



UNIVERSIDAD DE CARABOBO  
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE COMPUTACION  
Valencia, Venezuela

## **Cuatro contribuciones a la visualización científica aplicada a la medicina y a la sísmica**

Por Dr. Jorge Ernesto Rodríguez

Trabajo presentado ante el ilustre Consejo de la  
Facultad de Ciencias y Tecnología de la  
Universidad de Carabobo como credencial de  
mérito para ascender a la categoría de profesor  
Titular

Agosto, 2013

## Resumen

La Visualización Científica supone el estudio y desarrollo de técnicas que permitan generar artefactos visuales que faciliten el estudio, análisis y comprensión de un objeto o fenómeno de interés. En tal sentido, desde las pinturas rupestres, pasando por los mapas, hasta llegar a las más sofisticadas imágenes sintetizadas por computador del planeta Marte captadas por la sonda Opportunity, son ejemplos de cuánto puede aportar este campo de estudio en la comprensión de nuestra entorno y el desarrollo de la ciencia. En este trabajo se presentan los resultados obtenidos en cuatro trabajos de investigación en el área de Visualización Científica desarrollados y publicados durante el período comprendido entre octubre de 2007 y octubre de 2012. Las áreas de aplicación de la visualización científica en los trabajos referidos comprenden la salud, bioingeniería y exploración sísmica. Los resultados de estos trabajos de investigación han quedado recogidos en los artículos siguientes:

- Jorge Rodríguez, Irving Cruz, Eduard Vergés, Dolors Ayala. "A connected-component-labeling-based approach to virtual porosimetry". GMOD: Graphical Models 73 (2011) 296–310. (Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1).
- Jorge Rodríguez, Gerardo Facenda, Eblén Zajur. "Cartografía cerebral 3D obtenida a partir de electroencefalogramas en papel". Revista Salus, Cs. de la Salud, Universidad de Carabobo. Vol.15, No.1, Abril, 2011. ISSN: 1316-7138. (Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1)
- José Colmenares, Germán Larrazábal, Jorge Rodríguez. "Imagenología Sísmica Paralela en Exploración Petrolera". Revista FARAUTÉ de Ciencias y Tecnología, Vol. 5, ISSN 1698-7418. No 1, 2010. (Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1).
- D. Laya, E. Urra, J. Rodriguez, P. Linares, F. Salidivia, A. Reigosa "Diseño de Software para la estimación de la relación de volumen tumor/mama a partir de mamografía". Revista Salus, Cs. de la Salud, Universidad de Carabobo. Vol.12, No.4, Diciembre, 2008. ISSN: 1316-7138. (Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1)

A continuación se presentará un breve resumen de cada uno de los artículos señalados, resaltando los aportes que los mismos ofrecen al campo científico de la visualización.

## Artículo 1

Título:	“A connected-component-labeling-based approach to virtual porosimetry”
Autores:	Jorge Rodríguez, Irving Cruz, Eduard Vergés, Dolors Ayala
Publicación:	GMOD: Graphical Models, volumen 73
Año:	2011
	Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1

El análisis de la distribución del tamaño de los poros de un material poroso realizada a través de la agregación de poros interconectados es una tarea obligatoria en el estudio de porosidad. La porosimetría por intrusión de mercurio (MIP) es un método físico e invasivo que consiste en introducir mercurio en una muestra del material a diferentes presiones en forma incremental para obtener el histograma de tamaño de los poros, observando y midiendo el área porosa del material inundada por el mercurio en cada una de las presiones aplicadas. A mayor presión, menor es el diámetro que el mercurio puede invadir y por tanto mayor será el área inundada. De allí que sea factible, con esta técnica, construir un histograma del tamaño o diámetro de los poros presentes en la muestra.

Este método ha sido simulado con el uso del computador sobre una representación volumétrica sintética del material poroso obtenida a partir de micro tomografía. Esta simulación, denominada porosimetría virtual, tiene ventajas importantes respecto a su versión física ya que no es invasivo y por lo tanto es no destructivo. Ello supone al mismo tiempo que es más seguro porque no se evita la manipulación del mercurio. Finalmente, sus resultados pueden ser incluso más exactos que el procedimiento físico ya el procedimiento de medición del área inundada con cada presión puede llevarse a cabo con mayor grado de exactitud.

La mayoría de las técnicas de porosimetría virtual se basan en el cálculo previo del esqueleto del área porosa. En este trabajo se presenta un nuevo enfoque de porosimetría virtual que no requiere el esqueleto. El método presentado es un proceso iterativo donde cada iteración se corresponde con una presión de inyección determinada y por ende con un diámetro de invasión asociado. Así, para cada presión de inyección se detectan geométricamente las gargantas más delgadas que el diámetro asociado para determinar las áreas inalcanzables por el mercurio virtual en esa iteración. Posteriormente, un proceso de etiquetado de componentes conexas toma lugar marcando como el material poroso como inundado o no inundado para la presión dada.

Todo este proceso es realizado usando el modelo de vértices extremos (EVM) y su similar, Unión Ordenada de Cajas Disjuntas (OUOD), como esquemas de representación del material poroso, y por lo tanto, la versión de etiquetado de componentes conexas basada en EVM es utilizada, lo cual es mucho más eficiente que su análogo sobre el modelo de voxels.

Adicionalmente, un nuevo esquema de representación denominado Unión Compacta de Cajas Disjuntas (CUDB) es creado para disminuir el número de cajas del modelo y acelerar el etiquetado respecto a su versión original sobre el OUDB. El método aquí presentado obtiene la distribución del tamaño de los poros y el correspondiente grafo de poros para un material poroso cualquiera.

## Artículo 2

Título:	“Cartografía cerebral 3D obtenida a partir de electroencefalogramas en papel”
Autores:	Jorge Rodríguez, Gerardo Facenda, Eblén Zajur
Publicación:	Revista Salus, Cs. de la Salud, Universidad de Carabobo. Vol.15, No.1
Año:	2011
	Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1

El electroencefalograma (EEG) es el registro clínico no invasivo más empleado para la detección rápida de estados disfuncionales del cerebro. En la actualidad la interpretación de los trazos electroencefalográficos en papel es altamente usada para el diagnóstico de diferentes patologías y requiere de un alto grado de conocimiento y entrenamiento. La cartografía cerebral, por su parte, es una técnica de representación de los trazos electroencefalográficos en forma de mapas en dos o tres dimensiones, sintetizando el contenido de todas las señales registradas por los electrodos para un tiempo dado.

Hoy en día, existen sistemas de cartografía cerebral digitales muy sofisticados, pero a costos muy elevados y altos requerimientos de hardware. Adicionalmente, la gran mayoría de los centros clínicos en los países en vías de desarrollo, poseen equipos de EEG convencionales.

En este trabajo, se propone el desarrollo de una herramienta de software para la generación y visualización interactiva de mapas de actividad eléctrica cerebral a partir de los EEG convencionales en papel. Ello permite dotar, a bajo costo, a los electroencefalógrafos convencionales en papel de la capacidad de representación visual de los electroencefalógrafos digitales modernos en 3D.

### Artículo 3

Título:	"Imagenología Sísmica Paralela en Exploración Petrolera"
Autores:	José Colmenares, Germán Larrazábal, Jorge Rodríguez
Publicación:	Revista FARAUTE de Ciencias y Tecnología, Vol. 5, ISSN 1698-7418. No 1
Año:	2010
	Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1

En este trabajo, se presenta una implementación paralela eficiente de un algoritmo de migración en profundidad llamado RTM (Reverse Time Migration) para obtener una imagen sísmica del subsuelo. Esta técnica de migración está basada en la solución paralela de la propagación de la onda acústica en 2D usando un esquema de diferencias finitas. Se implementó una descomposición de dominio sobre la sección geológica y se explotó una eficiente comunicación asíncrona entre los procesadores usando la librería MPI. La implementación fue probada usando un modelo teórico del yacimiento Tupure-Carora, Venezuela. Se aplicaron técnicas de Cómputo de Alto desempeño (HPC) sobre un Clúster de computadores Sun Grid pertenecientes al Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico (CEMVICC). Este clúster tiene 16 nodos duales AMD opteron, teniendo un total de 32 procesadores. Se ha obtenido una aceleración cuasilineal.

Asimismo, dado que el algoritmo desarrollado genera sismogramas sintéticos 2D, se desarrolló un algoritmo de reconstrucción 3D para obtener una representación volumétrica del subsuelo a partir de las imágenes 2D generadas.

## Artículo 4

Título:	"Diseño de Software para la estimación de la relación de volumen tumor/mama a partir de mamografía"
Autores:	D. Laya, E. Urra, J. Rodriguez, P. Linares, F. Salidivia, A. Reigosa
Publicación:	Revista Salus, Cs. de la Salud, Universidad de Carabobo. Vol.12, No.4, ISSN: 1316-7138
Año:	2008
	Artículo Tipo A de acuerdo a la tipificación del artículo 196, numeral 1

A nivel mundial, es elevado el número de mujeres que sufren de cáncer de mama y en muchos casos éste es detectado en un estado avanzado; el tratamiento quirúrgico es parte de la terapéutica habitual para tratar de erradicar la enfermedad. En estos casos, el médico debe decidir si hacer una mastectomía radical o una cirugía preservadora del seno, basándose en su apreciación sobre la relación volumétrica que existe entre la mama y el tumor, entre otros parámetros.

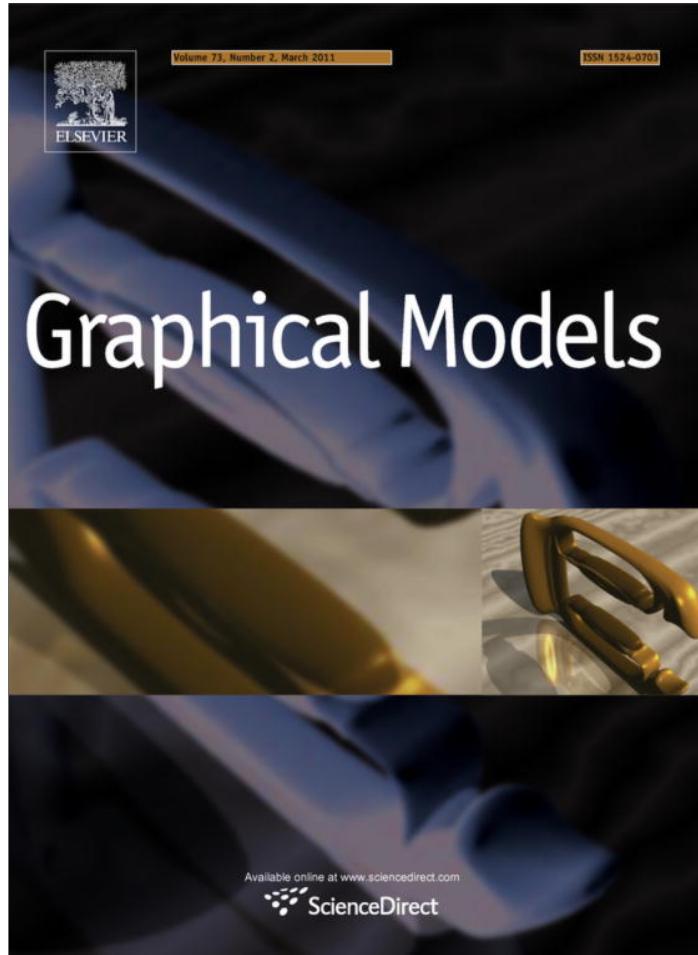
La terapéutica actual indica que en todos los casos donde sea posible se debe intentar la cirugía preservadora del seno, ya que el impacto psicológico de la mastectomía radical en la paciente suele ser devastador. Sin embargo, no siempre es posible preservar el seno, siendo uno de los indicadores más resaltantes la relación de volumen existente entre el tumor y el seno. Un tumor medio en un seno grande puede permitir una cirugía preservadora del seno, pero un tumor de idéntido tamaño sobre un seno pequeño puede exigir una mastectomía radical.

Actualmente, la estimación de esta relación de volumen tumor-mama se realiza a partir de las mamografías de la paciente y del tacto del especialista, tarea que resulta difícil porque implica hacer una reconstrucción mental de un objeto tridimensional a partir del tacto externo y de un trio de proyecciones bidimensionales. Esto se traduce en frecuente disparidad de criterios por parte de médicos frente a un mismo caso, a causa de la subjetividad con la cual se hace la estimación.

En este trabajo se propone un software que permite obtener una reconstrucción tridimensional de la mama y del tumor a partir de las imágenes mamográficas convencionales. Una vez generadas estas representaciones en 3D, la aplicación calcula la relación volumétrica tumor-mama, aportándole al especialista información más objetiva para decidir qué tipo de intervención quirúrgica es la más adecuada.

Este trabajo ha sido concebido en forma integral, dotando al software de un dispositivo de digitalización de la mamografía que permite al especialista digitalizar las placas mamográficas de la paciente, y alimentar al software con las versiones digitales de estas imágenes para su correcta operatividad.

Provided for non-commercial research and education use.  
Not for reproduction, distribution or commercial use.



(This is a sample cover image for this issue. The actual cover is not yet available at this time.)

**This article appeared in a journal published by Elsevier. The attached copy is furnished to the author for internal non-commercial research and education use, including for instruction at the authors institution and sharing with colleagues.**

**Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to personal, institutional or third party websites are prohibited.**

**In most cases authors are permitted to post their version of the article (e.g. in Word or Tex form) to their personal website or institutional repository. Authors requiring further information regarding Elsevier's archiving and manuscript policies are encouraged to visit:**

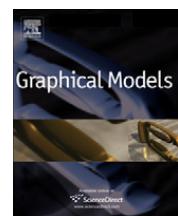
**<http://www.elsevier.com/copyright>**



Contents lists available at ScienceDirect

# Graphical Models

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/gmod](http://www.elsevier.com/locate/gmod)



## A connected-component-labeling-based approach to virtual porosimetry <sup>☆</sup>

Jorge Ernesto Rodríguez <sup>a,\*</sup>, Irving Cruz <sup>c</sup>, Eduard Vergés <sup>b,c</sup>, Dolors Ayala <sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias y Tecnología (FACYT), CEMVICC, Av. Universidad, Campus Bárbula, 2005 Valencia, Venezuela

<sup>b</sup> Institut de Bioenginyeria de Catalunya, Barcelona, Spain

<sup>c</sup> Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 17 August 2010

Received in revised form 27 April 2011

Accepted 14 June 2011

Available online 22 June 2011

#### Keywords:

Virtual MIP

Micro CT

Porous media

Pore map

Skeleton

### ABSTRACT

Analyzing the pore-size distribution of porous materials, made up of an aggregation of interconnected pores, is a demanding task. Mercury intrusion porosimetry (MIP) is a physical method that intrudes mercury into a sample at increasing pressures to obtain a pore-size histogram. This method has been simulated in-silico with several approaches requiring prior computation of a skeleton.

We present a new approach to simulate MIP that does not require skeleton computation. Our method is an iterative process that considers the diameters corresponding to pressures. At each iteration, geometric tests detect throats for the corresponding diameter and a CCL process collects the region invaded by the mercury. Additionally, a new decomposition model called CUDB, is used. This is suitable for computing the throats and performs better with the CCL algorithm than a voxel model. Our approach obtains the pore-size distribution of the porous medium, and the corresponding pore graph.

© 2011 Elsevier Inc. All rights reserved.

### 1. Introduction

Geometrical and topological representations of the internal structures of porous material samples are necessary to evaluate their physical properties. Such samples have two disjoint spaces – pore space and solid space – and can thus be represented as 3D binary images. The pore space, in turn, is made up of a collection of pores that can be intuitively defined as local openings that can be interconnected by narrow apertures called throats [1].

Studying the properties of porous materials is of great utility in several disciplines. In medicine, they are used to evaluate the degree of osteoporosis and the adequacy of synthetic biomaterial implants for bone regeneration, among other applications. Bone regeneration occurs in the cavities of the implants, where blood can flow. Bioma-

terial implants can be designed as tissue scaffolds, that is, extracellular matrices onto which cells can attach and then grow and form new tissues [2,3]. In geology, a rock's porous structure is related to its oil-bearing and hydrological properties [4]. Likewise, brine inclusions in sea ice can be formalized in terms of their morphology and connectivity [5]. In engineering, the durability of cementitious materials is associated with certain mechanical and transport properties that can be evaluated based on the properties of the pore space [6].

Common structural parameters include density, porosity, surface area, pore-size distribution, connectivity and permeability [7]. Density and porosity are the ratio between solid and pore space volume with regard to the volume of the sample as a whole. Effective porosity is the porosity that takes into account the pore space connected to the exterior without considering internal cavities. Surface area is the area between the two phases and connectivity is related to the genus of the solid space and can be computed from the Euler characteristic [8–10].

Pore-size distribution is used to evaluate the suitability of biomaterials to form new tissues, as well as to understand fluid distribution in gas- or oil-bearing rocks. This

<sup>☆</sup> This paper has been recommended for acceptance by Jarek Rossignac and Eitan Grinspun.

\* Corresponding author. Fax: +58 2416004000x375203.

E-mail addresses: [jrodrigu@uc.edu.ve](mailto:jrodrigu@uc.edu.ve) (J.E. Rodríguez), [icruz@lsi.upc.edu](mailto:icruz@lsi.upc.edu) (I. Cruz), [everges@lsi.upc.edu](mailto:everges@lsi.upc.edu) (E. Vergés), [dolorsa@lsi.upc.edu](mailto:dolorsa@lsi.upc.edu) (D. Ayala).

parameter can usually be adequately represented with just a histogram; however, a complete pore graph is normally devised, as it provides more information and is the basis for performing permeability studies. Pore-size distribution is usually computed with mercury intrusion porosimetry (MIP), an experimental method based on the capillary law governing liquid penetration into small pores. In this technique, mercury is intruded into the sample at increasing pressures, causing the fluid to flow through smaller apertures. The porosimeter lab device gives pairs of applied pressure and intruded volume, and the Washburn equation can be used to obtain a pore-size histogram. This equation assumes that pores have a circular cross-section and relates pressure to pore diameter:

$$D = -(4WC\gamma\cos\varphi)/P \quad (1)$$

where  $D$  is the entry diameter,  $P$  the applied pressure,  $\gamma$  the surface tension,  $\varphi$  the contact angle and  $WC$  the Washburn constant.

MIP is an in-vitro experiment performed in a wet lab and is subject to some of the common problems associated with this kind of experiment: it entails a costly analysis, uses toxic products and delicate equipment and requires a trained lab technician. Moreover, with MIP, samples are deformed during the experiment, due to the pressure applied, and cannot be re-used. As they are filled with Hg, they thus becomes toxic waste.

In-silice experimentation refers to experiments performed on computer models as substitutes for certain traditional in vivo and in vitro experiments. In this case, sample images are obtained with non-invasive capturing methods, such as CT,  $\mu$ CT, or MRI. They are then reconstructed and segmented, giving a binary volume model. This methodology does not have the drawbacks discussed above, but is not free of problems, which in this case, are related to the device's resolution and the segmentation process. Due to the different natures of the experiments and the possible causes of error, it is difficult to compare experimental and in-silice results.

In this paper, we present a new approach to simulate MIP. The novelty of this method is that, unlike other MIP simulation approaches, it does not require prior computation of the model's skeleton. Our approach simulates mercury intrusion by detecting throats with a geometric method, then performing a connected-component labeling (CCL) process, so, we have called our approach CCL-based. The size of the detected throats is related to the diameter corresponding to each increasing level of pressure. Additionally, instead of the classical voxel model, we use a new decomposition model, CUDB, which can work with a reduced number of elements. The CUDB model, derived from a previous OUDB model, is another of this paper's contributions.

The next section reviews the related work. Section 3 introduces the OUDB and CUDB models. Section 4 explains the proposed method. Section 5 details how to compute the pore map from the result obtained with the virtual MIP method. Finally, Section 6 discusses the results obtained, and Section 7 presents the conclusions.

## 2. Related work

### 2.1. Pore space graph

Virtual porosimetry for general porous materials simulates mercury intrusion, from the outside into the sample, at incremental pressures [1]. All separated components of the pore space filled at a given pressure are considered pores and labeled with the diameter corresponding to the applied pressure. This is a flood-fill methodology that uses a previously computed 2D (surface) skeleton as a guide to simulate mercury intrusion from the entry points into the pore space. Moreover, the skeleton is labeled at each point with the corresponding distance (the maximum radius) used to allow or stop the mercury intrusion simulation, i.e. when this radius is smaller than the radius for the current pressure, the simulated intrusion at this pressure stops.

Regions corresponding to these smaller radii are called throats. A throat is informally defined as a narrowing in the porous space that limits the access to a larger pore [1]. This method is described by Delerue et al. [11], who apply it to soil samples and use the pore network obtained to compute the permeability, and by Vergés et al. [12], who apply it to biomaterial samples.

There are other approaches to compute the pore-size histogram and pore graph too. Some are related to the shape-analysis discipline and also use a 2D skeleton as a tool to devise the shape and size of pores. These approaches are heuristic methods that cover the pore space with overlapping spheres so that the pores are computed as the unions and differences of maximal spheres, centered at skeleton points. These methods can be applied to sand samples [4], bone scaffolds [7], and biomaterial samples [13].

Other approaches based on a 1D (curve)-skeleton computation detect throats as the absolute minima of the skeleton. Thus, pores are defined as the regions limited by throats and solid space [14]. A graph is obtained directly from the 1D skeleton, in which nodes correspond to pores and edges to throats [15].

Alternatively, the minimal cost paths connecting boundary points can be computed instead of skeletons to allow methods based on porosimetry, as well as sphere positioning, to be applied [16].

Skeletons are also used as a shape-analysis tool in the computation of other structural parameters, such as connectivity. A 2D skeleton is used to devise the so-called plate/rod model [17,18], in which the model is segmented into linear and surface elements, and connectivity is measured as the relative number of plate and rod elements. Other approaches use a 1D skeleton [19,20] and apply a line skeleton graph analysis (LSGA) based on the strong relationship between the number of loops in the graph and connectivity. These approaches are applied to the solid space of bone samples, and one of their most important applications is to evaluate the degree of osteoporosis.

Another technique for computing pore-size histograms is granulometry. This methodology consists in the application of successive morphological openings and does not

require computation of a skeleton [21–24]. Hilpert and Miller [21] use a specific set of discrete spheres with diameters  $D$  such that  $S(D) \subset S(D+1)$ , thereby ensuring that a larger ball will never reach a cavity in which a smaller ball cannot enter. Cnudde et al. [24] compare physical MIP with their granulometry-based method.

Some papers deal with fluid-flow simulation in porous media, for which two methods are commonly used: Navier–Stokes equations and the Lattice-Boltzmann method. The flow of incompressible fluids in porous media can be modeled [25] by solving the incompressible Navier–Stokes equations for each particle using the moving-particle semi-implicit method. A direct simulation of the Navier–Stokes equations in a percolation porous structure can be used [26] to study fluid-flow behavior. Lattice-Boltzmann simulations are used to calculate permeability [27]. There are also approaches that simulate MIP with a Lattice-Boltzmann method [28].

Fluid-flow simulations are intended to study dynamic processes and are mostly used to compute hydraulic properties, such as hydraulic conductivity and permeability. MIP simulation can also be addressed as a fluid-flow method [28]. However, most approaches do not rely on the actual dynamic process of mercury intrusion, but rather simulate it in a static way, directly measuring the pore space geometry to obtain the pore graph. Our CCL-based approach is actually a flood-fill-based process in which we use a CCL method to traverse the pore space region corresponding to a given diameter. Moreover, permeability and other hydraulic properties can be computed by applying Kirchoff-based methods to the obtained pore graph [11].

## 2.2. Alternative models

In most of the reported bibliography, the operations to study the pore space are performed directly on the classical voxel model. However, in the field of volume analysis and visualization, several alternative models have been devised for specific purposes.

Hierarchical decomposition models, such as octrees and kd-trees, have been used for Boolean operations [29], CCL [30], and thinning [31,32]. Octrees are used as a means of compacting regions and getting rid of the large amount of empty space in the extraction of isosurfaces [33]. Their hierarchy is suitable for multiresolution when dealing with very large data sets [34,35], as well as to simplify isosurfaces [36]. Kd-trees have been used to extract 2-manifold isosurfaces [37].

There are models that store surface voxels, thereby gaining storage and computational efficiency. The semi-boundary representation affords direct access to surface voxels and performs fast visualization and manipulation operations [38]. Certain methods of erosion, dilation and CCL use this representation [39]. The slice-based binary shell representation stores only surface voxels and is used to render binary volumes [40].

In this paper we have devised the Compact Union of Disjoint Boxes (CUDB) decomposition model. With this model the geometry is partitioned in a non-hierarchical, sweep-based way. CUDB is a compact version of a previ-

ously devised Ordered Union of Disjoint Boxes (OUDB) model, which has been proved to be efficient for CCL [41]. We use CUDB instead of octrees or kd-trees because we do not need a hierarchy and because the CCL algorithm is better suited to our sweep-based decomposition than to a tree-based one.

With regard to semi-boundary representations, it has been concluded that CCL is better in OUDB and CUDB than in semi-boundary representations when the number of boxes in the CUDB is less than the number of boundary voxels [42]. Moreover, a model that directly represents volume rather than surface voxels is preferred to apply the MIP simulation method presented here.

## 3. OUDB and CUDB models

OUDB and CUDB are decomposition models. The decomposition is performed on orthogonal polyhedra (OP) that are uniquely represented by their vertices. We use 3D binary images, which can be represented by OP [43] (see Ref. [41] for a conversion algorithm) and we have supposed that we will be provided with such OP representations.

### 3.1. The OUDB model

Let  $P$  be an OP and  $\Pi_c$  a plane whose normal is parallel, without loss of generality, to the  $X$ -axis, intersecting it at  $x = c$ , where  $c$  ranges from  $-\infty$  to  $+\infty$ . Then, this plane sweeps the whole space as  $c$  varies within its range, intersecting  $P$  at certain intervals. Let us assume that this intersection changes at  $c = C_1, \dots, C_n$ . More formally,  $P \cap \Pi_{C_i-\delta} \neq P \cap \Pi_{C_i+\delta}$ ,  $\forall i = 1, \dots, n$ , where  $\delta$  is an arbitrarily small quantity. Then,  $C_i(P) = P \cap \Pi_{C_i}$  is called a *cut* of  $P$  and  $S_i(P) = P \cap \Pi_{C_s}$ , for any  $C_s$  such that  $C_i < C_s < C_{i+1}$ , is called a *section* of  $P$ . Fig. 1 (top) shows an OP with its cuts and sections perpendicular to the  $X$ -axis.

Since we work with bounded regions,  $S_0(P) = \emptyset$  and  $S_n(P) = \emptyset$ , where  $n$  is the total number of cuts along a given coordinate axis.

Cuts and sections are orthogonal polygons embedded in the 3D space. For each main direction, sections can be computed from cuts and cuts from sections by applying simple XOR operations. These operations are actually performed on the projections of cuts and sections onto the main plane parallel to them. From now on, we thus call the projection of the  $i$ th cut and  $i$ th section onto the main plane parallel to them  $C_i$  and  $S_i$  respectively.

The two following expressions relate cuts and sections:

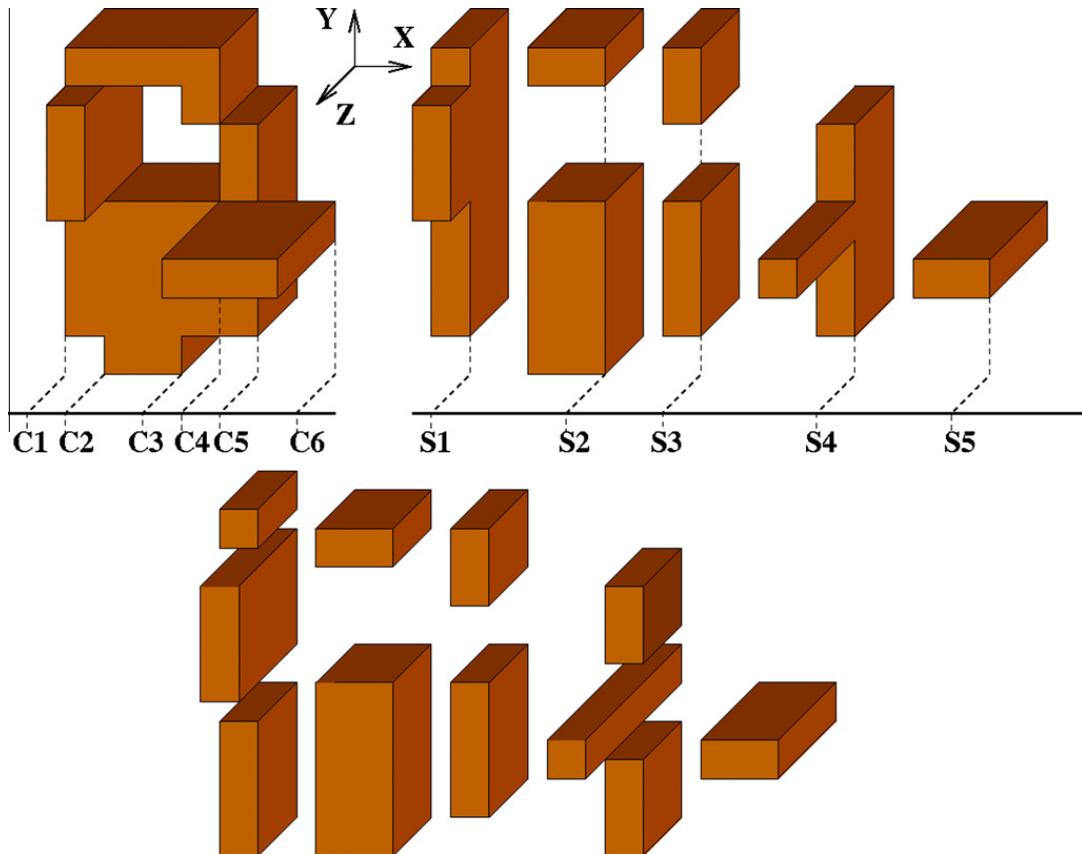
$$S_i(P) = S_{i-1}(P) \otimes C_i(P), \quad \forall i = 1 \dots n - 1$$

$$C_i(P) = S_{i-1}(P) \otimes S_i(P), \quad \forall i = 1 \dots n$$

where  $\otimes$  denotes the regularized XOR operation.

An OP can be represented with a sequence of orthogonal prisms represented by their section (see Fig. 1, top). Moreover, if we apply the same reasoning to the representative section of each prism, an OP can be represented as a sequence of boxes.

The OUDB model represents an OP with such a sequence of boxes. OUDB is axis-aligned like octrees and



**Fig. 1.** Top, left: An orthogonal polyhedron with six cuts. Top, right: Its sequence of five prisms with the representative sections (X-direction). Bottom: Its XY-OUDB representation.

bintrees, but the partition is done along the object geometry as in BSP.

Depending on the order of the axes along which we choose to split the data, an object can be decomposed into six different sets of boxes XY-, XZ-, ZX-, ZY-, YX-, and YZ-OUDB. See Fig. 1, bottom.

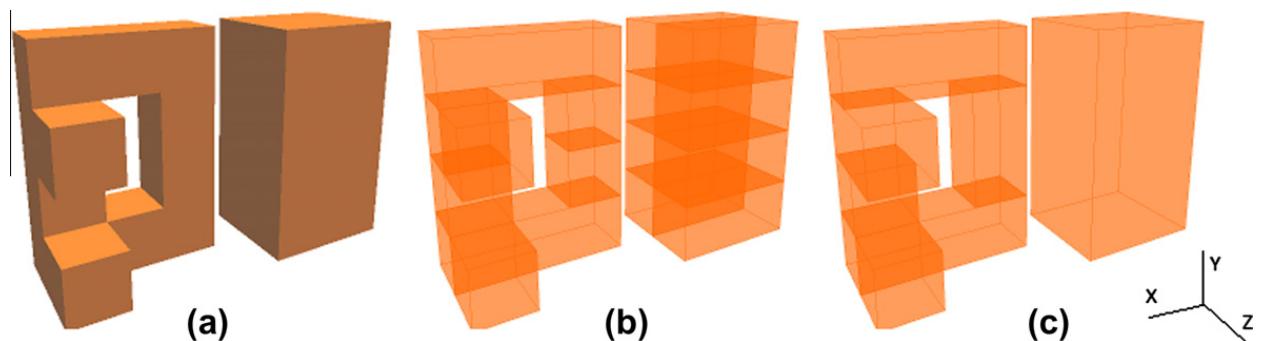
For more details concerning OP and OUDB, see Refs. [44,45].

### 3.2. Compact Union of Disjoint Boxes (CUDB)

In this work we have devised a new version of the OUDB model which we call CUDB. The CUDB model is also a union of disjoint boxes but a more compact one, as several

contiguous boxes are merged into one in several parts of the model. The CUDB model is suitable for the CCL-based virtual MIP method presented in this paper, but it would not be suitable for processes requiring an axis-ordered traversal of boxes as the order of the boxes is lost in the compacting process.

Let  $P$  be an OP. To obtain, for instance, the YZ-OUDB partitioning of  $P$ ,  $P$  is subdivided first by planes perpendicular to the Y-axis, and then by planes perpendicular to the Z-axis at every cut of  $P$ . Thus, every  $C_i$  splits the full geometry of  $P$  along the corresponding plane, thereby further and unnecessarily dividing certain local regions of  $P$ , with which  $C_i$  has no actual relationship. Fig. 2a and b illustrates this situation in which the piece on the left side causes



**Fig. 2.** (a) A polyhedron  $P$ . (b) YZ-OUDB( $P$ ) with 16 boxes. (c) YZ-CUDB( $P$ ) with seven boxes.

several unnecessary divisions of the piece on the right. This constraint is mandatory to keep the resulting boxes sorted. However, to subdivide only those pieces of  $P$  related to the *cut* responsible for the splitting, this constraint can be relaxed.

More formally, let  $b_i$  and  $b_j$  be two adjacent boxes of the OUDB( $P$ ), and let  $Sb_i$  and  $Sb_j$  be the sections of  $b_i$  and  $b_j$  respectively, which are parallel to the splitting plane. Then  $b_i$  and  $b_j$  can be compacted as a single box if  $Sb_i = Sb_j$ . Fig. 2c shows boxes that have been compacted in keeping with this property. Thus, the new CUDB( $P$ ) model has reduced the number of boxes from 16, in the OUDB( $P$ ) model, to 7. All the boxes in which the piece on the right had been unnecessarily subdivided have been compacted into a single box and part of the piece on the left has also been compacted.

Although the implicit order of the boxes in the OUDB model is lost, it is easy to preserve the adjacency information in the CUDB model with a tiny storage effort. Each box will have neighboring boxes in only two orthogonal directions, depending on the order chosen to carry out the CUDB model, and each direction goes in two opposite ways. Thus, four arrays (two for each direction) of pointers to the neighbor boxes are enough to preserve the adjacency information required for future tasks.

#### 4. CCL-based approach to virtual porosimetry

Unlike traditional approaches, which require the skeleton and the voxelization of the pore space, the CCL-based method uses the CUDB-encoded pore space as input. It consists of three different sorted sets of boxes for 3D samples, in which a box represents a cluster of voxels. Then, for each diameter  $D_i$  corresponding to successive applied pressures  $P_i$ ,  $P_i < P_{i+1}$ ,  $i = 1 \dots n - 1$ , the invaded region  $R_i$  is computed by an iterative process.

For each iteration, three main steps are applied to the CUDB-encoded pore space in order to simulate the mercury intrusion. First, all pore regions smaller than the current diameter  $D_i$  are discarded. Second, in order to prevent improper fluid flow along the pore space, the throat detection step determines all the transitions, smaller than the current diameter, between adjacent pore regions. Finally, the third step simulates the mercury intrusion, for the current diameter, by labeling boxes as invaded or not invaded, constrained by the marked narrow throats and mercury entry points. These steps are explained in more detail in the following subsections.

##### 4.1. Discarding small pore regions

The first step consists in the removal of all pore regions smaller than the current diameter  $D$ . Granulometry-based approaches apply mathematical openings to eliminate all the regions smaller than a given structuring element, while keeping the larger ones almost unchanged. The opening of a set  $X$  by a structuring element  $B$  can be expressed in terms of the morphological operations erosion ( $\ominus$ ) and dilation ( $\oplus$ ) as:

$$X \odot B = (X \ominus B) \oplus B \quad (2)$$

In these approaches, the pore space is represented by voxels on a cubic lattice and the structuring element  $B$  is naturally given by a digital representation, as well.

In the CCL-based approach, an opening-like method is used to discard small regions of the CUDB-encoded pore space that does not require explicitly performing both the erosion and dilation operations. Moreover, it uses a box-shaped structuring element with edge length  $D$ . The three YZ-, ZX-, and XY-CUDB encodings of the pore space are scanned in each main direction – X, Y, and Z respectively – and the section of each box is tested to determine whether or not it would disappear after erosion. If any of the edges of the rectangular 2D section of the current box is smaller than  $D$ , it is discarded; otherwise, it is preserved. By the end of the three scanning processes, all boxes with any section smaller than the current diameter  $D$  have been removed.

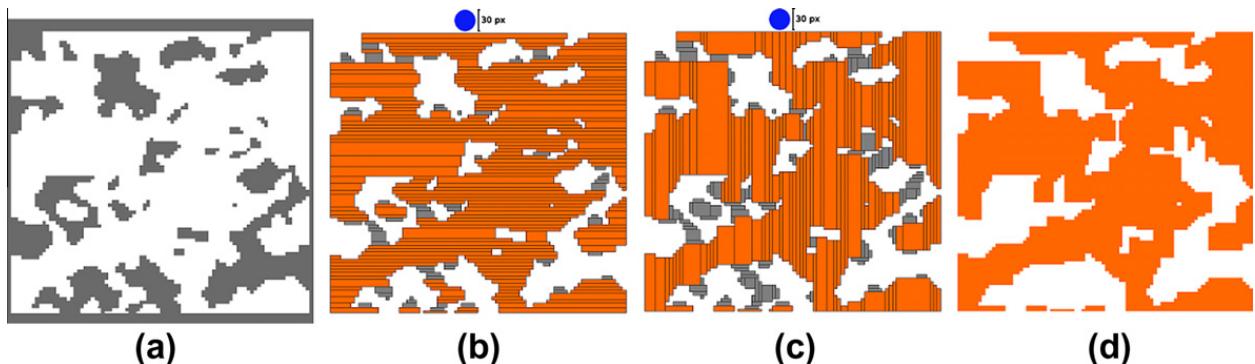
The final result of this method is not exactly equivalent to the conventional opening operation because, in the CCL-based approach, the opening is carried out independently in each orthogonal direction. Thus, erosion and dilation are not actually performed; however, all regions smaller than the structuring element are removed in a fraction of the total time of a conventional opening operation. Fig. 3 illustrates the discarding process with a 2D example for greater clarity. The 2D sample show in the figure corresponds to the cross section of a 3D synthetic sample.

##### 4.2. Detecting narrow throats

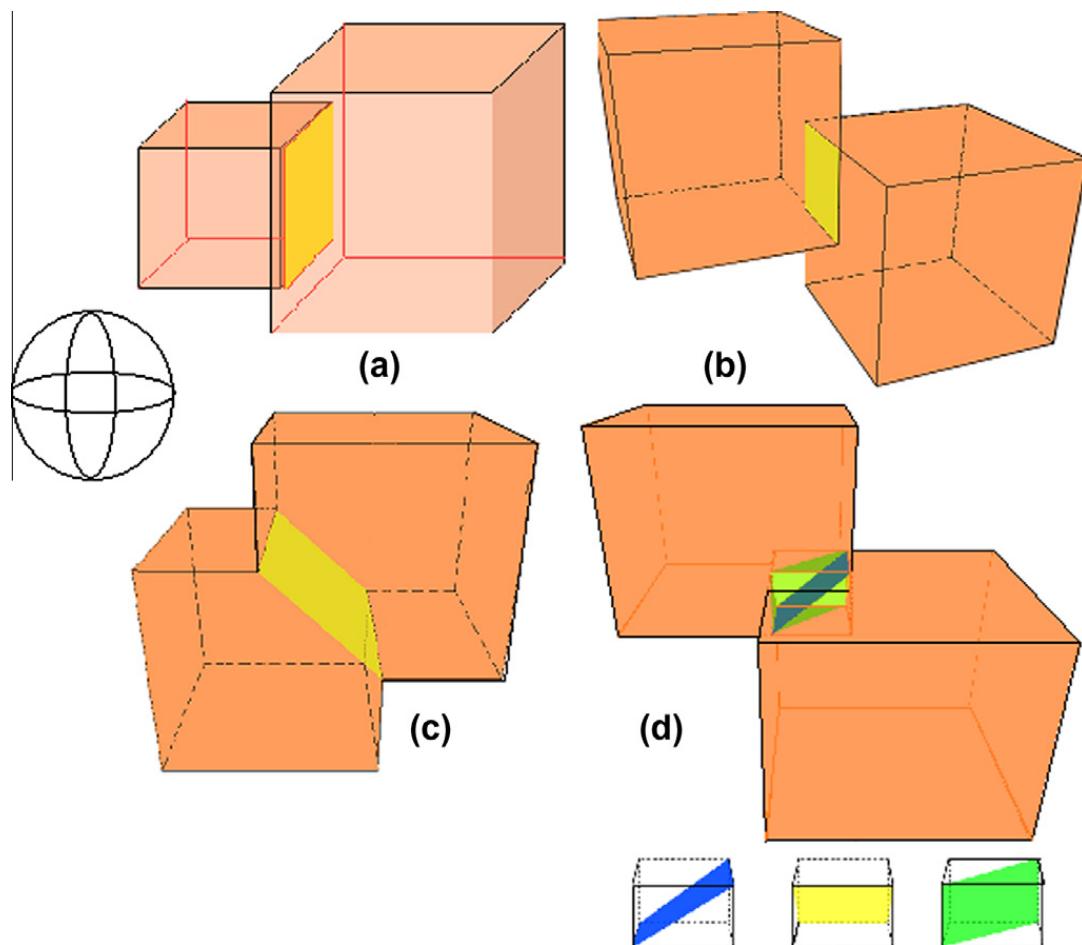
Once the discarding step has been completed, all regions smaller than the current diameter will have been removed from the original pore space. However, there are still transitions between adjacent pore regions that are not defined by any section, and, thus, will not have been detected in the discarding process. When these transitions are smaller than the current diameter, they are called narrow throats, and they can be orthogonally or obliquely oriented. The narrow throats prevent full mercury invasion of the whole pore space at the current intrusion pressure, so detecting them is mandatory to simulate the fluid flow correctly. Transitions larger than the diameter for the current intrusion pressure are ignored. Fig. 4 illustrates the narrow throats for a given diameter represented by a ball. As can be seen, a fluid with the given diameter could enter the boxes, but it could not pass through the throats (in yellow<sup>1</sup>).

Due to the orthogonal nature of the CUDB model, there are only two possible configurations of oblique throats: a single oblique throat, represented by a rectangle, and the general case, represented by three rectangles. The supporting plane of these rectangles is a plane whose normal vector has one component, which is zero. Therefore, there are three possible single oblique throats, corresponding to the three main directions (see Fig. 4d). In a general oblique throat, three rectangles are obtained, one in each main direction, and the throat is constructed from them.

<sup>1</sup> For interpretation of color in Figs. 1–14, the reader is referred to the web version of this article.



**Fig. 3.** (a) Segmented pore space (in white here and orange in the other images). (b) X-discarding: Boxes with X-sections smaller than a given diameter  $D$  are discarded (gray). (c) Y-discarding: Boxes with Y-sections smaller than  $D$  are discarded (gray). (d) Resulting pore region following the two discarding steps.



**Fig. 4.** (a) and (b) Orthogonal throats. (c) Single oblique throat. (d) Three oblique throats in the three main directions (blue, yellow and green).

In order to detect orthogonal and oblique narrow throats, following the discarding process, the remaining pore space must be exhaustively scanned in the three main directions. Two different tests are applied to detect orthogonal and oblique throats respectively.

#### 4.2.1. Orthogonal throats detection

As noted in Section 3.1,  $S_i$  refers to the projection of the  $i$ th section onto the main plane for the current scan direction.

Let  $S_i$  and  $S_{i+1}$  be the sections of two adjacent boxes, depending on the scan direction. There will be a orthogonal throat between them if:

- (i)  $(S_i \cap S_{i+1} \neq \emptyset)$
  - (ii)  $\text{Size}(S_i \cap S_{i+1}) < D$
- (3)

where  $S_i \cap S_{i+1}$  is the rectangle corresponding to the throat,  $D$  is the diameter corresponding to the current intrusion pressure and  $\text{Size}(\cdot)$  returns the size of the longest edge of the rectangle  $S_i \cap S_{i+1}$ .

Note that these and the following expressions involve sections of boxes of the CUDB model, so, they actually operate coplanar rectangles.

Two different situations are possible: one section is a subset of the other or either section is a subset of the other. In the first situation, the size of the contained section is the size of the throat (see Fig. 4a). In this case, as both boxes survived the discarding process, both are large enough to contain the intruded fluid. Therefore, the existing throat, which is as large as the smaller section, will always be larger than the current diameter. More interesting is the second case, in which the intersection (throat) is simply part of the two sections involved, as shown in Fig. 4b. Both adjacent boxes may be large enough to contain the current ball; however, the ball cannot pass from one box to the other because the throat between them is smaller than the current diameter. In this case, the previous conditions can be re-written as:

- (i)  $(S_i \cap S_{i+1}) \neq \emptyset$
  - (ii)  $S_i \not\subseteq S_{i+1}$
  - (iii)  $S_{i+1} \not\subseteq S_i$
  - (iv)  $\text{Size}(S_i \cap S_{i+1}) < D$
- (4)

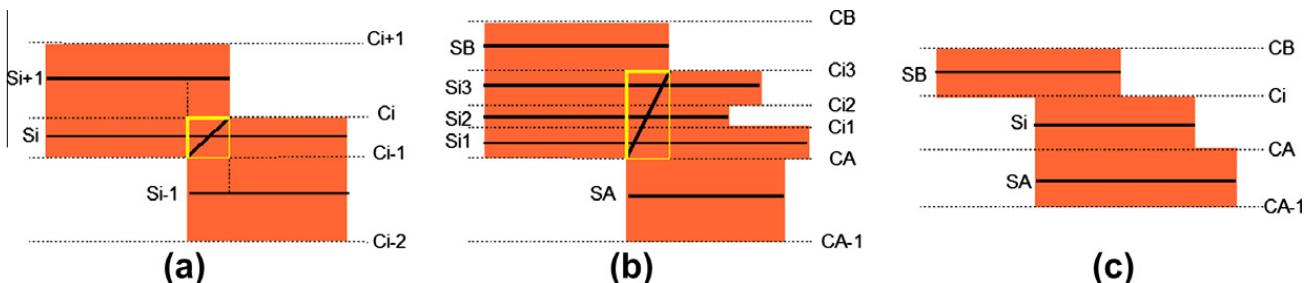
In order to detect all orthogonal throats in each of the three possible directions, the three encodings of the pore space (XY-, YZ- and ZX-CUDB) must be scanned again.

#### 4.2.2. Oblique throats detection

Let  $S_{i-1}$ ,  $S_i$  and  $S_{i+1}$  be the sections of three consecutive boxes, and let  $\bar{S}_i$  be the open set of  $S_i$  ( $S_i$  without its boundary). Then, an oblique throat exists between  $S_{i-1}$  and  $S_{i+1}$  if the following constraints are satisfied:

- (i)  $(S_{i-1} \cap S_{i+1}) \neq \emptyset$
  - (ii)  $S_{i-1} \not\subseteq S_{i+1}$
  - (iii)  $S_{i+1} \not\subseteq S_{i-1}$
  - (iv)  $(S_{i-1} \cap S_{i+1}) \subset \bar{S}_i$
- (5)

Fig. 5a illustrates the above conditions with a 2D example for greater clarity. However, oblique throats are not restricted to three consecutive sections. Depending on the geometry of the object, an oblique throat can occur between two sections  $S_A$  and  $S_B$  that have more than one intermediate section between them, as shown in Fig. 5b. In such cases, conditions (i), (ii) and (iii) of Eq. (5) must be satisfied for  $S_A$  and  $S_B$  instead of  $S_{i-1}$  and  $S_{i+1}$  respectively, and condition (iv) can be rewritten as:



**Fig. 5.** Oblique throats. (a) Simplest case of oblique throat (with just one intermediate section). (b) Oblique throat with more than one intermediate section. (c) Non-oblique throat.

$$(iv) (S_A \cap S_B) \subset \bar{S}_i, \quad \forall i | A < i < B \quad (6)$$

Meaning that  $S_A \cap S_B$  must be contained in every intermediate section between  $S_A$  and  $S_B$ .

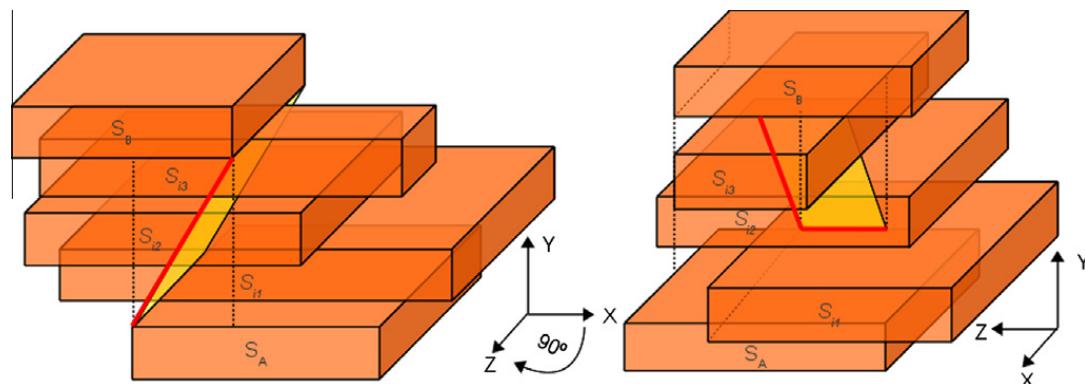
In addition, Fig. 5c shows why it is necessary to consider open sections, denoted as  $\bar{S}_i$ , for the condition (iv). Otherwise, the four above conditions would be satisfied, and the algorithm would detect oblique throats where none exist.

The previous expressions are used to detect an oblique throat between  $S_A$  and  $S_B$ . In the orthogonal case, a rectangle is obtained directly as the throat, but, in this case, we actually obtain a parallelepiped. Fig. 5a and b shows in yellow color the projection onto the XY plane of this parallelepiped. We have followed two strategies to compute the oblique throat. The first one is totally consistent with the orthogonal feature of the CCL-based approach, as the size of the throat is the size of the largest edge of the mentioned parallelepiped and the throat is computed as a L-shaped object. There are two possible L-shaped objects showed in thick and thin yellow lines respectively in Fig. 5a and b, and we can choose any of them. The second strategy to compute the throat is by considering the inclined rectangle included in the mentioned parallelepiped (see the inclined line in the 2D example of Fig. 5b and see Fig. 6 for a 3D view of such oblique throat). In this case, the size of the throat is defined as the length of the largest edge of this inclined rectangle. Both strategies separate the two regions in the current scan direction, but, as the inclined rectangle fairly cuts the narrowing zone between the two involved regions, we have used this strategy in the final version of the CCL-based method.

This inclined rectangle has a pair of inclined edges and a pair of orthogonal ones. The previous description shows how to compute the pair of inclined edges, while pair of orthogonal edges is computed by analyzing the first main axis splitting the model.

Fig. 6 shows an ZY-encoding example, where the image on the left depicts the first step of the oblique throat detection. In this case, the orthogonal pair is computed based on the Z-axis. The image on the right shows another view of the resulting oblique throat. Both images show that condition (iv) is satisfied.

As in the orthogonal case, the pore space must be scanned in the same three encodings and the conditions evaluated along the three orthogonal axes in order to detect oblique throats in each possible direction. Fig. 4c shows a situation in which there is a single oblique throat,



**Fig. 6.** Example of ZY-encoding for oblique throats. Left: The first step in the oblique throat detection. Right: (rotated  $-90^\circ$  around Y) The resulting oblique throat.

while Fig. 4d shows the general case in which three oblique throats in the three main directions are obtained in the same region.

#### 4.2.3. Removing narrow throats

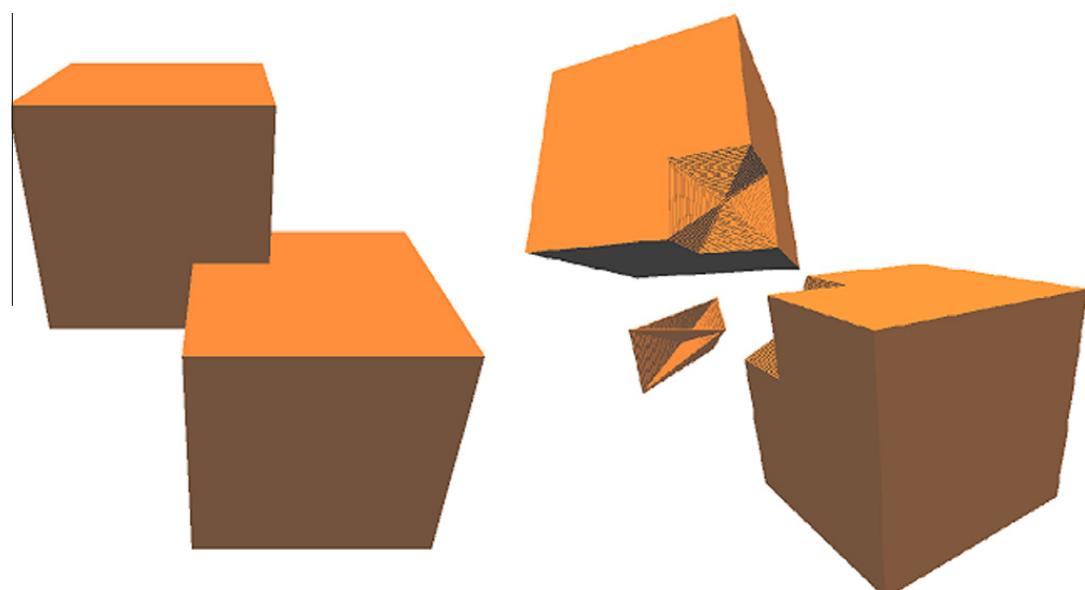
Each computed throat separates the remaining pore space into two disjoint pieces. Thus, removing a too-small throat stops the mercury from passing from an invaded region into the adjacent one connected by the throat. Therefore, once all orthogonal and oblique throats have been detected, the pore space is subdivided along each one. In order to achieve this subdivision, each throat is represented by a unit-width OP (a cuboid). The difference between the OP of the pore space and that of the throat thus produces the object subdivided at the throat.

These operations are now explained in more detail as all the throats are actually processed at the same time. First, the rectangles corresponding to the throats are represented with cuboids. An orthogonal throat is represented by a single cuboid, but to obtain oblique throats, a scan

conversion process is performed. Oblique throats always have two main axis-aligned edges, and we can therefore compute the 2D scan conversion of their projection and then apply a sweep to the corresponding main axis. Oblique throats are, then, the union of a set of disjoint cuboids of the same length. The second step performs the union of all the throats, and the third step determines the difference between the pore space and this union of throats.

Fig. 7 illustrates a configuration that produces a general oblique throat, shown in Fig. 4d. The geometry of this oblique throat can be described as a vertex of degree 6 situated at the intersection of the three rectangles such that its edges correspond to all the intersections between any pair of rectangles.

To perform these operations we use another model related to OUDB and CUDB, the EVM model, which is very fast performing Boolean operations between OP. EVM represents an OP with a subset of its vertices, and conversion from OUDB and CUDB to EVM and vice versa is straightforward. Moreover, two of this model's properties make it



**Fig. 7.** Left: Configuration producing the intersection of three oblique throats (shown in Fig. 4d). Right: Removed part and disjoint components obtained (the two blocks have been separated and rotated for greater clarity).

possible to perform the Boolean operations of the first and third step as simple exclusive OR operations between the vertices of the involved OP:

- *Property 1*: Let  $P$  and  $Q$  be two OPs such that  $P \cap Q = \emptyset$ , with  $EVM(P)$  and  $EVM(Q)$  as their respective EVM models. Then  $EVM(P \cup Q) = EVM(P) \otimes EVM(Q)$ .
- *Property 2*: Let  $P$  and  $Q$  be two OPs such that  $P \supseteq Q$ , with  $EVM(P)$  and  $EVM(Q)$  as their respective models. Then  $EVM(P - Q) = EVM(P) \otimes EVM(Q)$ .

where  $\otimes$  is the exclusive OR operation. *Property 1* applies to Boolean operations performed in the first step, while *Property 2* is used to calculate the difference in the third step. However, in the second step, as the throats are not necessarily disjoint, *Property 1* does not apply, and a general union is performed. For more details on the EVM model and its Boolean operations, see Refs. [44,45].

The remaining pore space, subdivided into multiple disconnected regions, is now ready for the mercury intrusion simulation.

#### 4.3. Mercury intrusion simulation

The CUDB resulting from the previous steps is comprised of two kinds of regions: those regions whose size corresponds to the current diameter, and those regions that would be accessible only through throats narrower than the current diameter. The last step, which removes these narrower throats from the model, guarantees that these regions are disconnected. To simulate the mercury intrusion, a process similar to connected-component labeling (CCL) is used to label all the CUDB boxes as invaded or not invaded.

We use a typical two-pass CCL algorithm. The labeling pass labels all the elements and records the equivalences detected on the fly. The second pass, called renumbering, solves all the equivalences and renames the elements. This algorithm was already used with OUDB models in Ref. [42] to detect disjoint pieces in an OPP.

In the CCL-based method, as we are simulating mercury intrusion from the exterior, we have initially labeled all those boxes connected to the boundary (entry boxes) as invaded. Then, the CUDB model is traversed, and each box of the model is labeled on the fly with the same value of the already labeled neighboring box or with a new label, if no neighbor has yet been labeled. If the current box  $b$  is a neighbor of any entry box, then  $b$  is labeled as invaded. When a box has two or more neighbors labeled with different values, a label equivalence is recorded. That means that two regions considered as disconnected are actually connected by the current box. All the equivalences are solved in the renumbering pass. After the labeling and renumbering passes have been completed, all boxes labeled as non-invaded are discarded and the invaded boxes define the CUDB model of the region filled at the current mercury pressure.

#### 5. Computing the pore map

Once the iterative process has finished, a set of  $n$  labeled CUDB-encoded regions,  $CUDB_{R_i}, i = 1 \dots n$ , will have been

produced. Each region  $R_i$  corresponds to the subset of the pore space invaded by the mercury at the intrusion pressure  $P_i$ , so, according to the Washburn law, the following property is always satisfied:

$$P_i < P_j \Rightarrow D_i > D_j \Rightarrow R_i \subseteq R_j, i < j \quad (7)$$

Then, let  $\widehat{R}_i$  be the region invaded by the mercury exclusively at the intrusion pressure  $P_i$ , i.e. the region that is not invaded at any other lower pressure. For every  $P_i$ ,  $\widehat{R}_i$  can be obtained, in terms of the CUDB model, as:

$$\begin{aligned} CUDB_{\widehat{R}_1} &= CUDB_{R_1} \\ CUDB_{\widehat{R}_i} &= CUDB_{R_i} - CUDB_{R_{i-1}}, \quad i = 2 \dots n \end{aligned} \quad (8)$$

Finally, the pore map,  $PM$ , in which the entire pore space is shown subdivided into pore regions, each represented by a set of boxes labeled with the same value, is obtained as:

$$CUDB_{PM} = \bigcup_i CUDB_{\widehat{R}_i} \quad (9)$$

where each box belonging to  $PM$  has been labeled with the value related to the minimum pressure enabling mercury invasion of the box. Fig. 8 illustrates a detail of the resulting pore map for a 2D sample. Let us consider that mercury enters from the left side of the image. Several diameters can be identified in the figure. Moreover, it can be seen that the narrow throat at the middle of the sample prevents the mercury from reaching the right side of the pore space at lower input pressures (in blue).

#### 6. Experimental results

The CCL-based method presented here, like, those based on prior computation of the skeleton, is a geometric approaches that computes the expected solution.

Fig. 9 shows two phantom models for which it is easy to determine the theoretical solution. The example on the left shows two cases: in (a) there is only one entry point at the top of the model, while in (b) there are two entry points. Because MIP actually computes the volume associated with the narrowings of the model, the expected results are different as shown in these figures. The example on the right shows a phantom model of a scaffold with its expected theoretical result.

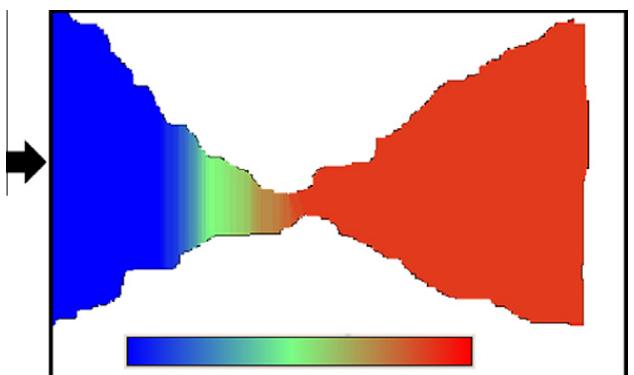
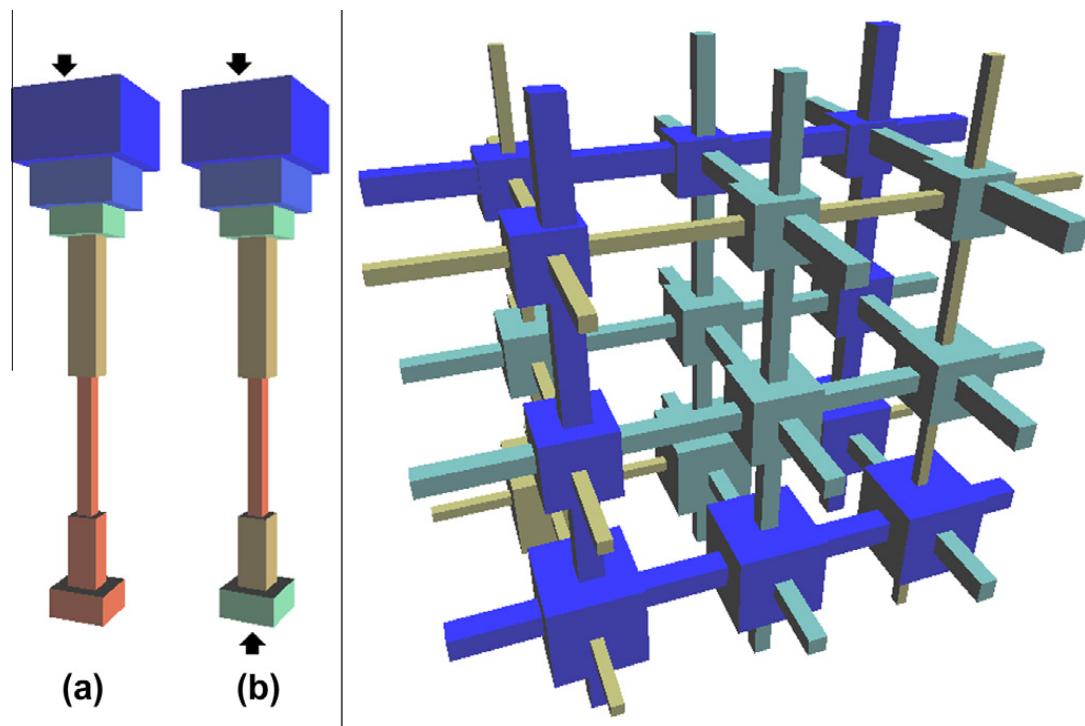


Fig. 8. Detail of a porosimetry.

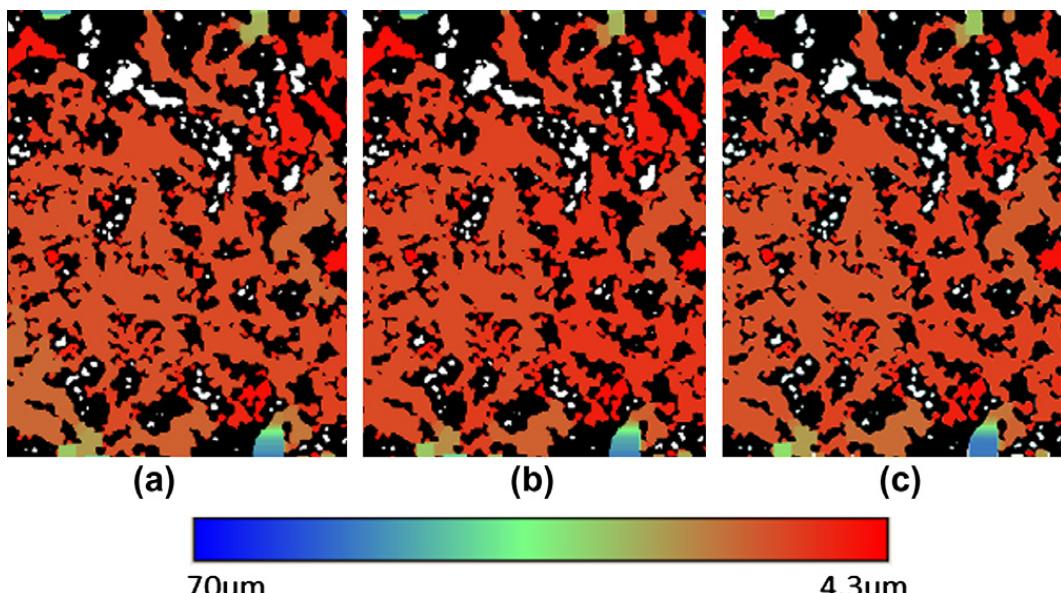


**Fig. 9.** Pore map of phantom models. Left: Single model. Right: Scaffold.

We have compared the CCL-based approach with an skeleton-based approach where the skeleton voxels are labeled with the chessboard distance [46]. For the two phantom models in Fig. 9 the result was the same for both and matched the expected theoretical result.

For real data sets, the skeleton-based approach can have up to a one-voxel error, due to the medialness property of the skeleton for even distances in a discrete space. As the CCL-based approach requires no skeleton, it avoids such approximation errors.

Fig. 10 shows a visual comparison of a 2D section of a real dataset corresponding to a porous biomaterial sample (PLA) with multiple entry points. The (c) image shows the resulting pore map obtained with the skeleton-based virtual MIP, while the other two images show the result with the CCL-based proposal. The (b) image shows the result using the L-shape strategy for oblique throats detection, and (a) the result using the inclined rectangle. In this figure, a slight color difference is noted between (a) and (c), while (b) shows almost the same colors than (c).



**Fig. 10.** Pore map resulting after MIP simulation with the CCL-based method ((a) using the inclined rectangle strategy and (b) the L-shape), and (c) the skeleton-based method.

For a more objective test, the pore-size distribution of the above 2D sample was computed using the same three approaches (see Fig. 12). As expected, the L-shape strategy gives almost the same result as the skeleton-based approach. In this case the difference is only due to the medialness approximation used in the skeleton-based approach. On the other hand, comparing these results with the result that uses the inclined rectangle gives more differences, due to the different volume associated to the two regions separated by an oblique throat. Fig. 11 shows a zoom of the same region of the three cases of Fig. 10, where the shape of an oblique throat is depicted in detail.

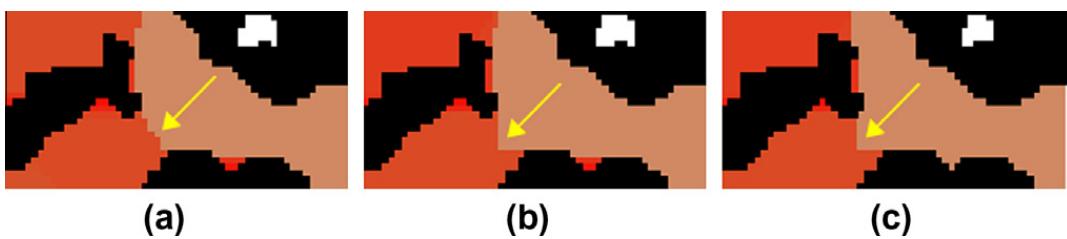
From the analysis of the absolute-volume histogram in Fig. 12 with the inclined rectangle strategy for oblique throats, we compute the maximum difference between the CCL-based and skeleton-based approach that is less

**Table 1**

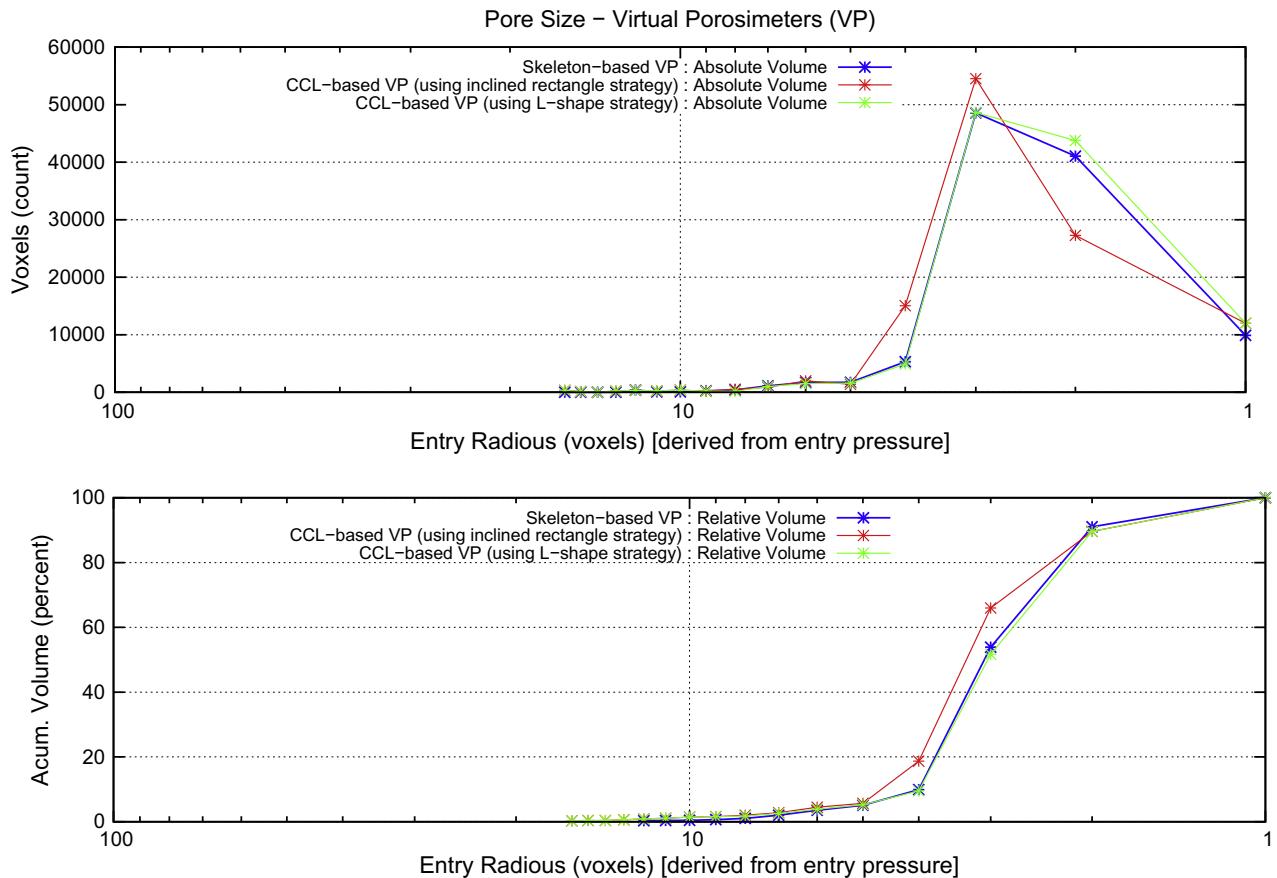
Processing time (in seconds) for skeleton-based and the new CCL-based MIP approaches.

Dataset	Size	Sk-based (s)	CCL-based (s)
PLA	237 × 220 × 314	6393	828
STONE	159 × 271 × 179	1800	114
SCAFF	229 × 241 × 241	370	25.5
GLASS	100 × 100 × 100	187	9.6

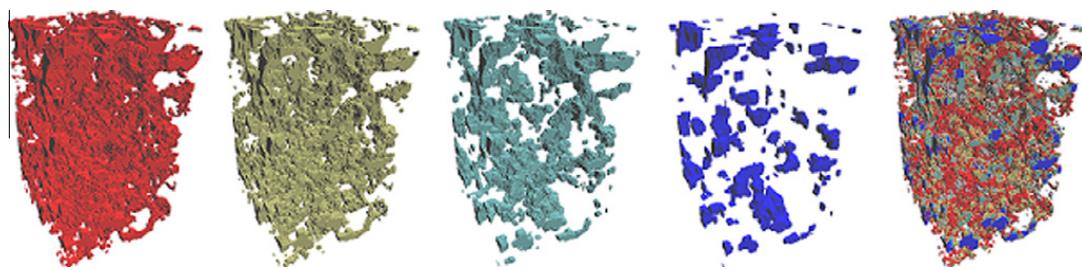
than 12% with respect to the whole intruded volume. However if we use the L-shaped strategy, this maximum difference is less than 3%. These results are consistent with the fact that the L-shaped strategy is geometrically more similar to the skeleton-based method than the inclined rectangle strategy.



**Fig. 11.** Oblique throat shape with the CCL-based method ((a) using the inclined rectangle strategy and (b) the L-shape), and (c) with the skeleton-based method.



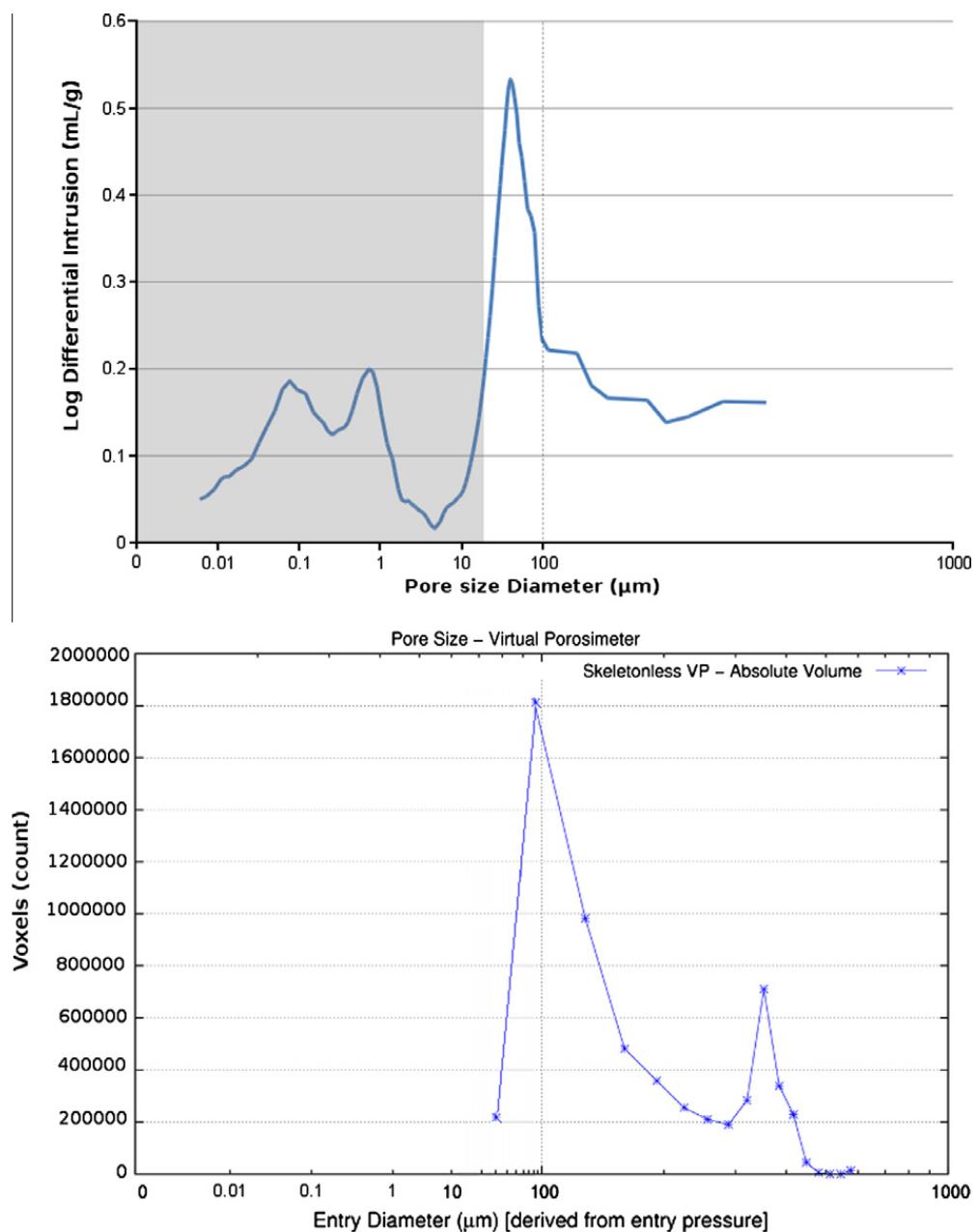
**Fig. 12.** Absolute (top) and relative (bottom) pore-size distribution histograms obtained with the CCL-based and skeleton-based MIP methods.



**Fig. 13.** Simulation of progressive mercury intrusion over the STONE sample. Left to right: Original pore space; invaded region at higher pressure; invaded region at medium pressure; invaded region at lower pressure; putting all together.

The main goal of the presented CCL-based method is its performance and we have compared running times with an skeleton-based method [46]. We have tested several real 3D porous samples, as shown in Table 1 and described below.

**PLA:** A biomaterial sample consisting of polylactic acid (PLA) with a  $16 \mu\text{m}^3$  voxel resolution, produced by researchers from the Materials Division of the Institute of Bioengineering of Catalonia, IBEC.



**Fig. 14.** Pore-size distribution histograms for the PLA sample obtained with real (top) and the CCL-based virtual (bottom) MIP methods.

**GLASS:** A glass sample consisting of calcium phosphate glass with a  $7.4 \mu\text{m}^3$  voxel resolution, produced by researchers from the Materials Division of IBEC.

**STONE:** A stone sample consisting of sedimentary rock from a Lybian oil-bearing unit with a  $4.4 \mu\text{m}^3$  voxel resolution, provided by the Department of Stratigraphy of the University of Barcelona (UB).

**SCAFF:** A synthetic scaffold.

All but the last sample have been scanned by *Trabeculae* (<http://www.trabeculae.com>). We have segmented them by thresholding and applying noise filtering. To illustrate the relative speed of the new CCL-based approach MIP method presented here, Table 1 shows the processing times for both approaches, skeleton-based (Sk-based) and CCL-based, using the aforementioned samples. The algorithm was executed on a PC Intel(R) Pentium(R) CPU 3.20 GHz with 3.2 Gb of RAM.

Fig. 13 shows a simulation of the mercury intrusion at three different input pressures and the resulting 3D pore map for the STONE sample.

Finally, we will discuss the comparison of the results obtained with in-silice methods, such as the CCL-based presented in this paper, with those of real MIP. We had been provided with the physical porosimetry results of the biomaterial sample, PLA, and Fig. 14 shows the corresponding histogram (top) together with the histogram obtained with the CCL-based method (bottom). The shaded area in the top histogram indicates the diameter range that cannot be reached by the in-silice method due to the resolution of the  $\mu\text{CT}$  capture device.

Based on the analysis of these histograms with the aid of an expert, we can conclude that the diameter value corresponding to the maximum volume (which is relevant information for materials scientists) is almost the same. Moreover, despite the different natures of the experiments, which makes a total direct correlation difficult, the behavior of the histograms is quite similar.

A more detailed discussion of the comparison of physical and in-silice porosimetry methods is beyond the scope of this paper. The interested reader is referred to Ref. [47] for a related and extensive discussion applied to sedimentary rock samples. We also refer to Ref. [24] for a discussion of the problems and challenges of physical and in-silice methods applied to the study of the pore-size distribution of porous materials, such as concrete.

## 7. Conclusion

A new CCL-based approach to simulate mercury intrusion in a porous medium has been proposed that does not require prior computation of the skeleton. As this prior preprocessing is very time-consuming, this approach achieves a noticeable reduction in time. Moreover, the CUDB model has been introduced as a compact version of the OUDB partitioning that reduces the total number of processed boxes. The key feature of the presented approach is the throat computation, because it is the throats that make it possible to separate regions corresponding to different diameters. A flood-fill process is then applied

using a CCL algorithm to the reduced number of boxes of the CUDB model.

The in-silice approaches are based on the geometry of the analyzed samples and the results obtained are the expected theoretical results as shown in the experimental results section. However, comparing the results of physical and in-silice methodologies is still a challenging task.

As a future work, several topics must still be studied. We remain in touch with biomaterials and geology research teams that provide us with new problems to study and other kinds of real samples. We will develop new methods for structural parameters, such as connectivity and anisotropy. Moreover, we are also interested in applying time-varying techniques based on OUDB and CUDB methods. At present, we are beginning to study these techniques in a problem that aims to determine the critical points of the basalt fusion process by analyzing a temporal image series.

## Acknowledgments

This paper was partially supported by the National Project TIN2008-02903 of the Spanish Government and by Project 02-1/07 of the Institute of Bioengineering of Catalonia (IBEC). J. Rodríguez was supported by a grant from the University of Carabobo, Venezuela. I. Cruz was supported by a MAE-AEcid grant from the Spanish government. The authors thank the anonymous reviewers whose suggestions and questions gave them challenge and opportunity to greatly improve the paper.

## References

- [1] E.J. Garboczi, D.P. Bentz, N.S. Martys, Methods in the Physics of Porous Media, Digital Images and Computer Modeling, vol. 35, Academic Press, 1999, pp. 1–41.
- [2] W. Sun, A. Darling, B. Starly, J. Nam, Computer-aided tissue engineering: overview, scope and challenges, Biotechnology and Applied Biochemistry 39 (2004) 29–47.
- [3] W. Sun, B. Starly, J. Nam, A. Darling, Bio-CAD modeling and its applications in computer-aided tissue engineering, Computer-Aided Design 37 (2005) 1097–1114.
- [4] D.B. Silin, G. Jin, T.W. Patzek, Robust determination of the pore space morphology in sedimentary rocks, Journal of Petroleum Technology (2004) 69–70.
- [5] K.M. Golden et al., Thermal evolution of permeability and microstructure in sea ice, Geophysical Research Letters (2007) 1–6.
- [6] P. Stroeven, Z. Guo, Modern routes to explore concrete's complex pore space, Image Analysis and Stereology 25 (2006) 75–86.
- [7] T.V. Cleynenbreugel, Porous Scaffolds for the Replacement of Large Bone Defects. A Biomechanical Design Study, Ph.D. thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2005.
- [8] J. Toriwaki, T. Yonekura, Euler number and connectivity indexes of a three dimensional digital picture, Forma 17 (2002) 183–209.
- [9] S. Konkle, P. Moran, B. Hamann, K. Joy, Fast methods for computing isosurface topology with Betti numbers, in: Data Visualization: The State of the Art Proceedings Dagstuhl Seminar on Scientific Visualization, 2003, pp. 363–376.
- [10] D. Ayala, E. Vergés, Structural parameters computation of a volume using alternative representations, in: F. Serón, O. Rodríguez, J. Rodríguez, E. Coto (Eds.), Proceedings of IV Iberoamerican Symposium in Computer Graphics, 2009, pp. 73–80.
- [11] J. Delerue, S. Lomov, R. Parnas, I. Verpoest, M. Wevers, Pore network modeling of permeability for textile reinforcements, Polymer Composites 24 (2003) 244–357.
- [12] E. Vergés, D. Ayala, S. Grau, D. Tost, Virtual porosimeter, Computer-Aided Design and Applications 5 (2008) 557–564.

- [13] E. Vergés, D. Ayala, S. Grau, D. Tost, 3D reconstruction and quantification of porous structures, *Computers & Graphics* 32 (2008) 438–444.
- [14] W.B. Lindquist, A. Venkatarangan, Investigating 3D geometry of porous media from high resolution images, *Physics and Chemistry of the Earth, Part A* 25 (1999) 593–599.
- [15] Z. Liang, M.A. Ioannidis, I. Chatzis, Geometric and topological analysis of three-dimensional porous media: pore space partitioning based on morphological skeletonization, *Journal of Colloid and Interface Science* 221 (2000) 13–24.
- [16] G. Schema, S. Favretto, Pore space network characterization with sub-voxel definition, *Transport in Porous Media* 70 (2007) 181–190.
- [17] M. Stauber, R. Müller, Volumetric spatial decomposition of trabecular bone into rods and plates: a new method for local bone morphometry, *Bone* 38 (2006) 475–484.
- [18] F. Peyrin, Z. Peter, A. Larrue, A. Bonnassie, D. Attali, Local geometrical analysis of 3D porous network based on medial axis: application to bone micro-architecture microtomography images, *Image Analysis and Stereology* 26 (2007) 179–185.
- [19] L. Pothuaud et al., Combination of topological parameters and bone volume fraction better predicts the mechanical properties of trabecular bone, *Journal of Biomechanics* 35 (2002) 1091–1099.
- [20] L. Pothuaud, D.C. Newitt, Y. Lu, B. MacDonald, S. Majumdar, In vivo application of 3D-line skeleton graph analysis (LSGA) technique with high-resolution magnetic resonance imaging of trabecular bone structure, *Osteoporosis International* 15 (2004) 411–419.
- [21] M. Hilpert, C.T. Miller, Pore-morphology-based simulation of drainage in totally wetting porous media, *Advances in Water Resources* 24 (2001) 243–255.
- [22] H.J. Vogel, J. Tölke, V. Schulz, M. Krafczyk, K. Roth, Comparison of a lattice-Boltzmann model, a full-morphology model, and a pore network model for determining capillary pressure-saturation relationships, *Vadose Zone Journal* 4 (2005) 380–388.
- [23] W. Schulz, J. Becker, A. Wiegmann, P.P. Mukherjee, C. Wang, Modeling of two-phase behavior in the gas diffusion medium of PEFCs via full morphology approach, *Journal of The Electrochemical Society* 154 (2007) B419–B426.
- [24] V. Cnudde, A. Cwirzen, B. Maddchaele, P.J.S. Jacobs, Porosity and microstructure characterization of building stones and concretes, *Engineering Geology* 103 (2009) 76–83.
- [25] S. Ovaysi, M. Pir, Direct pore-level modeling of incompressible fluid flow in porous media, *Journal of Computational Physics* 229 (2010) 7456–7476.
- [26] J. Andrade et al., Fluid flow through porous media, *Physical Review Letters* 79 (1997) 3901–3904.
- [27] E. Boek, M. Venturoli, Lattice-Boltzmann studies of fluid flow in porous media with realistic rock geometries, *Computers and Mathematics with Applications* 59 (2010) 2305–2314.
- [28] J. Hyvälöma et al., Evaluation of a lattice-Boltzmann method for mercury intrusion porosimetry simulations, *Future Generation Computer Systems* 20 (2004) 1003–1011.
- [29] H. Samet, *Applications of Spatial Data Structures: Computer Graphics, Image Processing, and GIS*, Addison-Wesley, 1990.
- [30] M. Dillencourt, H. Samet, M. Tamminen, A general approach to connected-component labeling for arbitrary image representations, *Journal of the ACM* 39 (1992) 253–280.
- [31] W. Quadros, K. Shimada, S. Owen, 3d Discrete skeleton generation by wave propagation on PR-octree for finite element mesh sizing, in: G. Elber, N. Patrikalakis (Eds.), *Proc. ACM Symposium on Solid Modeling and Applications*, 2004, pp. 327–332.
- [32] W. Wong, F.Y. Shih, T. Su, Thinning algorithms based on quadtree and octree representations, *Information Sciences* 176 (2006) 1379–1394.
- [33] J. Wilhelms, A.V. Gelder, Octrees for faster isosurface generation, *ACM Transactions on Graphics* 11 (1992) 201–227.
- [34] E. LaMar, B. Hamann, K. Joy, Multiresolution techniques for interactive texture-based volume visualization, in: *IEEE Visualization'99*, 1999, pp. 355–361.
- [35] C. Andújar, P. Brunet, D. Ayala, Topology-reducing surface simplification using a discrete solid representation, *ACM Transactions on Graphics* 21 (2002) 88–105.
- [36] J. Vanderhyde, A. Szymczak, Topological simplification of isosurfaces in volume data using octrees, *Graphical Models* 70 (2008) 16–31.
- [37] A. Greß, R. Klein, Efficient representation and extraction of 2-manifold isosurfaces using kd-trees, *Graphical Models* 66 (2004) 370–397.
- [38] G.J. Grevera, J.K. Udupa, D. Odhner, An order of magnitude faster isosurface rendering in software on a PC than using dedicated, general purpose rendering hardware, *IEEE Transactions Visualization and Computer Graphics* 6 (2000) 335–345.
- [39] L. Thurfjell, E. Bengtsson, B. Nordin, A boundary approach to fast neighborhood operations on three-dimensional binary data, *CVGIP: Graphical Models and Image Processing* 57 (1995) 13–19.
- [40] B. Kim, J. Seo, Y. Shin, Binary volume rendering using slice-based binary shell, *The Visual Computer* 17 (2001) 243–257.
- [41] J. Rodríguez, D. Ayala, A. Aguilera, *Geometric Modeling for Scientific Visualization, EVM: A Complete Solid Model for Surface Rendering*, Springer Verlag, 2004, pp. 259–274.
- [42] J. Rodríguez, D. Ayala, Fast neighborhood operations for images and volume data sets, *Computers & Graphics* 27 (2003) 931–942.
- [43] L. Latecki, 3D well-composed pictures, *Graphical Models and Image Processing* 59 (1997) 164–172.
- [44] A. Aguilera, *Orthogonal Polyhedra: Study and Application*, Ph.D. thesis, LSI-Universitat Politècnica de Catalunya, 1998.
- [45] A. Aguilera, D. Ayala, Geometric Modeling, Converting Orthogonal Polyhedra from Extreme Vertices Model to B-Rep and to Alternating Sum of Volumes, vol. 14, Springer, 2001, pp. 1–18 (Computing Supplement).
- [46] E. Vergés, D. Ayala, Improved virtual porosimeter, in: XXVI CASEIB, 2008, pp. 497–500.
- [47] E. Vergés, D. Tost, D. Ayala, E. Ramos, S. Grau, 3d pore analysis of sedimentary rocks, *Sedimentary Geology* 234 (2011) 109–115.



researcher until October 2010.

**Dr. Jorge Ernesto Rodríguez** is an Associate Professor at the University of Carabobo (UC) in Venezuela. He is also member of the Multidisciplinary Research Center in Visualization and Scientific Computing (CEMVIC). He obtained a degree in Computer Sciences (1994) and a Ph.D. in Software (2004). His research interests are focussed in volume models and analysis techniques applied to seismic models and bioengineering discipline. He is currently working in the Polytechnical University of Catalonia (UPC) as invited



**Irving Cruz-Matías** received B.Sc. degree in Computing Engineering from the Technological University of the Mixteca (Mexico) in 2003, and the M.Sc. degree in Computing from the University of the Américas Puebla (Mexico) in 2007; Currently, he is a Ph.D. student in Computing from the Polytechnical University of Catalonia (UPC) where his main research areas are volume modelling and visualization, and calculus of structural parameters.



**Eduard Vergés** is currently doing his Ph.D. with the program of Biomedical Engineering at the Polytechnic University of Catalonia. His project is entitled modeling, analysis and visualization of porous biomaterials. He has been working on it in the recent years, and his expertise would include manipulation of volume datasets with alternative representation schemes and measurement of their porosity using different in-silico approaches.



**Dr. Dolors Ayala** is an Associate Professor of the Software Department of the Polytechnical University of Catalonia (UPC). She is also the head of the Computer Graphics Group of the Bioengineering Institute of Catalonia (IBEC) and member of the Research Center of Biomedica Engineering of the UPC. She obtained a degree in Industrial Engineering (1982) and a Ph.D. in Computer Science (1987). Her research interests are focussed in volume models and analysis techniques applied to the bioengineering discipline. She works in multidisciplinary projects with biomaterials, veterinary and geology researches. She publishes regularly in computer graphics journals and conferences.

## Cartografía cerebral 3D obtenida a partir de electroencefalogramas en papel

***Rodríguez Jorge<sup>1</sup>, Facenda Gerardo<sup>1</sup>, Eblen-Zajjur Antonio<sup>2</sup>***

<sup>1</sup>Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico,  
Facultad de Ciencias y Tecnología (FACYT)

<sup>2</sup>Laboratorio de Neurofisiología, Facultad de Ciencias de la Salud (FCS)  
Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.  
[jrodrigu@uc.edu.ve](mailto:jrodrigu@uc.edu.ve)

### RESUMEN

El electroencefalograma (EEG) es el registro clínico no invasivo más empleado para la detección rápida de estados disfuncionales del cerebro. En la actualidad la interpretación de los trazos electroencefalográficos en papel es altamente usada para el diagnóstico de diferentes patologías y requiere de un alto grado de conocimiento y entrenamiento. La cartografía cerebral, por su parte, es una técnica de representación de los trazos electroencefalográficos en forma de mapas en dos o tres dimensiones, sintetizando el contenido de todas las señales registradas por los electrodos para un tiempo dado. Hoy en día, existen sistemas de cartografía cerebral digitales muy sofisticados, pero a costos muy elevados y altos requerimientos de hardware. Adicionalmente, la gran mayoría de los centros clínicos en los países en vías de desarrollo, poseen equipos de EEG convencionales. En este trabajo, se propone el desarrollo de una herramienta de software para la generación y visualización interactiva de mapas de actividad eléctrica cerebral a partir de los EEG convencionales en papel. Ello permite dotar, a bajo costo, a los electroencefalógrafos convencionales en papel de la capacidad de representación visual de los electroencefalógrafos digitales modernos.

**Palabras Clave:**EEG digital, cartografía cerebral, visualización científica.

### ABSTRACT

Electroencephalogram (EEG) is the most used clinical test to evaluate the brain's functionality. It is a non-invasive technique which provides a rapid detection of the brain's dysfunctionalites. Nowadays, diagnosis based on the EEG curves is widely used, but its correct interpretation requires a lot of training and knowledge. On the other hand, Cartography of the brain is an important complement of the EEG It represents the EGG curves as a 2D or 3D color map. It allows to show the electric activity of the brain as a

color map over the head's surface, sintetizing the electric information captured by the electrodes at a given time. There are very sophisticated digital EEG devices which allows to generate 3D cartography of the brain. However, these devices are very expensive. In addition, most of the medical centers in the development countries have conventional EGG devices with paper output. This work presents the development of a software application which allows to generate 3D maps of the electrical activity of the brain from the conventional electroencephalogram on paper. In this way, an ancient and conventional analogic EGG becomes in a modern digital EGG with a very low cost.

**Keywords:** digital EEG, brain cartography, scientific visualization.

## INTRODUCCIÓN

En el año 1929, H. Berger, psiquiatra alemán, creó la técnica de exploración neurofisiológica conocida como electroencefalografía (EEG) según Niedermeyer y Silva (1). Esta registra, en la superficie de la cabeza, las débiles corrientes eléctricas generadas por el cerebro. Estas señales eléctricas con amplitudes de 5 a 500 microvoltios, son amplificadas, filtradas y por último los resultados son impresos típicamente sobre una tira de papel con un gráfico continuo y multicanal de amplitud ( $\mu$ V) versus el tiempo (ms), el cual se interpreta generalmente con técnicas basadas en la inspección visual. Esta interpretación requiere de habilidad y años de experiencia clínica. El especialista debe ser capaz de manejar la valoración de la amplitud, frecuencia, localización y morfología de las ondas cerebrales, para determinar si una banda espectral de EEG es normal, aumentada o disminuida. Los EEG digitales (dEEG), al igual que los EEG convencionales, recogen las señales eléctricas del cerebro mediante electrodos, pero esta vez las ondas amplificadas alimentan una computadora. A partir de un dEEG podemos visualizar las señales de EEG en diferentes perspectivas utilizando la información para producir una representación tridimensional de la actividad eléctrica del cerebro. El interés en ésta técnica se sustenta en su sensibilidad para la detección de

patrones anormales de actividad eléctrica, especialmente en ondas de bajo voltaje, además de aportar hasta un 30% mejor localización anatómica de lesiones al compararla con los EEG convencionales (2), siendo útil en las evaluaciones de las demencias (3). Desafortunadamente, el hardware y software requerido para la realización de dEEG son extremadamente costosos y poco accesibles. Por ello, en la mayoría de los hospitales actuales, los médicos realizan sus estudios a partir de EEG en papel. El presente trabajo presenta el desarrollo de una herramienta de software que recibe como entrada la digitalización de un EEG en papel y genera el mapa 3D de actividad eléctrica cerebral usando.

Debido a que el número de electrodos o puntos de medición es reducido (típicamente de 8 a 32) en comparación a la superficie encefálica, la generación de imágenes cartográficas o mapas de actividad encefálica requiere calcular un número muy superior de puntos a partir de los puntos medidos, para así obtener una imagen adecuada. Este proceso matemático se denomina interpolación.

Diversos trabajos han sido desarrollados para la creación de mapas cerebrales a partir de las señales electroencefalográficas. Inicialmente y aún en la actualidad, se propusieron software de mapeo tridimensional de la actividad eléctrica cerebral con técnicas de interpolación lineal y exponencial basadas en el cálculo a partir de los puntos vecinos más cercanos (4,5), sin embargo, en estas propuestas, el proceso de interpolación no considera la cualidad semiesférica de la superficie craneal donde están colocados los electrodos.

En la actualidad una nueva familia de algoritmos de interpolación basados en funciones splines permiten resultados más confiables que aquellos métodos de interpolación por puntos vecinos más cercanos. El primero de estos métodos de interpolación se basaba en funciones splines de placas delgadas (6,7).

Posteriormente, los trabajos de Perrin et al., (8) y Wahba (9) aplican funciones de splines esféricos para llevar a cabo la interpolación. Este método ofrece resultados mejores que los anteriores, especialmente cuando el número de electrodos es pequeño, es decir, cuando existe submuestreo espacial. Una descripción detallada de las funciones de splines esféricos aplicados a la generación de mapas cerebrales puede ser hallada en (10). Asimismo, Soufflet et al., (11) proponen una comparación estadística de los métodos de interpolación aplicados al mapeo tridimensional de EEG, resultando particularmente confiables los splines esféricos. Más recientemente, Walerjan et al., (12) diseñan un programa para el análisis de EEG usando técnicas de mapeo cerebral aplicando diferentes algoritmos de interpolación, desde los basados en métodos de vecinos más cercanos hasta métodos basados en funciones de splines esféricos.

Asimismo, González y Eblen-Zajjur (13) desarrollaron un sistema para obtener, a partir de mediciones manuales de amplitud de registros convencionales en papel de EEG, representaciones 2D y 3D de la actividad eléctrica cerebral. Dicha propuesta fue aplicada posteriormente en el desarrollo de una herramienta de software para la generación de mapas 3D a partir de EEG en papel (14).

En nuestra propuesta, retomamos los trabajos de Escalona et. al. [EDG04] y González y Eblen-Zajjur (15), usando una estrategia optimizada del cálculo de la interpolación con splines esféricos que permite disminuir significativamente el tiempo de cómputo de los mapas cerebrales y así facilitar el proceso de interpretación de las imágenes digitales del trazado EEG en papel y mejorar sustantivamente la interfaz gráfica con el usuario.

## MATERIALES Y MÉTODOS

La generación de los mapas cerebrales consiste en asociar a cada uno de los puntos sobre la superficie craneal, el valor de voltaje eléctrico que le corresponde según la

medición realizada por el EEG. Asociando una escala de color a los voltajes podemos generar mapas de colores como el mostrado en la figura 1, en la que se presenta una proyección cenital circular de la cabeza del paciente, orientado con el nasion hacia abajo generada a partir de un registro monopolar de 9 electrodos. Se aprecia la distribución del campo eléctrico instantáneo según la escala de microvoltaje equivalente a 14 tonos o pseudocolores en la margen derecha. Los puntos oscuros corresponden a la localización de los electrodos de registro a partir de los cuales se obtuvo las mediciones reales.

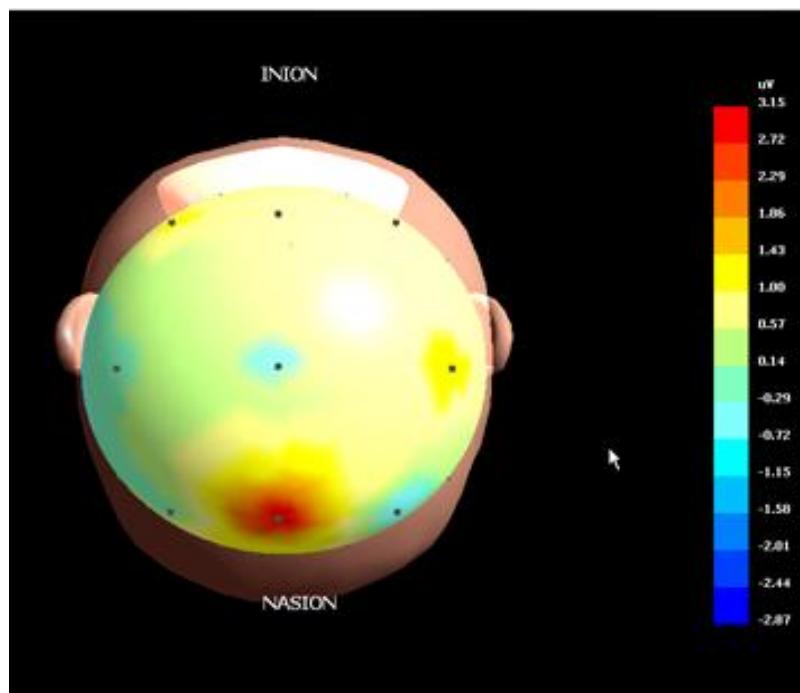


Figura 1. Mapa de actividad eléctrica cerebral instantánea con proyección cenital, nasion hacia abajo. Distribución de potenciales de campo expresados en  $\mu\text{V}$  según escala de 14 pseudocolores. Valores positivos representados con colores cálidos (rojo) y valores negativos con colores fríos (azul).

En el resto de la superficie craneal sólo podemos aproximar los valores de voltaje a través del proceso de interpolación. En el presente trabajo, se utilizaron las funciones de splines

esféricos para la interpolación, éstas pueden ser definidas como sigue: Sea  $W(x,y)$  el valor de voltaje interpolado en el punto  $P(x,y)$ , sea  $S$  una proyección esférica de  $P(x,y)$ , sea  $E_i$  la ubicación esférica del electrodo  $i$ -ésimo, la fórmula del spline esférico de grado  $m$ , para  $N$  electrodos es de la siguiente forma:

$$W(x, y) = C_0 + \sum_{i=1}^N C_i * g_m(\cos(S, E_i)) \quad (1)$$

donde  $\cos(S, E_i)$  representa el coseno del ángulo entre los vectores  $S$  y  $E_i$  y  $g_m$  se expresa como:

$$g_m(x) = \frac{1}{4\prod_{n=1}^{\infty}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n(n+1))^m} P_n(x) \quad (2)$$

con  $P_n$  el polinomio de *Legendre* de grado  $n$ . Por su parte, los polinomios de *Legendre* se definen recursivamente de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_n(1) &= 1, \forall n \\ P_{n+1}(x) &= \frac{2n+1}{n+1} x P_n(x) - \frac{n}{n+1} P_{n-1}(x), n \geq 1 \end{aligned} \quad (3)$$

Dado que conocemos los voltajes en los  $E_i$ , correspondientes a las ubicaciones de los electrodos y estableciendo la siguiente condición:

$$\sum_{i=1}^n C_i = 0 \quad (4)$$

Podemos construir un sistema de ecuaciones lineales para calcular los  $C_i$  de la siguiente forma:

Sea  $G_m$  una matriz  $N \times N$  tal que  $G_m[i,j] = g_m(\cos(E_i, E_j))$ .

Sea  $C = [c_1, c_2, \dots, c_N]^t$ ,  $U = [1, 1, \dots, 1]^t$  y  $W = [W_1, W_2, \dots, W_N]^t$ , entonces:

$$G_m * C + c_0 U = W \quad (5)$$

$$U^t C = 0$$

De esta manera, resolvemos el sistema planteado para obtener los coeficientes  $C_i$ . Una vez que éstos han sido calculados, la ecuación 1 permite interpolar el voltaje a cualquier punto sobre la superficie semi-esférica craneal.

Al analizar la ecuación 1, notamos que los puntos sobre la superficie semi-esférica, para los cuales vamos a interpolar sus voltajes son constantes. Luego, para hacer los cálculos más rápidos es posible pre-calcular los coeficientes  $g_m(\cos(S, E_i))$ , y almacenarlos en una tabla de búsqueda de acceso directo. Ello ha permitido acelerar considerablemente el proceso de interpolación en relación a (13-15). En la sección de resultados se puede apreciar comparaciones al respecto.

### *Procesamiento de Imágenes de EEG Digitalizados*

Como dijéramos en la introducción de este trabajo, uno de los aportes de este trabajo en relación a trabajos anteriores consiste en el módulo que permite realizar cartografía cerebral a partir de EEG convencionales en papel. Para ello, la tira de papel del EEG es digitalizada en un scanner convencional a una aceptable resolución (600 DPI o superior). La imagen resultante de esta digitalización es cargada en la aplicación y se inicia el proceso de interpretación de dicha imagen. Este proceso comprende dos etapas: Limpiado de la imagen y en segundo lugar, conversión de la imagen en valores de amplitud EEG.

### *Limpieza de la Imagen*

La primera fase comprende el procesamiento digital de la imagen para eliminar ruidos inherentes al proceso de "escaneado" del EEG en papel y a manchas en el formato original. Este procesamiento consistió en aplicar sobre la imagen binaria del EEG un algoritmo de barrido con análisis de la 8-vecindad de cada píxel. Un píxel negro es catalogado como perteneciente a una traza cuando 5 o más píxeles de su 8-vecindad resulten negros (Ver figura 2-izquierda). Por el contrario, si menos de 5 píxeles de su 8-vecindad son negros, se dice que el píxel es ruido en la imagen (Ver figura 2-derecha). De esta manera, se eliminan numerosas manchas pequeñas aisladas en la imagen.

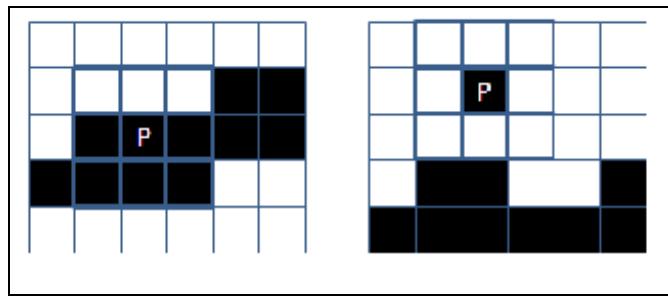


Figura 2. Izquierda: Píxel P catalogado como ruido. Derecha: Píxel P catalogado como traza.

### *Conversión de píxeles a valores de amplitud EEG ( $\mu$ V)*

Una vez que la imagen ha sido limpia de ruidos pequeños, se inicia el proceso de conversión de píxeles a valores de amplitud comprensibles por el módulo de generación de la cartografía cerebral. Para ello se debe construir, a partir de cada curva presente en la imagen, una traza de grosor unitario de donde sea posible extraer para cada valor  $x$ , correspondiente a un instante de tiempo, un único valor  $y$  que represente el valor de amplitud en este punto. Para ello se desarrolló un algoritmo de extracción de valores de amplitud basado en el recorrido de los píxeles negros adyacentes. Un proceso de

adelgazamiento de la curva permite obtener una representación funcional de la señal donde para cada instante discreto  $x$  existe un único valor de amplitud  $y$ . Este proceso de adelgazamiento se lleva acabo de la siguiente manera: Partiendo de un píxel negro semilla  $(x,y)$ , se inicia un recorrido horizontal de la curva hacia la posición  $x+1$ . Si  $(x+1,y)$ ,  $(x+1,y+1)$  o  $(x+1,y-1)$  es negro, se evalúa la secuencia vertical ininterrumpida, hacia arriba y hacia abajo, de píxeles negros adyacentes. Se escoge, como siguiente píxel de la traza, el valor medio de dicha secuencia. De esta forma, extraemos un único valor de amplitud para cada posición  $x$  a lo largo de la traza. La figura 3 ilustra este proceso.

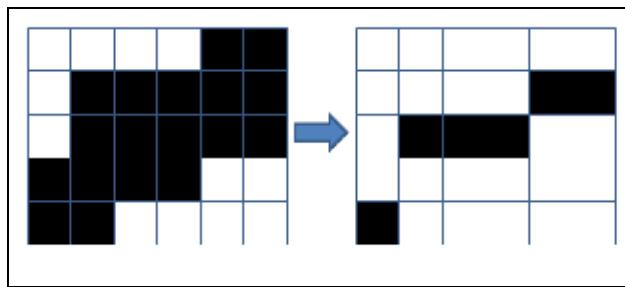


Figura 3. Izquierda: Imagen original. Derecha: Traza unitaria extraída.

La escogencia de la semilla es igualmente un proceso automático, a través de un recorrido vertical de la imagen en la posición de inicio de las trazas EEG. Por su parte, determinar el valor de amplitud consiste en estimar la distancia, hacia arriba o hacia abajo, del valor de amplitud respecto a una línea horizontal referencial que representa el voltaje cero. Esta línea referencial es ubicada automáticamente por la aplicación a partir de las marcas que, para tal fin, posee la hoja del electroencefalograma en papel (Ver figura 4). Estas marcas son detectadas automáticamente por la aplicación. Sin embargo, esta línea podrá ser reubicada interactivamente por el usuario si fuera necesario.

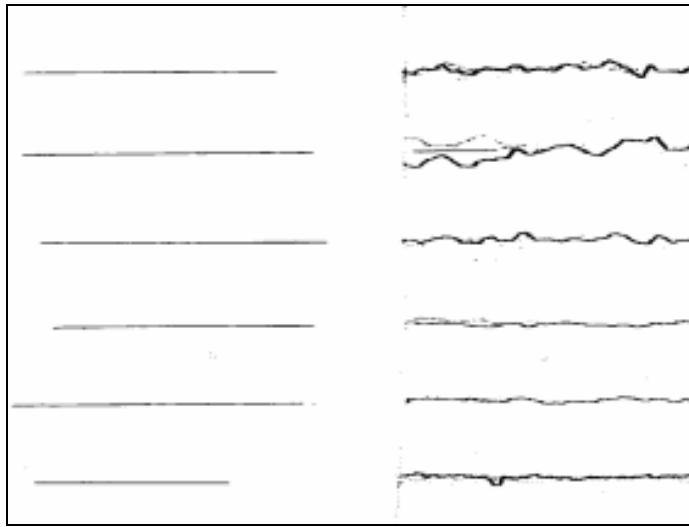


Figura 4. Líneas referenciales del voltaje cero en el EEG en papel a partir de las cuales se calculan los valores de amplitud ( $\mu\text{V}$ ) positivos o negativos de cada trazo o canal de registro del EEG.

#### *Generando una traza continua*

Como se puede apreciar en la figura 3, la traza resultante del proceso anterior puede presentar discontinuidades. Estas discontinuidades, irrelevantes para el proceso de obtención de valores de amplitud, son sin embargo desagradables para la representación gráfica de la traza EEG en pantalla. Por ello a fin mostrar al usuario una traza EEG continua tal y como está acostumbrado a percibirla en el EEG en papel, se desarrolló un tercer algoritmo de reparación de discontinuidades en la traza. Este procedimiento consiste en ir desplazándose horizontalmente por la traza y llenar los píxeles blancos faltantes para garantizar continuidad en la traza. Si estamos ubicados en el píxel negro  $(x,y)$  y en la columna siguiente,  $x+1$ , el píxel negro está ubicado en la fila  $y+i$ , el algoritmo rellenará todos los píxeles blancos desde la posición  $(x+1,y)$  hasta la posición  $(x+1,y+i-1)$ , garantizando la continuidad de la traza.

La figura 5 ilustra este procedimiento. En la sección de resultados se pueden apreciar ejemplos para EEG completos.

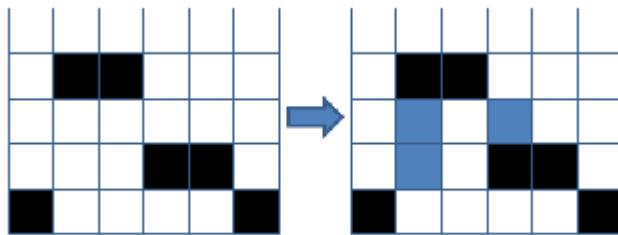


Figura 5. En la izquierda se presenta una traza discontinua original, en la derecha se muestra la discontinuidad reparada por el programa.

#### *Interfaz Gráfica con el Usuario*

Tal como dijéramos en la sección 2, otro aporte de nuestra propuesta consistió en dotar a la herramienta de software de una interfaz gráfica que facilitará al usuario la interacción con la aplicación. Para ello se integró el módulo de procesamiento de la imagen de EEG con el módulo de cartografía cerebral en una única herramienta. El desarrollo de todos los módulos fue realizado en lenguaje C++ en conjunto con las bibliotecas de manipulación de gráficos 3D OpenGL y de desarrollo de interfaces gráficas con el usuario Qt, lo cual permite su compilación y uso en cualquier plataforma de uso masivo.

#### *Módulo de procesamiento de imágenes de EEG*

Consiste de una pantalla donde se visualiza la imagen del EEG digitalizado y un panel superior con los comandos de limpieza de la imagen y conversión a trazas de amplitud. Asimismo, una vez convertida la imagen a trazas de amplitudes, es posible modificar la ubicación vertical de la línea de referencia, voltaje cero, para cada traza en forma

independiente. Adicionalmente, es posible definir de manera interactiva el intervalo de tiempo o periodo de señal del EEG que deseamos mapear tridimensionalmente. Finalmente, operaciones convencionales de *zoom-in* y *zoom-out*, almacenar un EEG procesado e incluso imprimir un EEG nuevamente en papel pueden ser activadas desde este módulo. La figura 6 ilustra la interfaz de este módulo.

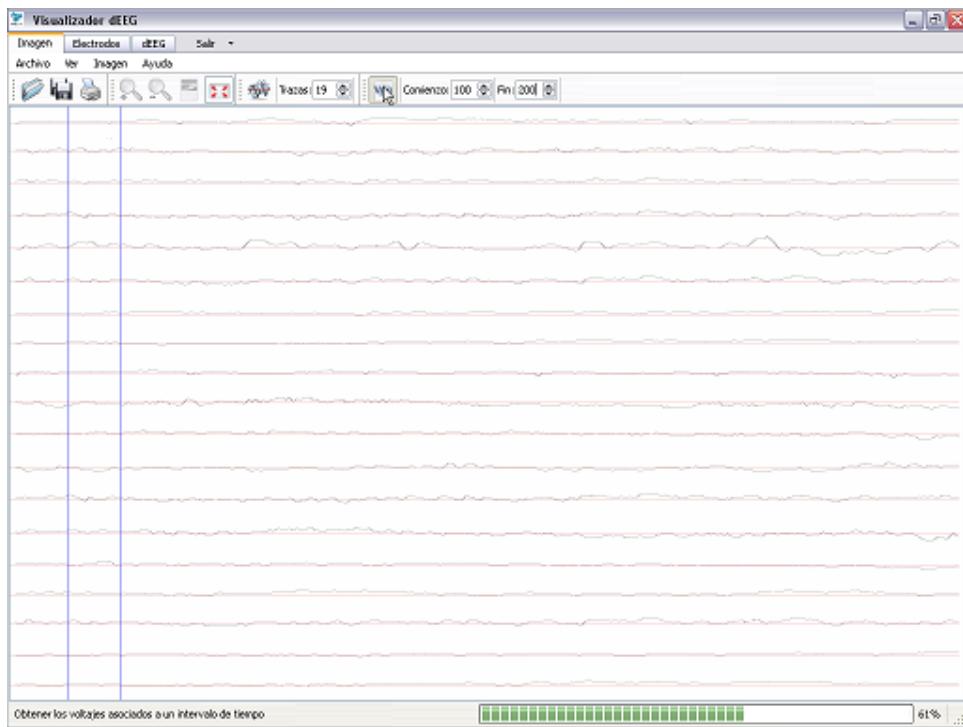


Figura 6. Apariencia del módulo de procesamiento de la imagen de EEG mostrando en el panel inferior un EEG digital reconstruido por el sistema a partir de un trazo sobre papel. El panel superior muestra los comandos de apertura, grabado, impresión de registros, zoom in y out, líneas de referencia, escala y periodo de tiempo a mapear.

#### *Módulo de cartografía cerebral*

El módulo de cartografía cerebral, como su nombre lo indica, es el módulo que permite generar los mantos de actividad eléctrica cerebral a partir del EEG ya procesado, y mostrarlos en forma de un mapa de colores sobre una superficie semi-esférica que

representa la superficie craneal del paciente. En este caso, se mejoró notablemente la salida gráfica de la aplicación, mostrando el mapa cerebral sobre una representación gráfica tridimensional correspondiente a una vista cenital una cabeza humana fija. Sobre esta representación fija se debe indicar la configuración de electrodos utilizada en el proceso de captación y se activa el proceso de generación de los mapas cerebrales en correspondencia con el intervalo establecido en el módulo anterior. Los mantos de actividad eléctrica cerebral son mostrados sobre una representación 3D de la misma cabeza, pero en este caso puede ser rotada libremente por el usuario con el objeto de ver el mapa de actividad eléctrica desde cualquier perspectiva. La actividad eléctrica cerebral será mostrada en forma de una película animada donde van variando los colores de acuerdo a la variación de los voltajes en el intervalo establecido por el usuario y en correspondencia con la escala existente. Esta película puede ser detenida en cualquier momento, puede ser repetida, puesta en reversa o adelantarse a discreción del usuario. La figura 7 muestra la apariencia de la pantalla de configuración de electrodos y la figura 8 ilustra la interfaz gráfica de visualización de los mapas de actividad eléctrica cerebral.

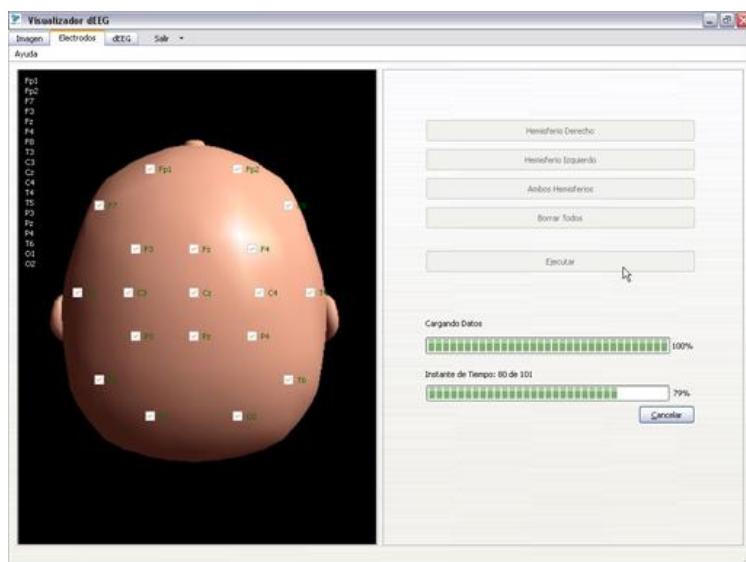


Figura 7. Apariencia del modulo de configuración de electrodos con la que se define el arreglo de electrodos con sólo seleccionar los utilizados.

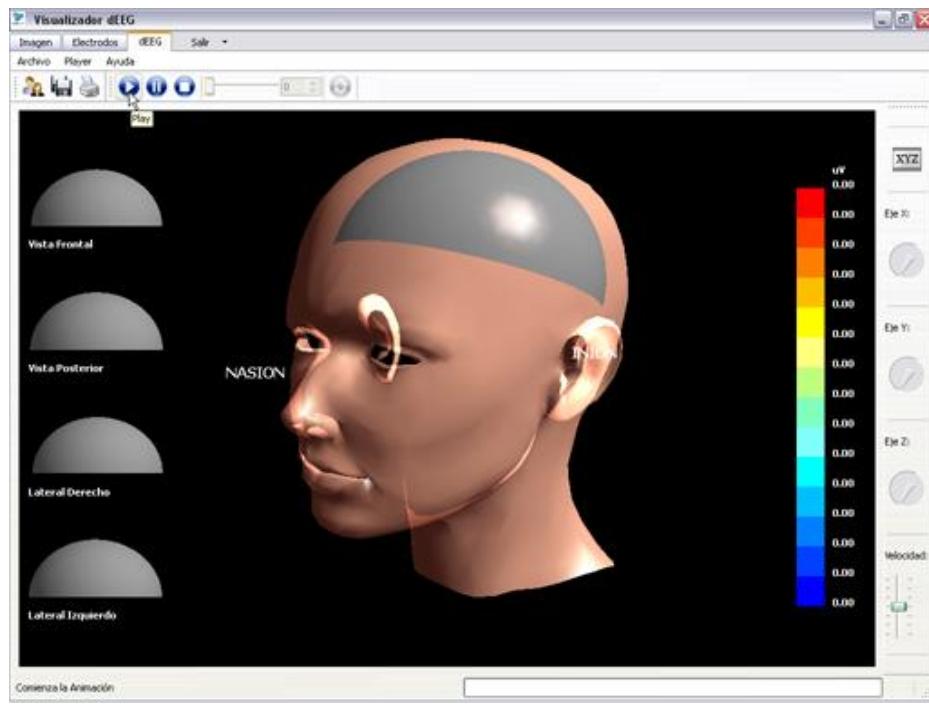


Figura 8. Apariencia del modulo de cartografía cerebral. El panel inferior presenta los mapas de actividad eléctrica cerebral con las 4 proyecciones ortogonales fijas (izquierda) y la proyección encefálica completa 3D (centro) desde cualquier perspectiva. Escala de voltaje ( $\mu$ V) de 14 tonos de pseudocolores. En el marco aparecen los controles de velocidad de presentación, perspectiva, grabación e impresión de imágenes.

## RESULTADOS

A continuación presentamos un conjunto de resultados obtenidos con la aplicación desarrollada en este trabajo. Todos estos resultados fueron generados en una PC convencional con procesador Pentium 4 de 2.66Ghz. La tabla 1 muestra la comparación en tiempo de proceso para la generación de la película de mapas de EEG para periodos de 5, 10, 15 y 20 segundos respectivamente, a partir de registros monopolares de ocho electrodos. La columna *Previos* muestra los tiempos obtenidos con la versión anterior del algoritmo de generación mapas EEG propuesto previamente (13-15), mientras que la

columna *Actual* muestra los tiempos obtenidos con la propuesta presentada en este trabajo optimizando el proceso de interpolación. Asimismo, la columna *Reducción* presenta el porcentaje de reducción del tiempo alcanzando entre 89,5 y 96,5% para los tiempos de generación de la película.

<i>Periodo</i>	<i>Hemisferios</i>	<i>Previos</i>	<i>Actual</i>	<i>Reducción</i>
5 seg.	Ambos	59 seg.	6,2 seg.	89,5 %
10 seg.	Ambos	116 seg.	8,3 seg.	92,8 %
15 seg.	Ambos	173 seg.	10,4 seg.	94,0 %
20 seg.	Ambos	338 seg.	11,7 seg.	96,5 %

Tabla 1. Tiempo de generación de los mapas cerebrales en función del intervalo del EEG obtenidos con algoritmos previos (13-15) y la propuesta del presente estudio mediante interpolación por splines esféricos.

La figura 9 ilustra el procesamiento de una imagen de EEG escaneada y su conversión en una traza de amplitudes comprensible por el módulo de cartografía cerebral. Como puede observarse, la traza generada queda libre de ruido y cada traza del EEG es representada como una curva continua de grosor unitario, consistente con la forma de la traza original en papel.

Por su parte, la imagen de la figura 10 muestra el hemisferio derecho y el hemisferio izquierdo para un mismo instante de tiempo, tal como es mostrado en la aplicación desarrollada. Asimismo, la secuencia de imágenes de la figura 11 muestra cuatro pictogramas de una película de cartografía cerebral generados a partir de un EEG en papel. Esta secuencia se presenta a manera de cine o animación en una sola pantalla y en cualquiera de las proyecciones requeridas por el usuario.

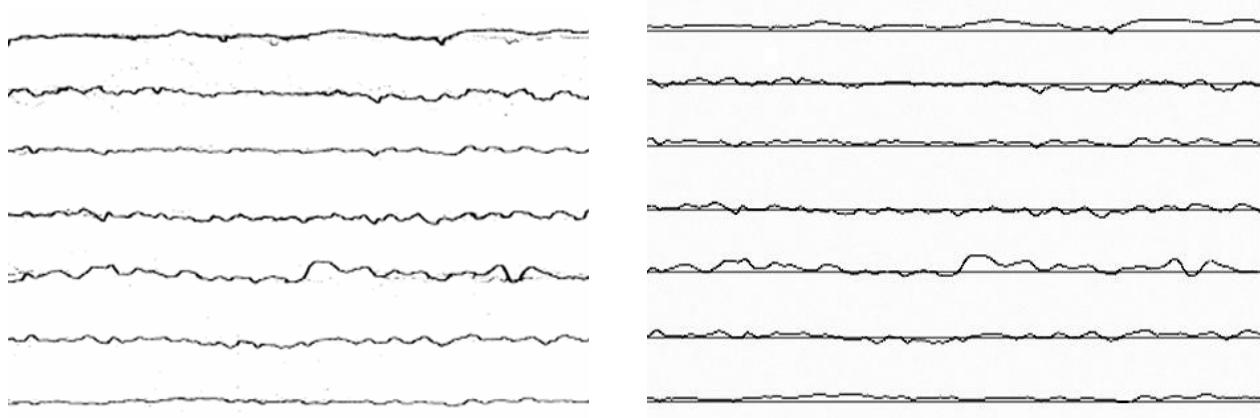


Figura 9. En la izquierda se muestra un trazado EEG original escaneado, en la derecha el mismo EEG procesado y reconstruido por el sistema propuesto.

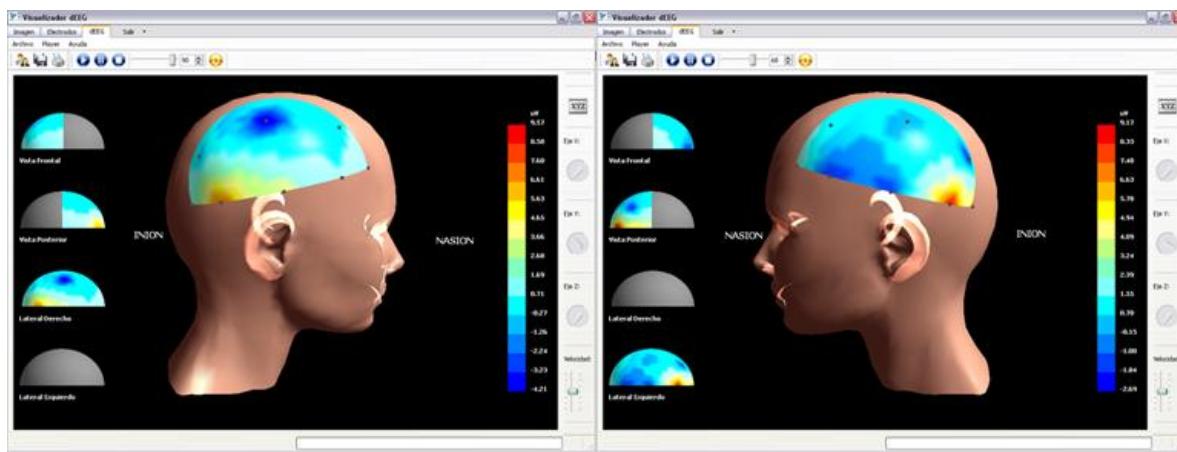


Figura 10. Mapas de actividad eléctrica cerebral de un paciente masculino de 17 años de edad, sin estimulación, mostrando un área de activación de alto voltaje parietal alto en el hemisferio derecho (mapa de la izquierda). El hemisferio izquierdo presenta una gran área de alto voltaje fronto-temporal con áreas más restringidas de alto voltaje en los lóbulos parietal y occipital.

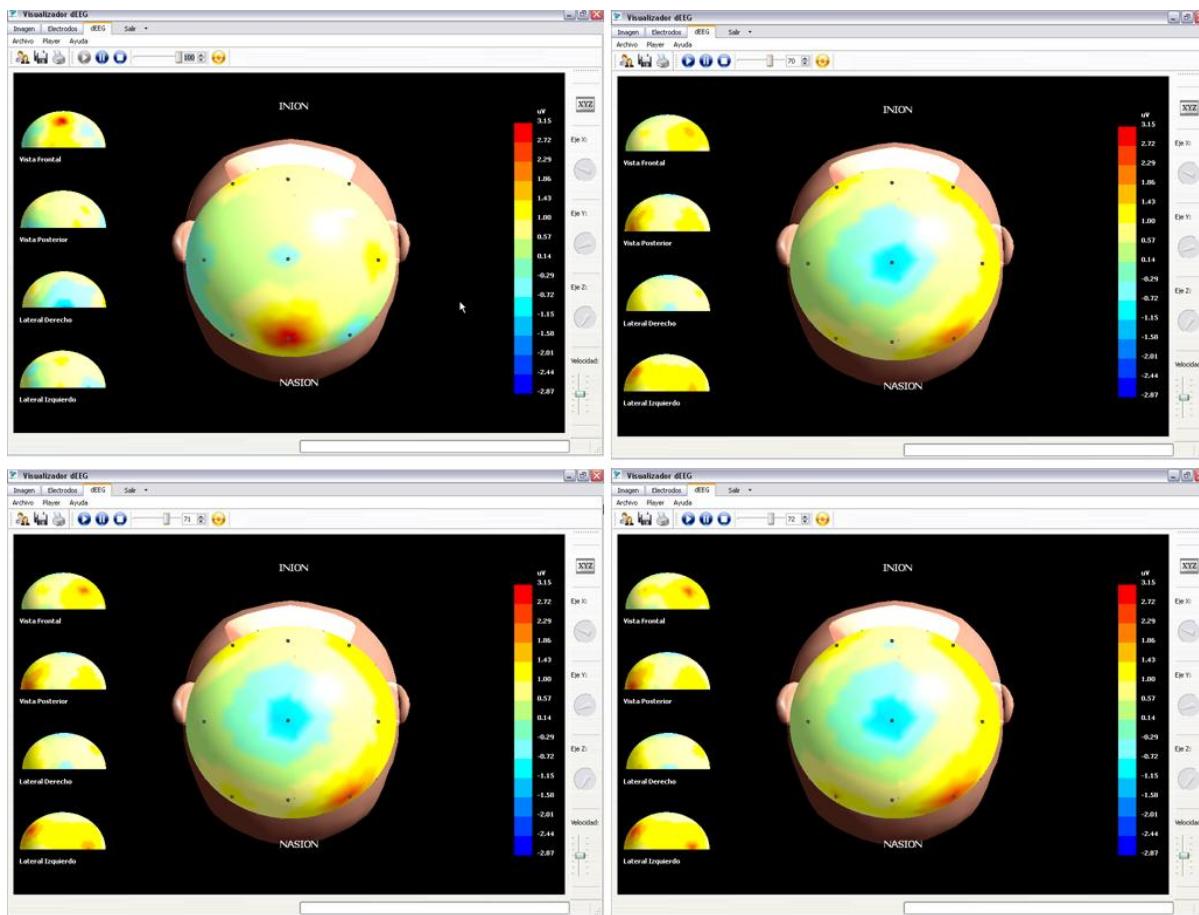


Figura 11. Secuencia de pictogramas de una película de cartografía eléctrica cerebral obtenidas a partir de un trazado de EEG sobre papel, escaneado, digitalizado, mapeado y visualizado deteniendo la secuencia en diferentes tiempos para obtener las imágenes que se muestran, con las proyecciones ortogonales fijas a la izquierda, la proyección cenital principal en el centro.

## DISCUSIÓN

Hemos desarrollado una aplicación computacional que permite digitalizar trazas EEG en papel y generar mapas de actividad eléctrica cerebral en 3D usando interpolación basada en splines esféricos la cual se ajusta mejor que un plano (13-15) a la topología de la cabeza humana. El algoritmo de extracción de valores de amplitud a partir de la imagen de la traza EEG demostró preservar con fidelidad la información presente por cada traza

en la cinta de papel. Por otra parte, el proceso de interpolación fue mejorado disminuyendo significativamente (entre 89 y 96%) los tiempos de proceso sin sacrificar la exactitud del cálculo. Finalmente, una interfaz gráfica con el usuario permite representar la cartografía cerebral sobre una representación visual intuitiva y permitiendo una interacción ágil con la aplicación así como la visualización tanto en tiempo instantáneo como durante periodos de tiempo cinematográfico.

Este sistema permite su potencial aplicación clínica a un muy bajo costo, complementando así los sistemas de EEG convencionales (trazados de papel) aun en uso en la mayoría de los hospitales de atención pública en los países en vías de desarrollo. De igual manera el sistema se presta para brindar un servicio especializado de mapeo de actividad eléctrica cerebral por vía de internet, mediante el cual, trazados escaneados de EEG podrían ser enviados a un portal de referencia, ser procesados y visualizados los mapas de EEG en línea. Estas potenciales alternativas podrían ser de relativa fácil implementación pero restringidas al uso de especialistas.

## AGRADECIMIENTO

Este trabajo fue parcialmente financiado por el CDCH-UC a través del proyecto 2005-12.

## REFERENCIAS

1. Niedermeyer E, da Silva FL. *Electroencephalography. Basic Principles, Clinical Applications, and Related Fields*. Editors: Niedermeyer, Ernst; da Silva, Fernando Lopes. 5th Edition, 2005 Lippincott Williams & Wilkins. p.5-6.
2. Corsak J. Clinical utility of topographic EEG brain mapping. *Clin Electroencephalogr* 1988; 19:134-43.

3. Flores-Río de la Loza L, Ramírez-Bermúdez J, Ramos-Peek J. Utilidad del análisis cuantitativo del electroencefalograma en el estudio de las demencias. Rev Neurol 2005; 41:22-6.
4. Duffy FH, Jones K, Bartels P, Albert M, McAnulty GB, Als H. Quantified neurophysiology with mapping: statistical inference, exploratory and confirmatory data analysis. Brain Topogr 1990; 3:3-12.
5. Casaglia DC, Pantaleo GG. Brain mapping: A contribution to linear interpolation. Brain Topography 1993; 5:283-8.
6. Harder R., Desmarais R. Interpolation using surfaces splines. J Aircraft, 1972; 9:189-191.
7. Perrin F, Pernier J, Bertrand O, Giard M, Echaliere J. Mapping of scalp potentials by surface spline interpolation. Electroencephalogr Clin Neurophysiol 1987; 66:75-81.
8. Perrin F, Pernier J, Bertrand O, Echaliere J. Spherical splines for scalp potentials and current density mapping. Electroencephalogr Clin Neurophysiology 1989; 72:184-7.
9. Wahba G. Splines interpolation and smoothing on the spheres. SIAM J Sci Stat Computing 1981; 2:5-16.
10. Ferree TC. Spherical Splines and Average Referencing in Scalp Electroencephalography. Brain Topography 2006; 19:43-52.
11. Souflet L, Toussaint M, Luthringer R, Gresser J, Minot R, Macher J. A statistical evaluation of the main interpolation methods applied to 3-dimensional EEG mapping. Electroencephalogr Clin Neurophysiol. 1991; 79:393-402.
12. Walerian P, Tarnecki R. PC based EEG mapping system. Acta Neurobiol Expeimentalis 1995; 55:307-15.
13. González I, Eblen-Zajjur A. A computer system for 3D animated mapping of the brain electrical activity (EEG) by biharmonic splines interpolation. In: Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. UDO Press. 2000; p.BI9-BI15.
14. Escalona J, Díaz W, González I, Eblen-Zajjur A, Rodríguez J. Software para la generación de mapas de actividad eléctrica cerebral a partir de trazados EEG convencionales en papel. Trabajo Especial de Grado, Dpto. de Computación, Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo, 2004.

15. González I, Eblen-Zajjur A. Tridimensional Animated Brain Mapping from Conventional Paper-Ink EEG Recordings. Comp Biol Med 2004; 34:591-600.

## PARALLEL SEISMIC IMAGING IN OIL EXPLORATION

### Imagenología Sísmica Paralela en Exploración Petrolera

JOSÉ COLMENARES, JORGE RODRÍGUEZ y GERMÁN LARRAZÁVAL  
Centro Multidisciplinario de Visualización y Cómputo Científico (CeMViCC)  
Universidad de Carabobo. Facultad Experimental de Ciencia y Tecnología.  
Carabobo. Venezuela.  
fjcolmenares5, jrodrigu, glarrazag@uc.edu.ve

**Fecha de Recepción:** 07/05/2009, **Fecha de Revisión:** 01/03/2010, **Fecha de Aceptación:** 15/07/2010

#### Abstract

In this work, we present an efficient parallel implementation of a depth migration RTM (Reverse Time Migration) method to obtain a seismic image. This migration technique is based on the parallel solution of the acoustic wave propagation in 2D using a finite difference scheme. We have implemented a domain decomposition on the geological section and exploit an efficient asynchronous communication between processors using MPI library. We test our implementation on a theoretical model from Tupure-Carora reservoir, Venezuela. We have applied HPC technique on a Sun Grid Cluster belongs to CEMVICC. This cluster has 16 dual AMD opteron processors, having a total of 32 processors. We have obtained a quasi-linear speed-up.

**Keywords:** Acoustic wave propagation, Depth migration, Domain decomposition.

#### Resumen

En este trabajo, se presenta una implementación eficiente paralela de un algoritmo de migración en profundidad llamado RTM (Reverse Time Migration) para obtener una imagen sísmica. Esta técnica de migración está basada en la solución paralela de la propagación de la onda acústica en 2D usando un esquema de diferencias finitas. Se implementó una descomposición de dominio sobre la sección geológica y se explotó una eficiente comunicación asíncrona entre los procesadores usando la librería MPI. La implementación fue probada usando un modelo teórico del yacimiento Tupure-Carora, Venezuela. Se aplicaron técnicas de HPC sobre un Cluster de computadores Sun Grid pertenecientes al CEMVICC. Este cluster tiene 16 nodos duales AMD opteron, teniendo un total de 32 procesadores. Se ha obtenido una aceleración cuasi-lineal.

**Palabra Claves:** Descomposición en dominios, Migración en profundidad, Propagación de onda acústica.

## 1. Introduction

Seismic modeling is an important part of seismic processing, because it provides the seismic answer given a terrain model. The algorithms used for seismic wave modeling to compute the seismic answer for a given terrain model, require large CPU times and memory (Phadke *et al.*, 1998). Methods based on the wave equation (Phadke *et al.*, 1998) have been gaining popularity in recent years, because they provide more detailed and fine geological features than other conventional techniques, and also preserve the amplitude of the information. The most commonly employed numerical techniques are seismic migration and forward modeling. Migration is the last and more intensive step in the long chain of processing seismic data. Migration can be executed in time-domain as well as in depth-domain. If there are strong lateral variations of the velocity, time migration followed by time to depth conversion does not represent the reflected energy in its true subsurface position. Depth-migration is essential in these cases, because it compensates for the ray bending, lateral velocity pullups and structure. A natural advantage of depth-migration is that the output image is shown as a function of depth, and thus it can be used directly in geological interpretation. All these types of migration can be applied in 2D and 3D datasets. For obvious reasons, the resolution is far better in 3D migration, at the expense of a larger computational cost. In this work, we have developed a parallel algorithm based on reverse time migration (RTM) to obtain a seismic image. The RTM has been described by many authors (Baysal *et al.*, 1983; Loewenthal & Mufti, 1983; McMechan, 1983; Whitmore, 1983), and since then it has been implemented in many cases (Chang & McMechan, 1994). These works established RTM as a very general imaging tool for seismic reflection data. The RTM is accurate, but expensive. Therefore, to reduce the CPU time and

memory is important in any implementation of seismic migration technique. In Oldfield *et al.*, (1998) is presented an approach in handling the massive I/O requirements of seismic processing and they shows the performance of their image code on Intel Paragon computer. They solved the 3D wave equation to use a depth migration prestack technique. In Ho Kim *et al.* (2005) is introduced a parallel algorithm which can calculate the traveltime and amplitude for Kirchhoff migration that is one of seismic imaging technique. In this work, we have tested our parallel RTM algorithm from Tupure–Carora reservoir, Venezuela. The obtained result shows the good performance of the algorithm.

## 2. Reverse Time Migration

The RTM is based on the full acoustic wave equation. It is based solely on the symmetry of the acoustic wave equation in time, which makes it possible to use basically the same finite-difference code for extrapolating the recorded wavefields backward in time as in forward modeling. The RTM can treat arbitrarily complex velocity variations and is particularly well suited for dealing with abrupt velocity changes at salt-sediment interfaces. The steps to RTM algorithm are:

1. A model of the subsurface is constructed that mimics the true spatial variation of the seismic velocity in the survey area in x, y and z. Such models are normally constructed based on initial interpretations of the seismic data, velocity analysis, and well data, if available.
2. The one-way travel times from surface source locations to a grid of subsurface points is determined by forward wave propagation using the exploding reflectors model, and while doing so saving the wave front at the source locations. In this work, this is done using a finite difference method.

3. The migrated depth section is constructed by sampling the reversely propagating wave field at the extraction time at each subsurface point. The extraction time associated with a depth point corresponds to the time at which a reflection refocuses at the true reflector position. In the reversely propagating wave field the recorded wave front at the source locations is used as boundary condition at the surface.

## 2.1. Forward wave propagation model

The RTM model implemented in this work is based on (Bordin, 1995; Bordin & Lines, 1999). We consider the acoustic wave equation in heterogeneous media. This equation is obtained from Euler's relation and continuity equation expressed as Eq. (1).

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \rho c^2 \vec{\nabla} \left[ \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P \right] = src(t), \quad (1)$$

where  $P$  is the acoustic pressure,  $\rho$  is the density, and  $c$  is the wave velocity on the medium and the  $src(t)$  is the source function at the time  $t$ . We use a finite difference method to discretize the Eq. (1). The second derivative with respect to time can be approximated using centered differences as Eq. (2) shows:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{P_{i,j}^{k+1} - 2P_{i,j}^k + P_{i,j}^{k-1}}{\Delta t^2}, \quad (2)$$

where  $\Delta t$  is the time step. The spacial derivatives also can be approximated by an equation in differences, as is shown for the component  $x$  and the component  $z$  (Eq. (3) and Eq. (4) respectively).

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right) \right] \right\}_{i,j}^k = \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2},j} \Delta x} \times \left[ \frac{P_{i+1,j}^k - P_{i,j}^k}{\Delta x} \right] - \frac{1}{\rho_{i-\frac{1}{2},j} \Delta x} \times \left[ \frac{P_{i,j}^k - P_{i-1,j}^k}{\Delta x} \right] \quad (3)$$

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right) \right] \right\}_{i,j}^k = \frac{1}{\rho_{i,j+\frac{1}{2}} \Delta z} \times \left[ \frac{P_{i,j+1}^k - P_{i,j}^k}{\Delta z} \right] - \frac{1}{\rho_{i,j-\frac{1}{2}} \Delta z} \times \left[ \frac{P_{i,j}^k - P_{i,j-1}^k}{\Delta z} \right] \quad (4)$$

where  $\Delta x = \Delta z$  is the distance between the horizontal and vertical nodes, respectively, and the Eq. (5) is satisfied.

$$\frac{1}{\rho_{1\pm\frac{1}{2},j}} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\rho_{i\pm1,j}} + \frac{1}{\rho_{i,j}} \right] \quad (5)$$

Solving for the next time step ( $k+1$ ), and using the average to approximate the value of the density for the nodal points, the final finite differences approximation is expressed in Eq. (6).

$$\begin{aligned} P_{i,j}^{k+1} = & 2P_{i,j}^k - P_{i,j}^{k-1} + \frac{\rho_{i,j} c_{i,j}^2 \Delta t^2}{2\Delta x^2} \times \\ & \{ [\rho_{i+1,j}^{-1} + \rho_{i,j}^{-1}] [P_{i+1,j}^k - P_{i,j}^k] - [\rho_{i,j}^{-1} + \rho_{i-1,j}^{-1}] \\ & [P_{i,j}^k - P_{i-1,j}^k] + ([\rho_{i,j+1}^{-1} + \rho_{i,j}^{-1}] [P_{i,j+1}^k - P_{i,j}^k] \\ & - [\rho_{i,j}^{-1} + \rho_{i,j-1}^{-1}] [P_{i,j}^k - P_{i,j-1}^k]) \} + src(t) \end{aligned} \quad (6)$$

The criterion of stability is given by the Eq. (7).

$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (7)$$

where  $c$  is the maximum velocity in the media and

$2$  results from the model dimension, 2D in this case. According to Alford *et al.* (1974), the following relation will be used in order to minimize the dispersion in the model the relationship of the Eq. (8) will be used.

$$\max(\Delta x, \Delta z) \leq \frac{\lambda_{dominant}}{10}, \quad (8)$$

where the term  $\lambda_{dominant}$  represents the dominant wavelength in the model. We need to define absorbing and nonreflecting boundary conditions in order to avoid undesirable reflection. We use attenuation conditions on the left, right, bottom and top (Reynolds, 1978). Applying some algebraic manipulations, these boundary conditions are expressed by Eq. (9), (10), (11) and (12)

### left boundary

$$\begin{aligned} P_{0,j}^{k+1} = & cb(0,j) [ (P_{1,j}^k - P_{0,j}^k) - \\ & (P_{2,j}^{k-1} - P_{1,j}^{k-1}) ] + (P_{1,j}^k - P_{1,j}^{k-1}) + P_{0,j}^k \end{aligned} \quad (9)$$

### right boundary

$$\begin{aligned} P_{x_{max},j}^{k+1} = & cb(x_{max}, j) \left[ (P_{x_{max},j}^k - P_{x_{max}-1,j}^k) - \right. \\ & \left. (P_{x_{max}-1,j}^{k-1} - P_{x_{max}-2,j}^{k-1}) \right] \\ & + (P_{x_{max}-1,j}^k - P_{x_{max}-1,j}^{k-1}) + P_{x_{max},j}^k \end{aligned} \quad (10)$$

### top boundary

$$\begin{aligned} P_{i,0}^{k+1} = & cb(i, 0) \left[ (P_{i,1}^k - P_{i,0}^k) - (P_{i,2}^{k-1} - P_{i,1}^{k-1}) \right] \\ & + (P_{i,1}^k - P_{i,1}^{k-1}) + P_{i,0}^k \end{aligned} \quad (11)$$

### bottom boundary

$$\begin{aligned} P_{i,z_{max}}^{k+1} = & cb(i, z_{max}) \left[ (P_{i,z_{max}}^k - P_{i,z_{max}-1}^k) - \right. \\ & \left. (P_{i,z_{max}-1}^{k-1} - P_{i,z_{max}-2}^{k-1}) \right] + \\ & (P_{i,z_{max}-1}^k - P_{i,z_{max}-1}^{k-1}) + P_{i,z_{max}}^k \end{aligned} \quad (12)$$

where  $cb(i, j) = \frac{c(i,j) \cdot \text{fi } t}{\text{fi } x}$ . Also, we use the function of weights presented by Cerjan *et al.*, (1985) as nonreflecting boundary conditions. The pressure amplitudes outside the boundary lines must be multiplied by  $G$  factor (see Eq. (13)).

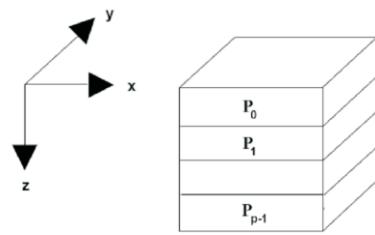
$$G = \exp^{-[0.015(20-i)^2]} \quad (13)$$

A source function is required to generate the seismic wave. The method used in this work will be to simulate a dynamite explosion to generate the seismic waves. In our case, a ricker wavelet was used.

## 2.2. Parallel Algorithm

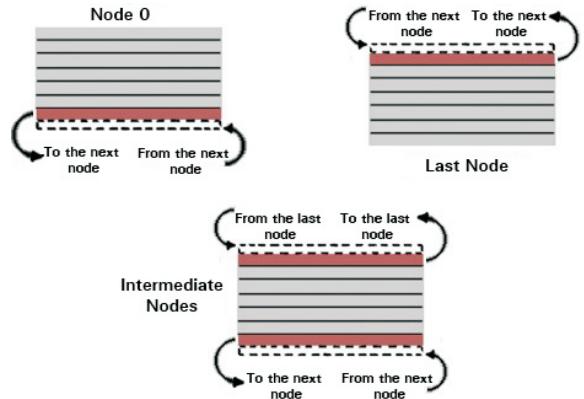
The parallel implementation of the algorithm is based on domain decomposition using MPI library. Domain decomposition involves assigning sub-domains of the computational domain to different processors and solving the equations for each sub-domain concurrently. Here, the domain is partitioned in z-direction (Fig. 1).

We use an asynchronous communication to obtain a good performance. If it is the node zero case, memory is assigned for the seismogram data, the



**Fig. 1.** Problem domain, partition in z-direction

process of propagation of the wave is carried out, and then a message is sent with the values of pressure of the last row that was evaluated the following node; it receives a message from the following node with the values of pressure of the first row that evaluated this node.



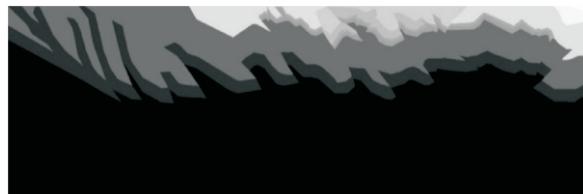
**Fig. 2.** MPI communication

If it is an intermediate node, the process of wave propagation is also executed, but two messages are sent, the first one with the values of pressure on the first row to the previous node and the second message with the data of pressure of the last row to the following node; at the same time two messages are received, first from the previous node that corresponds to the values of pressure of its last row and the second message is received from the following node with the data of pressure of its first row. If it is the last node, it happens exactly the same with the propagation process, the difference is that this one sends a message to the previous node with the values of pressure of its first row, and receives a message from that previous node with the data of pressure of its last row. All this process can be visualized in the Fig. 2.

### 3. Test Problem and Performance

The hardware platform is a Sun Grid Cluster machine with 16 Opteron 248 dual nodes, having a total of 32 processors. The parallel RTM code was developed in ANSI C applying HPC techniques, specially optimization flags and blocking (minimization of cache misses). The parameters file of the code has the following values: simulation time (in seconds), time step (in seconds), frequency (in Hz.) and sample of seismic record. We have used our parallel RTM algorithm to tune the seismic acquisition parameters of a theoretical-geological section of Tupure–Carora reservoir. The section has 119,200 meters in-line and 22,400 meters in depth. We have used 2,384 gathers/shots on the section. The simulation time was 5 seconds and we used 60 Hz of maximal frequency, using a Ricker wavelet.

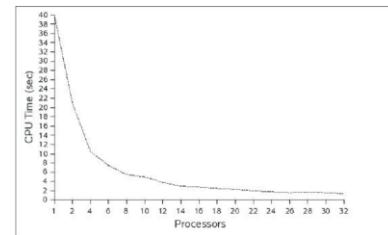
We can observe a 2D uniform velocity model from Tupure–Carora reservoir in the Fig. 3. The maximal velocity is 5,100 m/s and the minimal velocity is 2,500 m/s. The model has constant density.



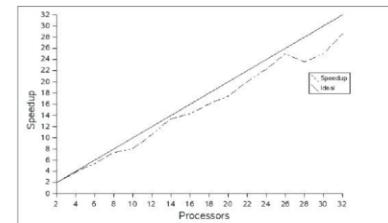
**Fig. 3.** Tupure–Carora reservoir, Venezuela: 2D uniform velocity model.

A 2D seismic image is generated running the parallel code. In Fig. 4 we can observe the CPU time and speed-up obtained. We can see a quasi-linear speed-up until 32 processors.

Fig. 5 shows the snapshot for the P wave propagation at 5 seconds, the shot was at 60,000 meters and the Fig. 6 presents the synthetic seismogram, respectively.



a) CPU time.

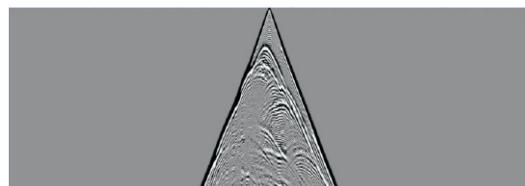


b) Speed-up.

**Fig. 4.** RTM performance.



**Fig. 5.** P wave propagation.

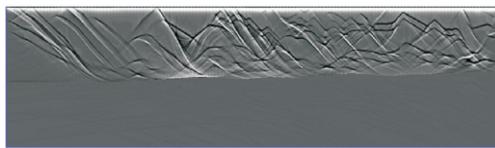


**Fig. 6.** Synthetic seismogram.

Fig. 7 shows the seismic image from RTM implementation. We can observe some structures presented in the Fig. 3, and the Fig. 8 shows the image obtained by PDVSA using sumiggbzo routine (migration via Gaussian Beams of Zero-Offset data) from the Seismic Un\*x package developed at Colorado School of Mines.



**Fig. 7.** 2D seismic image from RTM.



**Fig. 8.** 2D seismic image from sumiggbo.

Comparing the Fig. 7 and 8 with initial uniform velocity model is clear that the RTM methodology offers best resolution.

#### 4. Conclusions

In this work, we have presented an efficient parallel implementation of a depth migration RTM (Reverse Time Migration) method to obtain a seismic image. We have implemented a domain decomposition on the geological section and exploit an efficient asynchronous communication between processors using MPI library. We have tested our implementation for a theoretical model from Tupure-Carora reservoir, Venezuela. We have applied HPC techniques on a Sun Grid Cluster belongs to CEMVICC, obtaining a quasi-linear speed-up until 32 processors.

#### 5. Acknowledgements

We want to thank to Victor Pereyra and Pedro Linares by their right suggestions in the development of this work. Also, we want to thank to Rafael Borges and Maikel Vera by their collaboration in this project. A special thank to PDVSA Company to permit to use the data from Tupure-Carora reservoir. Also, this work is sponsored by CDCH-UC under No. 2005-010 and Sun Microsystems Inc. under Center of Excellence project: HPC and Grid for Oil Exploration.

#### 6. Bibliography

Alford R., K. Kelly & D. Boore. (1974). Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation. *Geophysics*. 39(6): 834-842.

Baysal E., D. Kosloff & J. Sherwood. (1983). Reverse time migration. *Geophysics*. 48(11): 1514-1524.

Bordin R. (1995). Seismic wave propagation modeling and inversion. Computational Sciences Educational Project. Stanford University. USA.

Bordin R. & L. Lines. (1999). Seismic modeling and imaging with the complete wave equation. Society of Exploration Geophysicists (SEG) Publication. Tulsa. Oklahoma.

Cerjan C., D. Kosloff, R. Kosloff & M. Reshef. (1985). A nonreflecting boundary condition for discrete acoustics and elastic wave equations. *Geophysics*. 50(8): 705-708.

Chang W. & G. McMechan. (1994). 3D elastic prestack reverse time depth migration. *Geophysics*. 59(4): 597-609.

Ho Kim J., D. Yang & C. Shin. (2005). 3D seismic imaging using high-performance parallel direct solver for large-scale finite element analysis. Proceedings of Eighth Int. Conference on High-Performance Computing in Asia-Pacific Region (HPCASIA'05). IEEE Computer Society. Beijing. China. 187-194.

Loewenthal D. & I. Mufti. (1983). Reverse time migration in spatial frequency domain. *Geophysics*. 48: 627-635.

McMechan G. (1983). Migration by extrapolation of time-dependent boundary values. *Geophys. Prosp.* 31(2): 413-420.

Oldfield R., D. Womble & D. Ober. (1998). Efficient parallel I/O in seismic imaging, Int. J. High Perform. *Comput. Appl.* 12(3): 333-344.

Phadke, S., D. Bhardwaj & S. Yerneni. (1998). Wave equation based migration and modelling

algorithms on parallel computers. Proceedings of SPG'98. **INSTITUCIÓN.** Chennai. India. 55-59.

Reynolds A. (1978). Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems. *Geophysics*. 43(6): 1099-1110.

Whitmore N. (1983). Iterative depth migration by backward time propagation. 53rd Ann. Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys. Expanded Abstract. **INSTITUCIÓN.** Las Vegas. USA. 382-385.

## Software para la estimación de la relación de volumen mama/tumor a partir de mamografía

Daniella Laya<sup>1</sup>, Eduardo Urra<sup>1</sup>, Jorge Rodríguez<sup>1</sup>, Pedro Linares<sup>1</sup>, Felipe Saldivia<sup>2</sup>, Aldo Reigosa<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Centro Multidisciplinario de Visualización y Computo Científico (CEMVICC) – Facultad de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo

<sup>2</sup> Instituto de Oncología “Dr. Miguel Pérez Carreño”

<sup>3</sup> Centro de Investigaciones Médicas y Biotecnológicas (CIMBUC) – Facultad de Ciencias de la Salud, Universidad de Carabobo

Trabajo realizado con el financiamiento del CDCH-UC, a través del proyecto “Constitución de una sala de Visualización”, No. 2005-12.

Correspondencia: Pedro Linares

Centro Multidisciplinario de Visualización y Computo Científico (CEMVICC)

Facultad Experimental de Ciencias y Tecnología, Universidad de Carabobo

E-mail: [plinares@uc.edu.ve](mailto:plinares@uc.edu.ve)

Tel: +58 241 8678243

### RESUMEN

A nivel mundial, es elevado el número de mujeres que sufren de cáncer de mama y en muchos casos éste es detectado en un estado avanzado; el tratamiento quirúrgico es parte de la terapéutica habitual para tratar de erradicar la enfermedad. En estos casos, el médico debe decidir si hacer una mastectomía radical o una cirugía preservadora del seno, basándose en su apreciación sobre la relación volumétrica que existe entre la mama y el tumor, entre otros parámetros. Actualmente esta estimación se realiza a partir de las mamografías de la paciente y del tacto del especialista, tarea que resulta difícil porque implica hacer una reconstrucción mental de un objeto tridimensional a partir del tacto externo y de un par de proyecciones bidimensionales. Esto se traduce en frecuente disparidad de criterios por parte de médicos frente a un mismo caso, a causa de la subjetividad con la cual se hace la estimación. Por ello se propone desarrollar un software que haga una reconstrucción tridimensional de la mama y el tumor a partir de imágenes mamográficas y estime la relación volumétrica mama-tumor, de manera que aporte al especialista información más objetiva para decidir que tipo de intervención quirúrgica es la más adecuada.

**Palabras claves:** Cáncer de mama, cirugía preservadora, estimación volumétrica, reconstrucción tridimensional.

## Abstract

Worldwide, the number of women suffering from breast cancer is elevated and in many cases the disease is in an advanced status when detected. Surgical treatment is part of the usual therapeutic in order to eradicate the disease. In these cases, the physician must decide whether to carry out a radical mastectomy or a breast conservation surgery based on his or her judgment about the volumetric ratio existing between breast and tumor, among other factors. Nowadays this estimation is made based both on the mammographies of the patient and the specialist palpation. This task turns out to be difficult because it implies to make a mental reconstruction of a three-dimensional object out of the external palpation plus a couple of bidimensional projections. This procedure translates frequently into disparity of criteria by different clinicians dealing with the same case, because of the subjectivity associated to the estimation. For that reason, we propose to develop a software tool able to make a three-dimensional reconstruction of the breast and tumor, based on the mammographic images, and calculate the breast-tumor volumetric relation, so that it gives to the specialist more objective information in order to decide which is the most advisable type of surgical intervention. .

**Key words:** Breast cancer, breast conservation surgery, breast-tumor volumetric relation, three-dimensional reconstruction.

## INTRODUCCION

Uno de los tratamientos mas utilizados para el cáncer de mama es la cirugía, la cual consiste en remover el tumor por medio de una intervención quirúrgica. En este sentido, la conservación del seno es un aspecto fundamental que se debe tener presente en todo momento. Para la mujer este hecho afecta directamente su condición psicológica, incluso mucho más que su condición física, y es por ello que en la actualidad se buscan medidas alternativas que eviten de una manera u otra una mastectomía total (1,2).

La decisión de realizar una mastectomía radical o una cirugía conservadora mamaria está basada, entre otros criterios, en la apreciación que tiene el especialista de la relación volumétrica que existe entre la mama y el tumor. Esta relación es estimada a partir de las proyecciones mamográficas en 2D de la paciente y de la palpación que realiza el médico, presentándose, no en pocas ocasiones, disparidad de criterios entre médicos frente a un mismo caso (3,4).

El cáncer de mama ha sido una enfermedad relativamente común a lo largo de la historia. Durante la época del Renacimiento (siglos XVI y XVII) se emplearon tratamientos quirúrgicos brutales y mutilantes,

que impulsaron el diseño de instrumentos para comprimir la base del seno con el fin de facilitar su amputación (5,6).

La evolución de un método estandarizado, efectivo y mundialmente aceptado para el tratamiento del cáncer de mama solo se logró con los esfuerzos de William S. Halsted, quien estructuró la cirugía como una disciplina científica aplicada a una rigurosa metodología de procedimientos, por lo que es considerado el fundador de la cirugía moderna (6). La mastectomía radical era conocida como el prototipo de cirugía oncológica en la que la esencia era la extirpación de la piel junto con los dos músculos pectorales, la glándula mamaria, los ganglios linfáticos supraclaviculares y los ganglios de los 3 niveles de la axila. La remoción de los ganglios axilares durante el procedimiento se basaba en el concepto de que la diseminación del cáncer de mama ocurría en forma escalonada: primero a los ganglios axilares y de allí a la circulación sistémica. Sin embargo, en el año 1972 comienza una de las más importantes innovaciones en el tratamiento del cáncer de mama como lo es la cirugía preservadora de la mama (CPM). Con la idea del doctor Umberto Veronesi, en Milán (1980), se propone la mastectomía preservadora y la cuadrantectomía, y en adición se cuenta con los estudios de Bernard Fisher del National Cancer Institute de Estados Unidos (1991), donde se concluye que las pacientes podrían ser tratadas en forma segura con cirugía preservadora de la mama y radioterapia. De esta manera se derrumba el paradigma halstediano vigente por más de 100 años (5,7).

En uno de sus trabajos, Veronesi realizó un ensayo con un grupo de pacientes en Estadio I. A una mitad se le practicó una mastectomía radical de Halsted y a la otra un tratamiento conservador basado en cuadrantectomía más disección axilar de 3 niveles, con radioterapia a la glándula mamaria, dando esto como resultado, tras 18 años de seguimiento, similitud en cuanto a la sobrevivida y periodo libre de la enfermedad. Ello dio origen al inicio de la era moderna del tratamiento conservador de la glándula mamaria en estadios I y II de cáncer de mama. Sin embargo, inicialmente, este nuevo tratamiento propone realizar una cirugía preservadora mamaria tomando en cuenta el tamaño del tumor, por lo que se indicaba su aplicación solo en casos donde el tumor media menos de 2 centímetros (7).

A pesar de esto se observó que algunas pacientes que cumplían esta condición recaían localmente antes del primer año de seguimiento, y fue visible el hecho de que estas eran mujeres cuyo volumen mamario era pequeño. En base a esto se deriva, en el año 1973, el criterio de la relación MAMA/TUMOR (RTM), la cual determina el examinador tomando como información base la palpación pura del volumen mamario y tumoral. Esto representaba un problema, ya que la estimación era realizada siempre de forma subjetiva, y era muy difícil determinarla tanto en mamas de gran tamaño como en mamas de reducido volumen, por

lo que frecuentemente se convertía en un parámetro generador de discrepancia al momento de que se evaluara la paciente en un servicio donde convergen las apreciaciones de varios especialistas (8).

Recientemente se ha incorporado a la cirugía de la mama la técnica del ganglio centinela, que consiste en la identificación del primer ganglio hacia donde drena el tumor localizado en la glándula mamaria. Básicamente, es determinar si el primer ganglio axilar está afectado por la enfermedad, y en caso negativo, no se recurre a la extirpación total de la axila (vaciamiento de los ganglios de la axila o linfadenectomía axilar), algo que era obligatorio hasta hace unos pocos años (9,10).

En el aspecto computacional, en relación al cáncer de mama, diferentes grupos se dedican a la elaboración de software para el diagnóstico de cáncer en mamografías digitales. Entre ellos se encuentran: en la Universidad Politécnica de Mataró en España, se está desarrollando una nueva herramienta de software, con la intención de detectar de forma automática el cáncer de mama y discriminar las mamografías benignas de las malignas (11).

Muchos grupos de trabajo en el mundo están dedicados al diagnóstico automatizado del carcinoma de mama, a partir de mamografías digitales (12,13,14,15).

Similarmente, un grupo de investigadores de la Universidad de Viena desarrollaron un software basado en mamografías de tipo MRI, específicamente Dynamic Contrast Enhanced MRI (DCE - MRI), conocido como Mammo Explorer (16,17). Allí se diseñó una aplicación que a partir de las imágenes MRI, reconstruye el tumor y la mama, mediante una representación 3D. Sin embargo, el hecho de que las mamografías MRI son más costosas que las mamografías tradicionales, son menos accesibles y no se encuentran en todos los centros médicos, y requieren como precondición pacientes no claustrofóbicas, hace de este software la elección menos conveniente.

Sin embargo, no se conoce de publicación alguna que trate sobre un sistema computarizado para determinar la RTM, basado en las imágenes mamográficas de rutina.

En este trabajo se pretende desarrollar un software que haga una reconstrucción tridimensional de la mama y el tumor a partir de imágenes mamográficas y estime la relación volumétrica mama-tumor, de manera que aporte al especialista información más objetiva para decidir que tipo de intervención quirúrgica es la más adecuada.

## **MATERIALES Y METODOS**

El desarrollo de una aplicación como se plantea en este trabajo supone, un proceso de segmentación de la mama y el tumor sobre las imágenes mamográficas de entrada; un proceso de reconstrucción

tridimensional a partir de las imágenes segmentadas; y un proceso de estimación volumétrica a partir de la reconstrucción tridimensional realizada. La aplicación, recibe como entrada dos mamografías digitales en orientaciones cráneo-caudal y lateral, y ofrece la oportunidad al especialista de identificar la mama y el tumor dibujando una curva a mano alzada directamente sobre las imágenes. Esta curva, en realidad está controlada por una estrategia de detección de contorno, conocida como *Intelligent Scissors* (18), que evita que la falta de destreza del usuario desvíe la curva lejos del contorno que se está delineando. Una vez segmentadas la mama y el tumor en ambas mamografías, tanto las imágenes como los contornos delineados son mapeados sobre dos planos en el espacio. Estos dos planos pueden ser desplazados horizontal y verticalmente por el especialista hasta colocar ambas imágenes en la posición coherente una respecto de la otra, tal como aparecerían sobre la mama real. A partir de esta información, el sistema inicia una reconstrucción volumétrica, tanto de la mama como de la cápsula convexa del tumor, usando una estrategia basada en conexión de contornos (19,20), presentando un modelo visual 3D de los mismos. Adicionalmente, en base a la estimación volumétrica realizada se calcula la relación de volumen entre mama y tumor, la cual es presentada en forma de un índice al especialista. Para el desarrollo de esta propuesta se diseñó e implementó una herramienta interactiva de software en lenguaje Java y librerías de gráficos 3D para java basadas en el estándar OpenGL (Jogl) que puede ser ejecutada en un computador personal convencional.

## **Segmentación**

Como se indicara en la sección anterior, el primer paso del proceso de reconstrucción y estimación volumétrica consiste en identificar, sobre las imágenes mamográficas de entrada, las regiones correspondientes a la mama y al tumor. Una vez probados algunos esquemas de segmentación y detección automáticos basados en filtros (21) y en contornos activos (22,23), con resultados deficientes, especialmente en la segmentación del tumor, se decidió implementar un esquema semiautomático que permitiera la participación del especialista, con el objeto sumar su experticia al proceso de reconocimiento. En tal sentido, se acogió una estrategia de detección de contornos interactiva que está a medio camino entre las técnicas completamente automáticas y las completamente manuales, conocida como *intelligent scissors* (18). Esta estrategia de segmentación permite delimitar regiones de imágenes digitales con rapidez y exactitud con simples movimientos del ratón. Cuando el cursor del ratón se aproxima al borde del objeto, la curva que va siguiendo el movimiento del ratón se adhiere a la frontera como si tuviera autonomía de comportamiento (cable vivo). De esta manera, el usuario no tiene que trazar

una curva exacta sobre el borde de la región de interés, sino arrastrar el cable vivo próximo a la frontera de interés y la curva “sabrá” adherirse a la frontera correcta.

La definición de la frontera vía *intelligent scissors* es formulada como un problema de búsqueda en grafos donde el objetivo es encontrar el camino óptimo entre un píxel inicial y un píxel destino. Es decir, se define la imagen como un grafo  $G=(V,A)$ , donde  $V$  es el conjunto de píxeles y  $A$  son aristas entre píxeles adyacentes en 8-vecindad. Cada arista tiene un costo asociado, el cual viene dado por una función local de costo que contempla tres componentes funcionales que dependen del Laplaciano,  $f_Z(\mathbf{q})$ , la magnitud del gradiente,  $f_G(\mathbf{q})$ , y la Dirección de gradiente,  $f_D(\mathbf{p},\mathbf{q})$ .

En definitiva, la función local de costo  $l(\mathbf{p},\mathbf{q})$  del píxel  $\mathbf{p}$  al píxel vecino  $\mathbf{q}$  (de su 8-vecindad), viene dada por:

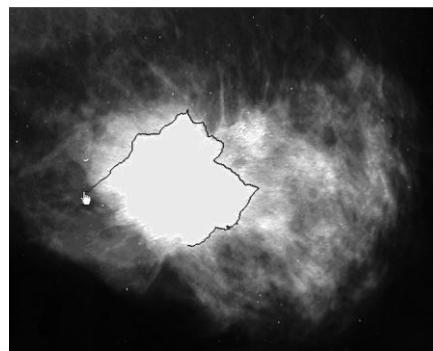
$$L(\mathbf{p},\mathbf{q}) = \omega_Z \cdot f_Z(\mathbf{q}) + \omega_G \cdot f_G(\mathbf{q}) + \omega_D \cdot f_D(\mathbf{p},\mathbf{q})$$

Donde,  $\omega$  es el peso asociado a la correspondiente función característica. El costo óptimo es definido como el mínimo costo acumulado desde un píxel inicial hasta un píxel destino, entendiendo como costo acumulado la suma de los costos locales.

En la figura 1 se aprecia el cable vivo sobre una porción de la frontera de un tumor delineado por el usuario sobre una mamografía.

### **Reconstrucción 3D**

La reconstrucción 3D de la mama y el tumor a partir de las proyecciones mamográficas sigue un proceso *ad hoc* consistente de dos etapas: correspondencia y reconstrucción.

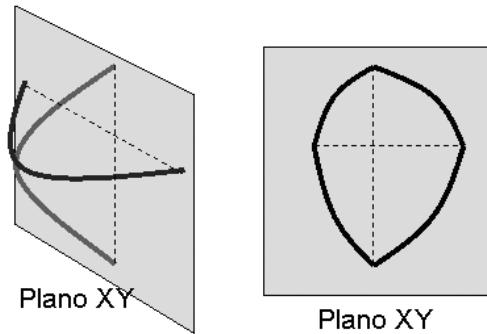


**Figura 1.** Contorno tipo “cable vivo” delineado con la herramienta *intelligent scissors*.

Una vez delineados los contornos de mama y tumor en ambas mamografías de entrada, éstas son mapeadas sobre sendos planos ortogonales entre si. A partir de este momento, tiene lugar la etapa de correspondencia, la cual consiste en desplazar horizontal y verticalmente los planos hasta que las mamografías “calcen” una respecto de la otra, es decir que se logre la correspondencia espacial entre

ambas proyecciones. Una vez realizada la correspondencia, se tendrá dos curvas en el espacio asociadas a los contornos de la mama, una sobre el plano XZ y la otra sobre el plano YZ, y dos contornos cerrados asociados al tumor.

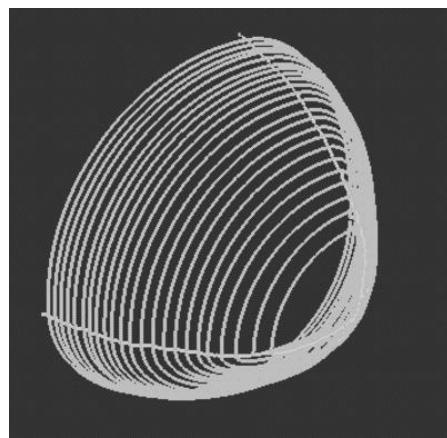
A partir de las curvas de proyección en correspondencia espacial sobre los planos XZ y YZ es posible estimar una aproximación del volumen original asociado a dichas proyecciones. Para el caso de la reconstrucción de la mama, se asumió una forma semi-elíptica en su base. Los ejes de la base elipsoidal están determinados por las proyecciones de las curvas sobre el plano XY, tal como lo muestra la figura 2.



**Figura 2. Construcción de la base semi-elipsoidal de la mama.**

Como puede apreciarse en la figura, el sistema de ejes producto de proyectar las curvas en el plano XY, no necesariamente será simétrico, por lo tanto, la forma semi-elipsoidal es en realidad cuatro trozos de elipses distintas, una por cuadrante.

Una vez definida la base, se va desplazando el plano de proyección XY en dirección Z positivo, obteniendo nuevos juegos de ejes y nuevas semi-elipses correspondientes a la superficie aproximada de la mama, tal como lo muestra la figura 3.



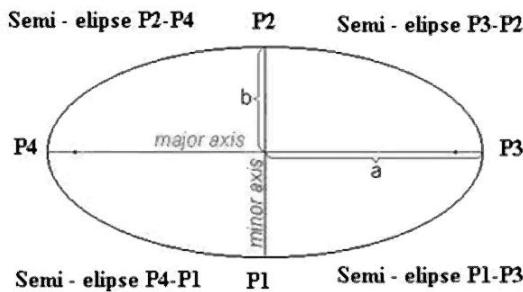
**Figura 3. Reconstrucción 3D de la mama.**

Una vez generado el conjunto de contornos, un algoritmo básico de conexión de contornos (11) es aplicado para producir un mallado triangular que represente la superficie de la mama.

En el caso del tumor, dada la imposibilidad de establecer un patrón de comportamiento de la forma del tumor, una caja englobante del mismo es obtenida. Sin embargo, dado que el tumor siempre estará contenido en su caja englobante, una razón de proporción positiva entre la mama 3D y la caja englobante implica una razón de proporción positiva entre la mama y el tumor. Por lo tanto, esta aproximación burda del tumor no tiene implicaciones nefastas para la estimación volumétrica. Se ofrecerán diferentes volúmenes englobantes (caja, esfera, elipse) para que el especialista escoja el que mejor ajuste el volumen del tumor.

### Estimación volumétrica

La estimación volumétrica se logra calculando el volumen de la reconstrucción 3D de la mama y el volumen de la primitiva englobante del tumor, para luego determinar qué proporción está ocupando la primitiva englobante del tumor dentro de la mama. El volumen de la mama se obtiene de la siguiente manera: se calcula el área de cada pseudo-elipse que se genera al formar los contornos, se suman dichas áreas y el resultado se multiplica por el espacio que hay entre ellas. De este modo, el área de cada pseudo-elipse es calculada haciendo uso de la ecuación paramétrica de la elipse y como cada pseudo-elipse está conformada por 4 semi-elipses, entonces se debe calcular el área de cada semi-elipse. Esto se logra calculando el área de esa semi-elipse como si fuese una elipse completa para luego dividirla entre 4 con el fin de obtener su cuarta parte (ver figura 4).



**Figura 4. Puntos y semielipses de los contornos**

Por último, se calcula el volumen de la primitiva englobante del tumor (caja ó esfera), se establece una relación entre este volumen y el volumen de la mama reconstruida. Básicamente, consiste en determinar que porcentaje del volumen de la mama está siendo ocupado por el objeto envolvente del tumor.

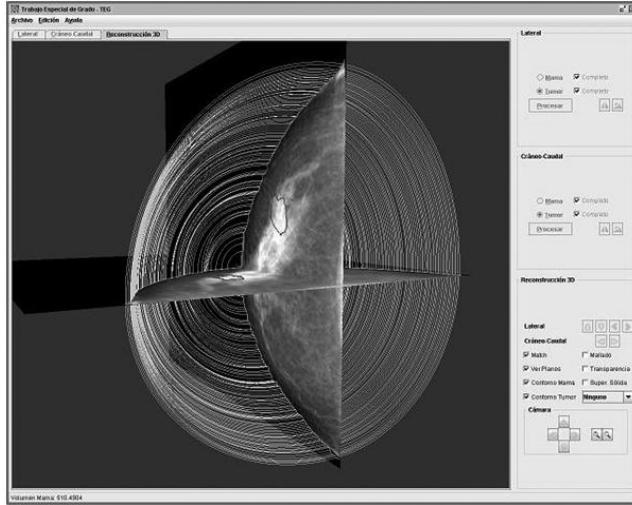
## RESULTADOS

Como se indicó anteriormente, la herramienta de software fue desarrollada en lenguaje Java, usando librerías de gráficos 3D para java basadas en el estándar OpenGL (Jogl), con el propósito de que pudiera ser ejecutada en un computador personal convencional, luego no son requeridas características especiales en términos de hardware gráfico. En concordancia con el proceso descrito, la aplicación posee tres etapas: una primera etapa de segmentación de mama y tumor en las mamografías de entrada, una segunda etapa de reconstrucción 3D de la mama y el volumen englobante del tumor, que involucra una correspondencia espacial entre las mamografías mapeadas sobre planos XZ y YZ, y finalmente una tercera etapa de estimación volumétrica para ambos objetos, con el fin de calcular la relación volumétrica existente entre ellos. Para cada volumen englobante escogido, la aplicación calculará automáticamente la relación de proporción volumétrica entre la mama 3D y el volumen englobante del tumor, mostrando dicho índice en pantalla.

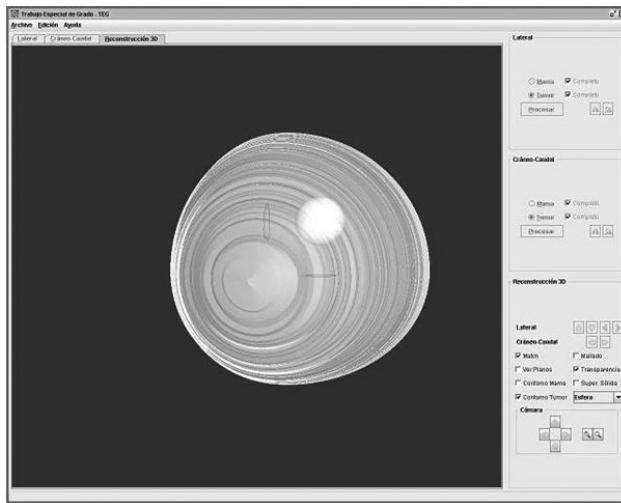
La apariencia general de la aplicación puede verse en la figura 5. Allí se aprecian dos pestañas correspondientes a la carga y segmentación de las mamografías de entrada y una tercera pestaña (desplegada en la figura) asociada a la correspondencia espacial y reconstrucción 3D de la mama y tumor. El área derecha de la aplicación presenta tres recuadros asociados a la mamografía cráneo-caudal, la mamografía lateral y finalmente la reconstrucción 3D y el índice de proporción volumétrica calculado por el sistema se aprecia en el borde inferior de la aplicación.

En el área de despliegue pueden observarse las mamografías en correspondencia espacial con los contornos producto de la fase de segmentación debidamente mapeados sobre las imágenes.

En la figura 5 se presenta el resultado de una reconstrucción de mama en base a la información mamográfica de entrada. Mientras que la figura 6 muestra la misma reconstrucción sin las imágenes mamográficas resaltando únicamente las áreas usadas para la reconstrucción y estimación volumétrica.



**Figura 5. Reconstrucción 3D de la mama.**



**Figura 6. Reconstrucción 3D ocultando las mamografías.**

## DISCUSION

La decisión del tipo de mastectomía a realizar, como parte de la terapia del cáncer de mama, depende de muchos factores, entre ellos se pueden citar los siguientes: 1) Inherentes al paciente: edad; presencia o no de embarazo; disposición a cumplir tratamiento complementario como radioterapia, quimioterapia, inmunoterapia, hormonoterapia; paciente controlable; domicilio de difícil acceso; enfermedades concomitantes como collagenopatías, radioterapia previa a pared torácica, cardiopatías aun mas si es del lado izquierdo; relación tamaño mama / tamaño tumor. 2) Inherentes al tumor: variedad histológica; grado de diferenciación; componente in situ; patrón inmunohistoquímico; extensión de la enfermedad. 3) Inherentes al tratamiento: centros con capacidad de ofrecer tratamiento adyuvante post-operatorio;

posibilidad de adquirir los medicamentos, debido al costo de los mismos; inhabilidad psíquica. Siendo todos ellos factores a considerar, la RTM es de los más determinantes (4,8,24).

Se ha presentado una herramienta de apoyo al estudio de la relación volumétrica mama-tumor, a partir de la información mamográfica de un examen convencional (orientaciones cráneo-caudal, oblícua y lateral). En este punto de desarrollo, la aplicación permite, al especialista, delinear interactivamente los contornos de mama y tumor en las mamografías de entrada, establecer la correspondencia espacial entre ambas proyecciones mamográficas, usar esta correspondencia para llevar a cabo una reconstrucción 3D de la mama, así como determinar automáticamente el volumen englobante del tumor y calcular el índice de proporción volumétrica entre la reconstrucción 3D realizada y el volumen englobante del tumor. Dicha estimación es de gran valor para la toma de decisiones de planificación quirúrgica. La validación clínica de los resultados está aún por realizar. Asimismo, la aproximación volumétrica de la mama, no considera la información anatómica de la mamografía oblícua, importante para incorporar la parte del seno que inicia en la axila. Esta información puede ser incorporada en futuros desarrollos de la aplicación.

## **BIBLIOGRAFIA**

1. Nissen MJ, Swenson KK, Ritz LJ, Farrell JB, Sladek ML, Lally RM. Quality of life after breast carcinoma surgery: a comparison of three surgical procedures. *Cancer* 2001; 91:1238-46.
2. Engel J, Kerr J, Schlesinger-Raab A, Sauer H, Hölzel D. Quality of life following breast-conserving therapy or mastectomy: results of a 5-year prospective study. *Breast J* 2004; 10:223-31.
3. Muramatsu C, Li Q, Suzuki K, Schmidt RA, Shiraishi J, Newstead GM, Doi K. Investigation of psychophysical measure for evaluation of similar images for mammographic masses: preliminary results. *Med Phys* 2005; 32:2295-304.
4. Martin MA, Meyricke R, O'Neill T, Roberts S. Mastectomy or breast conserving surgery? Factors affecting type of surgical treatment for breast cancer--a classification tree approach. *BMC Cancer* 2006; 6:98.
5. Fisher B. From Halsted to prevention and beyond: advances in the management of breast cancer during the twentieth century. National Surgical Adjuvant Breast and Bowel Project. *Eur J Cancer* 1999; 35:1963-73.
6. Tawil M, Escallón A, Torregosa L. Cirugía de cáncer de seno: pasado, presente y futuro. *Revista Universitas Médicas* 2003; 44. En:  
<http://med.javeriana.edu.co/publi/vniversitas/serial/v44n3/0028%20seno.pdf>.

7. Veronesi U, Cascinelli N, Mariani L, Greco M, Saccozzi R, Luini A, Aguilar M, Marubini E. Twenty-year follow-up of a randomized study comparing breast-conserving surgery with radical mastectomy for early breast cancer. *N Engl J Med* 2002; 347:1227-32.
8. Gentilini O, Veronesi P, Gatti G, Intra M, Mazzarol G, Trifirò G, Bassi F, Caliskan M, Da Lima L, Galimberti V, Luini A. Conservative approach for breast cancer. The experience of the European Institute of Oncology. *Minerva Chir* 2007; 62:447-58.
9. Marrazzo A, Taormina P, David M, Riili I, Lo Gerfo D, Casà L, Noto A, Mercadante S. Surgical treatment of early breast cancer in day surgery. *Chir Ital* 2007; 59:687-91.
10. Culell P, Solernou L, Fraile M, Tarazona J, Miguel A, Villa V. Técnica del ganglio centinela en la cirugía del cáncer de mama en un hospital sin servicio de medicina nuclear. *Cir Esp* 2007; 81:126-9.
11. Rodríguez JM. Algoritmo de segmentación de la imagen para la detección de cáncer de mama. Servicio de Calidad de la Atención Sanitaria. Universidad de Mataró. España, 2004. En: <http://www.chospab.es/calidad/archivos/Planes/PlanCalidadSESCAM2004.pdf>.
12. Sahiner B, Petrick N, Chan HP, Hadjiiski LM, Paramagul C, Helvie MA, Gurcan MN. Computer-aided characterization of mammographic masses: accuracy of mass segmentation and its effects on characterization. *IEEE Trans Med Imaging* 2001; 20:1275-84.
13. Timp S, Karssemeijer N. A new 2D segmentation method based on dynamic programming applied to computer aided detection in mammography. *Med Phys* 2004; 31:958-71.
14. Rojas Domínguez A, Nandi AK. Improved dynamic-programming-based algorithms for segmentation of masses in mammograms. *Med Phys* 2007; 34:4256-69.
15. van Engeland S, Karssemeijer N. Combining two mammographic projections in a computer aided mass detection method. *Med Phys* 2007; 34:898-905.
16. Bruckner S, Grimm S, Kanitsar A, Gröller ME. Illustrative context-preserving exploration of volume data. *IEEE Trans Vis Comput Graph* 2006; 12:1559-69.
17. Bruckner S, Gröller E. Enhancing depth-perception with flexible volumetric halos. *IEEE Trans Vis Comput Graph* 2007; 13:1344-51.
18. Mortensen E., Barrett W. Intelligent scissors. International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques. Computer Graphics (SIGGRAPH '95) 1995: 191-8. En: <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=218380.218442>.

19. Treece GM, Prager RW, Gee AH, Berman L. Fast surface and volume estimation from non-parallel cross-sections, for freehand three-dimensional ultrasound. *Med Image Anal* 1999; 3:141-73.
20. Treece GM, Prager RW, Gee AH, Berman L. Surface interpolation from sparse cross sections using region correspondence. *IEEE Trans Med Imaging* 2000; 19:1106-14.
21. Marr D, Hildreth E. Theory of edge detection. *Proc R Soc Lond B Biol Sci* 1980; 207:187-217.
22. Liang J, McInerney T, Terzopoulos D. United snakes. *Med Image Anal.* 2006; 10:215-33.
23. Daneels D. Interactive Outlining. An improved approach using active contours. *SPIE* 1993; 1908:226-33.
24. Staradub VL, Hsieh YC, Clauson J, Langerman A, Rademaker AW, Morrow M. Factors that influence surgical choices in women with breast carcinoma. *Cancer* 2002; 95:1185-90.