicar soluciones contextuales y transdiciplinarias.

Los ítems respondieron a un escalamiento ordinal de cuatro índices: Codificación, Interpretación, Aplicación y Comunicación, en niveles 0, 1, 2 y 3.

3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de la información.

Se realizó una pre – prueba que permitió medir el nivel de comprensión cuantitativa que poseían ambos grupos en relación a los prerrequisitos necesarios que debían poseer los alumnos para el estudio de las ecuaciones de segundo grado. A partir de esto y tomando en cuenta los postulados de la Teoría de las Funciones Semióticas, se elaboró un instrumento que midió las dimensiones (Codificación, interpretación, aplicación y comunicación) de comprensión de las ecuaciones cuadradas, el cual fue aplicado a ambos grupos, para luego verificar la efectividad del diseño instruccional.

Este instrumento fue una prueba de conocimiento con veinticuatro (24) ítems, en el caso de la pre-prueba de prerrequisitos, de las cuales dieciocho (18) eran de selección simple y seis (6) de razonamiento. En cuanto a la postprueba, estuvo constituida por veinticinco (25) ítems, distribuidas en diecisiete (17) de selección simple (que debieron justificar o desarrollar a un lado de la pregunta) y ocho de razonamiento (8). Estos instrumentos fueron validados mediante el juicio de expertos; y cuya confiabilidad estuvo determinada de acuerdo al tipo de escala de medición de las variables, además de ser evaluado utilizando una Rúbrica de la Competencia Matemática (en el caso de la post- prueba), donde se especifican cuatro niveles para cada dimensión de la comprensión, medida por cuatro dimensiones: codificación, interpretación, aplicación; que sumadas generan el desempeño matemático.

3.6.Validez de los Instrumentos.

La Validez de los instrumentos consiste, según Moreno, M. (2000) en determinar a través del juicio de expertos la veracidad del instrumento a aplicar, basado en la validez del contenido que se pretende evaluar con la aplicación de los mismos. A los expertos se les pide su opinión proporcionándoles, además del instrumento a validar, la descripción de las variables a medirse y de los rasgos componentes de la misma.

En el presente estudio la validación de los instrumentos aplicados estuvo a cargo de tres (3) expertos en la asignatura, todos Docentes en Matemática con una larga trayectoria profesional y Magister. Quienes aportaron ciertas sugerencias antes de la aplicación de las pruebas al grupo piloto. Ver Anexo G de la investigación.

Por tal motivo, fue necesario determinar los conocimientos de los estudiantes para verificar el efecto de un Diseño Instruccional basado en los postulados de las Funciones Semióticas en la comprensión de las ecuaciones cuadráticas; tomando en cuenta los conocimientos previos de los alumnos y los que debieron obtener luego de la aplicación de la estrategia aplicada. Para ello, los instrumentos (Pruebas de conocimientos) debieron cumplir con los requisitos de validez y confiabilidad. La primera consiste en verificar que la elaboración de los instrumentos de medición permiten la recolección de la información necesaria para el estudio planteado. Por su parte, Hurtado y Toro (2001) la definen como "una condición necesaria de todo diseño de investigación y significa que dicho diseño permite detectar la relación real que pretendemos analizar, es decir, que sus resultados deben contestar las preguntas formuladas y no otro asunto" (p.83)

Tomando en cuenta que los instrumentos aplicados son pruebas de conocimientos para determinar el dominio de los alumnos de las ecuaciones cuadráticas, se hace necesaria la validez del contenido de los mismos. Por su parte, Baptista, Fernández y Hernández (2003) indican que la validez de contenido se refiere al grado en que un instrumento refleja un dominio específico de lo que se mide. Los contenidos que se evaluaron son los siguientes:

1. **Pre – prueba:**
    - Identificación de términos, símbolos, fórmulas y procedimientos.
    - Traducción al lenguaje algebraico y natural.
    - Resolución de problemas de matemática contextual y transdiciplinaria.
2. **Post - prueba:**

- Identificación de sus términos, fórmulas y procedimientos.
- Traslación del lenguaje natural al simbólico
- Traslación de datos de la ecuación a la fórmula de la Resolvente.
- Identificación de eventos naturales reales asociados a la ecuación cuadrática
- Grafica de las raíces de las ecuaciones cuadráticas.
- Solución de problemas de matemática contextual y transdiciplinaria.

3.7. Confiabilidad de los Instrumentos

Para esta parte del estudio se analiza si la prueba de conocimientos aplicadas (pre – prueba y post – prueba) resultan instrumentos útiles para la evaluación del conocimiento de los alumnos sobre las ecuaciones lineales (pre – prueba) y de las ecuaciones cuadráticas (post-prueba). Para ello, se estableció la corrección de los instrumentos colocando un cero (0) a las respuestas incorrectas y uno (1) a las respuestas correctas. En el caso de las preguntas de razonamiento se corrigió de igual forma, se tomó en cuenta si la reflexión estaba acorde con la pregunta realizada para evaluarla como correcta, en el caso de que los alumnos divagaran o no respondieran se tomo como incorrectas.

Como grupo piloto para determinar la confiabilidad de los instrumentos se tomaron alumnos de las diferentes secciones de la institución, formando un grupo de 20 estudiantes; ya que por la cantidad de ítems de las pruebas de conocimientos es necesario tener una cantidad equivalente. Haciendo uso del método de confiabilidad de Kuder - Richardson se obtuvo los siguientes resultados para la pre – prueba:

$$r = \frac{K}{K-1}\left[1 - \frac{\sum p.q}{\vartheta^2}\right]$$

donde:

r = confiabilidad

k = nº de ítems

p = respuestas correctas

q = respuestas incorrectas

$\vartheta^2 =$ varianza total del instrumento.

r = $\frac{24}{24-1}\left[1 - \frac{5,77}{23,54}\right] = 0,79 = 0,8$

Según los datos obtenidos en la revisión de las prueba de conocimiento al grupo piloto se obtuvo un coeficiente de confiabilidad, r = 0,79 para un total de 24 ítems. Este valor es considerable aceptable entre lo permitido. Para el caso de la post – prueba y haciendo uso de la misma metodología de confiabilidad se obtuvieron los siguientes resultados:

r = $\frac{24}{24-1}\left[1 - \frac{6,15}{28,93}\right] = 0,82 = 0,8$

Evidenciando que la confiabilidad de la post-prueba es de 0,82, para un total de 25 ítems, lo que se considera igualmente aceptable. Demostrando la fiabilidad de los instrumentos aplicados a los grupos control y experimental. Ver anexo H de la investigación.

3.8. Revisión y Evaluación de los instrumentos

En esta parte del estudio se procede a la recolección de información haciendo uso de los instrumentos evaluativos aplicados tanto al grupo control como al grupo experimental, después de la selección de los mismos. Al momento de evaluar los resultados de la pre-prueba se corrigen igual que al grupo piloto, con unos y ceros.

En cambio, la evaluación de las pruebas de conocimientos se realiza tomando en cuenta una Rúbrica para la Estimación del Nivel de Comprensión de las Ecuaciones Cuadráticas, donde se evidencian cuatro (4) Niveles, comenzando desde el Nivel 0 que indica que los alumnos no poseen ningún conocimiento de símbolos, términos, transferencia de lenguajes, entre otros; hasta el Nivel 3, donde los estudiantes hacen uso correcto y pertinente de la terminología, conceptualizan adecuadamente los problemas y transfieren de un lenguaje a otro; resuelven correctamente los ejercicios planteados y su calidad de respuesta en las preguntas de razonamiento es pertinente.

Esta escala de Estimación aplicada, se elaboró con la finalidad de poder estimar cuantitativamente el nivel de comprensión de los estudiantes, tomando en cuenta las dimensiones: Codificación, Interpretación, Aplicación y Comunicación que fueron evaluadas en ciertos ítems de los instrumentos, reflejado en las Tablas de Especificaciones de cada una de las pruebas de conocimientos aplicadas tanto al grupo control como al experimental, antes y después de la aplicación de la estrategia educativa.

Rúbrica para la Estimación del Nivel de Comprensión de Ecuaciones Cuadráticas

COMPRENSIÓN	**Dimensión**	**Nivel 0**	**Nivel 1**	**Nivel 2**	**Nivel 3**
	Codificación	No hay evidencia de uso simbólico o terminología apropiada	Hay intento de uso simbólico pero no pertinente con la respuesta. La terminología usada es inapropiada.	Hay algún uso simbólico pero con errores notables y la terminología usada es conceptualmente errónea.	Uso correcto de símbolos que evidencia buena codificación y la terminología usada es la correcta y pertinente.
	Interpretación	No hay evidencia de conceptualización del problema, la transferencia del lenguaje formal está ausente	Hay intención de conceptualizar el problema, el intento de transferencia no es suficiente.	Hay conceptualización del problema pero con errores y la transferencia del lenguaje presenta dificultades.	La conceptualización del problema es correcta y la transferencia del lenguaje es pertinente.
	Aplicación	No hay resolución de ejercicios	Intenta resolver los ejercicios, pero con muchos errores.	Se nota el esfuerzo por resolver los ejercicios pero hay pequeños errores.	Resuelve ejercicios de forma correcta.
	Comunicación	No hay evidencia de calidad de respuesta es improcedente.	Se nota el esfuerzo pero la calidad de la respuesta es vaga.	Su calidad de respuesta es más acertada.	La calidad de respuesta es pertinente.
	Desempeño	Nivel de competencia cuantitativa integral obtenida por sumatoria simple de las dimensiones estimadas.			

FUENTE: GONZÁLEZ, Y 2013

IV. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4.1. Presentación de los resultados

Al inicio del experimento se aplicó una preprueba de prerrequisitos cognitivos y de dominio de contenidos básicos relacionados con las ecuaciones de segundo grado. Este instrumento, además de diagnosticar el nivel de desempeño matemático inicial de los estudiantes, sirvió para confirmar la equivalencia, en condiciones iniciales de los grupos experimental y control respecto al desempeño en el dominio y aplicación de contenidos básicos necesarios para adquirir el significado apropiado de las ecuaciones cuadráticas.

Al momento de corregir las pruebas se tomó en cuenta sólo sí eran correctas e incorrectas, evaluándolas con uno (1) y cero (0) respectivamente; la sumatoria de los ítems determinó el desempeño integral de cada alumno. Al respecto, la data obtenida en la preprueba fue procesada para determinar la homeostacidad de la varianza mediante contraste de hipótesis a través de una diferencia de medias, lo cual se detalla en el procedimiento seguido en el contraste de la Hipótesis Operacional 1 del análisis inferencial.

Los resultados obtenidos se muestran a continuación

Cuadro 1. Matriz general de datos de la pre- prueba. Grupo Control

	Codificación						Interpretación						Aplicación						Comunicación						Desemp
Alumno	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**Integral**
1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	13
2	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	15
3	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	15
4	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	14
5	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	14
6	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	13
7	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	14
8	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	8
9	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	15
10	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	13
11	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
12	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	8
13	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	16
14	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	16
15	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	18
16	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	9
17	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	11
18	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	15
19	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	19
20	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	13
21	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	12
22	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	9
23	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	10
24	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	10
25	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	13
26	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	10
27	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	11
28	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	15

FUENTE: González, Y. (2013)

Cuadro 2. Matriz General de datos de la pre- prueba. Grupo Experimental

	Codificación						Interpretación						Aplicación						Comunicación						Desemp Integral
Alumno	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	
1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	14
2	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	16
3	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	13
4	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	12
5	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	15
6	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	15
7	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	16
8	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	9
9	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	12
10	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	12
11	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	14
12	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	16
13	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	16
14	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	13
15	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
16	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	10
17	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	14
18	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	12
19	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	16
20	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	12
21	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	8
22	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	10
23	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	9
24	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	12
25	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	15
26	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	14

FUENTE: González, Y (2013)

Cuadro 3. Data del grupo control por Dimensiones del Desempeño Matemático en la Preprueba

Alumno	Codif	Interp	Aplic	Comun	Desemp
1	3	2	4	4	13
2	4	5	1	5	15
3	6	3	1	5	15
4	5	3	2	4	14
5	5	4	2	3	14
6	4	5	3	1	13
7	3	6	5	0	14
8	2	1	4	1	8
9	5	4	4	2	15
10	3	1	6	3	13
11	4	5	1	0	10
12	2	3	3	0	8
13	3	3	4	6	16
14	5	4	5	2	16
15	5	5	4	4	18
16	3	2	2	2	9
17	2	2	4	3	11
18	3	4	5	3	15
19	5	6	6	2	19
20	5	5	3	0	13
21	4	3	2	3	12
22	3	1	3	2	9
23	1	4	3	2	10
24	4	2	3	1	10
25	4	5	3	1	13
26	3	3	2	2	10
27	4	3	2	2	11
28	6	4	3	2	15
$\bar{X}$	3,79	3,5	3,21	2,32	12,82
S	1,26	1,45	1,40	1,59	2,91

FUENTE: González, Y. (2013)

Cuadro 4. Data del grupo experimental por Dimensiones del Desempeño Matemático en la Preprueba

Alumno	Codif	Interp	Aplic	Comun	Desemp
1	4	2	5	3	14
2	4	5	2	5	16
3	3	3	2	5	13
4	4	3	3	2	12
5	4	4	3	4	15
6	3	5	4	3	15
7	4	6	4	2	16
8	3	1	3	2	9
9	4	4	2	2	12
10	5	1	5	1	12
11	4	5	2	3	14
12	4	3	4	5	16
13	5	3	5	3	16
14	4	4	5	0	13
15	3	5	2	0	10
16	2	2	2	4	10
17	2	2	4	6	14
18	1	4	4	3	12
19	2	6	4	4	16
20	2	5	2	3	12
21	3	3	2	0	8
22	5	1	4	0	10
23	2	4	3	0	9
24	4	2	2	4	12
25	4	5	3	3	15
26	4	3	4	4	15
$\bar{X}$	3,42	3,5	3,27	2,73	12,92
S	1,06	1,50	1,12	1,76	2,43

FUENTE: González, Y. (2013)

Luego, se implementaron las dos estrategias didácticas constitutivas de la variable independiente; presentando a los estudiantes el mismo contenido de ecuaciones de segundo grado según el programa oficial, en nueve (9) sesiones de clases. Pero, la estrategia convencional de enseñanza expositiva del tema fue desarrollada en el grupo control, dedicando sólo el tiempo estipulado por el horario escolar; y la enseñanza del mismo contenido, pero, basándose en la Teoría de las Funciones Semióticas fue desarrollada en el grupo experimental, invirtiendo un poco más de tiempo para trabajar cada sesión de clases; permitiendo la participación de los alumnos y el razonamiento de los mismos ante ciertos ejercicios y problemas, además de proporcionarle a los estudiantes material informativo acerca de la ontología de las ecuaciones y curiosidades matemáticas que animaron a los estudiantes a investigar y participar en las actividades realizadas en cada sesión de clases.

Una vez administradas las dos estrategias didácticas, se aplicó el segundo instrumento o postprueba, con la finalidad de estimar las competencias matemáticas en ambos grupos adquiridas con las estrategias aplicadas. La corrección de las mismas, se realizó del nivel 0 al nivel 3; la información obtenida fue procesada y, de la data resultante, fue considerada la competencia matemática de los estudiantes por dimensiones; Codificación, Interpretación, Aplicación y Comunicación; según una matriz de graduación de intensidad de procesos cognitivos o "rúbrica" diseñada según criterios del grupo *4Teacher.org* de la Universidad de Kansas (http://rubistar.4teachers.org). Por sumatoria simple se obtuvo la intensidad de competencia matemática o desempeño integral. A continuación se presentan los datos obtenidos

Cuadro 5. Matriz general de datos de la post- prueba. Grupo Control

Alum/preg.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	18	19	13	14	15	16	17	20	21	22	23	24	25	
1	1	2	1	1	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	0	1	2	1	1	1	32
2	2	1	1	2	0	0	1	1	1	1	2	2	2	0	2	1	2	2	2	0	1	1	0	1	0	28
3	2	1	2	2	2	1	1	0	0	0	1	2	1	0	2	1	2	2	2	0	1	0	1	0	0	26
4	2	1	1	2	3	2	1	0	1	1	2	2	2	0	2	2	2	0	2	1	0	2	1	1	0	33
5	0	1	1	1	1	2	0	2	1	1	1	1	2	0	2	2	3	0	2	0	1	1	0	2	0	27
6	1	1	2	1	2	1	0	0	1	1	1	2	2	0	2	2	2	0	1	1	1	1	0	0	0	25
7	0	0	1	1	0	0	0	1	2	1	1	1	1	0	1	1	2	1	2	1	0	2	1	1	1	22
8	1	1	1	2	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	2	3	1	2	2	0	1	1	1	0	24
9	1	2	1	2	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	2	2	1	2	0	0	1	1	1	1	23
10	1	1	0	2	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	2	1	1	1	1	0	2	1	0	2	21
11	2	2	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	2	0	2	2	1	2	1	1	0	1	0	1	1	24
12	0	2	2	1	3	1	0	2	1	1	0	1	2	0	2	2	2	2	1	2	1	0	0	1	1	30
13	1	2	3	2	3	2	0	1	1	1	0	1	2	1	2	2	2	2	1	0	0	0	1	1	0	31
14	1	1	1	2	3	1	0	1	1	1	0	1	1	1	2	2	2	2	0	0	0	0	1	1	1	26
15	1	1	2	2	3	3	1	1	1	1	2	1	1	2	1	2	2	2	0	0	0	0	0	0	1	30
16	1	1	2	2	0	0	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2	2	1	0	0	0	0	1	0	1	27
17	3	1	3	2	0	0	1	1	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	2	0	0	1	0	1	30
18	1	1	2	1	2	1	1	1	0	0	1	1	2	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	22
19	2	1	1	1	0	1	1	2	1	0	1	0	1	1	1	1	1	2	1	0	1	1	1	0	0	22
20	1	2	1	2	1	2	0	1	2	1	1	2	1	0	1	2	1	2	1	0	1	2	0	1	1	29
21	3	2	2	2	1	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2	1	0	1	2	0	1	1	33
22	1	1	2	2	1	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	1	0	0	31
23	2	1	2	2	1	1	0	0	1	2	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	1	0	1	31
24	1	2	2	3	2	1	0	0	1	2	1	1	3	2	2	2	2	1	0	0	1	3	1	0	1	34
25	1	2	1	2	3	2	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	0	1	0	2	1	1	0	29
26	1	1	1	3	3	3	1	0	1	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1	1	1	1	0	1	0	32
27	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	2	2	1	1	2	0	0	1	1	1	2	0	1	1	20
28	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	0	0	0	0	2	0	0	1	1	1	25

FUENTE: González, Y. (2013)

Cuadro 6. Matriz general de datos obtenidos en la post-prueba. Grupo Experimental

	Codificación						Interpretación								Aplicación					Comunicación						Desemp
Alumno	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**18**	**19**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**Integral**
1	2	3	1	2	2	2	2	2	2	1	3	2	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1	3	2	52
2	2	2	2	3	2	2	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	1	2	2	2	3	3	59
3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	3	3	65
4	2	3	1	2	3	2	1	1	1	2	3	3	2	3	2	1	2	2	2	1	1	1	2	3	3	49
5	0	2	2	2	3	2	3	3	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	2	3	3	1	1	2	1	45
6	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	33
7	1	0	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	0	1	1	1	1	2	1	28
8	3	1	2	2	2	1	2	2	2	3	3	2	1	2	2	2	3	1	0	2	2	2	3	3	2	50
9	3	3	3	3	2	3	1	2	2	3	3	2	3	2	3	3	3	3	2	1	2	2	3	3	2	62
10	3	1	2	2	2	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3	1	2	2	2	2	2	2	3	2	3	58
11	2	3	2	2	2	3	1	2	2	1	3	3	1	3	2	1	3	2	2	1	2	2	1	3	3	52
12	2	3	2	2	2	1	2	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	2	2	2	3	61
13	3	3	3	3	3	2	2	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	69
14	2	2	1	2	2	1	2	3	2	2	3	3	3	2	3	3	3	3	3	2	3	2	2	3	3	60
15	3	2	3	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2	2	3	2	67
16	3	2	3	3	3	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	70
17	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	1	3	1	2	2	2	2	2	3	2	3	3	3	63
18	3	2	2	2	2	3	2	3	2	3	3	3	1	2	3	1	2	1	2	2	3	2	3	3	3	58
19	2	1	1	1	1	2	2	3	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	2	2	3	1	1	1	1	37
20	2	2	1	2	3	2	2	1	2	2	2	3	3	2	2	3	2	3	2	2	1	2	2	2	3	53
21	3	2	3	3	3	2	2	1	2	2	3	1	3	3	3	3	3	3	2	2	1	2	2	3	1	58
22	2	1	2	2	3	3	3	3	2	3	3	1	3	3	3	3	3	3	2	1	3	2	3	3	2	62
23	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	2	1	3	68
24	3	2	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	3	3	69
25	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	2	3	3	71
26	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3	2	2	3	3	2	2	3	2	3	2	3	3	3	67

FUENTE: González, Y (2013)

4.2. Análisis Descriptivo de la Data

Cuadro 7. Data del grupo control por Dimensiones del Desempeño Matemático Final

Alumno	Codif.	Interp.	Aplic.	Comun	Desemp
1	5	12	9	6	32
2	6	10	9	3	28
3	10	5	9	2	26
4	11	9	8	5	33
5	6	8	9	4	27
6	8	7	7	3	25
7	2	7	7	6	22
8	6	4	9	5	24
9	7	4	8	4	23
10	4	5	6	6	21
11	6	6	8	4	24
12	9	7	9	5	30
13	13	7	9	2	31
14	9	6	8	3	26
15	12	10	7	1	30
16	6	13	6	2	27
17	9	11	6	4	30
18	8	6	5	3	22
19	6	7	6	3	22
20	9	8	7	5	29
21	10	10	8	5	33
22	7	10	9	5	31
23	9	8	8	6	31
24	11	10	7	6	34
25	11	7	6	5	29
26	12	8	8	4	32
27	1	9	4	6	20
28	6	13	1	5	25
$\bar{X}$	7,82	8,11	7,25	4,21	27,39
S	2,96	2,47	1,84	1,45	4,10

FUENTE: González Y. (2013)

Cuadro 8. Data del grupo experimental por Dimensiones del Desempeño Matemático Final

Alumno	Codif.	Interp.	Aplic.	Comun	Desemp
1	12	18	10	12	52
2	13	19	14	13	59
3	17	20	14	14	65
4	13	16	9	11	49
5	11	15	8	11	45
6	8	11	7	7	33
7	6	10	5	7	28
8	11	17	8	14	50
9	17	18	14	13	62
10	13	21	10	14	58
11	14	16	10	12	52
12	12	21	14	14	61
13	17	21	15	16	69
14	10	20	15	15	60
15	17	21	15	14	67
16	16	23	15	16	70
17	17	21	9	16	63
18	14	19	9	16	58
19	8	12	8	9	37
20	12	17	12	12	53
21	16	17	14	11	58
22	13	21	14	14	62
23	16	24	13	15	68
24	16	23	15	15	69
25	17	24	14	16	71
26	18	20	13	16	67
$\bar{X}$	13,62	18,65	11,69	13,19	57,15
S	3,28	3,73	3,06	2,64	11,48

FUENTE: González, Y. (2013)

Los cuadros 7 y 8 despliegan los grados de intensidad estimada de las dimensiones o procesos constitutivos del desempeño integral o competencia matemática de los alumnos respecto al objeto matemático ecuaciones de segundo grado. Después de haber sido tratados con las estrategias experimental y control respectivamente. El instrumento de estimación de procesos o rúbrica permitió construir escalas de graduación: entre (0-18) para Codificación, (0-24) para Interpretación, (0-15) para Aplicación, (0-18) para Comunicación y (0-75) para el desempeño integral o competencia matemática en ecuaciones de segundo grado. Esta data fue estandarizada y presentada en los cuadros 9 y 10 para uniformizar las puntuaciones a objeto de equilibrar la percepción e interpretación de la presencia e intensidad de los atributos estimados.

Cuadro No 9. Distribución de las estimaciones de los procesos de comprensión y competencia, uniformizadas a una escala del 1 al 20, correspondiente al Grupo Experimental

Experimental	Codificación	Interpretación	Aplicación	Comunicación	Desempeño
S1	13,33	15,00	13,33	13,33	13,87
S2	14,44	15,83	18,67	14,44	15,73
S3	18,89	16,67	18,67	15,56	17,33
S4	14,44	13,33	12,00	12,22	13,07
S5	12,22	12,50	10,67	12,22	12
S6	8,89	9,17	9,33	7,78	8,8
S7	6,67	8,33	6,67	7,78	7,467
S8	12,22	14,17	10,67	15,56	13,33
S9	18,89	15,00	18,67	14,44	16,53
S10	14,44	17,50	13,33	15,56	15,47
S11	15,56	13,33	13,33	13,33	13,87
S12	13,33	17,50	18,67	15,56	16,27
S13	18,89	17,50	20,00	17,78	18,4
S14	11,11	16,67	20,00	16,67	16
S15	18,89	17,50	20,00	15,56	17,87
S16	17,78	19,17	20,00	17,78	18,67
S17	18,89	17,50	12,00	17,78	16,8
S18	15,56	15,83	12,00	17,78	15,47
S19	8,89	10,00	10,67	10,00	9,867
S20	13,33	14,17	16,00	13,33	14,13
S21	17,78	14,17	18,67	12,22	15,47
S22	14,44	17,50	18,67	15,56	16,53
S23	17,78	20,00	17,33	16,67	18,13
S24	17,78	19,17	20,00	16,67	18,4
S25	18,89	20,00	18,67	17,78	18,93
S26	20,00	16,67	17,33	17,78	17,87
Promedio	15,13	15,54	15,59	14,66	15,24
Desv Estand	3,64	3,11	4,08	2,93	3,06

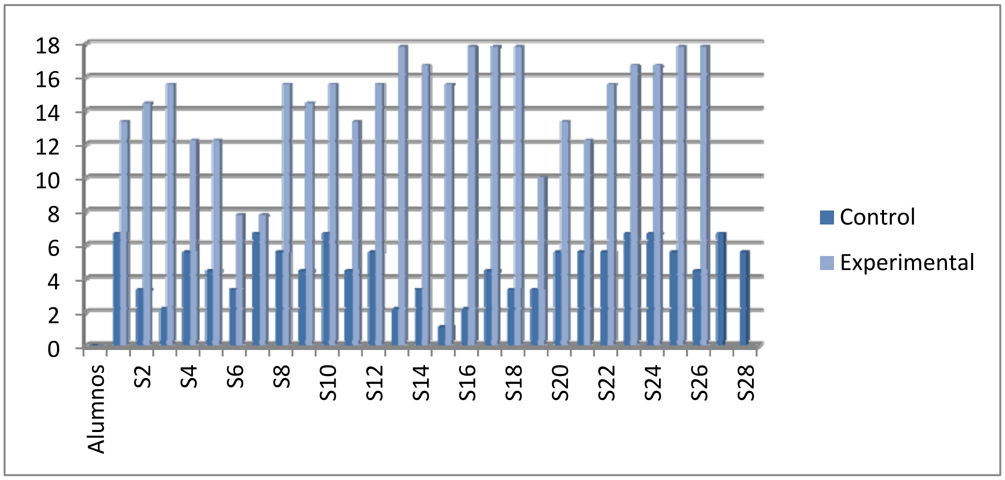
FUENTE: González, Y. (2013)

Cuadro No 10. Distribución Uniformizada (1-20) de la Estimación de los Grados de Intensidad de la Competencia Matemática Integral y por Dimensiones Presentada por los alumnos del grupo control.

Control	Codificación	Interpretación	Aplicación	Comunicación	Desempeño
S1	5,56	10,00	12	6,67	15,47
S2	6,67	8,33	12	3,33	14,13
S3	11,11	4,17	12	2,22	13,33
S4	12,22	7,50	10,7	5,56	16,27
S5	6,67	6,67	12	4,44	13,33
S6	8,89	5,83	9,33	3,33	12,53
S7	2,22	5,83	9,33	6,67	10,13
S8	6,67	3,33	12	5,56	11,47
S9	7,78	3,33	10,7	4,44	11,20
S10	4,44	4,17	8	6,67	9,60
S11	6,67	5,00	10,7	4,44	11,73
S12	10,00	5,83	12	5,56	14,67
S13	14,44	5,83	12	2,22	16,00
S14	10,00	5,00	10,7	3,33	13,07
S15	13,33	8,33	9,33	1,11	15,73
S16	6,67	10,83	8	2,22	13,87
S17	10,00	9,17	8	4,44	14,93
S18	8,89	5,00	6,67	3,33	10,93
S19	6,67	5,83	8	3,33	10,93
S20	10,00	6,67	9,33	5,56	14,13
S21	11,11	8,33	10,7	5,56	16,27
S22	7,78	8,33	12	5,56	15,20
S23	10,00	6,67	10,7	6,67	14,93
S24	12,22	8,33	9,33	6,67	16,53
S25	12,22	5,83	8	5,56	14,13
S26	13,33	6,67	10,7	4,44	16,00
S27	1,11	7,50	5,33	6,67	9,07
S28	6,67	10,83	1,33	5,56	12,00
Promedio	8,69	6,76	9,67	4,68	13,49
Desv Estand	3,29	2,06	2,45	1,61	2,20

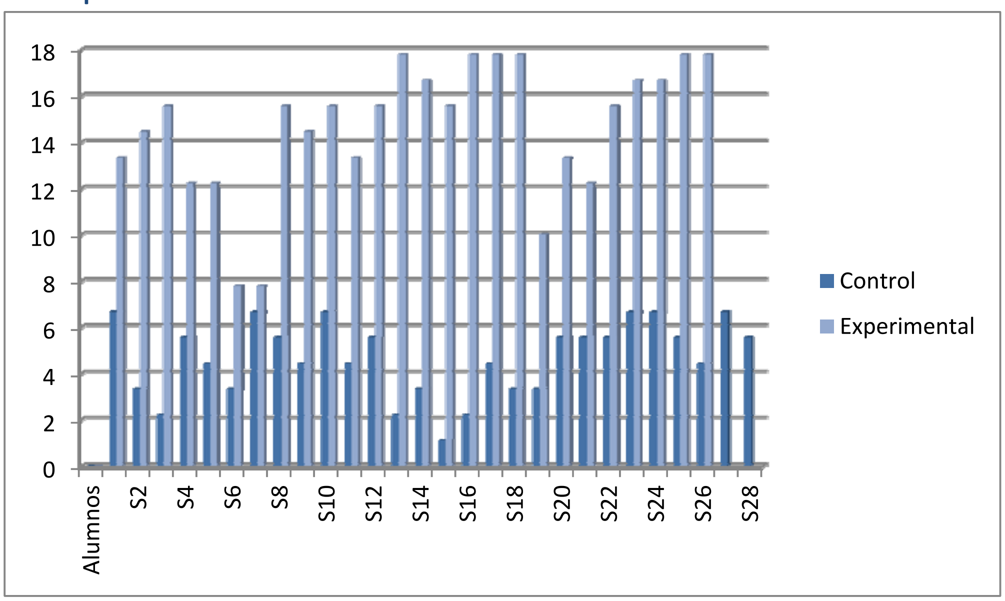
FUENTE: González, Y. (2013)

Gráfico 1. Distribución Estandarizada de la Estimación de los Grados de Intensidad de la Codificación



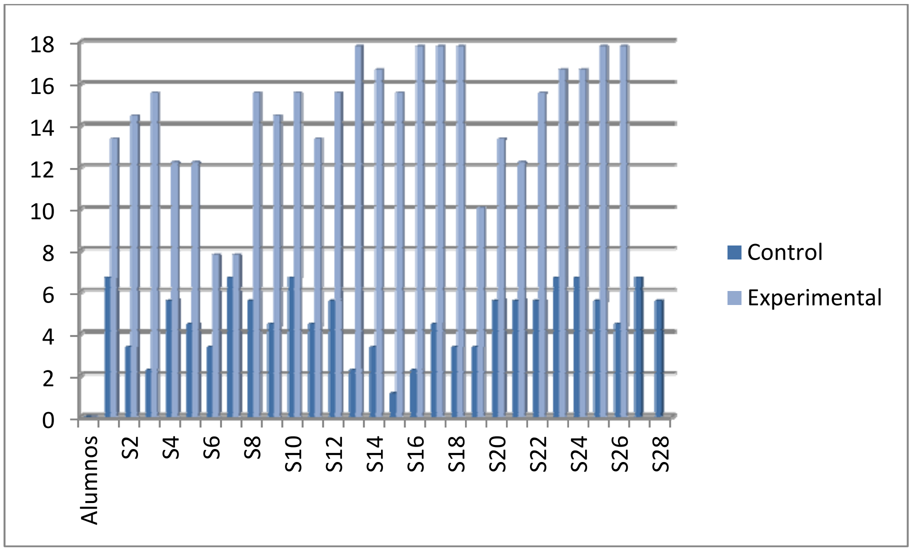
FUENTE: González, Y (2013)

Gráfico 2. Distribución Estandarizada de la Estimación de los Grados de Intensidad de la Interpretación



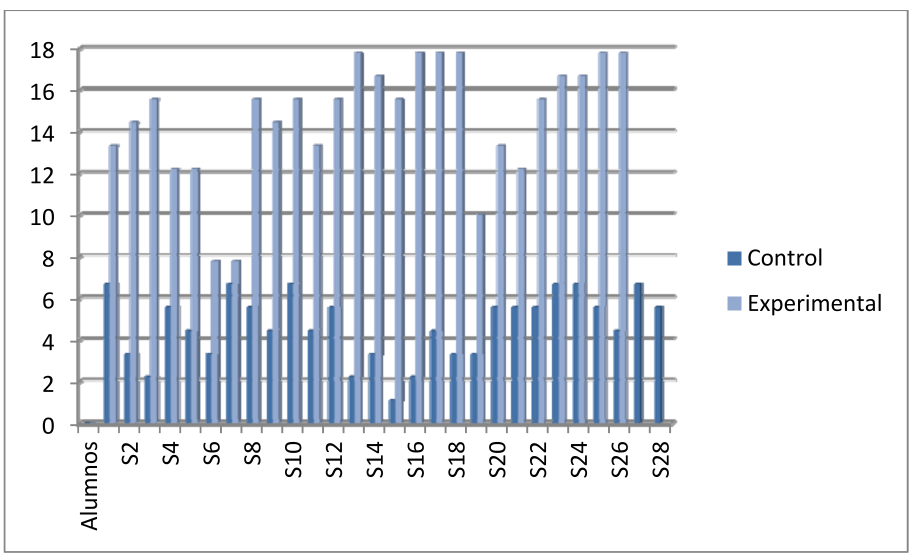
FUENTE: González, Y (2013)

Gráfico 3. Distribución Estandarizada de la Estimación de los Grados de Intensidad de la Aplicación



FUENTE: González, Y (2013)

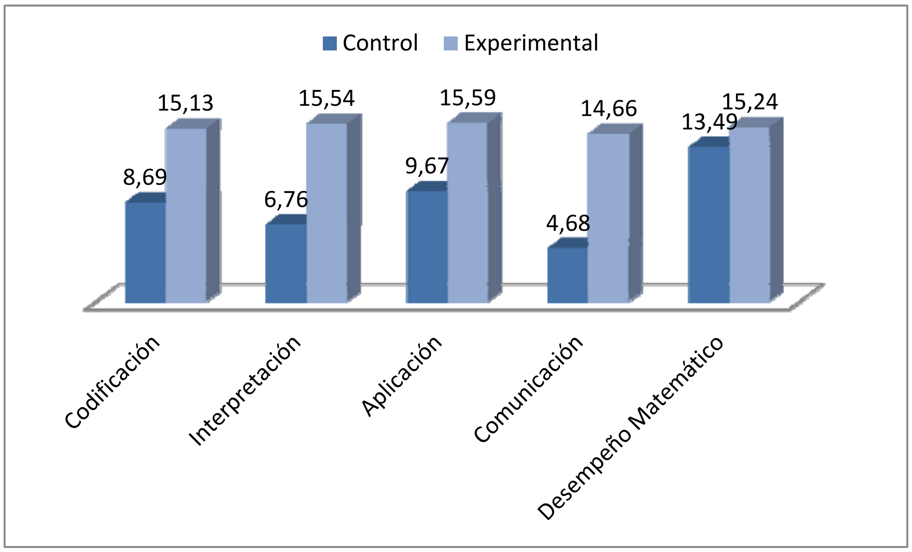
Gráfico 4. Distribución Estandarizada de la Estimación de los Grados de Intensidad de la Comunicación



FUENTE: González, Y (2013)

Observando la Data de los grupos control y experimental obtenidos en la post-prueba se pudo realizar la comparación por dimensión del Desempeño Matemático, visualizado sencillamente en el siguiente gráfico:

Gráfico 5. Promedio de puntuaciones por Dimensiones del Desempeño Matemático de ambos grupos



FUENTE: González, Y (2013)

Se evidencia el incremento del promedio en el grupo experimental por cada dimensión, y por ende, en el Desempeño Matemático de los alumnos. En la codificación, interpretación y aplicación de las ecuaciones cuadráticas el grupo experimental, incrementó los promedios entre 61% y 100% con respecto al grupo control. Mientras que en la dimensión comunicación presentada por los alumnos del grupo experimental el aumento fue considerable alrededor del 200% con respecto al grupo control. Así mismo, se evidencia un aumento en el desempeño matemático presentada en el grupo experimental.

Se observa que a nivel muestral luce superior el grupo experimental al grupo control en los grados de codificación, interpretación, aplicación y comunicación cuantitativa; demostrada por los alumnos en la resolución de problemas del objeto matemático "ecuaciones de segundo grado". En consecuencia, se puede afirmar que descriptivamente los alumnos que fueron asistidos con la estrategia basada en la Teoría de la Funciones Semióticas obtuvieron mayor competencia matemática en el objeto “Ecuaciones de Segundo Grado” que los alumnos asistidos con la estrategia convencional expositiva. Al respecto, a fin de generalizar este resultado observado al espacio poblacional y verificar si las diferencias observadas fueron estadísticamente significativas se condujo el siguiente análisis inferencial.

4.3. Análisis Inferencial de la Data

Con la finalidad de explicar la relación o diferencia entre los grupos control y experimental observadas en el análisis descriptivo anterior, se efectuó un análisis inferencial tomando en cuenta el sistema de hipótesis establecido previamente, para determinar la veracidad de las mismas.

Procedimiento estadístico I

En concordancia con la hipótesis operacional 1 se seleccionó una prueba de hipótesis mediante diferencia de medias para el desempeño matemático integral en las ecuaciones de segundo grado, el cual equivale a la prueba de Levene para homogeneidad de varianzas. Con lo cual, se determinará que ambos grupos son equivalentes al iniciar el experimento, respecto la variable dependiente: nivel de comprensión medido a través del desempeño matemático en la codificación, interpretación y aplicación de ecuaciones de segundo grado.

- **Diferencia de medias en la Prueba de Prerrequisitos de las ecuaciones de segundo grado (preprueba)**

Hipótesis estadísticas

- **Hipótesis de nulidad 1 (H_{01}).** No existe diferencia significativa entre los promedios el desempeño matemático integral en los prerrequisitos necesarios para el estudio de las ecuaciones de segundo grado en el grupo control y el desempeño matemático integral del grupo experimental.

- **Hipótesis alternativa 1 (H_{11}).** La diferencia de los promedios del desempeño matemático integral en los prerrequisitos necesarios para el estudio de las ecuaciones de segundo grado en los alumnos del grupo control es significativamente diferente que la obtenida por el grupo experimental.

Lo que se transforma algebraicamente en:

$H_{01}: \mu_{E1} = \mu_{C1}$

$H_{11} : \mu_{E1} \neq \mu_{C1}$

En donde:

$\mu_{E1} =$ Desempeño promedio integral del grupo experimental en la preprueba.

$\mu_{C2} =$ Índice promedio integral del grupo control en la preprueba.

Reglas de decisión

1.- **Si p-valor** $\leq \alpha \Rightarrow$ **se rechaza Ho :** Se rechaza la hipótesis nula, sí p-valor es menor o igual que el nivel de riesgo (α)

2.- **Si p-valor** $> \alpha \Rightarrow$ **no se rechaza Ho:** Si p-valor es menor o igual que el nivel de riesgo (α), Si p-valor es mayor que el nivel de riesgo (α), no se rechaza la hipótesis nula.

Cuadro 11. Estadísticos de los grupos en la prueba de prerrequisitos

	Gupos pretest	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Desempeño Pretest	Control	28	12,8214	2,90662	,54930
	Experimental	26	12,9231	2,48069	,48650

FUENTE: González, Y (2013)

Cuadro 12. Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
Desempeño preprueba	Se han asumido varianzas iguales	,474	,494	-,139	52	,891	-,10165	,73813	-1,58282	1,37952
	No se han asumido varianzas iguales			-,139	51,649	,890	-,10165	,73377	-1,57430	1,37100

FUENTE: González, Y (2013)

Tomando en cuenta la prueba de Levene para la igualdad de varianzas, se observa un F=0, 474 y un p - valor = 0,494 mayor que α= 0,05, evidenciando que no hay razones de peso para rechazar la hipótesis nula, al contrario, se rechaza la hipótesis alternativa; permitiendo afirmar con un 95 % de confianza que ambos grupos tenían varianzas homogéneas o eran provenientes de la misma población.

Aunado a esto, observando los datos arrojados por la prueba T de Student, y asumiendo varianzas iguales, con t = - 0,139, y p – valor = 0,891 mayor que α= 0,05, culminan por demostrar que no existen evidencias suficientes para rechazar la hipótesis nula; lo que permite concluir con 95% de confianza que los promedios de ambos grupos en el desempeño matemático de prerrequisitos para las ecuaciones cuadráticas, tenían condiciones iniciales iguales. También puede decirse que ambos grupos eran equivalentes en condiciones iniciales, respecto a las variables en investigación.

Procedimiento estadístico II

Diferencia de medias en la prueba de conocimientos para medir el desempeño matemático por Dimensiones (Post-prueba)

Derivado de la hipótesis específica 2 y a objeto de determinar la significatividad de la ganancia en la competencia matemática de los alumnos debida a la estrategia experimental en la Postprueba, se formuló la siguiente hipótesis operacional que, análogamente a la anterior, fue probada mediante la técnica de diferencia de medias, con la distribución t-Student, y un índice de significancia $\alpha = 0,05$ y $n_1 + n_2 = 52$ grados de libertad.

✓ **Hipótesis Operacional 2**

La estimación promedio de Desempeño en la competencia matemática de ecuaciones de segundo grado es mayor en el grupo experimental que en el grupo control.

Para conducir esta prueba de hipótesis se uso el programa SPSS versión 16.0 y presentaron las siguientes hipótesis estadísticas:

Hipótesis de Nulidad 2: (H_{02}) Al final del experimento, los promedios de desempeño matemático logrado por los grupos experimental y control son iguales.

Hipótesis de Alternativa 2: (H_{12}) Al final del experimento, los promedios de desempeño matemático logrado por los alumnos de los grupos experimental y control son diferentes

(H_{02}) : $\mu_1 = \mu_2$

(H_{12}) : $\mu_1 \neq \mu_2$

Cuadro 13. Resumen del Desempeño Matemático Integral en la postprueba.

Group Statistics

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Desempeño	Control	28	13,4850	2,20210	,41616
	Experim.	26	15,2410	3,06162	,60043

FUENTE: González, Y (2013)

Cuadro 14. Resumen del resultado de la Diferencia de Medias de Desempeño Matemático Integral en la postprueba.

	Prueba deLevene		Prueba t- Student						
Desempeño	F	Sig.	t	df	Sig.	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper
Igual varianza	1,485	,228	-2,433	52	,018	-1,75603	,72183	-3,20448	-,30757

FUENTE: González, Y (2013)

En la tabla 14, se despliega los resultados de la prueba de igualdad de varianza de Levene y de la diferencia de medias t de Student para muestras independientes. La prueba de Levene; corresponde por defecto a la hipótesis de nulidad de que las varianzas del desempeño matemático en los grupos experimental y control son iguales. Al respecto, una F= 1,485 una probabilidad de significación de 0,228 indicó la aceptación la hipótesis nula, lo cual demuestra que los grupos provienen de una misma población.

La prueba t de Student produjo un resultado t = -2,433 con una significación p = 0,018 (igualdad de varianzas asumidas) que permitió rechazar la hipótesis nula H_{02}. Esto significa que con 95% de confianza se puede afirmar que los estudiantes que recibieron la enseñanza con la estrategia fundamentada en la teoría de las funciones semióticas obtienen diferente competencia matemática que el grupo que recibió instrucción en forma tradicional. Esto se reflejada en distintas estimaciones del desempeño matemático y el signo negativo indica que esa distinción está a favor del grupo experimental.

Tratamiento estadístico III

Vinculada a la hipótesis específica 3 y a fin de determinar la significatividad de las diferencias entre el grupo experimental y control respecto a las dimensiones de comprensión matemática demostrada en la postprueba por los alumnos al final del experimento, se formuló la siguiente hipótesis operacional, la cual fue contrastada mediante el Modelo Lineal General de mediciones repetidas para los grupos experimental y control. Esta técnica de análisis requiere la comprobación de asumpsiones teóricas de independencia de las observaciones, esfericidad y normalidad multivariada, lo cual es llamado “esfericidad multimuestra” (Stevens, 1999, p 217).

Al respecto se sabe que la Prueba de MANOVA es robusta contra la no normalidad (Stevens, 1986, p 207) y se tiene garantía que las observaciones son independientes puesto que cada sujeto desarrolló de manera individual cada uno de los test administrados. Por tanto se incluyó la prueba de esfericidad para garantizar el cumplimiento de todas las asunciones y la contundencia de los hallazgos

✓ **Hipótesis Operacional 3**

El Diseño Instruccional aplicado al grupo experimental mejora los niveles promedio demostrado por los alumnos en las dimensiones de Compresión Matemática (Codificación, interpretación, aplicación y comunicación) en comparación con los promedios logrados en las mismas dimensiones por el grupo control.

Para conducir esta prueba de hipótesis se uso el programa SPSS versión 16.0 y presentaron las siguientes hipótesis estadísticas:

Hipótesis de Nulidad 3: (H_{03}) Al final del experimento, los niveles promedios en las dimensiones de comprensión cuantitativa (codificación, interpretación, aplicaron y comunicación matemática) lograda por los alumnos de los grupos experimental y control son iguales

(H_{03}) : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

Hipótesis de Alternativa 3: (H_{13}) Al final del experimento, en al menos un par de niveles promedios en las dimensiones de comprensión cuantitativa (codificación, interpretación, aplicaron y comunicación matemática) lograda por los alumnos de los grupos experimental y control son diferentes.

(H_{13}): Al menos un par de niveles promedios de las dimensiones de comprensión, entre los grupos experimental y control, es diferente.

Cuadro 15. Factores "Within and Between" Involucrados en el Análisis de Varianza GML de mediciones repetidas

Factor Dentro Procesos		
Measure:Estimacion		
CompreMat	Dependent Variable	
1	Codificación	
2	Interpretación	
3	Aplicación	
4	Comunicación	
Factor entre Grupos		
		N
Grupo	Control	28
	Experimental	26

FUENTE: González, Y (2013)

El cuadro muestra cuatro dimensiones para el factor Comprensión Matemática y dos dimensiones del factor grupo para 8 subgrupos de decisión relativos a las diferencias de estimaciones.

Cuadro 16. Prueba Multivariada del efecto de la Comprensión matemática y del efecto de la Interacción Comprensión*Grupo

Multivariate Tests[b]

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
CompreMat	Pillai's Trace	,542	19,735[a]	3,000	50,000	,000
CompreMat * Grupo	Pillai's Trace	,330	8,225[a]	3,000	50,000	,000

b. Design: Intercept + Grupo
Within Subjects Design: CompreMat

FUENTE: González, Y (2013)

La prueba Pillai Trace con un F= 19,735 y una significación p= 0,00 para la Comprensión Matemática y un F= 8,225 con un p= 0,00; informan de un efecto estadísticamente significativo, tanto dentro de los procesos de Comprensión como de la combinación "Comprensión Grupos".

Cuadro 17. Prueba de esfericidad de las estimaciones de la variable dependiente Comprensión Matemática

Mauchly's Test of Sphericity[b]

Measure:Estimacion

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon[a] Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
CompreMat	,683	19,320	5	,002	,842	,905	,333

Tests the null hypothesis that the error covariance matrix of the orthonormalized transformed dependent variables is proportional to an identity matrix.

FUENTE: GONZÁLEZ, Y (2013)

La prueba de Mauchy para esfericidad de las estimaciones dio un valor de 0,683 con una significación p= 0,002 indicando que el error de la matriz de covarianzas de las variables dependientes transformadas ortogonalmente es proporcional a la matriz identidad. Esto debilita la fortaleza y confiabilidad de los resultados del análisis GLM de mediciones repetidas, lo cual constituye uno de las limitaciones de los hallazgos en este estudio. Sin embargo, algunos autores han comprobado experimentalmente que la prueba MLG es relativamente insensible a la falta de esfericidad por lo tanto, esto no es motivo de preocupación.

Cuadro 18. Prueba de los efectos dentro de las estimaciones de los procesos de Compresión Matemática

Tests of Within-Subjects Effects

Measure:Estimacion

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
CompreMat	Sphericity Assumed	259,194	3	86,398	17,980	,000
CompreMat * Grupo	Sphericity Assumed	149,574	3	49,858	10,376	,000
Error(CompreMat)	Sphericity Assumed	749,596	156	4,805		

FUENTE: GONZÁLEZ, Y (2013)

En esta prueba, el valor F= 17,980 con una probabilidad p= 0, 000 indica que el efecto de la comprensión matemática es estadísticamente significativo. Es decir que hay efecto diferencial en las estimaciones de los procesos mentales que constituyen las dimensiones de la Comprensión Matemática. Así mismo, un F= 10,376 con una probabilidad p= 0,00 indican un efecto importante de la interacción Comprensión*grupo sobre las estimaciones de las variables dependientes.

Cuadro 19. Análisis de Varianza de mediciones repetidas. Prueba del efecto de los grupos en las diferencias de las estimaciones.

Tests of Between-Subjects Effects

Measure:Estimacion
Transformed Variable:Average

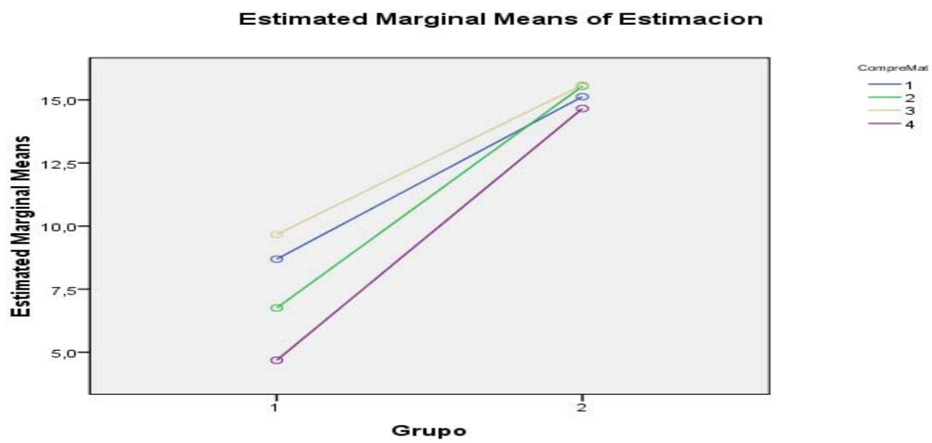
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	27737,323	1	27737,323	1321,639	,000
Grupo	3265,761	1	3265,761	155,608	,000
Error	1091,328	52	20,987		

FUENTE: GONZÁLEZ, Y (2013)

Los resultados de esta prueba, con un F= 1321,639 y una probabilidad de 0,000 para la intercepción, además de un F= 155,608 con p= 0,000 para grupo indican que; también hay efecto significativo de la variable independiente; rechazando la hipótesis de nulidad 3 (H_{03}). Con lo que se puede afirmar que al final del experimento, los niveles promedios en las dimensiones de comprensión cuantitativa (codificación, interpretación, aplicaron y comunicación matemática) lograda por los alumnos de los grupos experimental y control son diferentes.

Esto significa, que la estrategia experimental tiene efecto en la diferencia entre los grupos, en las diferencias dentro de las estimaciones y en la combinación grupo-procesos de pensamiento. Es decir que se puede afirmar con 95% de confianza que la estrategia experimental de enseñanza basada en la Teoría de la Funciones Semióticas es efectiva para mejora la comprensión matemática, en comparación con la didáctica expositiva tradicional; lo cual se visualiza en el gráfico siguiente:

Grafico 6. Promedios marginales de las estimaciones de las dimensiones de comprensión matemática de los grupos experimental y control.



FUENTE: González, Y (2013)

Evidentemente, hay una superioridad en todas las dimensiones de la comprensión matemática de los alumnos instruidos con la estrategia experimental TFS (grupo 2) en relación a la comprensión demostrada por los alumnos que fueron enseñados con la estrategia tradicional o control (grupo 1). Así mismo, en el gráfico se observan patrones recurrentes en ambos grupos. Por ejemplo el proceso mental de la comprensión con mayor debilidad es la comunicación del objeto ecuaciones de segundo grado (línea 4) en ambos, el grupo control y el experimental, respecto a las otras dimensiones. Análogamente hay regularidad en ambos grupos en el proceso de codificación (línea 1) y en el proceso de aplicación (línea 3), este último es una fortaleza en ambos grupos.

Llama la atención que la estrategia TFS aplicada al grupo experimental; además de incrementar considerablemente el potencia de comprensión, también logro fortalecer el proceso mental de interpretación (Línea 2).

Conclusiones y Recomendaciones

Con el estudio realizado es posible afirmar que el Diseño Instruccional basado en los postulados de las Funciones Semióticas, planteadas por Godino, (1998) y su grupo de investigadores es una estrategia significativa para la Didáctica de la Matemática, ya que al analizar los datos estadísticos procesados se obtuvieran los siguientes resultados:

Los grupos que constituyeron la muestra eran equivalentes en promedio, desviación típica y varianza; antes de aplicarle el diseño instruccional basado en la Teoría de las Funciones Semióticas y las clases tradicionales. Esto, fue demostrado por una prueba de Levene que evidenció que el nivel de riesgo era menor que el p – valor y por una diferencia de medias realizada con el SPSS; que demostró que los promedios del desempeño matemático en ambos grupos eran equivalentes. Quedando en evidencia que el grupo control y el grupo experimental, escogidos aleatoriamente, eran similares; diferenciándose sólo por la estrategia educativa utilizada en la enseñanza de las ecuaciones de segundo grado. Para el grupo experimental se utilizaron clases expositivas tradicionales, donde el profesor explicaba ciertos ejercicios y asignaba algunas actividades para que los alumnos realizaran, pero no se utilizaba el "sistema de prácticas compartidas" para resolverlos.

Así mismo, se demostró que los promedios alcanzados por los grupos después de aplicadas las estrategias didácticas, eran significativamente diferentes. Esto fue demostrado con la prueba de Levene para varianzas iguales y una diferencia de medias, donde se evidenció que el nivel de riesgo era menor que p-valor lo que permitió rechazar la hipótesis nula que planteaba la semejanza entre los grupos luego de terminar el estudio de las ecuaciones de segundo grado. Con esto se evidencia la efectividad del diseño instruccional basado en los postulados de las funciones semióticas para el estudio de las ecuaciones de segundo grado.

De igual forma, utilizando el Anova de mediciones repetidas, se evidenció la diferencia significativa entre la dimensiones del desempeño matemático (codificación, interpretación, aplicación y comunicación) en ambos grupos, notándose que los alumnos del grupo experimental eran capaces de codificar más los ejercicios planteados, interpretaban mejor los términos y el lenguaje utilizado era el más idóneo, fueron capaces de resolver con más veracidad los problemas propuestos y se comunicaban mejor al momento de justificar una respuesta.

Entre los resultados no esperados, se encontró que aun después del entrenamiento con la TFS, los alumnos conservan algunos patrones convencionales que limitan su comprensión y desempeño cuando trabajan con ecuaciones de segundo grado. Aunque el grupo experimental fue claramente superior en todos los procesos mentales vinculados a la comprensión, ambos grupos tienen limitaciones con el lenguaje relacionado al objeto matemático en estudio. También, se evidenció que ambos grupos tienen tendencia a entender la matemática como símbolos y operaciones. Así, lo demuestra la superioridad de la aplicación y la codificación frente a otras dimensiones. Llama la atención que la estrategia TFS logró romper la tendencia de conservación del orden de las dimensiones de la Compresión al ubicar en el grupo experimental la interpretación como uno de los procesos mentales preponderantes junto a la paliación por encima de las otras dimensiones. (ver gráfico 7)

Se recomienda replicar este estudio a fin de corroborar o refutar los hallazgos aquí encontrados. También es recomendable abrir una línea de investigación sobre la estrategia TFS en otros contextos y niveles educativos. Así mismo, es posible aplicar los diferentes postulados de esta teoría para abordar cualquier otro contenido matemático como recurso para mejorar la calidad de enseñanza y aprendizaje en el sistema educativo.

Bibliografía

Amore B, Font V. y Godino J, (2007). [La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones_emioticas/dimension_metadidactica_11nov07.pdf). Versión revisada de la conferencia *II Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique*. France, 31 Octobre - 3 Novembre 2007. Disponible en línea en: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones_emioticas/dimension_metadidactica_11nov07.pdf. [*Consulta*: 2008, *Febrero* 16]

Arias, F. (2006). *El Proyecto de Investigación.* Caracas, Editorial Episteme. 5ª edición.

Aponte, A. (2008). *Significados Personales de las Ecuaciones de Primer Grado con una incógnita en Estudiantes de Educación Básica.* Trabajo Especial de Grado de Postgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo.

Baptista, R (1999, Enero 22). *Sistema nacional de Evaluación de Aprendizaje cuantifica magnitud del "fraude" educativo.* El Universal, p.3-10.

Baptista, P., Fernández, C. y Hernández, R. (2003). *Metodología de la Investigación.* (3ºedición). Mc Graw Hill.

Beyer, W. (1998). *Influencia del Lenguaje formal matemático en la solución de problemas.* Revista Educación y Ciencias Humanas. Dossier. Año VI, Nº 10, Enero-Junio.

Beyer, W. (2001). *Algunos aspectos epistemológicos de la matemática: ¿Es la matemática un lenguaje?.* Tomados de Educere, la revista Venezolana de Educación. Año 5, Vol. 14, Jul, Ago, Sep. Pp. 236 – 239.

Bisquerra, R. (1989). *Métodos de Investigación Educativa.* Barcelona, España. Ediciones Ceac.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht, Kluwer A.P.

Bruner, J. (2002). *Actos de significado. Más allá de la Revolución Cognitiva.* Madrid, Alianza. Col. Psicología Minor. (Trabajo original 1990).

Chevallard, Y (1992). *Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportèes por une aproche antropologique.* Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol 12, nº 1. pp 73 – 112

Cifuentes, W. (2011). *Propuesta de Enseñanza para el aula. Ecuaciones y Modelos 3UV.* Trabajo Especial de Grado de la Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín. Facultad de Ciencias. Recuperable en: http://www.bdigital.unal.edu.co/5925/1/98534613.2012.pdf. [$Consulta$: 2012, $Marzo$ 2]

D'Amore, B. y Godino, J. D. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2): 191-218. Disponible en línea en: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/D´AmoreGodino_Reline10-2.pdf. [$Consulta$: 2008, $Mayo$20]

Font, V., Planas, N., y Godino, J. (2010). *Marcos Teóricos sobre el Conocimiento y Aprendizaje Matemático.* Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/modelo_anadida_25junio09.pdf. [$Revisión$: 2011, $Febrero$ 4]

Frege, G (1984). *Estudios sobre Semántica.* Traducción de Ulises Moulines. Barcelona, Ediciones Orbis. 3ª edición.

Freund, J. y Manning R. (1989). *Estadistica.* Traducción de Hugo Acevedo. México, Ediciones Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

García, A (2006). *Miedo a las Matemáticas: Los Métodos de enseñanza, la desmotivación y la falta de formación del profesorado son las principales causas del rechazo generalizado hacia las matemáticas.* Disponible en: http://www.consumer.es/web/es/educación/extraescolar/2006/11/27/157603.php. [$Consulta$: 2007, $Enero$30]

Godino, J. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas en Didáctica de las Matemáticas: Un Enfoque Ontológico – Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática.* Monografía de Investigación para el concurso a Cátedra de Universidad. Departamento de Matemática. Universidad de Granada. Recuperable en: http://www.ugr.es/local/godino.

Godino, J. (2010). *Marcos Teóricos sobre el Conocimiento y Aprendizaje Matemático.* Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperable en: http://www.ugr.es/~jgodino/undamentos_teóricos_ddm.pdf.

Godino, J. (2012). *Origen y Aportaciones de la Perspectiva Ontosemiótica de la Investigación en Didáctica de la Matemática.* Investigación en Educación Matemática XVI. (pp 49 - 68). Jaén: SEIM. Recuperable en: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). *Significado Institucional y personal de los objetos matemáticos.* Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Vol 14, Nº 3:325 – 355.

Godino, J., Castro, W., Aké, L., Wilhelmi, M. (2012). *Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental.* Bolema, 26 (42B), 483-511. Abril 2012. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/naturaleza_RAE.pdf

Hurtado, I. y Toro, J. (2001). *Paradigmas y Métodos de Investigación, en tiempos de Cambio.* Valencia: Episteme Consultores Asociados. 4ta Edición.

Leontiev, A. N. (1981). *"Actividad, conciencia y personalidad"*. La Habana: Pueblo y Educación.

Luria, A.R. (1981). *Perfil Biográfico de la imagen y la palabra. Los teóricos.* Rescatado el 12 de Julio de 2007.

López, D. y López, A (2011). *Empleo del Modelo 3UV en Álgebra Temprana.* Universidad Autónoma de Querétaro. México. Artículo en línea, disponible en: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/paper/viewfile/1216/368.

Mayorga, L. (2010). *Errores algebraicos presentes en el Aprendizaje de Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos Incógnitas. Un estudio de Tercer año de la Unidad Educativa "Antonio Herrera Toro".* Trabajo Especial de Grado de

Postgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo.

Molina, M. (2011). *Integración del Pensamiento Algebraico en la Educación BásicaUn experimento de enseñanza con alumnos de 8-9años.* Universidad de Granada. Recuperable en: http://www.funes.uniandes.edu.co/1615/molina_2011EIEM.pdf.

Mora, D. (2010). *Formación Matemática como parte de la Educación Integral Básica (EIB) de todas las personas.* Integra Educativa. Vol. III/Nº 2. pp 15-72. Artículo en línea, Disponible en: http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/LaPaz:III-CABvieiii/v3n2/ao2.pdf

Moreno, M. (2000). *Introducción a la Metodología de la Investigación Educativa.* Volumen 2. México, D.F. Editorial Progreso. 2da. Reimpresión.

Moreno, J. (2001). *El Tercer Milenio y los Nuevos Desafíos de la Educación. América Latina y el caso Venezolano.* Caracas, Distribuidora PANACTUA.

Ogden, C. K. y Richards, I. A (1923). *El significado del significado. Barcelona, Paidós. 1984*

Orozco, C; Labrador M. y Palencia A. (2002). *Manual Teórico Práctico de Metodología para Tesistas, Asesores, Tutores y Jurados de Trabajos de Investigación y Ascenso.* Valencia, Ediciones Ofimax de Venezuela. 1ª edición.

Ortega, C. (2007). *Sin rechazo hacia las matemáticas, existirían más cabezas pensantes.* Artículo recuperable en: http://www.crónicasdevalladolid.com/public/spip.php?page=forumδid_article=26

Pastrán, G. (2008). *Estrategias Creativas de Enseñanza, para el Aprendizaje de la Matemática en los alumnos de 9no Grado de la Unidad Educativa la Honda. Tocuyito - Carabobo.* Trabajo de Grado de Postgrado de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Carabobo.

Peirce, C. (1997) *Escritos Filosóficos.* Traducción de Fernando, C. Vevia, R. Zamora, Mich. Colegio de Michoacán. México.

Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics.* London: The Falmer Press.

Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Madrid, Ediciones Piadós. Ibérica, S.A.

Ruiz, D. y Pachano, L. (2004). *Lo normal como categoría en el Ámbito Educativo.* Perfiles, Enero – diciembre 2004. Año 25. pp. 116 – 140.

SINEA/ Ministerio de Educación (2004). *Diagnóstico de las Habilidades de Lectura, Escritura y Cálculo en alumnos de Educación Básica*. Caracas – Venezuela.

Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding.* First published in Mathematics Teaching, 77. 20 – 26. Artículo en línea, disponible en: www.mth.pdx.edu/-jfasteen/sum11/211

Stevens, J. (2002). *Applied Multivariated Statistics for the Social Sciences.* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. London

Steinbring, H. (1991) *Mathematics in teaching processes. The disparity betwen teacher and student knowledge.* Reserches en Didactique des Mathematiques. Vol 11, n. 1, pp 65 – 108.

Tauber, L. (2001). *La Construcción del Significado de la Distribución Normal de Actividades de Análisis de Datos.* Tesis Doctoral de la Universidad de Sevilla. Artículo en línea, disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/tauber_dnormal.pdf

Tauber, L., Batanero, C. y Sánchez, V. (2005). *Diseño, implementación y análisis de enseñanza de la distribución normal en un curso universitario.* EMA, Vol 9. Año 2005. pp. 82- 105.

Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuals.* Investigaciones en Didáctica de las Matemáticas. Vol.10, Nº 2,3 pp 133 -170.

Vygotsky, L. S. (1934). *Pensamiento y Lenguaje.* (1993). Madrid: Visor.

Wertsch, J. V. (1990). *The Concept de Activity in soviet Psychology: on Introduction.* En J. V. Wertsch (Ed). New York. M.E. Sharpe.

Wittgenstein, L. (1976). *Observaciones sobre los fundamentos de las matemáticas. Madrid: Alianza.*

Anexos

ANEXO A

TABLA DE ESPECIFICACIONES

PRE – PRUEBA

OBJETIVO DEL INSTRUMENTO	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS
Recabar información sobre el grado de comprensión (conceptual, contextual y tradicional) y competencia de las ecuaciones cuadráticas	**Codificación**	• Grado de dominio en la identificación de términos, símbolos, fórmulas y procedimientos	1, 2, 3, 4, 5 y 6
	Interpretación	• Grado de dominio al trasladar el lenguaje natural al simbólico o viceversa	7, 8, 9, 10, 11 y 12
	Aplicación	• Nivel de dominio en la solución de problemas de matemática contextual y transdiciplinaria	13, 14, 15, 16, 17 y 18
	Comunicación	• Calidad de comunicación en la justificación en las respuestas para explicar soluciones contextuales y transdiciplinarias	19, 20, 21, 22, 23 y 24

ANEXO B

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

MAESTRÍA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRE-PRUEBA

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES CURSANTES DEL TERCER AÑO DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA NACIONAL: "SANTIAGO FLORENCIO MACHADO"

Estimado estudiante:

La presente investigación tiene como objetivo recabar información para la investigación titulada. "Efecto de la Teoría de las Funciones Semióticas en la Comprensión y competencia de las Ecuaciones Cuadráticas en el tercer año de Educación Básica"

Los datos obtenidos serán confidenciales, por lo cual se le agradece contestar con la mayor precisión posible cada una de las preguntas planteadas

INSTRUCCIONES

1. La prueba consta de dos partes, la primera de selección simple y la segunda de razonamiento.
2. Lea cuidadosamente cada una de las proposiciones.
3. Encierre en un círculo la alternativa que considere correcta.
4. Evite responder al azar.
5. Comience a responder la pregunta que sea de su dominio.
6. Justifique cada una de las respuestas escogidas.

I PARTE. SELECCIÓN SIMPLE. Lea cuidadosamente cada pregunta antes de responder y encierre en un círculo la respuesta que considere correcta.

1. La expresión matemática cuya finalidad es hallar el valor de la incógnita para que se cumpla una igualdad, se conoce como:
   a) Polinomio
   b) Inecuación
   c) Ecuación
   d) Función

2. En una potencia, el número que indica las veces que se multiplica la base por sí misma se conoce como:
   a) Exponencial
   b) Potencia
   c) Exponente
   d) Radical

3. La parte literal que conforma un término algebraico se llama:
   a) Miembro
   b) Constante
   c) Variable
   d) Término independiente

4. La parte numérica que conforma un término algebraico se llama:
   a) Término
   b) Incógnita
   c) Dato
   d) Coeficientes

5. Al coeficiente de la variable con exponente cero se le conoce como:
   a) Coeficiente nulo
   b) Término independiente
   c) Variable nula
   d) Raíz independiente

6. Las ecuaciones lineales son aquellas cuyo grado de la variable es:
   a) Cero
   b) Uno
   c) Dos
   d) Tres

7. ¿Cómo se expresaría, simbólicamente el siguiente enunciado: Dos veces un número menos tres es igual a 27?

a) $2 + x - 3 = 27$
b) $x + y - 3 = 27$
c) $2x - 3 = 27$
d) $x - 3 = 27$

8. La edad de Juan es el doble de la edad de Pedro, si la suma de las dos edades es 24 años. La representación matemática de dicha frase es:

a) $2x + z = 24$
b) $2 + y + y = 24$
c) $x/2 + x = 24$
d) $2x + x = 24$

9. "La suma de tres números consecutivos, es igual a 30" se puede representar como:

a) $x + x + x = 30$
b) $x + x + 1 + x + 1 = 30$
c) $x + x + 1 + x + 2 = 30$
d) $x + x + 1 + 2x = 30$

10. La expresión $x + 2x - 3 = 39$, se puede leer como:

a) Un número sumado con su doble y disminuido en tres es igual a 39
b) Un número sumado con su mitad y disminuido en tres es igual a 39
c) La suma de un número de un número con su doble es igual a 39
d) Un número sumado dos veces y disminuido en tres es igual a 39

11. De la estructura simbólica $3x + 4 = 10$, se podrí decir que:

a) Un número sumado con su triple y aumentado en 4 es igual a 10
b) La tercera parte de un número aumentado en 4 es igual a 10
c) El triple de un número aumentado en 10 es igual a 4
d) El triple de un número aumentado en 4 es igual a 10

12. Si se tiene $2x + 3x = 25$ se podría leer:

a) Un número sumado con su doble y con su triple da 25
b) El doble de un número aumentado en 3 da 25
c) El doble de un número sumado con su triple da 25
d) La suma del doble de un número con su tercera parte da 25

13. Dada la expresión 4 + 3 (___) = 19, cuál sería el número natural que satisface la igualdad:

a) 5
b) -5
c) 6
d) -6

14. Al resolver la expresión 4 (x + 5) – 6x = 32, se tiene que:

a) x = -4
b) x = -5
c) x = - 6
d) x = -7

15. Las edades de tres primos suman 78. Si la edad del primero es el doble que la del segundo, y éste es 6 años mayor que el tercero. ¿Cuál es la edad del segundo primo?

a) 18
b) 24
c) 36
d) 48

16. Dos hermanos van a comer pizza y gastaron 8800Bs. ¿Cuánto pagó cada uno si se sabe que uno dio 1700 Bs más que el otro?

a) 7100 y 1700
b) 5300 y 3500
c) 5250 y 3550
d) 4100 y 5700

17. Si sabemos que en la temporada anterior Bob Abreu bateó el doble de ésta temporada aumentada en cinco, y que en ambas temporadas lleva 59 jonrones. ¿Cuántos jonrones bateó la temporada anterior?

a) 41
b) 36
c) 31
d) 18

18. Al resolver la siguiente ecuación 6 x + 4 = 10, se procede de la siguiente manera: 6x = 10 – 4, el paso realizado fue:

a) Se sumó el simétrico de 4
b) Se pasó el 4 al segundo miembro como -4

c) Se multiplicó por 4 y se sumó
d) Se restó 4 en el primer miembro.

II PARTE. RAZONAMIENTO. Lea detenidamente cada pregunta y analice antes de contestar.

19. A qué se le conoce como incógnita de una ecuación, explíque?

R.____

____

20. Explíque por qué la incógnita debe tener un solo valor.

R.____

____

21. ¿Cómo se reconocen las ecuaciones lineales?

R.____

____

22. Nombre y explique los elementos de una ecuación

R.____

____

23. ¿Por qué en una ecuación lineal sólo existen dos miembros?
R.____

____

24. Explique la diferencia entre $3x + 5 = 0$ y $F(x) = 3x + 5$
R.____

____

ANEXO C

TABLA DE ESPECIFICACIONES

POST – PRUEBA

OBJETIVO DEL INSTRUMENTO	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS
Recabar información sobre el grado de comprensión (conceptual, contextual y tradicional) y competencia de las ecuaciones cuadráticas	**Codificación**	• Grado de dominio en la identificación de términos, símbolos, fórmulas y procedimientos	1, 2, 3, 4, 5 y 6
	Interpretación	• Grado de dominio al trasladar el lenguaje natural al simbólico o viceversa • Traslación de datos de la ecuación a la fórmula de la Resolvente. • Identificación de eventos naturales reales asociados a la ecuación cuadrática. • Nivel de comprensión al graficar las raíces de las ecuaciones cuadráticas.	7, 11 9, 10 8, 12 18, 19
	Aplicación	• Nivel de dominio en la solución de problemas de matemática contextual y transdiciplinaria	13, 14, 15, 16, 17 y 18
	Comunicación	• Calidad de comunicación en la justificación en las respuestas para explicar soluciones contextuales y transdiciplinarias	19, 20, 21, 22, 23, 24 y 25

ANEXO D

UNIVERSIDAD DE CARABOBO
ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

MAESTRÍA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

POST-PRUEBA

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES CURSANTES DEL TERCER AÑO DE BACHILLERATO DE LA UNIDAD EDUCATIVA NACIONAL: "SANTIAGO FLORENCIO MACHADO"

Estimado estudiante:

La presente investigación tiene como objetivo recabar información para la investigación titulada. "Efecto de la Teoría de las Funciones Semióticas en la Comprensión y competencia de las Ecuaciones Cuadráticas en el tercer año de Educación Básica"

Los datos obtenidos serán confidenciales, por lo cual se le agradece contestar con la mayor precisión posible cada una de las preguntas planteadas

INSTRUCCIONES

1. La prueba consta de dos partes, la primera de selección simple y la segunda de razonamiento.
2. Lea cuidadosamente cada una de las proposiciones.
3. Encierre en un círculo la alternativa que considere correcta.
4. Evite responder al azar.
5. Comience a responder la pregunta que sea de su dominio.
6. Justifique cada una de las respuestas escogidas.

I PARTE. SELECCIÓN SIMPLE. Lea cuidadosamente cada pregunta antes de responder.

1. Los exponentes presentes en la siguiente expresión: $x^2 + x = -2$, son:
   a) 2 y 1
   b) 2, 1 y 0
   c) No hay
   d) 2

2. Determina los coeficientes de la siguiente expresión: $3t^2 - 2t + 1 = 0$
   a) 3, 2, 1
   b) -3, -2, 1
   c) 3, .2, 1
   d) -3, 2,1

3. Las expresiones que se pueden escribir de la forma: A$X^2 + BX + C = 0$, se les conoce como:
   a) Ecuación Lineal
   b) Ecuación Cuadrática.
   c) Función Cuadrática,
   d) Ecuación de primer grado.

4. Señale cuál expresión es una ecuación cuadrática:
   a) $3x^3 + 2 = 0$
   b) $3x^2 - 2x = 1$
   c) $3x^2 - 2x \leq 1$
   d) $3x \quad - 2x = 0$

5. La fórmula que permite calcular las raíces de las ecuaciones cuadráticas se conoce como:
   a) Discriminante
   b) Radical

c) Resolvente
d) Completación de cuadrados

6. Cuando la ecuación es completa (A$X^2 + BX + C = 0$), se puede factorizar por:
a) Cuadrado perfecto.
b) Producto de monomios
c) Completación de cuadrados
d) Todas las anteriores

7. Cómo se expresaría simbólicamente el siguiente enunciado: El doble de su cuadrado más la mitad de su triple es igual a 0.
a) $2X^2 + 3X = 0$
b) $2X^2 + 3/2X = 0$
c) $2X^2 + X = 0$
d) $2X^2 + 1/3X = 0$

8. El cuadrado de la suma de las edades de dos primos es de 20 años. Al simbolizar esta afirmación se obtiene la expresión:
a) $x^2 + 2xy + y^2 = 20$
b) $x^2 + xy + y^2 = 20$
c) $x^2 + y^2 = 20$
d) 2x + 2y = 20

9. Al sustituir los valores de la siguiente ecuación cuadrática $2x^2 + 3x - 2 = 0$, en la resolvente se tendría que:
a) a = 2, b = 3, c = 2
b) a = 2, b = -3, c = -2
c) a = 2, b = 3, c =- 2
d) a = 2, b = -3, c = 2

10. Al sustituir los valores de la ecuación $2x + x^2 - 360 = 0$, en la resolvente se obtiene que:

a) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(360)}}{2*1}$

b) $x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-360)}}{2*1}$

c) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(-1)(-360)}}{2*1}$

d) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-360)}}{2*1}$

11. La siguiente expresión $X^2 + 2X = 3$, podría leerse como:

a) Un número elevado al cuadrado, más su doble es igual a tres

b) Un número más su doble es igual a tres

c) La suma de dos números es igual a tres

d) Un número más su triple es igual a dos.

12. ¿Qué valor debe tener X para que el rectángulo tenga el área indica?

x + 5 Área $25cm^2$

x/2

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

13. Al resolver la ecuación $X^2 + X - 12 = 0$, se obtienen los resultados

a) 3 y -4

b) -3 y -4

c) -3 y 4

d) 3 y 4

14. La ecuación $-X^2 - 4X - 3 = 0$, tiene:

a) Una solución

b) Dos soluciones con signos iguales

c) Dos soluciones con signos diferentes

d) No hay solución en los reales

15. Sean las raíces 1 y -2, la ecuación que las genera es:

a) $x^2 + x - 2 = 0$

b) $x^2 - x - 2 = 0$

c) $x^2 - x + 2 = 0$

d) $x^2 + x + 2 = 0$

16. Las raíces de la ecuación $x^2 - 10x + 24 = 0$, son:

a) 4 y 6

b) -4 y -6

c) -4 y 6

d) 4 y -6

17. Cuando se resuelve la siguiente expresión: $x^2 + 6x = -9$, se obtiene:

a) Una sola raíz

b) Dos raíces

c) La misma raíz con signo diferente

d) No tiene solución para los reales

II PARTE. RAZONAMIENTO

18. Explique por qué al graficar las raíces de una ecuación cuadrática, no se encuentran ubicados en el eje de ordenadas.

R : ____

____

____

19. Gráficamente, ¿Cuál sería la diferencia de las ecuaciones de primer grado y las cuadráticas?

R : ____

____

____

20. Explique, ¿por qué el discriminante de las ecuaciones cuadráticas no debe ser menor que cero (0)?

R : ____

____

____

21. ¿Qué condición debe cumplir una ecuación de segundo grado para que sus raíces sean iguales pero con signo diferente?

R : ____

____

____

22. ¿Cuál es la condición principal para que una ecuación sea cuadrática?

R : ____

____

____

23. ¿Por qué el término independiente no posee variable?

R : ____

____

____

24. ¿Qué es lo primero que se debe hacer para encontrar las raíces de la siguiente ecuación: $6x^2 - 2x = 4x^2 + 4x + 12$? ¿Por qué?

R : ____

____

____

25. Explique la diferencia entre $x^2 + x - 12 = 0$ y f (x) = $x^2 + x - 12$

R : ____

____

____

ANEXO E

UNIVERSIDAD DE CARABOBO

ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DISEÑO INSTRUCCIONAL DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS BASADO EN LOS POSTULADOS DE LA TEORÍA DE LAS FUNCIONES SEMIÓTICAS

AUTORA: LICDA. YANIBEL GONZÁLEZ

INTRODUCCIÓN

El presente diseño instruccional fue presentado como una alternativa para la enseñanza de las ecuaciones de segundo grado en el tercer año de Bachillerato, haciendo uso de los postulados de La Teoría de las Funciones Semióticas; estudio llevado a cabo durante años por el profesor Juan Godino y su grupo de investigadores de la Universidad de Granada, quienes plantean la existencia de los significados personales e institucionales de las diferentes estructuras matemáticas.

Así mismo, plantean la necesidad de que los profesores propicien en los alumnos la reflexión y asimilación de un significado institucional haciendo uso de las prácticas compartidas, donde puedan discutir, analizar y descubrir criterios indispensables para el desarrollo de los contenidos matemáticos a estudiar. De igual forma, se debe tener presente los elementos del "sistema de prácticas ligadas a campos de problemas específicos como los elementos extensivos, intensivos, ostensivos, actuativos y validativos" (Tauber, L. 2001) que permiten desarrollar los objetos matemáticos a estudiar.

Objetivo General

Propiciar en los alumnos del 3er año de bachillerato el significado personal e instrumental en las ecuaciones de segundo grado, como herramienta para resolver ejercicios en otras asignaturas.

Objetivos Específicos

- Desarrollar sistemas de prácticas compartidas que permitan al alumno el análisis del significado personal e institucional de las ecuaciones cuadráticas.
- Estimular el desarrollo de ejercicios que permitan el conocimiento de los discernimientos básicos de las ecuaciones de segundo grado.
- Fortificar el trabajo en equipo como estrategia para la adhesión y asimilación del significado institucional de las ecuaciones cuadráticas

Clase # 1

Semana #1. Día: miércoles. **Alumnos asistentes:** 26

Objetivo: Reafirmar el conocimiento de la noción de ecuación lineal a través de ejercicios prácticos y situaciones cotidianas.

Conocimientos Previos: El alumno debe saber: definición de ecuación lineal, términos, variable, coeficientes, miembros y términos

Instrucciones:

1. Los estudiantes se organizarán en grupos de cinco (5) o seis (6).
2. A cada grupo se le dio una ficha contentiva de problemas que deben ser resueltos utilizando ecuaciones.
3. Cada grupo recibió junto con las fichas algunas interrogantes semejantes pero correspondientes a cada situación planteada.
4. Los grupos tuvieron un lapso de 20 min. para resolver las interrogantes.
5. Cada grupo escogió un alumno para que represente al equipo, dando respuestas argumentadas.
6. El docente hizo hincapié en los patrones semejantes presentados en cada respuesta grupal.
7. Por cada grupo pasó un alumno (a) al pizarrón para copiar las palabras que se encuentran en la ficha.
8. Por cada grupo se entregó una ficha con la noción de ecuación incompleta y rellenaron con las palabras escritas en el pizarrón.

Desarrollo de la Actividad

- **Primera Parte:**

❖ **Grupo # 1:** La matrícula de los alumnos de 3er año del liceo U.E.N: “Santiago Florencio Machado” es 280 alumnos, se dice que el número de hembras es el triple del número de varones, entonces:

1. **-** ¿Cuál es la cantidad de varones de 9no grado?
2. ¿Cuál es la cantidad de hembras de 9no grado?
3. ¿Cómo están conformados los miembros de la ecuación?
4. ¿Cuál es la incógnita de la ecuación?
5. Si se retiran 20 hembras y se incorporan 20 varones ¿cómo sería la relación entre hembras y varones?
6. ¿Cómo se llamaría matemáticamente a la cantidad de hembras y varones?

Palabra Clave: Estructura Matemática

- **Grupo # 2:** “En la expo-ciencia realizada en el liceo se recaudaron 780.000Bs con la venta de los productos, si se sabe que la cantidad de cloro vendido fue el doble del desinfectante, y éste fue el triple del suavizante entonces:

1. **-** ¿Cuánto fue el total recaudado con el cloro?
2. ¿Cuál fue la ganancia del suavizante, si para su elaboración se invirtió 45.000Bs?
3. ¿Cuánto se recaudó con el desinfectante?

4. ¿Cuánto fue la ganancia total si para la elaboración de todos los productos se invirtieron 300.000Bs?
5. ¿Cuál sería el valor desconocido en la ecuación?
6. En términos de los elementos de una ecuación ¿donde ubicarían a los 780.000?

Palabras clave: **Valor, Ecuaciones**

- **Grupo # 3:** "Una cámara digital cuesta 950.000 Bs., para adquirirla hay que dar una cuota inicial del 25%, dos cuotas consecutivas de 50% y 25% en los próximos dos meses, respectivamente".

1.¿Cuánto debe pagar en la cuota inicial?

2. ¿Cuánto se paga en el primer mes?

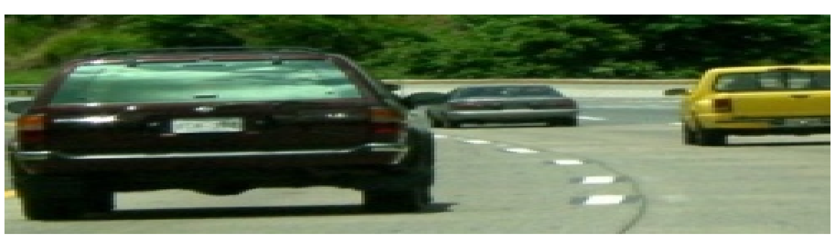
3. Representa todos los datos en una ecuación

4.¿Cuánto costaría la cámara si se rebaja el 10% por pagar de contado?

5.¿Cuál es la incógnita del problema?

Palabra Clave: Incógnita

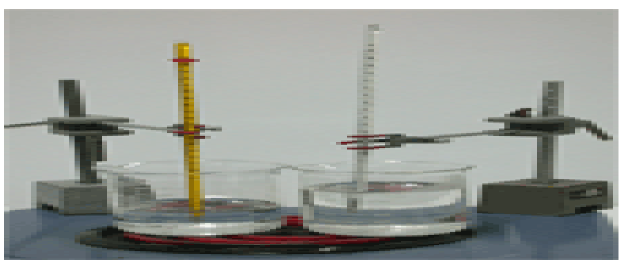
- **Grupo # 4:** "Un automóvil hace su recorrido desde cierta ciudad a otra en tres etapas, la primera hora recorre el triple de la segunda, la segunda hora recorre la mitad de la tercera. Si la distancia recorrida es de 980km, entonces:



1. ¿Cuánto recorre en la primera hora?
2. ¿Cuál es la incógnita?
3. ¿Por qué recorrerá mas distancia en la primera hora?
4. Si el automóvil mantiene un M.R.U en la primera hora, ¿a qué velocidad se desplazaba?
5. Si en la segunda hora el automóvil se detuvo ¿Cómo se llamaría el movimiento?
6. ¿Las ecuaciones son útiles en Matemática?

Palabra Clave: Igualdad

- **Grupo # 5:** "En un recipiente de capacidad calorífica C = 230 cal/°C, contiene una masa m_1 = 300 gr de agua a la temperatura t_1 = 20°C. Si se coloca un trozo de cobre de masa igual a la mitad de la masa del agua y de temperatura el triple del anterior, con calor específico C_1 = 0,093cal/gr.°C. ¿Cuál es la temperatura de la mezcla?



Tome en cuenta la siguiente fórmula:

$$C(t-t_2)+m_2\cdot C_2(t-t_2)=m_3\cdot C_3(t_3-t)$$

1.¿Cuál es el valor desconocido?
2. ¿Qué sucedería si no se desprecia el calor absorbido?
3.¿Cómo quedaría la ecuación?
4. ¿Cómo están conformados los miembros?

Palabras Clave: Operaciones Básicas, Miembros

Noción de ecuación incompleta que tenía cada equipo en su ficha y que completó con las palabras escritas en el pizarrón:

Las _____________son _____________ matemáticas conformadas por dos __________, separados entre sí por un símbolo de _____________; en los cuales se encuentran ________________________ y un _____________ desconocido, también llamado: _____________ . Cuya finalidad es encontrar el valor de la misma para verificar que se cumpla la igualdad

Observación: Los alumnos conversaron mucho mientras trabajaban, y muy pocos equipos lograron responder asertivamente todas las preguntas planteadas en la ficha, a pesar que siempre le pedían ayuda al docente y éste les daba pistas y explicaba cómo hacer la transferencia del lenguaje; incluso los equipos 3 y 5 resolvieron sólo una pregunta y equivocadamente. En general tuvieron muchos problemas con la transferencia del lenguaje y el uso de símbolos no fue pertinente.

SEGUNDA PARTE.

Después de la participación de los equipos que lograron enunciar correctamente las ecuaciones, los otros equipos reformularon su ecuación con ayuda de los compañeros y del docente. Después de discutir las conclusiones de cada equipo el docente comenzó su intervención y les explicó los elementos de la ecuación, como lo son: *incógnita, miembros, coeficientes, términos independientes e igualdad.*

A) $$\underbrace{2x + 1}_{a} = \underbrace{7 + 5}_{b}$$

- Las letras *a* y *b*, se conocen como miembros de la ecuación y como ven sólo existen dos miembros en una ecuación.
- Los términos son todos los elementos que conforman a los miembros.
- La variable es la incógnita de la ecuación.
- Los coeficientes son los términos que acompañan a la variable.

Luego de esto, el docente aprovechó el material de cada grupo y les asignó las siguientes actividades:

1. Identificar en cada ecuación planteada los miembros, coeficientes, variables y términos independientes.
2. Se le entregó a cada equipo una hoja con tres problemas diferentes y el docente colocó en el pizarrón las ecuaciones que permiten resolver dichos problemas pero de forma desordenada. Los alumnos tendrán que decir cuál de las ecuaciones es la solución de los problemas planteados.

- "Dios le concedió niñez durante una sexta parte de su vida y juventud otra doceava parte. Lo alumbró con la luz del matrimonio durante una séptima parte más y cinco años después de su boda, le concedió un hijo. Después de alcanzar la mitad de la vida de su padre, la muerte lo llevó, dejando a Diofanto durante los últimos cuatro años de su vida con el único consuelo que puede ofrecer la matemática", ¿Cuántos años vivió Diofanto?

- ¿Cuál es la distancia que ha de recorrer un excursionista que sigue un determinado itinerario si se sabe que, ha recorrido 2/5 del camino, está todavía a 1 Km de distancia de la mitad de la ruta prevista?

- A Eros le robaron las manzanas que traía del Monte de la siguiente manera: "Clío se quedó con la quinta parte y Euterpe, con la doceava, pero la divina Talía tomó la octava parte, Tersícore la cuarta y Erato la séptima; Polimnia me arrebató treinta manzanas y Urania ciento veinte, y Calíope consiguió un botín de trescientas manzanas que las diosas me dejaron" ¿Cuántas manzanas tenía Eros?

1. $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5x+\frac{x}{2}+4x=x$
2. $\frac{x}{5}+\frac{x}{12}+\frac{x}{8}+\frac{x}{20}+\frac{x}{4}+\frac{x}{7}+30+120+300+50=x$
3. $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$
4. $\frac{2x}{5}+1+\frac{x}{2}=x$
5. $\frac{x}{5}+\frac{x}{12}+\frac{x}{8}+\frac{x}{20}+\frac{x}{4}+\frac{x}{7}=x+30+120+300+50$
6. $\frac{2}{5}+1+\frac{x}{2}=x$

NOTA: Los alumnos, tardaron un poco en reconocer las ecuaciones que hacen posible la resolución de los problemas planteados; sin embargo, después de varias pistas del docente lograron identificarlas. Se evidenció el uso simbólico no pertinente y la transferencia del lenguaje bastante escasa en la mayoría de los estudiantes. Al terminar la clase el docente hizo un pequeño resumen de las ideas más relevantes de la clase.

RESUMEN: Ideas Fundamentales

- **Las ecuaciones son las igualdades que se cumplen, sólo para un valor de la incógnita.**
- **Resolver una ecuación es transformarla, mediante pasos sucesivos en otras equivalentes hasta encontrar el valor de la incógnita.**
- **Los elementos de una ecuación son:** Miembros, Variable, coeficiente, términos independientes e igualdad

Clase # 2

Semana # 1. Día: Viernes

Alumnos Asistentes: 24

Objetivo: Establecer el significado institucional de las ecuaciones cuadráticas a partir de las semejanzas y diferencias entre las mismas y las ecuaciones lineales.

Conocimientos previos: El alumno tenia que saber grado de un polinomio y ubicar puntos en el plano.

Instrucciones para la actividad realizada:

1. Se conformaron cinco equipos, unos de seis alumnos y otro de siete.
2. Cada grupo recibió una ficha con ecuaciones de primer y segundo grado.
3. Se le hicieron preguntas con respecto a las ecuaciones.
4. A cada uno de los grupos se le entregó un papel bond y marcadores para que colocaran las ecuaciones en grande y los demás grupos las pudieran visualizar.
5. Cada grupo llegó a una conclusión y un representante de cada equipo la expuso ante los demás compañeros.
6. Se hizo una conclusión general con las participaciones de los voceros de cada grupo, con la que se formó una noción de las ecuaciones de segundo grado.

❖ **Grupo 1**

Observen con atención las siguientes ecuaciones, establezcan sus diferencias y semejanzas:

Ecuaciones	-5x + 8 = 0	$-5x^2 + 8 = 0$
Semejanzas		
Diferencias		
Ecuaciones	6x – 2x = 0	$6x^2 - 2x = 0$
Semejanzas		
Diferencias		

- Luego de establecer las semejanzas y diferencias, grafique en un sistema de eje cartesianas la primera ecuación de cada tabla.
- Lean con atención los siguientes enunciados y represéntenlo en lenguaje algebraico:
  1. Un número multiplicado por (-5) y sumado con ocho es igual a cero.
  2. La diferencia de seis veces un número con su doble es igual a cero.
  3. El cuadrado de un número multiplicado por (-5) y sumado con ocho es igual a cero.
  4. La diferencia de seis veces un número al cuadrado con el doble del mismo es igual a cero.
- ¿Qué observaron al expresar algebraicamente los planteamientos propuestos?

- **Grupo # 2**

Observen con atención las siguientes ecuaciones, establezcan sus diferencias y semejanzas:

Ecuaciones	**10 - 4x = 0**	**10 - 4 x^2 = 0**
Semejanzas		
Diferencias		
	8x – 20 = 0	**8 x^2 - 20 = 0**
Semejanzas		
Diferencias		

- Luego de establecer las semejanzas y diferencias, grafique en un sistema de eje cartesianas la primera ecuación de cada tabla.
- Lean con atención los siguientes enunciados y represéntenlo en lenguaje algebraico:

1. La diferencia de diez unidades con cuatro veces un número es igual a cero.
2. Ocho veces una cantidad menos 20 es igual a cero.
3. La diferencia de diez unidades y el cuádruple de una cantidad elevada al cuadrado es igual a cero.
4. La diferencia de ocho veces un número elevado al cuadrado y 20 unidades es igual a cero.

- ¿Qué observaron al expresar algebraicamente los planteamientos propuestos?

- **Grupo # 3**

Observen con atención las siguientes ecuaciones, establezcan sus diferencias y semejanzas:

Ecuaciones	**$3x + 2 = 11$**	**$2x + 3x^2 = 10$**
Semejanzas		
Diferencias		
	$-6x - 4x = 20$	**$-6x^2 - 20 = 4x$**
Semejanzas		
Diferencias		

- Luego de establecer las semejanzas y diferencias, grafique en un sistema de eje cartesianas la primera ecuación de cada tabla.
- Lean con atención los siguientes enunciados y represéntenlo en lenguaje algebraico:

1. El triple de una cantidad aumentado en dos, da como resultado once.
2. La suma negativa de seis veces una cantidad y el cuádruple del mismo es igual a 20.
3. El doble de un número más el triple del mismo número al cuadrado da como resultado diez unidades.
4. La diferencia de un número al cuadrado multiplicado por seis negativo y veinte unidades es igual cuatro veces el mismo.

- ¿Qué observaron al expresar algebraicamente los planteamientos propuestos?

❖ **Grupo # 4**

Observen con atención las siguientes ecuaciones, establezcan sus diferencias y semejanzas:

Ecuaciones	**4x – 8 = 12**	**4x + 8** x^2 **= 12**
Semejanzas		
Diferencias		
	3x – 2x = 6	**3** x^2 **- 6 = 2x**
Semejanzas		
Diferencias		

- Luego de establecer las semejanzas y diferencias, grafique en un sistema de eje cartesianas la primera ecuación de cada tabla.
- Lean con atención los siguientes enunciados y represéntenlo en lenguaje algebraico:

1. La diferencia de cuatro veces un número con ocho unidades es igual a 12.
2. La suma de cuatro veces un número con ocho veces el mismo número elevado al cuadrado da como resultado doce unidades.
3. La diferencia del triple de un número con su doble es igual a seis.
4. El triple de un número elevado al cuadrado disminuido en seis es igual al doble del mismo número.

- ¿Qué observaron al expresar algebraicamente los planteamientos propuestos?

- **Grupo # 5**

Observen con atención las siguientes ecuaciones, establezcan sus diferencias y semejanzas:

Ecuaciones	**$5x - 10 = 50$**	**$10x - 5x^2 - 12 = 0$**
Semejanzas		
Diferencias		
	$3x - x = 8$	**$3x^2 - 8 = x$**
Semejanzas		
Diferencias		

9. Luego de establecer las semejanzas y diferencias, grafique en un sistema de eje cartesianas la primera ecuación de cada tabla.
10. Lean con atención los siguientes enunciados y represéntenlo en lenguaje algebraico:

1. Cinco veces un número disminuido en diez unidades es igual a 50.
2. La diferencia de diez veces un número con el quíntuple del mismo número elevado al cuadrado disminuido en doce unidades es igual a cero.
3. La diferencia del triple de un número y el mismo número es igual a ocho.
4. El triple del cuadrado de un número disminuido en ocho es igual al mismo número.

- ¿Qué observaron al expresar algebraicamente los planteamientos propuestos?

Mientras los alumnos participaban, el docente observó que muy pocos equipos se dieron cuenta que las ecuaciones presentadas en sus fichas eran las que tenían que transferir al lenguaje formal en la pregunta # 10. Se evidenció la intención de conceptualizar los problemas pero con muchas deficiencias, sobre todo en las ecuaciones que tenían la incógnita elevada al cuadrado.

Segunda Parte:

Tomando en cuenta la participación de los alumnos y sus conclusiones, el docente aprovechó para recalcar la diferencia entre las ecuaciones lineales y las ecuaciones cuadráticas. Además de estudiar el lenguaje algebraico y el lenguaje coloquial, requerido para la resolución de ciertos ejercicios, haciendo énfasis de que los ejercicios presentados en las tablas eran la representación algebraica de los propuestos en lenguaje coloquial.

Al terminar, el docente les entregó un folleto con la siguiente información:

RESUMEN: Ideas Fundamentales

- **Las ecuaciones de primer grado tienen variables con igual exponente, mientras que las cuadráticas tienen la misma variable pero hay una elevada al cuadrado.**
- **En los problemas que se resuelven con ecuaciones cuadráticas, se plantea el cuadrado de la incógnita o, la multiplicación de ella por sí misma.**

Clase # 3

Semana # 2. Día: Miércoles.

Alumnos asistentes: 26.

Objetivo: Resolver ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

Conocimientos previos: El alumno tenía que investigar la definición de ecuación cuadrática, practicar la representación de puntos en el sistema de eje cartesianas y sustituir valores.

Instrucciones:

1. El docente explicó de manera precisa los elementos de las ecuaciones cuadráticas.
2. Les escribió en el pizarrón la fórmula de la resolvente.
3. Explicó la sustitución de los elementos de la ecuación en la fórmula general.
4. Se organizaron equipos de 5 0 6 personas y les entregó un material a cada equipo.
5. Los equipos resolvieron los ejercicios planteados y llegaron a unas conclusiones.
6. Se discutieron las conclusiones de cada equipo para intentar llegar al significado institucional de la resolución de ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula general.

Desarrollo:

Luego de saludar a los alumnos, el docente procedió a explicar cómo se resuelven las ecuaciones de segundo grado.

Lo primero que hace es retomar aspectos de la clase pasada en la cual los alumnos llegaron a la noción de ecuación de segundo grado. Uno de esos aspectos es retomar los elementos que conforman dicha ecuación como lo son:

1. Está constituida por una variable cuyo máximo exponente es 2, por lo cual es llamada ecuación de segundo grado o cuadrática.
2. Las variables están acompañadas de cifras que se denominan coeficientes, y que en caso de verse la variable sola, está en presencia de la unidad como coeficiente.
3. Existe un término independiente, cifra cuya variable está elevada al cero; y que por propiedad de la potenciación eso es igual a la unidad y al multiplicarlo por el coeficiente se reproduce el mismo.
4. En algunos casos se puede observar la ausencia de la variable elevada a la unidad o el término independiente, pero nunca debe faltar la variable elevada al cuadrado, de lo contrario, no estaríamos en presencia de una ecuación cuadrática.

Después de reconfirmar estos aspectos indispensables de la ecuación cuadrática, el docente les insistió a los alumnos que las ecuaciones cuadráticas tienen una manera particular para resolverlas, una de ellas es utilizar la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Donde:

a = coeficiente de la variable elevada al cuadrado.

b = coeficiente de la variables elevada a la unidad, y

c = al término independiente.

Con esto, podemos escribir la ecuación cuadrática de manera general así:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Es importante destacar que en algunas ecuaciones se van a encontrar más de un elemento con las variables, ya sean, elevadas al cuadrado o a la unidad, y varios términos independientes. En esos casos, lo que se debe hacer es agrupar los términos semejantes hasta que quede una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, condición necesaria para resolverlas, ya sea por la fórmula general u otros métodos.

Luego que la ecuación queda expresada de esa forma, se sustituyen los valores en la fórmula (llamada también resolvente) y se resuelve tomando en cuenta las operaciones básicas planteadas en la misma.

Ejemplo:

Si tenemos una ecuación del tipo $3x + 2x^2 - 2 = 0$, lo primero que debemos hacer es ordenarla de la siguiente forma $2x^2 + 3x - 2 = 0$, luego procedemos a identificar los términos para sustituir en la fórmula.

a = 2, b = 3 y c = -2, con estos valores, podemos sustituir en la fórmula.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$, sustituyendo, nos queda de la siguiente forma:

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2}$, resolviendo las operaciones básicas se tiene que:

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$, con esto vamos a obtener dos valores, ya que delante de la raíz cuadrada tenemos un signo ±, esto indica que un número tiene una raíz positiva y otra negativa.

$$x_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

Luego de la explicación de ese y un par de ejercicios más, el docente les pidió a los alumnos ubicarse en equipos, a los cuales les entregó una hoja con diferentes ejercicios a cada grupo.

❖ **Equipo # 1**

1. Resuelva las siguientes ecuaciones, utilizando la fórmula vista:

a. $x^2 + 5x + 6 = 0$

b. $2x^2 + 4x + 2 = 0$

1.1. Especifique los términos en cada una de las ecuaciones.

1.2. ¿Qué diferencia existe entre la primera y la segunda ecuación?

1.3. ¿Cuántas soluciones tiene cada ecuación?

1.4. Representa los valores encontrados en un sistema de coordenadas.

1.5. ¿A qué conclusiones pueden llegar?

2. ¿Las ecuaciones cuadráticas sólo se utilizan en ejercicios de matemática?

3. Resolver: Miguel Cabrera batea un faul verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s, ¿Cuánto tiempo tardó en alcanzar 6 mts de altura?

Nota: *Utilicen la ecuación:*

$$y = Vo \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

❖ **Equipo # 2**

1. Resuelva las siguientes ecuaciones, utilizando la fórmula vista:

a. $2x^2 + 3 + 5x = 0$

b. $x^2 - 4x + 4 = 0$

1.1. Especifique los términos en cada una de las ecuaciones.

1.2. ¿Qué diferencia existe entre la primera y la segunda ecuación?

1.3. ¿Cuántas soluciones tiene cada ecuación?

1.4. Representa los valores encontrados en un sistema de coordenadas.

1.5. ¿A qué conclusiones pueden llegar?

2. ¿Ustedes creen que las ecuaciones cuadráticas o de segundo grado, solamente se utilizan para resolver ejercicios matemáticos?
3. Resolver: Una compañía de 180 hombres está dispuesta en filas. El número de soldados de cada fila es 8 veces más que el número de filas que hay. ¿Cuántas filas hay? Y ¿Cuántos soldados en cada una?

- **Equipo # 3**

1. Resuelva las siguientes ecuaciones, utilizando la fórmula vista:
   a. $-x^2+6x-9=0$
   b. $x^2-6x+8=0$

1.1.Especifique los términos en cada una de las ecuaciones.

1.2.¿Qué diferencia existe entre la primera y la segunda ecuación?

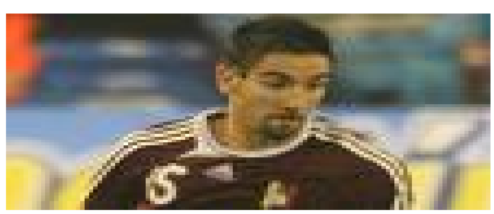
1.3. ¿Cuántas soluciones tiene cada ecuación?

1.4. Representa los valores encontrados en un sistema de coordenadas.

1.5. ¿A qué conclusiones pueden llegar?

2. ¿Creen que las ecuaciones cuadráticas sólo pueden ser utilizadas en ejercicios de matemática?

3. Resolver: En una práctica de la vino tinto, Fernando de Ornelas pateó una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 25m/s, ¿cuánto tiempo tardó en ascender 5m?



Nota: *Utilicen la ecuación:*

$$y = Vo \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

❖ **Equipo # 4**

1. Resuelva las siguientes ecuaciones, utilizando la fórmula vista:

   a. $4x^2 - 8x + 4 = 0$

   b. $-x^2 + 5x - 6 = 0$

1.1. Especifique los términos en cada una de las ecuaciones.

1.2. ¿Qué diferencia existe entre la primera y la segunda ecuación?

1.3. ¿Cuántas soluciones tiene cada ecuación?

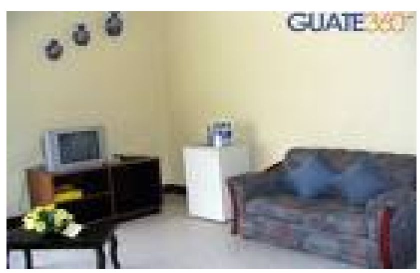
1.4. Representa los valores encontrados en un sistema de coordenadas.

1.5. ¿A qué conclusiones pueden llegar?

2. ¿Ustedes piensan que las ecuaciones cuadráticas se utilizarán solamente en ejercicios de matemática?

3. Resolver: La longitud de una sala excede a su ancho en 4m., si cada dimensión se aumenta en 4m el área será el doble. Hallas las dimensiones de la sala.

Nota: *utilicen la fórmula* $S^2 = a \cdot l$



❖ **Equipo # 5**

1. Resuelva las siguientes ecuaciones, utilizando la fórmula vista:

   a. $x^2 + 2x + 1 = 0$

   b. $8x^2 - 2x + 3 = 0$

1.1. Especifique los términos en cada una de las ecuaciones.

1.2. ¿Qué diferencia existe entre la primera y la segunda ecuación?

1.3. ¿Cuántas soluciones tiene cada ecuación?

1.4. Representa los valores encontrados en un sistema de coordenadas.

1.5. ¿A qué conclusiones pueden llegar?

2. ¿Ustedes creen que las ecuaciones de segundo grado o cuadráticas sólo pueden ser utilizadas para resolver ejercicios matemáticos?

3. Resolver: Un tren emplea cierto tiempo en recorrer 240 km. Si la velocidad hubiera sido 20km/h más que la que llevaba, hubiera tardado 2 horas menos en recorrer dicha distancia. ¿En qué tiempo recorrió los 240km?

Después de realizar los ejercicios un representante de cada equipo escribió en el pizarrón las ecuaciones y soluciones, luego mostraron a sus compañeros las conclusiones a las que llegó su equipo.

Se observó que los estudiantes trabajaron de forma más ordenada y sin conversar tanto, el uso simbólico de los alumnos fue bastante acertado y la terminología utilizada al momento de la explicación fue más pertinente. Sin embargo, unos equipos tuvieron muchos errores al momento de resolver las ecuaciones, la sustitución de los valores fue acertada, pero se equivocaron al momento de resolver el discriminante de la ecuación. Se evidenció la dificultad para trabajar cuando el término independiente es negativo, multiplicaban la constante cuatro por el valor de “a”, pero restaban con el término independiente, o multiplicaban sólo los números sin tomar en cuenta los signos y al restar, en algunos casos, la cantidad subradical quedaba negativa.

Pero al realizar la plenaria, los otros equipos los ayudaban y corregían la ecuación, uno que otro del equipo que cometió el error no captaba tan rápido la equivocación que tuvieron, la mayoría de los alumnos les explicaba cómo se resolvía, incluso, buscaban un ejercicio semejante para que visualizaran con más facilidad.

Al terminar la participación de los voceros, el docente procedió a preguntarles el significado que tenía para ellos las ecuaciones cuadráticas o de segundo grado; a lo que entre tantas participaciones se llegó a la siguiente conclusión:

Son ecuaciones de segundo grado aquellas en las que la incógnita aparece al menos una vez elevada al cuadrado, ***que puede reducirse a la forma*** $ax^2 + bx + c = 0$ ***. Y cuyos pasos de resolución son:***

1. ***Se pasan todos los términos de la ecuación al mismo lado del signo de igualdad.***
2. ***Se reducen los términos semejantes.***
3. ***Se ordenan los términos según el orden decreciente de los exponentes de***

x: $ax^2 + bx + c = 0$.

Al despedirse de los alumnos, el docente les entrega un tríptico con el origen de las ecuaciones y les pide que lo lean porque la próxima clase hablarían de eso.

Historia del Álgebra.

La historia del álgebra comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia, donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales ($ax = b$) y cuadráticas ($ax2 + bx = c$), así como ecuaciones indeterminadas como $x2 + y2 = z2$, con varias incógnitas. Los antiguos babilonios resolvían cualquier ecuación cuadrática empleando esencialmente los mismos métodos que hoy se enseñan.

Los matemáticos alejandrinos Herón y Diofante continuaron con la tradición de Egipto y Babilonia, aunque el libro *Las aritméticas* de Diofante es de bastante más nivel y presenta muchas soluciones sorprendentes para ecuaciones indeterminadas difíciles. Esta antigua sabiduría sobre resolución de ecuaciones encontró, a su vez, acogida en el mundo islámico, en donde se la llamó “ciencia de reducción y equilibrio”. En el siglo IX, el matemático al-Jwarizmi escribió uno de los primeros libros árabes de álgebra, una presentación sistemática de la teoría fundamental de ecuaciones, con ejemplos y demostraciones incluidas. A finales del siglo IX, el matemático egipcio Abu Kamil enunció y demostró las leyes fundamentales e identidades del álgebra, y resolvió problemas tan complicados como encontrar las x, y, z que cumplen $x + y + z = 10$, $x2 + y2 = z2$, y $xz = y2$.

En las civilizaciones antiguas se escribían las expresiones algebraicas utilizando abreviaturas sólo ocasionalmente; sin embargo, en la edad media, los matemáticos árabes fueron capaces de describir cualquier potencia de la incógnita x, y desarrollaron el álgebra fundamental de los polinomios, aunque sin usar los símbolos modernos. Esta álgebra incluía multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas de polinomios, así como el conocimiento del teorema del binomio. El matemático, poeta y astrónomo persa Omar Khayyam mostró cómo expresar las raíces de ecuaciones cúbicas utilizando los segmentos obtenidos por intersección de secciones cónicas, aunque no fue capaz de encontrar una fórmula para las raíces. La traducción al latín del *Álgebra* de al-Jwarizmi fue publicada en el siglo XII. A principios del siglo XIII, el matemático italiano Leonardo Fibonacci consiguió encontrar una aproximación cercana a la solución de la ecuación cúbica $x3 + 2x2 + cx = d$. Fibonacci había viajado a países árabes, por lo que con seguridad utilizó el método arábigo de aproximaciones sucesivas.

A principios del siglo XVI los matemáticos italianos Scipione del Ferro, Tartaglia y Gerolamo Cardano resolvieron la ecuación cúbica general en función de las constantes que aparecen en la ecuación. Ludovico Ferrari, alumno de Cardano, pronto encontró la solución exacta para la ecuación de cuarto grado y, como consecuencia, ciertos matemáticos de los siglos posteriores intentaron encontrar la fórmula de las raíces de las ecuaciones de quinto grado y superior. Sin embargo, a principios del siglo XIX el matemático noruego Niels Abel y el francés Évariste Galois demostraron la inexistencia de dicha fórmula.

Un avance importante en el álgebra fue la introducción, en el siglo XVI, de símbolos para las incógnitas y para las operaciones y potencias algebraicas.

Debido a este avance, el Libro III de la *Geometría* (1637), escrito por el matemático y filósofo francés René Descartes se parece bastante a un texto moderno de álgebra. Su libro de geometría contiene también los fundamentos de un curso de teoría de ecuaciones, incluyendo lo que el propio Descartes llamó la *regla de los signos* para contar el número de raíces verdaderas (positivas) y falsas (negativas) de una ecuación. Durante el siglo XVIII se continuó trabajando en la teoría de ecuaciones y en 1799 el matemático alemán Carl Friedrich Gauss publicó la demostración de que toda ecuación polinómica tiene al menos una raíz en el plano complejo.

En los tiempos de Gauss, el álgebra había entrado en su etapa moderna. El foco de atención se trasladó de las ecuaciones polinómicas al estudio de la estructura de sistemas matemáticos abstractos, cuyos axiomas estaban basados en el comportamiento de objetos matemáticos, como los números complejos, que los matemáticos habían encontrado al estudiar las ecuaciones polinómicas.

Clase # 4

Semana # 2. Día: Viernes**.**

Alumnos Asistentes: 26

Objetivo: Establecer el significado personal de las propiedades de las ecuaciones de segundo grado.

Conocimientos previos: El alumno tenia que repasar la definición de ecuaciones de segundo grado y la resolución de las mismas utilizando la resolvente.

Inicio: Al comenzar la clase, se hace referencia al tríptico entregado en la clase anterior acerca de la Historia del Algebra; donde aparece el avance de las ecuaciones, desde los Babilónicos hasta los tiempos del príncipe de la matemática, Carl Gauss. Sólo algunos de los alumnos leyeron el material y participaron en la conversación, además de estar sorprendidos porque ellos pensaban que las ecuaciones cuadráticas eran las más avanzadas que se estudiaban. Realizaron diversas preguntas, entre las cuales están, ¿cómo hacían los babilónicos para resolver este tipo de ecuaciones sino utilizaban calculadoras?, ¿por qué investigaban tanto sino tenían escuelas a las que deberían asistir?, ¿cómo hacían para comunicarse una región con otra y llegar a un acuerdo en los símbolos utilizados?, ¿Cómo se resuelven las ecuaciones de grado mayor que dos y para qué se utilizan?. Una de las alumnas investigó un poco sobre a historia del algebra y agregó otras cosas que no estaban en el texto facilitado.

II PARTE

Instrucciones:

1. Se conformaron grupos de 6 o 7 alumnos.
2. A cada grupo se le entregó un material, en el que se mostraba tres ejercicios diferentes con algunas preguntas.

3. Se entregó láminas de papel bond y marcadores a cada grupo para que colocaran los ejercicios resueltos.
4. Un representante de cada equipo se levantó a mostrar las láminas de papel con los ejercicios resueltos y explicar a sus compañeros las conclusiones a las que llegó el grupo.
5. Tomando en cuenta las conclusiones de los equipos se establecieron las propiedades de las ecuaciones cuadráticas.
6. El docente culminó la clase explicando el discriminante de las ecuaciones cuadráticas y las propiedades.

❖ **Equipo # 1**

1. Resuelve cada uno de los ejercicios planteados:
   a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$
   b) $x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} = 0$
   c) $2x = x^2 + 1$
2. ¿Qué relación encuentras entre las ecuaciones planteadas?
3. ¿Cuántas soluciones tienen las ecuaciones?
4. ¿Por qué crees que algunas ecuaciones tienen más soluciones que otras?
5. ¿Qué observan dentro de la raíz cuadrada cuándo la ecuación no tiene solución para los números reales?
6. Establezcan diferencias entre las tres ecuaciones cuando trabajan con la cantidad sub-radical.
7. Escriban en el papel bond las ecuaciones dadas, la cantidad sub-radical y las soluciones encontradas.

❖ **Equipo # 2**

1. Resuelve cada uno de los ejercicios planteados:

a) $3x^2 + 3x + 3 = 0$

b) $\frac{x^2}{9} - \frac{4x}{3} + 4 = 0$

c) $9x + x^2 = 22$

2. ¿Qué relación encuentras entre las ecuaciones planteadas?
3. ¿Cuántas soluciones tienen las ecuaciones?
4. ¿Por qué crees que algunas ecuaciones tienen más soluciones que otras?
5. ¿Qué observan dentro de la raíz cuadrada cuándo la ecuación no tiene solución para los números reales?
6. Establezcan diferencias entre las tres ecuaciones cuando trabajan con la cantidad sub-radical.
7. Escriban en el papel bond las ecuaciones dadas, la cantidad sub-radical y las soluciones encontradas.

❖ **Equipo # 3**

1. Resuelve cada uno de los ejercicios planteados:
   i. $x^2 - 4x = 4$
   ii. $\frac{x^2}{3} = \frac{5x}{2} + 1$
   iii. $-x + 3x^2 + 1 = 0$
2. ¿Qué relación encuentras entre las ecuaciones planteadas?
3. ¿Cuántas soluciones tienen las ecuaciones?
4. ¿Por qué crees que algunas ecuaciones tienen más soluciones que otras?
5. ¿Qué observan dentro de la raíz cuadrada cuándo la ecuación no tiene solución para los números reales?
6. Establezcan diferencias entre las tres ecuaciones cuando trabajan con la cantidad sub-radical.
7. Escriban en el papel bond las ecuaciones dadas, la cantidad sub-radical y las soluciones encontradas.

❖ **Equipo # 4**

1. Resuelve cada uno de los ejercicios planteados:
   a) $x^2 + x - 1 = 0$

b) $\frac{x^2}{3} - 2x + 5 = 0$

c) $6x + 3x^2 = -3$

2. ¿Qué relación encuentras entre las ecuaciones planteadas?
3. ¿Cuántas soluciones tienen las ecuaciones?
4. ¿Por qué crees que algunas ecuaciones tienen más soluciones que otras?
5. ¿Qué observan dentro de la raíz cuadrada cuándo la ecuación no tiene solución para los números reales?
6. Establezcan diferencias entre las tres ecuaciones cuando trabajan con la cantidad sub-radical.
7. Escriban en el papel bond las ecuaciones dadas, la cantidad sub-radical y las soluciones encontradas.

❖ **Equipo # 5**

1. Resuelve cada uno de los ejercicios planteados:

d) $4x^2 - 8x + 4 = 0$

e) $\frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} = -1$

f) $2x = 4x^2 + 3$

2. ¿Qué relación encuentras entre las ecuaciones planteadas?
3. ¿Cuántas soluciones tienen las ecuaciones?
4. ¿Por qué crees que algunas ecuaciones tienen más soluciones que otras?
5. ¿Qué observan dentro de la raíz cuadrada cuándo la ecuación no tiene solución para los números reales?
6. Establezcan diferencias entre las tres ecuaciones cuando trabajan con la cantidad sub-radical.
7. Escriban en el papel bond las ecuaciones dadas, la cantidad sub-radical y las soluciones encontradas.

A cada grupo se le entregó una ecuación cuadrática con una, con dos y con ninguna solución para los números reales. Y cuando el representante de cada equipo expuso sus conclusiones y mostraron sus ecuaciones y resultados en el papel bond se llegaron a las siguientes conclusiones:

- Cuando la cantidad sub-radical es mayor que cero se obtienen dos soluciones para la ecuación.
- Cuando la cantidad sub-radical es igual a cero se obtienen una solución.
- Cuando la cantidad sub-radical es negativa no se encuentra solución para los números reales.

A partir de las conclusiones de los equipos, el docente explica el significado del discriminante de una ecuación cuadrática y la relación que existe entre él y las posibles soluciones de la ecuación.

II PARTE

El docente explica que en la fórmula de la resolvente $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, la expresión $b^2 - 4ac$ recibe el nombre de discriminante y es representado por Δ (letra griega), denominado delta, por lo que Δ = $b^2 - 4ac$.

Con sólo estudiar el discriminante es posible saber si la ecuación tiene solución y cuántas, estableciéndose tres casos:

- **1er Caso: si** $b^2 - 4ac > 0$ ó $\Delta > 0$

Cuando el discriminante es mayor que cero, o sea, es positivo; se obtienen dos soluciones distintas $x_1 \neq x_2$.

Fíjense que, en las ecuaciones que tenían con la cantidad sub-radical mayores que cero pudieron encontrar dos soluciones, no importando que los coeficientes fueran números enteros o fraccionarios.

- **2do Caso: si** $b^2 - 4ac = 0$ ó $\Delta = 0$

Cuando el discriminante es igual que cero, la ecuación tiene las dos soluciones iguales, los que es igual a decir que se encuentra una sola solución. Si observan las ecuaciones que obtuvieron una sola solución la cantidad sub-radical era “cero”.

- **3er Caso: si** $b^2 - 4ac < 0$ ó $\Delta < 0$

Si el discriminante es menor que cero, o sea, negativo; la ecuación no tiene raíces reales, por lo que no hay solución.

Ahora sin utilizar la fórmula de la resolvente, indiquen cuántas soluciones tiene cada una de las siguientes ecuaciones:

Ecuación	Soluciones
$2x^2 - 4x - 1 = 0$	
$6x^2 = 7x + 5$	
$4x^2 + 9 = 12x$	
$0 = x^2 - 3x + 4$	
$8x^2 - 8x + 2 = 0$	
$-3x^2 + 6x - 4 = 0$	

Con estos ejercicios el docente termina de explicar las propiedades de las ecuaciones de segundo grado, y se hace una reflexión de lo discutido al principio de la clase.

Observación: En la clase de hoy los alumnos mostraron más interés por resolver los ejercicios y participar en la plenaria, incluso, los alumnos que no querían trabajar en las clases anteriores, realizaron varias participaciones, con una terminología un tanto errada, pero se observó su interés por participar. Reconocían el discriminante de la ecuación, aunque no se acordaban de su nombre y lo llamaban “la cosa esa”, “la fórmula para saber las soluciones”, “la fórmula esa”.

Clase # 5

Semana # 3. Día: Miércoles.

Alumnos asistentes: 26

Objetivo principal: Resolver ecuaciones de segundo grado incompletas.

Conocimientos previos: Despeje de ecuaciones y factorización de polinomios.

I PARTE

Instrucciones:

1. Los alumnos se agrupan en equipos de 6 o 7 participantes.
2. Se le entrega una ficha a cada equipo con diferentes ecuaciones.
3. Cada grupo recibió junto con las fichas algunas interrogantes semejantes pero correspondientes a cada situación planteada.
4. Los grupos tuvieron un lapso de 20 min. para resolver las interrogantes.
5. Cada grupo escogió un alumno para que represente al equipo, dando respuestas argumentadas.
6. Con la participación de cada representante por equipo se hace una lluvia de ideas acerca de la resolución de ecuaciones cuadráticas incompletas.
7. Tomando en cuenta la lluvia de ideas el docente explica de forma general los pasos a realizar cuando se tienen ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$ y $ax^2 + bx = 0$

❖ **Equipo # 1**

1. Observen las siguientes ecuaciones y resuélvanlas utilizando la fórmula de la resolvente e intenten con cualquier otro método posible, en cada caso:
   d) $4x^2 = 25$
   e) $x^2 - 4x = 0$
   f) $-4x^2 + 48 = 0$
   g) $-16x^2 = 4x$
2. ¿Qué semejanza tienen la ecuación “a” con la “c”?

3. ¿Cómo son las soluciones obtenidas?
4. ¿En cuáles de las ecuaciones el cero es una de las soluciones?
5. ¿Qué relación hay en la estructura de esas ecuaciones?
6. ¿Es necesario utilizar la resolvente para encontrar las soluciones?
7. La base circular de un iglú es de 12, $56m^2$, ¿Cuál es el ancho o diámetro del piso? Recuerden que el diámetro es el doble del radio, o sea, D = 2r y que la superficie del círculo es $S = \pi . r^2$

- **Equipo # 2**

1. Observen las siguientes ecuaciones y resuélvanlas utilizando la fórmula de la resolvente e intenten con cualquier otro método posible, en cada caso:

h) $9x^2 = 100$

i) $x^2 - 25x = 0$

j) -$9x^2 + 81 = 0$

k) -$x^2 = -2x$

2. ¿Qué semejanza tienen la ecuación “a” con la “c”?
3. ¿Cómo son las soluciones obtenidas?
4. ¿En cuáles de las ecuaciones el cero es una de las soluciones?
5. ¿Qué relación hay en la estructura de esas ecuaciones?
6. ¿Es necesario utilizar la resolvente para encontrar las soluciones?
7. Para descargar un camión de volteo hay que darle a la caja una inclinación tal, que el triángulo rectángulo formado por el chasis, la columna de ascenso y la propia caja están representados en metros, si se toma el valor del chasis como x – 1, la columna x y la caja x + 1, ¿Cuáles son las dimensiones de la columna, caja y chasis?

❖ **Equipo # 3**

1. Observen las siguientes ecuaciones y resuélvanlas utilizando la fórmula de la resolvente e intenten con cualquier otro método posible, en cada caso:

a) $4x^2 + 1 = 125$

b) $4x^2 = \frac{1}{9}$

c) $-25x = -15x^2$

d) $-16x^2 = 4x$

2. ¿Qué semejanza tienen la ecuación "a" con la "b"?
3. ¿Cómo son las soluciones obtenidas?
4. ¿En cuáles de las ecuaciones el cero es una de las soluciones?
5. ¿Qué relación hay en la estructura de esas ecuaciones?
6. ¿Es necesario utilizar la resolvente para encontrar las soluciones?
7. Si se sabe que el área de un teatro romano es de 1017,36m^2, calcule el ancho (diámetro) del mismo. Recuerden que el diámetro es el doble del radio, o sea, D = 2r y que la superficie del círculo es $S = \pi . r^2$

❖ **Equipo # 4**

1. Observen las siguientes ecuaciones y resuélvanlas utilizando la fórmula de la resolvente e intenten con cualquier otro método posible, en cada caso:

$a)$ $49x^2 = 1$

$b) x^2 - 169 = 0$

c)-$3x^2 + 9x = 0$

e) -$2x^2 = 6x$

2. ¿Qué semejanza tienen la ecuación "a" con la "b"?

3. ¿Cómo son las soluciones obtenidas?

4. ¿En cuáles de las ecuaciones el cero es una de las soluciones?
5. ¿Qué relación hay en la estructura de esas ecuaciones?
6. ¿Es necesario utilizar la resolvente para encontrar las soluciones?
7. Sabiendo que la superficie del planeta tierra es de 5,1 x 10^8 km^2, calcule el diámetro de la misma. Recuerden que el diámetro es el doble del radio, o sea, D = 2r y que la superficie del círculo es $S = \pi . r^2$

- **Equipo # 5**

1. Observen las siguientes ecuaciones y resuélvanlas utilizando la fórmula de la resolvente e intenten con cualquier otro método posible, en cada caso:

a) $81 + x^2 = 0$

b) 16x = $4x^2$

c) $x + x^2 = 0$

d) 144 - x^2= 0

2. ¿Qué semejanza tienen la ecuación "a" con la "d"?
3. ¿Cómo son las soluciones obtenidas?
4. ¿En cuáles de las ecuaciones el cero es una de las soluciones?
5. ¿Qué relación hay en la estructura de esas ecuaciones?
6. ¿Es necesario utilizar la resolvente para encontrar las soluciones?

7. ¿Cuál es el ancho del fórum de Valencia si su área es de 9000 m^2, calcule el diámetro de la misma. Recuerden que el diámetro es el doble del radio, o sea, D = 2r y que la superficie del círculo es $S = \pi . r^2$

Observación: Para la mayoría de los equipos fue algo complicado resolver las ecuaciones del tipo $ax^2 + bx = 0$, sólo uno de los equipos logró resolverlos por sí solos y los demás con las sugerencias de factorizar que hacia el docente, sin embargo, faltó un equipo por hacerlo.

Con la participación de los alumnos se comenzó a realizar la lluvia de ideas para que el docente comenzara a explicar los dos casos de ecuaciones incompletas, todos llegaron a la conclusión de que las ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0$ se resuelven despejando a la variable, y que, para encontrar el valor de la misma se debe aplicar una raíz cuadrada. La terminología usada en las participaciones de los alumnos estuvo bastante acertada, ya se expresaban "la variable al cuadrado", "el cuadrado de la variable", en su defecto decían "la equis al cuadrado".

II PARTE. Explicación por parte del Docente.

1er Caso: ***ecuaciones de la forma*** $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$***; con a ≠ 0, b = 0 y c ≠*** $\mathbf{0}$

Todos quedaron de acuerdo que cuando se presentan ecuaciones de este tipo es necesario despejar la variable, se hace una transposición del término independiente, y sólo el coeficiente de la variable también se debe transponer. De manera simbólica, nos queda que:

Sea la ecuación $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$

Transponiendo el término independiente, $\boldsymbol{ax^2 = -c}$

Despejando a x^2, $x^2 = \frac{-c}{a}$

Para encontrar los valores de x, se aplica el teorema de la raíz cuadrada

$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$, observen que delante de la raíz está el símbolo $\pm$ que indica que se obtienen dos resultados al aplicar la raíz, por lo que se obtiene que:

$x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}}$ y $x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$.

Esto es en líneas generales, pero si observan bien; si llegara a quedar una ecuación de esa manera no se podría resolver, ya que no existen raíces reales para números negativos. Lo que quiere decir, que uno de los dos términos tiene que ser negativo para poder resolver las ecuaciones de ese tipo porque si el término independiente es negativo, al transponerlo se convierte en positivo. Si el coeficiente de la variable es negativo, al dividir un número negativo por otro negativo, el resultado es positivo.

Sólo sí uno de los dos términos es negativo, se puede resolver la ecuación.

Observen esta ecuación:

a) $4x^2 = 9$, fíjense que el término independiente ya está en el otro miembro y no es necesario transponerlo, pero si es una ecuación cuadrática de la forma $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$**;** lo que queda es despejar la variable, quedaría de esta forma $x^2 = \frac{9}{4}$, por ser una fracción positiva si se puede obtener la raíz cuadrada de ella, por lo que, quedarían dos resultados:

$x_1 = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$ y $x_2 = -\sqrt{\frac{9}{4}} = -\frac{3}{2}$.

Si lo resolviéramos utilizando la fórmula de la resolvente, los resultados obtenidos serían iguales, sólo que se tardaría un poco más en la resolución del ejercicio; veamos:

$4x^2 = 9$, haciendo la transposición de términos para que la ecuación se iguale a 0 y poder aplicar la resolvente, la ecuación nos quedaría de esta forma

$4x^2 - 9 = 0$; donde a = 4, b = 0 y c = -9

$$x = \pm\frac{\sqrt{0^2 - 4\times4\times(-9)}}{2\times4} = \pm\frac{\sqrt{0\ \ +144}}{8} = \pm\frac{\sqrt{144}}{8} = \pm\frac{12}{8}$$

$x_1 = \frac{3}{2}$ y $x_2 = -\frac{3}{2}$, son los mismos resultados obtenidos anteriormente, pero por el camino más largo.

b) $10x^2 - 27 = -6x^2 - 2$ si observan, hay dos términos independientes y dos con la variable elevada al cuadrado, para resolverla, primero se agrupan los términos, y nos conviene de una vez, dejar los términos independientes de un lado de la igualdad y las variables del otro lado, quedando de esta forma:

$10x^2 + 6x^2 = 27 - 2$, resolviendo

$16x^2 = 25$, despejando a la variable

$x^2 = 25$, aplicando el teorema de la raíz cuadrada, obtendríamos dos resultados

$x_1 = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$ y $x_2 = -\sqrt{\frac{25}{16}} = -\frac{5}{4}$

2do Caso: Ecuaciones de la forma $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$; $\boldsymbol{con\ a \neq 0, b \neq 0\ y\ c = 0}$

Cuando se tiene una ecuación de ese estilo, lo que se hace es factorizar, donde se extrae a la “x” como factor común y quedar un producto de dos factores igualados a cero, de esta forma, se establece que uno o dos de los factores deben ser cero, es decir, $a \times b = 0 \leftrightarrow a = 0$ v b = 0

En líneas generales, si tenemos $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$**,** se extrae “x” como factor común

x (x + b) = 0 $\leftrightarrow$ x = 0 resulta $x_1 = 0$ siempre es una de las soluciones

ax + b = 0, transponiendo términos ax = -b, despejando la variable

$x_2 = -\frac{b}{a}$

Ejemplos:

a) $3x^2 + 9x = 0$, como ya está igualada a cero (0) se debe proceder a extraer la “x” como factor común, quedando:

$x\ (3x + 9) = 0$, aplicando la propiedad del elemento neutro para la multiplicación,

$x_1 = 0, \mathit{siempre\ es\ solución}$

y $3x + 9 = 0 \rightarrow x_2 = -\frac{9}{3} = -3$

c) $2x^2 = 6x$, procedemos a agrupar los términos e igualamos a 0

$2x^2 - 6x = 0$, extrayendo la “x” como factor común

$x(2x^2 - 6) = 0$, aplicando la propiedad del elemento neutro para la multiplicación,

$x_1 = 0, siempre\ es\ solución$

2x – 6 = 0 → $x_2 = \frac{6}{2} = 3$

d) $-4x^2 + 2x = 5x$, agrupando términos y sumando algebraicamente términos semejantes queda:

$-4x^2 + 2x - 5x = 0$ → $-4x^2 - 3x = 0$, podemos multiplicar por -1 para que las variables sean positivas y se obtiene: $4x^2 + 3x = 0$

$x(4x^2 + 3) = 0$, extrayendo a "x" como factor común

$x_1 =$ 0, que siempre es solución

$4x^2 + 3 = 0 \quad \rightarrow x_2 = \frac{-3}{4}$

Al finalizar se le entregó a los alumnos un folleto con la siguiente información:

RESUMEN: Ideas Fundamentales

- **Cuando se tiene ecuaciones de la forma : $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$,**

 - **Se transpone el término independiente (en caso de estar en el mismo miembro de la variable)**

 - **Se despeja la variable y se aplica raíz en ambos miembros de la igualdad para cancelar el cuadrado de la variable**

- **Cuando se tienen ecuaciones de la forma: $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$**

 - **Se agrupan las variables en caso de estar en miembros diferentes.**

 - **Se extrae la variable como factor común.**

 - **Se aplica la propiedad del elemento neutro para la multiplicación.**

 - **El primer resultado siempre es** $x_1 =$ 0

 - **El segundo resultado es la solución de una ecuación de primer grado.**

Clase # 6

Semana # 4. Día: Miércoles.

Alumnos Asistentes: 22

Objetivo principal: Resolver ecuaciones de segundo grado utilizando la descomposición de factores.

Conocimientos Previos: Factorización de polinomios y resolución de ecuaciones de primer grado.

I PARTE

El docente comienza la clase con un pequeño repaso de algunos casos de factorización como trinomio cuadrado perfecto, trinomio de la forma y producto de la suma por la diferencia, con anterioridad los alumnos tenían que investigar los casos de factorización.

Se desarrollaron diversos ejercicios de cada tipo para que los alumnos recordasen la forma de resolverlos.

Ejercicios Resueltos:

1. $49x^2 - 70x + 25 = 0$
2. $a^2 + 24a + 144 = 0$
3. $4x^2 + 12x + 9 = 0$
4. $a^2 - 13a + 40 = 0$
5. $y^2 - 16y + 64 = 0$
6. $49x^2 - 25 = 0$
7. $x^2 - 7x - 18 = 0$
8. $9x^2 - 16 = 0$
9. $a^2 - 1 = 0$

Los ejercicios 1, 2 y 5 fueron resueltos utilizando trinomio cuadrado perfecto; 3,4 y 7 trinomio de la forma (x + a) (x + b) y los ejercicios 6, 8 y 9 por producto de la forma (x + a) (x - a).

II PARTE. Participación de los alumnos.

1. Luego del repaso hecho por el docente, se conformaron equipos de 6 alumnos

2. Se le entregó un material con diferentes ecuaciones a cada equipo y de papel bond y marcadores.

3. Los equipos tuvieron un tiempo de 20 minutos para resolver las ecuaciones propuestas.

4. Terminado el tiempo, los alumnos pasaron a explicar los tipos de factorización utilizados para resolver las ecuaciones.

5. Se establecieron las conclusiones de la actividad hecha en clases.

Equipo # 1

1. Resuelvan las siguientes ecuaciones, utilizando cualquiera de los casos de factorización:

a) $x^2 + 13x + 40 = 0$

b) $x^2 + 6x + 9 = 0$

c) $x^2 = 36$

d) $m^2 - 2 = -m$

e) $9x^2 - x = -1$

2. ¿Qué método utilizaron para cada ecuación?

3. Es posible que la ecuación “c” se resuelva por un trinomio, ¿por qué?

4. ¿Es más sencillo resolverlas utilizando factorización o la resolvente?

Equipo # 2

1. Resuelvan las siguientes ecuaciones, utilizando cualquiera de los casos de factorización:

a) $y^2 - 3y - 40 = 0$

b) $x^2 + 10x + 25 = 0$

c) $a^2 = 49$

d) $m^2 = -4m - 3$

e) $x^2 - 2x = -1$

2. ¿Qué método utilizaron para cada ecuación?

3. Es posible que la ecuación “c” se resuelva por un trinomio, ¿por qué?
4. ¿Es más sencillo resolverlas utilizando factorización o la resolvente?

Equipo # 3

1. Resuelvan las siguientes ecuaciones, utilizando cualquiera de los casos de factorización:

a) $z^2 + 3z - 40 = 0$

b) $x^2 + 4x + 4 = 0$

c) $a^2 = 64$

d) $m^2 = m - 6$

e) $x^2 - 8x = -16$

2. ¿Qué método utilizaron para cada ecuación?
3. Es posible que la ecuación “c” se resuelva por un trinomio, ¿por qué?
4. ¿Es más sencillo resolverlas utilizando factorización o la resolvente?

Equipo # 4

1. Resuelvan las siguientes ecuaciones, utilizando cualquiera de los casos de factorización:

a) $y^2 - 4y - 5 = 0$

b) $x^2 + 24x + 144 = 0$

c) $b^2 = 100$

d) $m^2 = 9m + 14$

e) $x^2 + 25 = 16$

2. ¿Qué método utilizaron para cada ecuación?
3. Es posible que la ecuación “c” se resuelva por un trinomio, ¿por qué?
4. ¿Es más sencillo resolverlas utilizando factorización o la resolvente?

Equipo # 5

1. Resuelvan las siguientes ecuaciones, utilizando cualquiera de los casos de factorización:

a) $x^2 + 11x - 12 = 0$

b) $y^2 + 12y + 36 = 0$

c) $a^2 = 121$

d) $m^2 = 3m + 18$

e) $x^2 - 18x - 9 = 90$

2. ¿Qué método utilizaron para cada ecuación?
3. Es posible que la ecuación “c” se resuelva por un trinomio, ¿por qué?
4. ¿Es más sencillo resolverlas utilizando factorización o la resolvente?

Luego de haber transcurrido el tiempo indicado y los alumnos colocaron las ecuaciones y soluciones encontradas en la lámina del papel bond, se procedió a realizar la plenaria; donde cada alumno representante del equipo manifestó las conclusiones a las cuales llegó su equipo, además el docente iba aclarando las dudas que presentaban los otros alumnos. Si había una ecuación resuelta incorrectamente el docente aprovechaba para hacer la corrección de una vez junto a los demás compañeros.

Para concluir se le entregó un folleto con la siguiente información:

RESUMEN: Ideas fundamentales

• *Además de la resolvente, existen otros métodos para encontrar las soluciones de las ecuaciones cuadráticas.*

Es importante recordar que:

✓ *Un trinomio cuadrado perfecto se reconoce porque su primer y tercer término tienen raíces cuadradas, y el segundo término se obtiene del doble producto de las raíces del primer término y el tercero.*

✓ *En un trinomio no perfecto el primer término debe ser positivo y tener raíz cuadrada exacta, la variable que está acompañando el segundo término debe ser la raíz cuadrada del término número uno, el segundo término es la suma de dos números que al multiplicarlos producen el tercer término.*

✓ *Para factorizar por el producto de la suma por la diferencia, los dos términos deben tener raíz cuadrada, además de haber una diferencia.*

• *Cuando existen términos en ambos miembros de la igualdad, se agrupan los términos en un solo miembro igualando a cero.*

Desde el siglo XVII aC. los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia ya sabían resolver ecuaciones de primero y segundo grado. Además resolvían también, algunos sistemas de ecuaciones con dos ecuaciones y dos incógnitas

Clase # 7

Semana # 4. Día: Viernes

Alumnos Asistentes: 26

Objetivo principal: Construir la ecuación de segundo grado partiendo de las raíces dadas.

Conocimientos previos: Factorización de polinomios, ecuaciones cuadráticas.

I PARTE.

Cuando los alumnos llegaron al aula, el docente tenía escrito en el pizarrón la siguiente información:

Dadas las raíces de una ecuación de segundo grado, construir la ecuación

- ***Regla***

1. ***Se halla la suma s y el producto p de las raíces.***
2. ***Se escribe el primer término al cuadrado (cualquiera que sea la variable)***
3. ***Se escribe la suma s que es el segundo término, multiplicado por la variable con el signo cambiado.***
4. ***Se escribe el producto p que es el término independiente con el mismo signo.***
5. ***Luego se escribe la ecuación completa así:*** $\boldsymbol{x^2 - sx + p = 0}$**.**

Después de saludarlos da las instrucciones del día

Instrucciones:

1. Los alumnos se agrupan en equipos de 6 o 7 participantes.

2. Se le entrega una ficha a cada equipo con raíces de ecuaciones.

3. Cada grupo recibió junto con las fichas algunas interrogantes semejantes pero correspondientes a cada situación planteada.

4. Los grupos tuvieron un lapso de 20 min. para resolver las interrogantes.

5. Cada grupo escogió un alumno para que represente al equipo, dando respuestas argumentadas.

6. Con la participación de cada representante por equipo se hace una lluvia de ideas acerca de la construcción de ecuaciones cuadráticas partiendo de las raíces dadas.

Equipo # 1

Observen la regla planteada en el pizarrón e intenten aplicarla en los siguientes ejercicios:

1. Hallar la ecuación cuadrática que generan las siguientes raíces:

a. 3 y 4 c. 2 y 3/2

b. -3 y 0 d. -2 y -5

2. ¿Por qué método es más fácil resolver esas ecuaciones?
3. ¿Es posible que dos raíces generen ecuaciones diferentes? ¿por qué?
4. Con las ecuaciones obtenidas, plantea un problema

Equipo # 2

Observen la regla planteada en el pizarrón e intenten aplicarla en los siguientes ejercicios:

1. Hallar la ecuación cuadrática que generan las siguientes raíces:

a. -3 y 7/2 c. 5 y -4

b. -6 y 0 d. -1y -7

2. ¿Por qué método es más fácil resolver esas ecuaciones?
3. ¿Es posible que dos raíces generen ecuaciones diferentes? ¿por qué?
4. Con las ecuaciones obtenidas, plantea un problema

Equipo # 3

Observen la regla planteada en el pizarrón e intenten aplicarla en los siguientes ejercicios:

1. Hallar la ecuación cuadrática que generan las siguientes raíces:

a. -1 y 10 c. ½ y 3

b. -3 y 0 d. -2 y -6

2. ¿Por qué método es más fácil resolver esas ecuaciones?
3. ¿Es posible que dos raíces generen ecuaciones diferentes? ¿por qué?
4. Con las ecuaciones obtenidas, plantea un problema.

Equipo # 4

Observen la regla planteada en el pizarrón e intenten aplicarla en los siguientes ejercicios:

1. Hallar la ecuación cuadrática que generan las siguientes raíces:

   a. 12 y 4 c. -1/2 y 6

   b. -7 y 0 d. -3 y -7

2. ¿Por qué método es más fácil resolver esas ecuaciones?
3. ¿Es posible que dos raíces generen ecuaciones diferentes? ¿por qué?
4. Con las ecuaciones obtenidas, plantea un problema

Equipo # 5

Observen la regla planteada en el pizarrón e intenten aplicarla en los siguientes ejercicios:

1. Hallar la ecuación cuadrática que generan las siguientes raíces:

a. 2 y -9 b. 1 y -3

c. -3/2 y 0 d. -2 y -5

2. ¿Por qué método es más fácil resolver esas ecuaciones?
3. ¿Es posible que dos raíces generen ecuaciones diferentes? ¿por qué?
4. Con las ecuaciones obtenidas, plantea un problema

A partir de la actividad realizada, los alumnos comenzaron a explicar lo que habían realizado y las conclusiones a las que llegaron por equipo. Incluso, algunos alumnos propusieron unas raíces para hallar la ecuación, observando que la regla se cumple para todos los valores. El docente aclaró las dudas de algunos alumnos y para finalizar la clase les facilitó un material con la biografía de los primeros matemáticos que trabajaron con las ecuaciones cuadráticas.

Primeros Matemáticos que estudiaron las Ecuaciones Cuadráticas

- Muy poco se sabe de la vida de Diofanto. Por referencias históricas se sabe que vivió entre el año 150 a.C. y el 350 d.C. La obra más conocida de Diofanto es Aritmética, una colección de 130 problemas, distribuidos en 13 libros, de los que sólo se conservan 6. La mayoría de los problemas son de ecuaciones lineales y cuadráticas, pero siempre con solución positiva y racional, pues en aquella época no tenían sentido los números negativos y mucho menos los irracionales. Consideró tres tipos de ecuaciones de segundo grado:

$$ax^2+bx=c, \qquad ax^2=bx+c, \qquad ax^2 + c = bx$$

Parece ser que Diofanto sabía que ningún número de la forma $4n + 3$ o $4n - 1$ puede obtenerse como la suma de dos cuadrados, ni ningún número de la forma $24n + 7$ puede obtenerse como la suma de tres cuadrados. Diofanto introdujo símbolos para representar las cantidades desconocidas y una abreviatura para la palabra igual. Esto fue un paso muy importante hacia el álgebra simbólica actual. Se puede considerar a Diofanto como el fundador del Álgebra.

- **Abraham Bar Hiyya** (o **Abraham Iudaeus Savasorda**) (Barcelona, siglo XII, 1065-70 – 1136), fue un matemático, astrónomo y filósofo hebreo. Es autor de diversos tratados y de numerosas obras matemáticas y astronómicas que contribuyeron a la difusión de la ciencia arábiga en el mundo occidental. Destaca su obra **Geometría práctica* (1116), escrita en hebreo. Conocido vulgarmente como Savasorda, corrupción del nombre árabe Sáhib al Xorta («el jefe de la guardia»). Residente en Barcelona y precursor de la escuela de Toledo, se formó científicamente en la corte de los Banu Hud de Zaragoza. Además, desempeñó cargos de importancia en las cortes islámicas de Aragón, lo que precisamente le valieron el sobrenombre por el que más se le conoce.

También hay que destacar sus traducciones en colaboración con Platón de Tívoli (Plato Tiburtinus), al que sirve como traductor intermediario oral del árabe al romance. Esta colaboración se mantuvo de 1134 a 1145 de la que resultó cerca de una decena de obras latinas en el campo de las matemáticas, la astronomía y la astrología. Sus obra mas señalada es el *Eibbur ha-Meshihah ve-ha-Tishboret* (“Tratado sobre medidas y cálculos”) traducido al latin por Tívoli como *Liber Embadorum* (1145), con el que alcanzó gran reconocimiento en la edad media por tratar por primera vez en latín las ecuaciones de segundo grado.

Referencias Bibliográficas

Brett, E. y Suárez, W. (2001). *Teoría y Práctica de Física de 9no Grado.* Caracas, Distribuidora Escolar. 2ª Edición.

Brett, E. y Suárez, W. (2003). *Actividades de Matemática de 9no Grado.* Caracas, Distribuidora Escolar. 5ª Edición.

Brun, L.(2006). *Biografía de Diofanto.* Historias de las Matemáticas. Artículo disponible en: http://ciencia.astroseti.org/matematicas/articulo.php?num=3629

Camero, F y Crespo, A. (2004). *Teoría, laboratorio y problemas. Física de 9no grado.* Caracas, Distribuidora Escolar.

Consultor del Estudiante Explorer (2006). *Álgebra y Física*. Bogotá, Zamora Editores LTDA.

Meavilla, V. (2006). *Al-Khowarizmi y la ecuación de segundo grado. Matemática Educativa.* Artículo en línea, recuperable en: http://www.foroswebgratis.com/foro-Mensajes.php?id_foro=27141&id_tema=790797&NumPage=1.

Murrias, M. (2000). *Ecuaciones Cuadráticas, Factorización.* Disponible en: http://ponce.inter.edu/cremc/cuadratica.html.

Ramirez, P. (2000). Historia del algebra. recuperable en: http://www.alipso.com/monografias/algedefihisto/

Wikipedia, La enciclopedia Libre. *Abraham Bar Hiyya.* Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Abraham_Bar_Hiyya

ANEXO F

UNIVERSIDAD DE CARABOBO

ÁREA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

CLASES EXPOSITIVAS DICTADAS AL GRUPO CONTROL

AUTORA: LICDA. YANIBEL GONZÁLEZ

Clase # 1.

Semana # 1. Día: Jueves

Alumnos asistentes: 27

Contenido: Ecuaciones Cuadráticas.

Inicio: Luego de saludar a los alumnos y pasar la lista, el docente comienza su participación refrescando las ecuaciones de primer grado, indicando las características fundamentales de las mismas y la forma de resolverlas. Luego de explicar cada elemento de la ecuación comienza con las ecuaciones de segundo grado.

Desarrollo: El docente establece la diferencia entre las ecuaciones lineales y las de segundo grado, así mismo comienza con la resolución de las mismas utilizando la fórmula de la resolvente, explicándole a los alumnos los elementos de la misma. Los ejercicios resueltos en clases fueron:

a. $-x^2+6x-9=0$ b. $x^2-6x+8=0$

c. $x^2+2x+1=0$ d. $8x^2-2x+3=0$

e. $x^2+5x+6=0$ f. $2x^2+4x+2=0$

Sólo muy pocos alumnos participaban en la resolución de los ejercicios y hacían preguntas, otros se limitaban a copiar.

Cierre: Al terminar de resolver todos los ejercicios y hacer hincapié en el procedimiento a efectuar para encontrar las soluciones, el docente propone algunos ejercicios.

Clase # 2

Semana # 2. Día: Martes

Alumnos asistentes: 26

Contenido: Propiedades de las Ecuaciones Cuadráticas

Inicio: Luego de saludar y pasar la lista, el docente hizo un pequeño repaso de las características de las ecuaciones cuadráticas y de la fórmula de la resolvente, para explicar las propiedades.

Desarrollo: El docente explicó que en la fórmula de la resolvente estudiada en la clase anterior, expresión $b^2 - 4ac$ recibe el nombre de discriminante y es representado por Δ (letra griega), denominado delta, por lo que $\Delta = b^2 - 4ac$.

Al resolver el discriminante es posible determinar la cantidad de soluciones que tiene la ecuación.

- **1er Caso: si** $b^2 - 4ac > 0$ ó $\Delta > 0$

Cuando el discriminante es mayor que cero, o sea, es positivo; se obtienen dos soluciones distintas $x_1 \neq x_2$.

- **2do Caso: si** $b^2 - 4ac = 0$ ó $\Delta = 0$

Cuando el discriminante es igual que cero, la ecuación tiene las dos soluciones iguales, los que es igual a decir que se encuentra una sola solución.

- **3er Caso: si** $b^2 - 4ac < 0$ ó $\Delta < 0$

Si el discriminante es menor que cero, o sea, negativo; la ecuación no tiene raíces reales, por lo que no hay solución.

Luego de explicar las propiedades resolvió diferentes ejercicios con la participación de algunos alumnos.

Ejercicios resueltos:

a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ $\quad$ $b)\ x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} = 0$

$c)\ 2x = x^2 + 1$ $\quad$ $d)\ 3x^2 + 3x + 3 = 0$

e) $\frac{x^2}{9} - \frac{4x}{3} + 4 = 0$ $\quad$ f) $9x + x^2 = 22$

Cierre: Al finalizar los ejercicios, el docente dejó propuestos algunos para que practicaran y terminó haciendo una lluvia de ideas con lo aplicado en la clase.

Clase # 3

Semana # 2. Día: Jueves

Alumnos asistentes: 26

Contenido: Resolución de ecuaciones cuadráticas incompletas

Inicio: Luego de saludar y pasar la lista, el docente hizo un pequeño repaso de las actividades realizadas en la clase anterior y revisando los ejercicios propuestos para aclarar las dudas.

Desarrollo: El Docente les plantea las reglas que se deben aplicar cuando las ecuaciones de segundo grado son incompletas.

- Cuando se tiene ecuaciones de la forma : $ax^2 + c = 0$,
  - Se transpone el término independiente (en caso de estar en el mismo miembro de la variable)
  - Se despeja la variable y se aplica raíz en ambos miembros de la igualdad para cancelar el cuadrado de la variable
- Cuando se tienen ecuaciones de la forma: $ax^2 + bx = 0$
  - Se agrupan las variables en caso de estar en miembros diferentes.
  - Se extrae la variable como factor común.
  - Se aplica la propiedad del elemento neutro para la multiplicación.
  - El primer resultado siempre es $x_1 = 0$
  - El segundo resultado es la solución de una ecuación de primer grado.

Ejercicios Resueltos:

a) $81 + x^2 = 0$

b) 16x = $4x^2$

c) $x + x^2 = 0$

d) 144 - x^2= 0

e) $4x^2 + 1 = 125$

$f)$ $4x^2 = \frac{1}{9}$

Cierre: Luego de resolver todos los ejercicios e ir explicando los diferentes casos de resolución para las ecuaciones incompletas, el docente repaso los casos más notorios y los pasos que se deben cumplir para resolverlas. Incluso, explicó que también pueden ser resueltas utilizando la resolvente, pero, pueden hacerlo de forma más rápida utilizando los dos casos estudiados en la clase. Además, dejó algunos ejercicios propuestos para que los alumnos practicaran.

Clase # 4

Semana # 3. Día: Martes

Alumnos asistentes: 28

Contenido: Descomposición de factores

Inicio: Para comenzar, el docente hace un pequeño repaso de algunos casos de factorización que fueron estudiados en el año anterior. Y le plantea los siguientes casos:

✓ Un trinomio cuadrado perfecto se reconoce porque su primer y tercer término tienen raíces cuadradas, y el segundo término se obtiene del doble producto de las raíces del primer término y el tercero.

✓ En un trinomio no perfecto el primer término debe ser positivo y tener raíz cuadrada exacta, la variable que está acompañando el segundo término debe ser la raíz cuadrada del término número uno, el segundo término es la suma de dos números que al multiplicarlos producen el tercer término.

- Para factorizar por el producto de la suma por la diferencia, los dos términos deben tener raíz cuadrada, además de haber una diferencia. Cuando existen términos en ambos miembros de la igualdad, se agrupan los términos en un solo miembro igualando a cero. Ejercicios resueltos:

1. $49x^2 - 70x + 25 = 0$

2. $a^2 + 24a + 144 = 0$

3. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

4. $a^2 - 13a + 40 = 0$

5. $y^2 - 16y + 64 = 0$

6. $49x^2 - 25 = 0$

7. $y^2 + 12y + 36 = 0$

8. $a^2 = 121$

Cierre: Para finalizar, el docente realizó un repaso de los casos estudiados de factorización para resolver las ecuaciones de segundo grado.

Clase # 5

Semana # 3. Día: Jueves

Alumnos asistentes: 25

Contenido: Construcción de ecuaciones cuadráticas, dadas las raíces

Inicio: Para comenzar la actividad el docente hace un repaso de lo visto en la clase anterior y comienza su exposición del día, explicando cómo obtener una ecuación cuadrática a partir de las raíces.

Desarrollo: El docente explica el procedimiento a efectuar y resuelve diversos ejercicios.

Regla

1. **Se halla la suma *s* y el producto *p* de las raíces.**
2. **Se escribe el primer término al cuadrado (cualquiera que sea la variable)**
3. **Se escribe la suma *s* que es el segundo término, multiplicado por la variable con el signo cambiado.**
4. **Se escribe el producto *p* que es el término independiente con el mismo signo.**
5. **Luego se escribe la ecuación completa así: $x^2 - sx + p = 0$.**

Ejercicios resueltos:

Hallar la ecuación cuadrática que generan las siguientes raíces:

a.2 y -9 b. 1 y -3

c. -3/2 y 0 d. -2 y -5

Cierre: El docente hizo un repaso de la regla para encontrar las ecuaciones generatrices de las raíces y dejó ejercicios propuestos.