

Electromagnetic interaction models for the characterization of targets in SAR scenes: preliminary literature review

A. J. Zozaya

Investigador Prometeo, Instituto Espacial Ecuatoriano, Ecuador

Abstract.-

This paper deals with the revision of literature on electromagnetic interaction models for characterizing targets from synthetic aperture radar SAR data. The primary motivation of this review is to encourage the creation of a research area on synthetic aperture radars within the Ecuadorian Space Institute. This document contains a brief review of the basic principles of synthetic aperture radar, the mechanisms of interaction of electromagnetic fields with matter, polarimetry basics and its use for characterization of targets in SAR scenes. A set of thesis topics for both undergraduate and graduate levels are proposed at the end.

Keywords: electromagnetic interaction, synthetic aperture radar SAR, reflectance, backscatter coefficient, reflectivity, electromagnetic properties of matter and rocks, polarimetry.

Modelos de interacción electromagnética para la caracterización de blancos en escenas SAR: revisión preliminar de la literatura

Resumen.-

En el presente artículo se presenta una revisión de la literatura sobre los modelos de interacción electromagnética para la caracterización de blancos a partir de los datos obtenidos de los radares de apertura sintética SAR. La motivación primera de esta revisión es la de propiciar la creación de una línea de investigación en el área de radares de apertura sintética, en el seno del Instituto Espacial Ecuatoriano. Este documento contiene una revisión breve de los principios básicos de los radares de apertura sintética, de los mecanismos de interacción de los campos eléctrico y magnético con la materia, y de la polarimetría y su uso para la caracterización de blancos en escenas SAR. Al final se proponen un conjunto de temas de tesis tanto de grado como de postgrado.

Palabras claves: interacción electromagnética, radares de apertura sintética SAR, reflectancia, coeficiente de retrodispersión, reflectividad, propiedades electromagnéticas de la materia y de las rocas, polarimetría.

Recibido: Diciembre 2014

Aceptado: Marzo 2015.

1. Introducción

El eco de radar, apropiadamente muestreado y procesado, se lo convierte en una imagen en los radares de apertura sintética. En el presente trabajo se revisan los aspectos matemáticos y físicos del modelado de la formación del eco

de radar. Haremos un recorrido breve por todos aquellos tópicos relacionados con el mecanismo de interacción de los campos electromagnéticos y los blancos, con la esperanza de que el lector pueda, al final, mediante un ejercicio de integración, hacerse una idea general del mismo. A partir de la comprensión del problema físico y de su modelo matemático, veremos en que «medida» se puede resolver el problema inverso, esto es: de recuperar información «útil» del objeto a partir de su eco radar. Esta «medida» quedará definida por aquellos elementos de información del blanco

Correo-e: azozaya@uc.edu.ve (A. J. Zozaya)

que efectivamente pueden ser recuperados y por aquellos que definitivamente no. A lo largo de este trabajo, allá donde ha resultado posible, se ha hecho énfasis en aquellas aplicaciones que se relacionan con estudios de carácter litológico.

Este trabajo comprende 4 secciones. En la Sección 1 se define el contexto de aplicación de los radares de apertura sintética SAR (por sus siglas en inglés *Synthetic Aperture Radar*) dentro de las disciplinas de observación remota de la tierra. También se definen algunos conceptos básicos de interés general, como los parámetros asociados a la reflectancia: la sección transversal de radar (RCS, por sus siglas en inglés *Radar Cross Section*), y el coeficiente de retrodispersión. Se presenta la ecuación de radar y finalmente se da una descripción simplificada del radar de apertura sintética. En la Sección 2, se describen, desde el punto de vista físico y matemático, los mecanismos de interacción de los campos electromagnéticos y la materia. Se describen, también, las propiedades electromagnéticas de la materia, en general, y las de las rocas, en particular. Se definen los parámetros asociados a la reflectividad: los coeficientes de reflexión de FRESNEL. Finalmente, se establece una relación formal entre la reflectancia y la reflectividad. En la Sección 3, se desarrollan los elementos básicos de la polarimetría para la caracterización de blancos en escenas SAR. Se definen el estado de polarización de la onda electromagnética y los vectores de JONES y STOKES como formalismos equivalentes de dicha definición. Se describe polarimétricamente un blanco mediante las matrices de SINCLAIR, de Coherencia y de Covarianza. Finalmente, se analizan las principales estrategias de extracción de información polarimétrica del eco de radar. Entre estas se describen las más recurrentes técnicas de descomposición: la coherente de PAULÍ, y las incoherentes de FREEMAN-DURDEN y algebraica $H/\bar{\alpha}, A$. Al final de esta sección se incluye un apartado en el que se revisa brevemente la explotación de los datos SAR en la identificación de litologías. En la Sección 4, finalmente, se proponen algunos temas de tesis tanto de grado como de postgrado.

2. Radares de apertura sintética

La observación remota de la tierra provee información única para enfrentar los retos sociales y ambientales de dimensiones globales. Su uso para fines científicos abarca las áreas de estudios siguientes: cambio climático, ambiente, recursos naturales, desarrollo sustentable, planificación de mega-ciudades, movilidad vehicular, peligros y desastres naturales, entre otras. En la teledetección se utilizan en general sensores ópticos e infrarrojos y de microondas. Entre los ópticos e infrarrojos los hay pasivos de alta resolución, multi-espectrales e hiper-espectrales. También los hay activos, como el Lidar. Entre los sensores de microondas también los hay pasivos, como los radiómetros, y activos, como los altímetros y el radar de apertura sintética.

Los radares de apertura sintética tienen aplicación en las áreas de:

1. Topografía: generación de modelos de elevación digital usando interferometría (InSAR)
2. Oceanografía: estimación de corrientes oceánicas y de la velocidad del viento.
3. Glaciología: estimación de la humedad de la nieve, control de glaciares.
4. Agricultura: control y clasificación de cultivos, estimación de la humedad del suelo.
5. Geología: discriminación de terrenos, generación de imágenes subterráneas.
6. Ciencias forestales: control de la altura de los bosques, la biomasa y la deforestación.
7. Control de terremotos y actividad volcánica: mediante interferometría diferencial.
8. Supervisión ambiental: de derrames de petróleo, inundaciones, crecimiento urbano, cambio climático global, etc.
9. Vigilancia y reconocimiento militar: para generar políticas estratégicas y realizar evaluaciones tácticas.

Las imágenes obtenidas de los radares de apertura sintética se suelen usar como un complemento de las correspondientes imágenes ópticas. Los radares de apertura sintética, sin embargo, a diferencia de los sensores ópticos, poseen capacidad de alta resolución, independientemente de la altitud de vuelo, y mediante una selección

apropiada de la frecuencia de trabajo pueden operar en cualquier condición climática. Debido a su capacidad activa, los radares de apertura sintética pueden operar tanto en el día como en la noche. Los avances tecnológicos recientes han permitido la implantación de las técnicas polarimétricas, las cuales permiten la explotación de las firmas polarimétricas del suelo para estimar, entre otras cosas, su estructura física y su constante dieléctrica. En opinión de MOREIRA, los radares de apertura sintética han entrado en su edad de oro [1] : más de 15 sensores a bordo de vehículos espaciales se encuentran hoy día operando, y unos 10 nuevos sistemas SAR serán lanzados en los próximos 5 años. Una lista completa de las misiones en ejecución y programadas para el estudio remoto de la tierra se puede leer en el Manual de Observación de la Tierra (*The Earth Observation Handbook*) [2]. El Manual de Observación de la Tierra es editado en conjunto por el Comité de Satélites de Observación de la Tierra, *Committee on Earth Observation Satellites* (CEOS), y la Agencia Espacial Europea, *European Space Agency* (ESA). El CEOS agrupa las principales agencias de observación remota de la tierra del mundo: posee 31 miembros y 24 asociados. Desde la *Agency Table* se puede acceder a los portales *web* de las principales agencias del CEOS.

Muchas de las agencias agrupadas en el CEOS hacen un esfuerzo apreciable por difundir sus productos e incentivar la investigación en el área de la teledetección. La ESA, por ejemplo, ha dispuesto del uso gratuito de una Herramienta Educativa y de Procesamiento de Datos SAR Polarimétricos, *The Polarimetric SAR Data Processing and Educational Tool* (PolSARpro), para facilitar el acceso y la explotación de los datos polarimétricos generados por la ESA y de terceros: ALOS PALSAR, Envisat ASAR, RADARSAT-2 y TerraSAR-X.

El Centro Canadiense de Teledetección (*Canada Centre of remote Sensing*) ha creado el *software Polarimetric Workstation* (PWS). El *Polarimetric Workstation* (PWS) es ante todo una herramienta educativa, un *software* eficiente y amigable para la extracción de información polarimétrica de los datos obtenidos a partir de radares de apertura

sintética, que se basa en más de 25 años de investigación en el área de polarimetría [3].

Otras herramientas que merecen mención específica son ROI-PAC (*Repeat Orbit Interferometry PACkage*) distribuido por el Jet Propulsion Laboratory, y el *SAR Training Processor* (STP) distribuido por la *Alaska Satellite Facility* (ASF). ROI-PAC permite la aplicación de las técnicas de Interferometría SAR a los investigadores en el área de topografía y cambios de la superficie terrestre. La interferometría SAR (INSAR, por sus siglas en inglés *Interferometric synthetic aperture radar*) es una técnica que permite el análisis de la diferencia de fase entre dos imágenes SAR tomadas desde dos posiciones ligeramente diferentes. Esta diferencia de fase se relaciona con la topografía del terreno y puede ser utilizada para generar modelos digitales de elevación. ROI-PAC fue desarrollado inicialmente para los datos ERS, actualmente soporta los datos ERS-1, ERS-2, JERS, Envisat y ALOS PALSAR, y es configurable para trabajar en *strip-mode* con los datos obtenidos de la mayoría de los instrumentos de radar satelitales. Por su parte, el STP es una herramienta gráfica diseñada para asistir el aprendizaje y la enseñanza del flujo del procesamiento SAR.

Entre las numerosas misiones SAR realizadas, hay una que merece particular atención, la cual se ha convertido en un hito en la evolución tecnológica de los radares de apertura sintética. En 1994 se realizó un experimento cooperativo entre la *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), la *Deutsche Agentur für Raumfahrtangelegenheiten* (DARA), y la *Agenzia Spaziale Italiana* (A.S.I.) denominado SIR-C/X-SAR. El SIR-C/X-SAR representó uno de los mayores pasos tecnológicos en la teledetección con radares y el primer sistema espacial de radar de apertura sintética multifrecuencial y polarimétrico [4]. En dicho experimento se dispuso de tres radares para tomar imágenes digitales de unos trescientos sitios diferentes simultáneamente, en las bandas L (24 cm), C (6 cm) y X (3 cm), desde el *Space Radar Lab*. embarcado en el transbordador espacial Endeavour (ver Fig. 1).

En las bandas L y C se usaron ambas polarizaciones: vertical *V* y horizontal *H*, provyendo

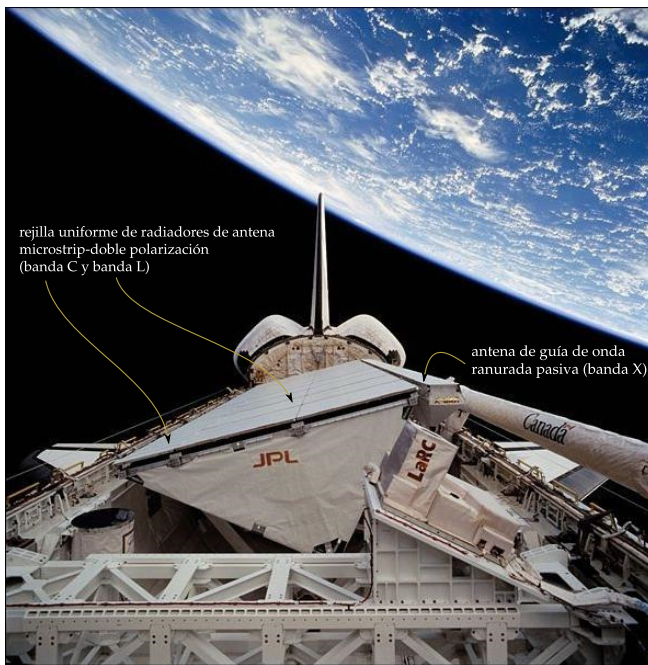


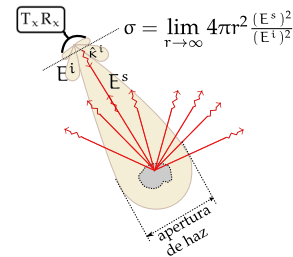
Figura 1: Transbordador espacial Endeavour transportando el sistema de radares SIR-C/X-SAR. Fotografía tomada de <http://www.radartutorial.eu>.

imágenes de magnitud de reflectancia en las cuatro polarizaciones: VV , HH , HV y VH , así como los valores de fase relativa entre las distintas componentes de polarización. Todo ello permitió la estimación de la matriz de dispersión de cada *pixel* de la imagen. En la banda X solo fue usada polarización vertical. Los datos recopilados fueron usados para validar diferentes algoritmos para generar mapas de tipos de vegetación y biomasa, y humedad del suelo, la nieve y la vegetación. Los resultados de la misión comprendieron las áreas de ecología, hidrología, geología y oceanografía entre otras. Un resumen de tales resultados puede leerse en [5]. En [5] no se dan detalles de los algoritmos usados para la elaboración de mapas litológicos, sin embargo, menciona que la medición de cambios extremos en la rugosidad del terreno y en su constante dieléctrica permitieron clasificar el paisaje en áreas boscosas y no boscosas, monitorizar el daño del fuego y nuevo crecimiento, detectar las transiciones entre zonas congeladas y descongeladas, así como detectar la inundación de los humedales en la tundra.

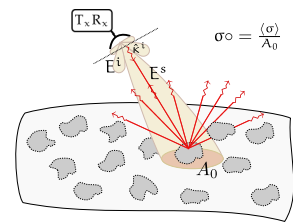
Para una revisión detallada de las distintas

misiones SAR satelitales ejecutadas, en ejecución, y programadas, el lector puede remitirse al *Catalogue of Satellite Missions* del CEOS-ESA. Un catálogo centralizado de las misiones SAR aéreas, en el mejor de mis conocimientos, no existe.

2.1. Ecuación de radar



(a) Objeto de tamaño inferior al ancho de haz.



(b) Objeto de tamaño extendido superior al ancho de haz.

Figura 2: a) σ se mide en $[m^2]$, es un área equivalente del dispersor que intercepta cierta cantidad de potencia incidente, la cual, al ser re-irradiada isotrópicamente, produce en el receptor de radar una densidad de potencia igual a la dispersada realmente por el blanco. b) σ^0 , por otro lado, es adimensional, es una densidad de RCS por unidad de área.

Un radar (radar es el acrónimo de *RADIo De-tectiOn And RAngeing*) envía una ráfaga de pulsos electromagnéticos y en el intervalo de tiempo entre los pulsos recibe los ecos que producen los distintos objetos interceptados por los campos electromagnéticos radiados. Los ecos se producen como una consecuencia de la interacción de los objetos con el campo electromagnético incidente. Esta interacción es una función compleja de la geometría de los objetos, su constitución electromagnética (ϵ , μ y σ), su orientación, la frecuencia de operación del radar, y la polarización del campo eléctrico. La función primera del radar

es la detección –*Detection*– (recepción de un eco con energía suficiente), y la determinación de la distancia del objeto que la produce –*Ranging*– mediante la medición del tiempo de retardo de la recepción del eco. La caracterización de los objetos en términos de su «capacidad» de producir un eco electromagnético detectable (reflectancia) se basa en dos figuras de mérito: la sección transversal de radar (RCS, por su siglas en Inglés: *Radar Cross Section*), y el coeficiente de retrodispersión. La RCS se usa para definir la reflectancia de objetos de tamaño inferior al ancho de haz de la antena de radar –ver Fig. 2(a)–, y se le designa con la letra griega σ . No confundir esta σ de RCS, con la σ de conductividad eléctrica. A lo largo de este documento mantendremos, sin embargo, la misma letra griega para ambas definiciones con la esperanza de que el lector sepa distinguirlas a partir del contexto en el que se las mencione. El coeficiente de retrodispersión viene a ser más bien una adaptación del concepto de RCS para definir la reflectancia de objetos de tamaño extendido –ver Fig. 2(b)–, superior al ancho de haz de la antena de radar, y se le designa con la misma letra griega sigma más un cero de supe-índice: σ° .

La RCS se define como:

$$\sigma(\hat{k}^i, \hat{k}^s) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} \quad (1)$$

donde E^i es el campo incidente (una onda plana), E^s es el campo disperso (una onda esférica), el límite sirve para indicar que σ se define en la zona lejana del dispersor, y \hat{k}^i y \hat{k}^s son las direcciones de incidencia y de observación, respectivamente. Cuando la dirección de iluminación es diferente de la de observación se habla de RCS biestática. Cuando la dirección de iluminación y de recepción coinciden, se habla de RCS monoestática. En adelante, por defecto, nos referiremos a la RCS monoestática. La RCS es pues un área equivalente que intercepta cierta cantidad de potencia incidente, y que luego la re-irradia isotrópicamente, produciendo en el receptor de radar una densidad de potencia igual a la dispersada realmente por el blanco.

El coeficiente de retrodispersión se define, a su

vez, como

$$\sigma^\circ = \frac{\langle \sigma \rangle}{A_0} \quad (2)$$

donde $\langle \sigma \rangle = \frac{1}{N} \sum_n^N \Delta \sigma_n$ es la media estadística de la RCS en el área A_0 iluminada por el radar –ver Fig. 2(b)–.

El coeficiente de retrodispersión es adimensional, es una densidad de RCS por unidad de área, tal que la RCS de un sector del objeto se puede obtener integrando σ° en dicho sector:

$$\sigma = \int_S \sigma^\circ(r) ds \quad (3)$$

donde r recorre todos los puntos sobre S .

Definida la reflectancia de un objeto, su interacción con el radar queda cuantificada mediante la ecuación del radar, la cual conecta la potencia electromagnética recibida (contenida en el eco) con la potencia transmitida:

$$P_{R_x} = \frac{P_{T_x} G}{4\pi r^2} \sigma \frac{A_e}{4\pi r^2} \quad (4)$$

para un objeto «pequeño», y

$$P_{R_x} = \int_{A_0} \frac{P_{T_x} G}{4\pi r^2} \sigma^\circ \frac{A_e}{4\pi r^2} ds \quad (5)$$

para un objeto «grande» del cual se ha iluminado un área A_0 . En las ecuaciones (4) y (5) P_{T_x} es la potencia radiada por el radar, G es la ganancia de la antena (transmisora), $1/4\pi r^2$ representa las «pérdidas» de espacio libre, las cuales se contabilizan doblemente, de ida y de vuelta, σ y σ° representan, según el caso, el área equivalente del blanco que intercepta y retrodispersa exactamente la misma potencia que éste, y A_e es el área efectiva de la antena (receptora), la cual es, también, un área equivalente. El área A_e efectiva de una antena vale [6, 7]:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

donde G es la ganancia directiva de la antena.

Como en general los parámetros σ y σ° son «sensibles» a la polarización, una definición más apropiada de ellos, y por ende más general, deberá incluir la información de la polarización.

Un radar de apertura sintética polarimétrico completo transmite los pulsos en dos polarizaciones mutuamente ortogonales: H y V , alternativamente, y recibe los ecos en cuatro canales separados: HH , HV ; VH y VV . Si designamos con la letra p la polarización de la onda incidente, y con q la de la onda retrodispersada, las ecs. (1) y (2) deberán reescribirse de las formas:

$$\sigma_{qp} = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|E_q^s|^2}{|E_p^i|^2} \quad (6)$$

$$\sigma_{qp}^\circ = \frac{\langle \sigma_{qp} \rangle}{A_0} \quad (7)$$

De este modo el campo eléctrico E^s del eco recibido en el radar se puede expresar en función del campo eléctrico incidente E^i sobre el blanco, bajo la premisa de que éste se encuentre en la zona lejana de la antena (E^i es una onda plana), mediante la relación:

$$\begin{pmatrix} E_H^s \\ E_V^s \end{pmatrix} = \frac{e^{-jkr}}{r} \begin{pmatrix} s_{HH} & s_{HV} \\ s_{VH} & s_{VV} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_H^i \\ E_V^i \end{pmatrix} \quad (8)$$

donde los sub-índices H y V indican las orientaciones Horizontal y Vertical de las componentes del campo eléctrico, $[S]$ es la matriz de dispersión del blanco, y los elementos s_{qp} de $[S]$ se denominan coeficientes complejos de dispersión y se relacionan con la RCS de la forma:

$$\sigma_{qp} = 4\pi |s_{qp}|^2 \quad (9)$$

Los elementos de la diagonal de la matriz de dispersión reciben el nombre de términos co-polares, puesto que ellos relacionan entre si las componentes de los campos incidente y retro-dispersado con la misma polarización. Los elementos restantes se denominan términos de polarización cruzada, ya que ellos relacionan entre si los estados de polarización ortogonales de los campos incidente y retro-dispersado.

2.2. Descripción simplificada de un radar de apertura sintética

Un radar de apertura sintética (SAR, por sus siglas en Inglés *Synthetic Aperture Radar*), es un radar instalado a bordo de un vehículo aéreo, o

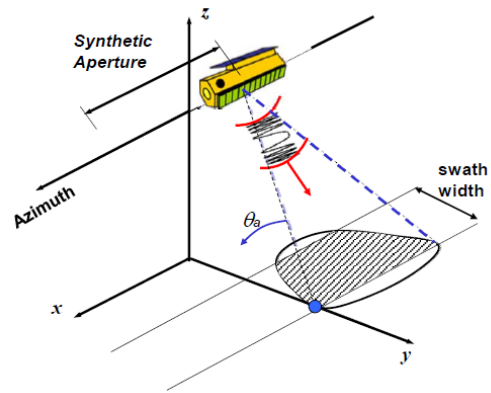


Figura 3: Ilustración básica de una radar de apertura sintética. Cortesía del Prof. A. Moreira, *German Aerospace Center (DLR), Microwaves and Radar Institute, Germany*.

espacial, que recorre una trayectoria rectilínea a una altura predeterminada sobre el suelo, cuyo haz de antena se orienta perpendicularmente a esta trayectoria e ilumina con cierto ángulo de inclinación el suelo (ver Fig 3.). En su recorrido va almacenando muestras de los ecos recibidos desde una posición distinta cada vez. La suma coherente de estos ecos permite la «síntesis» de una apertura virtual de longitud mucho mayor que la de la antena real. De allí su nombre de «apertura sintética». Los ecos recibidos son almacenados y posteriormente procesados para construir una imagen del suelo, una suerte de mapa de reflectancias, la cual consiste en una gráfica 2D de reflectancias de la forma $\sigma^\circ = \sigma^\circ(x, y)$ [1, 8].

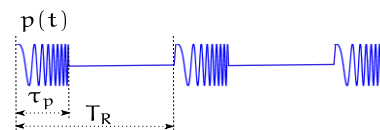


Figura 4: Sucesión de pulsos chirp de radar.

En su trayectoria, el radar transmite una sucesión de pulsos $p(t)$, en general del tipo chirp –Ec. (10)–, de duración τ_p , cada T_R segundos (ver Fig.4). Una señal chirp consiste en una señal cosenoidal cuya frecuencia varía linealmente entre una frecuencia f_i de inicio y una frecuencia f_f de fin:

$$p(t) = A \cos[\omega(t)t], \quad t \in (0, \tau) \quad (10)$$

donde

$$\omega(t) = 2\pi \left(f_c - \frac{B}{2} + c_r t \right)$$

siendo $B = f_f - f_i$ el ancho de banda del pulso, $c_r = B/\tau_p$ es la rata de variación temporal de la frecuencia (*chirp rate*) y f_c es la frecuencia central del radar.

De manera simplificada podemos suponer que en el intervalo $T_R - \tau_p$, mientras el radar ocupa una determinada posición en su trayectoria (coincidente con el eje x en la Fig. 3), la electrónica del radar toma muestras de los ecos recibidos, las cuales forman un vector fila. La información de la posición (*range*) de las distintas partes reflectantes de la franja de suelo iluminado viene contenida en el tiempo de retardo de los ecos cuyas muestras han sido registradas.

El haz de la antena de radar cubre usualmente una área de ancho Δy en la dirección de y , denominado *swath width* en la Fig. 3, y un largo Δx en la dirección de vuelo, que si medido en el centro del *swath*, es igual al producto del ancho (de 3dB) de haz $\Delta\theta_R$ y la distancia R_0 del centro del *swath* al radar: $\Delta x = \Delta\theta_R R_0$. Usualmente, para las antenas de apertura, el ancho de haz vale $\Delta\theta_R = \lambda/L$, donde L es la longitud, o «apertura», horizontal de la antena [9]. Sucede que las partes reflectantes del suelo que se ubican a los lados del eje central del haz de la antena exhiben una velocidad relativa v_{LOS} (con relación al radar) par a $v_{LOS} = -v \cos(\theta)$, siendo v la velocidad de la plataforma que transporta el radar, y θ el ángulo formado por la dirección de vuelo (eje x) y el radial que parte del radar y llega a la parte reflectante del suelo considerada. *LOS* está por *Line of Sight*: línea de vista, y v_{LOS} es la velocidad relativa del objeto a lo largo de su línea de vista. De esta forma, en el intervalo δt entre dos muestras del eco, la fase correspondiente habrá sufrido una variación de

$$\Delta\phi = -2\kappa_0(R - v_{LOS}\delta t)$$

donde R es la distancia del objeto en correspondencia de la primera muestra, y $R - v_{LOS}\delta t$ en correspondencia de la segunda. La variación de

esta fase con el tiempo vale

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = 2\kappa_0 v_{LOS} \quad (11)$$

$$= \frac{4\pi}{\lambda} v_{LOS} \quad (12)$$

$$= 2\pi \left(2 \frac{v_{LOS}}{\lambda} \right) \quad (13)$$

$$= 2\pi f_D, \quad (14)$$

donde f_D se conoce como frecuencia DOPPLER: $f_D = -2v_{LOS}/\lambda$, esto es $f_D = -2v \cos(\theta)/\lambda$. Lo cual quiere decir que las muestras del eco almacenadas en la fila de nuestra matriz contienen, también, además de la información de distancia, información de su velocidad relativa, o frecuencia DOPPLER.

El proceso de muestreo se repite para cada pulso y en cada iteración se forma un nuevo vector fila. Al terminar su recorrido el radar, se dispone de una matriz con tantas filas como pulsos hayan sido irradiados, y con tantas columnas como muestras se hayan tomado por cada pulso. Los valores almacenados en esta matriz se conocen como datos crudos (*raw data*), y en si mismos no constituyen una imagen. Es necesario procesar estos datos digitalmente para efectivamente construir una imagen del terreno. Los algoritmos desarrollados para procesar los datos crudos y convertirlos en una imagen son varios [10, 11]. Una descripción detallada de ellos está fuera del alcance de este reporte y será cubierto en otro momento. Por ahora, solo adelantaremos que la imagen SAR se construye usufructuando del hecho que al trazar sobre una representación geo-referenciada del terreno, las curvas *iso-range* e *iso-DOPPLER*, las mismas forman una cuadrícula, cuyos recuadros (píxeles de tamaño $\delta x \times \delta y$, con $\delta x = c/2B$ y $\delta y = L/2$) se pueden colorear usando una escala de grises, por ejemplo, calibrando el valor de la tonalidad en función de la intensidad del eco recibido (reflectancia) para cada coordenada (*range*, f_D) [9] [12]. Es importante resaltar, que como resultado de la operación del radar y del procesamiento digital de los datos, se logra disponer por cada píxel, en el mejor de los casos (SAR polarimétrico completo), de los valores de σ_{VV}° , σ_{HH}° , $\sigma_{HV}^\circ = \sigma_{HV}^\circ$, y de las fases relativas

$\phi_{VH} - \phi_{VV}$ y $\phi_{HH} - \phi_{VV}$. Este tema será ampliado en la Sección 4.

3. Mecanismo de interacción de los campos eléctrico y magnético con la materia.

La materia, desde el punto de vista macroscópico (y para frecuencias no ionizantes), puede modelarse como una agrupación continua de dipolos eléctricos y lazos magnéticos elementales. Los dipolos eléctricos reaccionan con un campo eléctrico externo reorientándose en dirección opuesta a éste, sustrayendo del mismo cierta cantidad de energía, la cual almacenan. Este proceso se conoce como polarización eléctrica, o simplemente polarización. La polarización eléctrica se modela matemáticamente mediante un Vector de Polarización \mathbf{P} [Q/m²]. La Polarización \mathbf{P} es el momento dipolar eléctrico por unidad de volumen en un punto de un material polarizado [13, 14, 15, 16]:

$$\mathbf{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_n \mathbf{p}_n}{\Delta v} \quad (15)$$

donde $\sum_n \mathbf{p}_n$ es el momento dipolar eléctrico resultante de los dipolos eléctricos contenidos en el volumen incremental Δv .

En general, la Polarización \mathbf{P} se puede expresar como una función del campo eléctrico total \mathbf{E} en el interior de la materia de la forma:

$$\mathbf{P} = \chi_e(\mathbf{E})\epsilon_0\mathbf{E} \quad (16)$$

donde $\chi_e(\mathbf{E})$ es la susceptibilidad eléctrica del material y ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío. Mientras esta última no tiene sentido físico, y solo sirve para ajustar la unidades de medida, la primera, la susceptibilidad eléctrica, contiene en cierta forma a la Ec. (15), modela numéricamente la propensión del medio a polarizarse y es una propiedad intrínseca del medio.

Un medio polarizado tiende a despolarizarse si el campo externo fenece, y al despolarizarse, el medio devuelve al espacio libre la energía previamente almacenada. Si el campo externo varía con el tiempo, bajo ciertas premisas, el medio podría liberar con una ley temporal similar la energía almacenada en forma de radiación

electromagnética. En este caso, es como si el campo externo al poner a «vibrar» los dipolos, éstos, en su vibración, se comportasen como pequeñas antenas que re-irradian una porción de la energía que el campo externo les supe.

Desde el punto de vista magnético sucede algo completamente equivalente. En este caso los lazos magnéticos reaccionan reorientándose en la dirección del campo magnético externo, sustrayendo de éste cierta cantidad de energía magnética, la cual almacenan. Este proceso se conoce como magnetización o imanación. La Magnetización se modela matemáticamente mediante un Vector de Magnetización \mathbf{M} [A/m]. La Magnetización \mathbf{M} se define como el momento magnético por unidad de volumen en un punto de un material magnetizado [13, 14, 15, 16]:

$$\mathbf{M} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum_n \mathbf{m}_n}{\Delta v} \quad (17)$$

donde $\sum_n \mathbf{m}_n$ es el momento magnético que producen los lazos magnéticos elementales contenidos en el volumen incremental Δv .

En general, el Vector de Magnetización \mathbf{M} se puede expresar como una función del campo magnético total \mathbf{H} en el interior de la materia de la forma:

$$\mathbf{M} = \chi_m(\mathbf{H})\mathbf{H} \quad (18)$$

donde $\chi_m(\mathbf{H})$ es la susceptibilidad magnética del material, la cual contiene en cierta forma a la Ec. (17), modela numéricamente la propensión del medio a imantarse y es una propiedad intrínseca del medio.

Un medio magnetizado bajo la acción de un campo magnético externo tiende a desimantarse si el campo fenece, y al despolarizarse, el medio devuelve al espacio libre la energía previamente almacenada. Si el campo externo varía con el tiempo, bajo ciertas premisas, el medio podría liberar con similar función del tiempo la energía almacenada en forma de radiación electromagnética. En este caso, también, la «vibración» de los dipolos magnéticos es equivalente a la actuación de pequeñas antenas que re-irradian una porción de la energía que el campo externo suministra.

Un tercer mecanismo de interacción entre la materia y el campo electromagnético se manifiesta cuando un campo eléctrico externo puede proveer energía suficiente para producir un «salto» de los electrones desde la capa de valencia a la de conducción sin que ocurra la ruptura dieléctrica del material. En este caso, por la acción del campo eléctrico externo tiende a establecerse una corriente eléctrica, para cuya existencia el campo eléctrico externo debe vencer la resistividad eléctrica del material (ley de Ohm) y aportar la energía necesaria para crear el campo magnético que necesariamente ha de «acompañar» a la corriente. Si el campo eléctrico externo varía con el tiempo, deberá suministrar energía adicional para que las variaciones correspondientes en el campo magnético asociado a la corriente inducida se propaguen a través del espacio libre, dando lugar al fenómeno de la radiación electromagnética. La densidad de corriente $J_n = \mathbf{J} \cdot \hat{n}$, en la dirección \hat{n} , en un punto de un material se define matemáticamente como:

$$J_n = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \quad (19)$$

donde ΔI es la corriente incremental que atraviesa la superficie ΔS en la dirección \hat{n} normal a esta.

En general, la densidad de corriente \mathbf{J} inducida por un campo eléctrico se relaciona con este a través de la Ley de Ohm:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (20)$$

donde σ es la conductividad eléctrica del medio [S/m] (inverso de la resistividad) y es una propiedad intrínseca del medio.

3.1. Propiedades electromagnéticas macroscópicas de la materia

Las propiedades electromagnéticas de los medios vienen definidas por los parámetros intrínsecos de carácter macroscópico definidos previamente. Pero muy a menudo, en lugar de las susceptibilidades eléctrica χ_e y magnética χ_m , se suelen emplear la permitividad eléctrica $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \chi_e)$ [F/m], y la permeabilidad magnética $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$ [H/m], en conjunto con la conductividad eléctrica σ [S/m] (inverso de la

resistividad). También se suele usar la constante dieléctrica $K = \varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$, en lugar de la permitividad eléctrica. La constante dieléctrica es una cantidad obviamente adimensional. La permitividad eléctrica ε modela la propensión del medio a polarizarse eléctricamente, la permeabilidad magnética μ modela la propensión del medio a magnetizarse y la conductividad eléctrica σ la propensión a conducir corriente. Estos tres parámetros participan en las ecuaciones denominadas constitutivas de la materia y que, siempre en términos macroscópicos, modelan la interacción de la materia con los campos eléctrico y magnético en un punto. En el dominio de la frecuencia tales ecuaciones tienen la forma siguiente:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (21)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (22)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (23)$$

donde: \mathbf{D} [C/m²] es la densidad de flujo eléctrico, \mathbf{E} [V/m] es la intensidad del campo eléctrico, \mathbf{B} [T] es la densidad de flujo magnético, \mathbf{H} [A/m] es la intensidad de campo magnético, y \mathbf{J} [A/m²] es la densidad de corriente libre.

Como los parámetros ε , μ y σ pueden, en general, variar con la orientación de los campos dando lugar al fenómeno de la anisotropía, las ecuaciones constitutivas (21), (22) y (23) bien podrían ser relaciones tensoriales. Como tal caso está fuera del alcance del presente estudio no profundizaremos en el tema. También debemos advertir, que los parámetros constitutivos pueden variar con el tiempo, la frecuencia, la posición, la presión, la temperatura, etc. En nuestro caso de estudio solo trataremos la inhomogeneidad (dependencia espacial) y la dependencia con la frecuencia. Y en general trataremos con materiales no magnéticos ($\mu = \mu_0$). Si miramos las ecuaciones (21), (22) y (23) como modelos de un sistema lineal, los parámetros ε , μ y σ vendrían a ser las funciones de transferencia, los campos a la derecha las entradas (funciones forzantes), y los campos a la izquierda las salidas (respuestas del sistema). En la medida que la frecuencia aumenta la inercia de la materia se manifiesta descubriendo el carácter

complejo de los parámetros ε , μ y σ . En la teoría electromagnética clásica solo se confiere carácter complejo a los parámetros ε y μ [17], que para medios simples asumen la forma:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (24)$$

$$\mu(\omega) = \mu' - j\mu'' \quad (25)$$

con ε' , ε'' , μ' y $\mu'' \geq 0$, y donde las variables primadas modelan las propiedades eléctrica y magnética de la materia en su sentido ordinario, mientras que las variables doblemente primadas modelan las pérdidas asociadas a los procesos de polarización eléctrica y magnética, respectivamente, debido a la inercia de tales procesos.

Especial atención merece la ecuación de MAXWELL

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E} \quad (26)$$

donde el término a la derecha representa una densidad de corriente:

$$\mathbf{J} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\mathbf{E} \quad (27)$$

$$= j\omega \left[\varepsilon' - j \left(\frac{\sigma}{\omega} + \varepsilon'' \right) \right] \mathbf{E} \quad (28)$$

la cual viene a ser una combinación lineal de las ecuaciones (21) y (23), donde la multiplicación de la Ec. (21) por $j\omega$ la convierte en la densidad de corriente de desplazamiento, mientras la Ec. (23), en si misma, representa la densidad de corriente de conducción. De este modo, la Ec. (19) modela la reacción del medio material, en términos de densidad de corriente, ante la acción de un campo eléctrico externo. Observamos que la densidad de corriente inducida posee una componente $(\sigma + \omega\varepsilon'')\mathbf{E}$ en fase con el campo eléctrico, y una componente $\omega\varepsilon'\mathbf{E}$ en cuadratura con él. Circuitualmente hablando esto podría modelarse como un circuito RC paralelo equivalente a un capacitor relleno de una muestra del material bajo estudio, tal como se muestra en la Fig. 5.

A partir de la Fig. 5 se comprueba que $I = I_g + I_c$, que $I = YV$ y que $Y = G + j\omega C$, y $G = (\sigma + \omega\varepsilon'')\frac{A}{d}$ y $C = \varepsilon'\frac{A}{d}$, donde A es el área de las placas del capacitor y d la distancia entre ellas. La medición de la admitancia Y del capacitor podría realizarse con un analizador de redes vectoriales. A partir

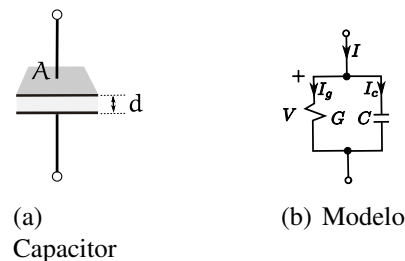


Figura 5: Del modelo b) se comprueba que $I = I_g + I_c$, que $I = YV$ y que $Y = G + j\omega C$, y asumiendo que $\mathbf{J} = [\sigma + j\omega(\varepsilon' - j\varepsilon'')]\mathbf{E}$, se deduce que $G = (\sigma + \omega\varepsilon'')\frac{A}{d}$ y $C = \varepsilon'\frac{A}{d}$, donde, del capacitor en a), A es el área de las placas del capacitor y d la distancia entre ellas.

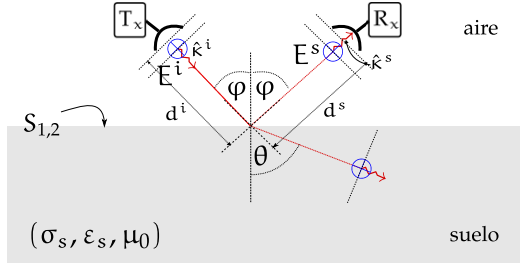
del valor de la admitancia, y conociendo los parámetros geométricos del capacitor, los parámetros ε' y $\sigma + \omega\varepsilon''$ pueden ser determinados, y estos usados, a su vez, para identificar el material, o simplemente para caracterizarlo. Evidentemente existe una ambigüedad con relación al término $\sigma + \omega\varepsilon''$, por lo que, en base a un conocimiento previo del material, habrá que decidir si el parámetro medido es la conductividad eléctrica σ , o la parte imaginaria de la permitividad eléctrica ε'' . Por esta razón, por la imposibilidad de distinguir entre uno y el otro a partir de medidas de laboratorio, los términos σ/ω y ε'' se consideran equivalentes entre si: $\sigma/\omega = \varepsilon''$ [18]. Una enorme cantidad de métodos para caracterizar electromagnéticamente los medios materiales han sido desarrollados. Una descripción de estos métodos está fuera del alcance de la presente revisión, sin embargo, el lector interesado puede leer sobre este tópico en la Ref. [19].

3.2. Caso ideal de reflexión por una superficie plana de material homogéneo (solución analítica)

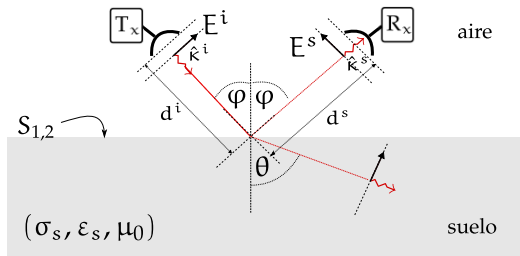
Además de la RCS y el coeficiente de retrodispersión definidos en la Sección 2, existe un tercer parámetro de interés, denominado coeficiente de reflexión, utilizado para definir la reflectividad (\neq reflectancia), en este caso, de una superficie plana. El coeficiente de reflexión se define como la razón de la amplitud compleja del campo eléctrico «reflejado» E^s (onda plana) a la amplitud compleja del campo eléctrico incidente E^i (onda plana),

medidos exactamente sobre la superficie «plana» de separación de dos medios:

$$\rho = \frac{E^s}{E^i} \quad (29)$$



(a) Onda incidente con polarización perpendicular: el campo eléctrico es ortogonal al plano de incidencia –entrando en la hoja–.



(b) Onda incidente con polarización paralela: el campo eléctrico está contenido en el plano de incidencia –contenido en la hoja–.

Figura 6: Incidencia oblicua y recepción del eco en forma biestática.

El coeficiente de reflexión depende de las propiedades electromagnéticas de los dos medios, del ángulo de incidencia y de la polarización del campo eléctrico. Las ecuaciones de definición de ρ se conocen como fórmulas de FRESNEL:

$$\rho_{\perp} = \frac{\eta_s \cos \varphi - \eta_0 \cos \theta}{\eta_s \cos \varphi + \eta_0 \cos \theta} \quad (30)$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{\eta_s \cos \theta - \eta_0 \cos \varphi}{\eta_s \cos \theta + \eta_0 \cos \varphi} \quad (31)$$

donde \perp está por polarización perpendicular (con relación al plano de incidencia), \parallel por polarización paralela (con relación al plano de incidencia), φ el ángulo de incidencia, θ el ángulo de refracción, y $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon}$ y $\eta_s = \sqrt{\mu_0/\epsilon_s}$ son las impedancias intrínsecas de los medios, donde hemos usado el sub-índice s para suelo y 0 para el aire,

anticipándonos al análisis de la interfaz aire/suelo que haremos más adelante (ver Fig. 6).

Evidentemente, según se desprende de la Fig. 6, el eco, u onda reflejada, que produce la superficie plana solo puede ser recibido en modo biestático, y vendría dado por:

$$\begin{pmatrix} E_{\perp}^s \\ E_{\parallel}^s \end{pmatrix} = \frac{e^{-j\kappa d}}{d} \begin{pmatrix} \rho_{\perp} & 0 \\ 0 & \rho_{\parallel} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\perp}^i \\ E_{\parallel}^i \end{pmatrix} \quad (32)$$

donde $d = d^i + d^s$ es la distancia recorrida por la onda plana desde el transmisor T_x hasta el receptor R_x , el factor $e^{-j\kappa d}/d$ se ha añadido para modelar las pérdidas de espacio libre, a lo largo de la distancia recorrida desde el transmisor hasta el receptor, y la variación de fase correspondiente. Aunque por definición el coeficiente de reflexión relaciona los campos incidente y reflejado a nivel de la superficie plana de separación de los dos medios, la incorporación del factor complejo $e^{-j\kappa d}/d$ permite suponer que tales campos se miden en el transmisor y el receptor, respectivamente.

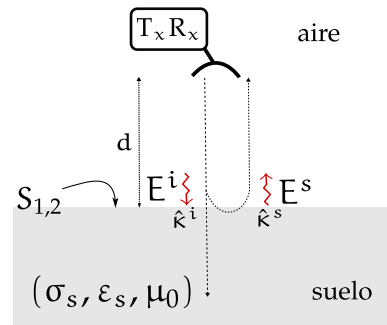


Figura 7: Incidencia perpendicular y recepción del eco en modo monoestático.

En el caso de incidencia perpendicular (ver Fig. 7) ambos coeficientes de reflexión ρ_{\perp} y ρ_{\parallel} se reducen a uno solo:

$$\rho_{\perp} = \rho_{\parallel} = \rho = \frac{\eta_s - \eta_0}{\eta_s + \eta_0} \quad (33)$$

Y el eco puede ser recibido en modo monestático:

$$E^s = \rho E^i \frac{e^{-j\kappa d}}{2d} \quad (34)$$

donde d es la distancia del $T_x R_x$ al suelo. El factor complejo $e^{-j\kappa d}/d$ se ha añadido por las mismas razones indicadas arriba. En este caso, al hacer la

relación entre el campo recibido (eco) y el campo transmitido, teniendo perfecto control sobre las diferentes ganancias, pérdidas y desfases que introduce el *hardware* y el espacio libre, es posible calcular el coeficiente de reflexión ρ de la interfaz. A partir del coeficiente de reflexión es posible estimar los parámetros electromagnéticos σ_s y ε_s del suelo y, eventualmente, a partir de éstos (suponemos), a su vez, determinar el tipo de suelo o de roca.

De la Ecuación (34) el coeficiente de reflexión ρ se puede despejar como

$$\rho = \frac{E^s}{E^i} (2d) e^{j2kd} \quad (35)$$

donde E^s es el eco medido en el receptor y E^i es el campo transmitido desde el transmisor. La Ec. (33) puede ser, entonces, invertida para encontrar las ecuaciones de estimación

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s(\rho_R, \rho_I) \quad (36)$$

$$\sigma_s = \sigma_s(\rho_R, \rho_I) \quad (37)$$

donde $\rho_R = \Re\{\rho\}$ y $\rho_I = \Im\{\rho\}$. En efecto, sustituyendo $\varepsilon_s = \varepsilon'_s - j\sigma/\omega = |\varepsilon_s| e^{-j\Delta}$, donde $\Delta = \arctan\left(\frac{\sigma_s}{\varepsilon'_s \omega}\right)$, en la definición de η_s en la Ec. (33) se obtiene

$$\rho_R = \frac{1 - \frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}}{1 + \frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0} + 2 \sqrt{\frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}} \cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)} \quad (38)$$

$$\rho_I = \frac{2 \sqrt{\frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}} \sin(\Delta/2)}{1 + \frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0} + 2 \sqrt{\frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}} \cos\left(\frac{\Delta}{2}\right)} \quad (39)$$

El par de ecuaciones (38) y (39), la posibilidad de su inversión en la forma indicada por las ecuaciones (36) y (37) y la posibilidad ulterior de identificar distintos tipos de suelos (rocas) a partir de dicho procedimiento, constituye una de las principales motivaciones para realizar una revisión de la investigación científica realizada hasta la fecha en el contexto de la observación remota de la tierra utilizando radares de apertura sintética y su uso potencial en la identificación de distintas litologías.

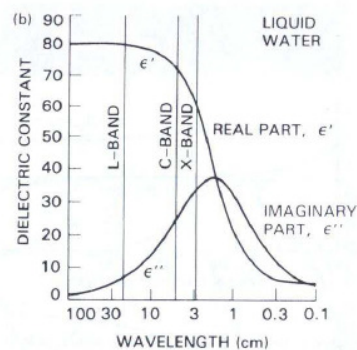


Figura 8: Constante dieléctrica compleja del agua líquida [20].

3.3. Características electromagnéticas de las rocas

Las propiedades eléctricas del suelo dependen de sus principales componentes, de los efectos interfaciales de carácter electro-químico entre estos y de su disposición geométrica [21]. Desde el punto de vista electromagnético el suelo es una mezcla dieléctrica de cuatro componentes: aire, roca propiamente, agua libre y agua ligada [22]. La constante dieléctrica de las rocas (sin humedad) se ubica entre 3 y 8 a las frecuencias de radar, la del agua es 80 y la de los hidrocarburos aproximadamente 2. El comportamiento de la permitividad eléctrica del agua líquida varía, sin embargo, con la frecuencia (ver Fig 8.).

El comportamiento de la permitividad eléctrica compleja del agua se corresponde al de un dieléctrico absorbente ideal, denominado sustancia de DEBYE. Las sustancias de DEBYE tienen un constante dieléctrica cuyo espectro se ajusta a la ecuación:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\Delta\varepsilon}{1 + j\omega\tau} \quad (40)$$

donde $\delta\varepsilon = \varepsilon_s - \varepsilon_\infty$, ε_s es la permitividad estática (permitividad de baja frecuencia) del material, ε_∞ es la permitividad en el límite de alta frecuencia, y τ es el tiempo de relajación del material.

Las rocas presentan, en general, una permitividad eléctrica ε , una permeabilidad magnética μ y una conductividad eléctrica σ no homogéneas y

variantes con la frecuencia:

$$\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon'(\mathbf{r}, \omega) + j\varepsilon''(\mathbf{r}, \omega) \quad (41)$$

$$\mu = \mu(\mathbf{r}, \omega) = \mu'(\mathbf{r}, \omega) + j\mu''(\mathbf{r}, \omega) \quad (42)$$

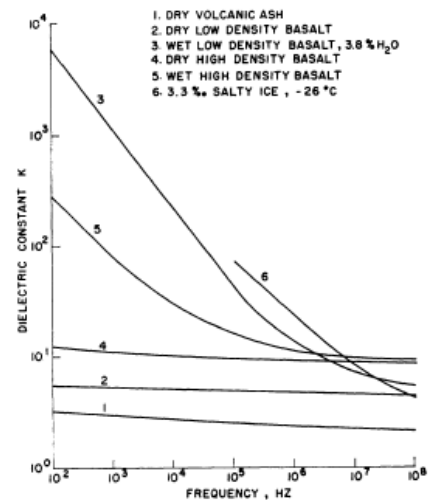
$$\sigma = \sigma(\mathbf{r}, \omega) = \sigma'(\mathbf{r}, \omega) + j\sigma''(\mathbf{r}, \omega) \quad (43)$$

donde $\mathbf{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$ denota posición y $\omega = 2\pi f$, y se ha respetado la notación de la Ref. [23]. En adelante se suprimirá la dependencia de los parámetros constitutivos con el espacio y solo se indicará explícitamente la dependencia con la frecuencia. Recordemos además, que los parámetros constitutivos, en el caso más general, son tensores que dependen de la presión, la temperatura, el campo aplicado, etc., además de la frecuencia.

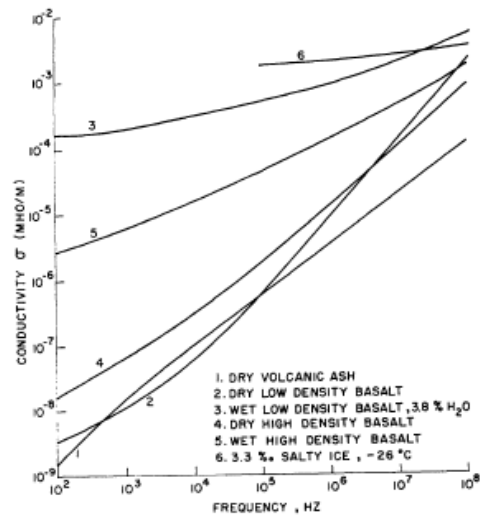
Los mecanismos que dan lugar a la inhomogeneidad y dependencia con la frecuencia de los parámetros electromagnéticos de las rocas aparecen brevemente descritos en [23]. En general, la presencia de agua en los poros de las rocas da lugar al fenómeno de la ionización que luego permite el establecimiento de corrientes eléctricas. La ionización también participa en el proceso mismo de la polarización eléctrica de las rocas. Durante el siglo pasado se hicieron mediciones de estas propiedades utilizando diferentes métodos, algunos de los cuales aun no han sido validados. En la referencia [23] se presenta una breve comparación de los métodos: medición con puente de dos electrodos [24, 25, 26], medición con puente de cuatro electrodos [27, 28], medición con bobina de inducción [29, 30], método de torsión [31, 32] y mediante permitivímetro de radio-frecuencia [33].

En la Figura 9 se muestran los valores de la constante dieléctrica ε_r (K en la gráfica original) y conductividad eléctrica σ de seis materiales medidos en el *Laboratory for Insulation Research* del *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) usando un puente de dos electrodos.

Una revisión de los resultados reportados en la literatura citada, incluyendo los mostrados en la Fig. 9, muestran un comportamiento de los parámetros ε y σ que bien podría catalogarse de «anormal», ya que en la mayoría de ellos se aprecia, por ejemplo, una constante dieléctrica



(a) Constante dieléctrica



(b) Conductividad eléctrica

Figura 9: Valores de la constante dieléctrica ε_r (K en la gráfica original) y conductividad eléctrica σ de seis materiales medidos en el *Laboratory for Insulation Research* del *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) usando un puente de dos electrodos.

inesperadamente muy alta a baja frecuencia ($K \sim 1/\omega$). FULLER y WARD proponen un modelo electromagnético de la roca en el que definen dos parámetros relacionados con la corriente que se induce en la roca por la acción de un campo eléctrico impreso: uno relacionado con la porción de dicha corriente en fase con el campo, denominado **conductividad efectiva** σ_e , y otro relacionado con la componente en cuadratura de la corriente, denominado **permitividad dieléctrica**

efectiva ε_e , ambos definidos de la forma siguiente [23]:

$$\sigma_e = \sigma'(\omega) + \omega\varepsilon''(\omega) \quad (44)$$

$$\varepsilon_e = -\frac{\sigma''(\omega)}{\omega} + \varepsilon'(\omega) \quad (45)$$

Y con base en este modelo explican los resultados reportados previamente en la literatura sugiriendo que tales mediciones no se correspondían con la de los parámetros intrínsecos reales de las rocas sino con sus parámetros efectivos. Todo esto puede interpretarse diciendo que las rocas en general no poseen propiedades electromagnéticas intrínsecas homogéneas, que la presencia de agua en ellas aporta mayor heterogeneidad, y que por ende una medición precisa de sus parámetros intrínsecos no es posible (al menos con los métodos reportados a la fecha), y que a lo sumo, solo pueden medirse ciertos parámetros más bien promediales, denominados efectivos, los cuales son una función de los intrínsecos, y que sirven para caracterizar a las rocas como si estas fueran homogéneas. Salvo unos pocos casos y mediante un procedimiento de ajuste de curvas es posible estimar los parámetros intrínsecos ε y σ de la roca a partir de sus parámetros efectivos ε_e y σ_e [23].

Con una porción de los datos recopilados en [23] se ha procedido a calcular los parámetros $\tan \Delta$, Δ , $\rho = \rho_R + j\rho_I$, $|\rho|$ y ϕ_ρ [°] a 0.1 GHz y juntarlos con los valores de $\varepsilon'_s/\varepsilon_0 = K$ y σ publicados. En la Tabla 1 se muestran los valores obtenidos.

Similar procedimiento se ha seguido para un suelo (*¿base?*) con diferentes niveles de humedad, usando como referencia los valores presentados en [20]. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 2

Al observar las columnas de $|\rho|$ y ϕ_ρ de las Tablas 1 y 2 no podemos dejar de notar que, si bien se registran cambios importantes en el valor de la magnitud del coeficiente de reflexión $|\rho|$, la fase ϕ_ρ varía muy poco para los distintos tipos de rocas y humedad. De este modo, las estrategias de «identificación» podrían (anticipamos) basarse solo en mediciones de intensidad del eco, y no tanto en su fase.

Con la información mostrada en las Tablas 1 y 2 hemos procedido a invertir las ecuaciones (38) y (39). Para ello, hemos observado en general, para todos los tipos de rocas mostrados en la Tabla 1, y para casi todos los niveles de humedad mostrados en la Tabla 2, salvo para un suelo con una humedad del 30 %, que $\Delta \ll 1$, y de esta forma:

$$\sin(\Delta/2) \approx \Delta/2 \quad (46)$$

$$\cos(\Delta/2) \approx 1, \quad (47)$$

así las ecuaciones (38) y (39) pueden ser rescritas de la forma:

$$\rho_R \approx \frac{1 - \frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}}{\left(1 + \sqrt{\frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}}\right)^2} \quad (48)$$

$$\rho_I \approx \frac{\sqrt{\frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}} \Delta}{\left(1 + \sqrt{\frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}}\right)^2} \quad (49)$$

de donde:

$$\sqrt{\frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_0}} \approx \frac{1 - \rho_R}{1 + \rho_R} \quad (50)$$

$$\Delta \approx \frac{\rho_I}{(1 + \rho_R)^2} \quad (51)$$

y finalmente, recordando que $\varepsilon_s = \varepsilon'_s - j\sigma/\omega = |\varepsilon_s|e^{-j\Delta}$

$$\varepsilon'_s \approx \frac{(1 - \rho_R)^2}{(1 + \rho_R)^2} \cos\left[\frac{\rho_I}{(1 + \rho_R)^2}\right] \varepsilon_0 \quad (52)$$

$$\sigma_s \approx \frac{(1 - \rho_R)^2}{(1 + \rho_R)^2} \sin\left[\frac{\rho_I}{(1 + \rho_R)^2}\right] \omega\varepsilon_0 \quad (53)$$

Las ecuaciones (52) y (53) son las formas específicas de las ecuaciones de inversión (36) y (37) buscadas. En todo caso, tales ecuaciones devuelven los parámetros efectivos, mas no intrínsecos, del suelo (roca).

3.4. Relación entre σ , σ° y ρ

Para el modelo de la Figura 10, el cual representa una situación estándar de un radar iluminando un área S' de un «blanco» de gran dimensión, vamos a establecer una relación entre

Tabla 1: Tangente de pérdidas $\tan \Delta$ y ángulo de pérdidas Δ de diferentes tipos de rocas a 0,1 GHz. con base en los parámetros reportados en [23] .

Tipo de roca	K	σ [S/m]	$\tan \Delta$	Δ	$\rho = \rho_R + j\rho_I$	$ \rho $	$\phi_\rho [^\circ]$
Dry Volcanic Ash	1	$1,5 \times 10^{-4}$	0.0270	0.0270	$-0.0001 + j0.0067$	0.0067	90.7
Dry low density basalt	4	$2,5 \times 10^{-3}$	0.1125	0.1120	$-0.3350 + j0.0249$	0.3359	175.7
Wet low density basalt, 3.8 % H ₂ O	5	6×10^{-3}	0.2160	0.2127	$-0.3878 + j0.0452$	0.3904	173.3
Dry high density basalt	9	1×10^{-3}	0.0200	0.0200	$-0.5000 + j0.0037$	0.5001	179.5
Wet high density basalt	9	2×10^{-3}	0.0400	0.0400	$-0.5002 + j0.0007$	0.5002	179.1
3.3 % salty ice, -26 °C	4	4×10^{-3}	0.1800	0.1781	$-0.3375 + j0.039$	0.3398	173.3

Tabla 2: Tangente de pérdidas $\tan \Delta$ y ángulo de pérdidas Δ para diferentes niveles de humedad del suelo con base en los parámetros reportados en [20].

Humedad	ϵ'_r	ϵ''_r	$\tan \Delta$	Δ	$\rho = \rho_R + j\rho_I$	$ \rho $	$\phi_\rho [^\circ]$
10 %	5	0.5	0.1000	0.0997	$-0.3832 + j0.0213$	0.3838	176.8241
20 %	13	2	0.1538	0.1526	$-0.5683 + j0.0259$	0.5689	177.3943
30 %	24	3.5	1.4583	0.9697	$-0.7539 + j0.110$	0.7619	171.6629

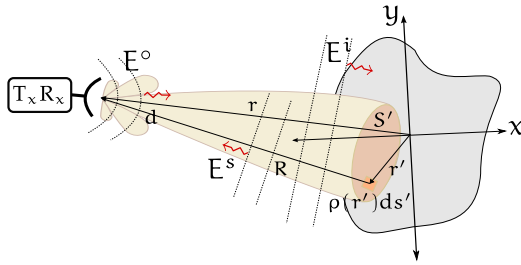


Figura 10: Radar iluminando un objeto de tamaño considerable. En este modelo se asumen las siguientes premisas: cada punto refleja directamente en dirección del radar la fracción de campo incidente correspondiente a su reflectividad local, el objeto no altera la polarización de la onda incidente, el objeto se ubica en la zona lejana del radar y en los puntos no iluminados del objeto $\rho(\mathbf{r}') = 0$.

el coeficiente de retrodispersión σ° y la rcs $\sigma_{S'} = \int_{S'} \sigma^\circ(\mathbf{r}') ds'$ de S' (reflectancia) y el coeficiente de reflexión ρ (reflectividad) siguiendo parcialmente el planteamiento de SULLIVAN (pags. 164-165 de [9]). Evidentemente habrá que generalizar el concepto de coeficiente de reflexión asociado a una superficie plana mediante la definición de una densidad superficial de coeficiente de reflexión $\rho(\mathbf{r}')$, según la cual, a cada punto se asocia un coeficiente de reflexión par a $\rho(\mathbf{r}')ds'$.

Para establecer esta conexión aplican las siguientes restricciones: cada punto sobre la superficie iluminada del objeto dispersa directamente la fracción de campo incidente correspondiente a su reflectividad local sin que medien ulteriores

reflexiones, el blanco no altera la polarización de la onda incidente, el objeto se ubica en la zona lejana del radar, y en los puntos no iluminados del objeto $\rho(\mathbf{r}') = 0$. Todo lo anterior presupone que el objeto es muy grande en comparación con λ .

Si denominamos \mathbf{E}° el campo eléctrico radiado medido en los predios de la antena del radar, \mathbf{E}^i el campo incidente sobre el blanco, y \mathbf{E}^s el campo eléctrico retrodispersado por el objeto medido también en los predios de la antena del radar, el diferencial de campo eléctrico disperso $d\mathbf{E}^s$ causado por el diferencial de superficie ds' , ubicado en \mathbf{r}' , donde \mathbf{r}' se mide respecto al centroide del objeto, viene dado por

$$d\mathbf{E}^s = \mathbf{E}^i \rho(\mathbf{r}') ds' e^{-j\kappa \cdot \mathbf{R}} \quad (54)$$

$$= \mathbf{E}^\circ \rho(\mathbf{r}') ds' e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{R}} \quad (55)$$

$$= \mathbf{E}^\circ \rho(\mathbf{r}') ds' e^{-j2\kappa \cdot (\mathbf{r}' + \mathbf{r})} \quad (56)$$

donde $\kappa = \kappa \hat{\mathbf{k}}$, y $\kappa = 2\pi/\lambda$.

El campo total retrodispersado por el área S' iluminada del blanco y recibido en la antena se obtiene integrando la Ec. (56)

$$\mathbf{E}^s = \mathbf{E}^\circ \left[\int_{S'} \rho(\mathbf{r}') e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{r}'} ds' \right] e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{r}} \quad (57)$$

Evidentemente, la Ec. (57) sería válida si y solo si, los campos eléctricos, retrodispersado \mathbf{E}^s y radiado \mathbf{E}° , se propagasen en forma de sendas ondas planas, pues en dicha ecuación no se

contempla la atenuación de espacio libre, más solo el desfase debido al viaje de ida y vuelta. En un esfuerzo por sincerar dicha ecuación, SULLIVAN escribe –Eq. (6.11), pág. 165 [9]–:

$$P_{R_{x-peak}} = \frac{P_{T_{x-peak}} G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} = \frac{c \varepsilon_0 E_r^2}{2} \quad (58)$$

$$E_r = \left(\frac{2}{c \varepsilon_0} \frac{P_{T_{x-peak}} G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L} \right) \sigma^{1/2} \quad (59)$$

donde E_r es el campo recibido, y la ecuación

$$P_{R_{x-peak}} = \frac{P_{T_{x-peak}} G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L} \quad (60)$$

es la Ecuación de FRIS convertida en una de las formas de la ecuación del radar. Dicha ecuación contiene el presupuesto de potencia: conecta la potencia P_{R_x} recibida por el radar con la potencia P_{T_x} radiada por éste, a través de las pérdidas en los dispositivos electrónicos $1/L$, la ganancia directiva G de la antena en el modo de transmisión (T_x), el área efectiva de la antena $\lambda^2 G/4\pi$ en modo de recepción (R_x), las pérdidas de espacio libre $1/(4\pi R^2)^2$, y la RCS σ del blanco. Por lo tanto, dicha ecuación es válida en algún punto en el interior del radar, entre los amplificadores, de potencia (PA) en la cadena de transmisión y de bajo ruido (LNA) en la cadena de recepción, y la antena, ¿dónde?, depende de cuales pérdidas modele el término $1/L$. Advertimos, además, que la Ec. (60) está calibrada en [Watts]. Por otro lado, el término $c \varepsilon_0 E_r^2/2$, que en la Ec. (58) se iguala a la Ec. (60), es bien sabido que – ver Ec. (4-11), pág. 136 de [34], o Ec. (7-13), pág. 299 de [35]– define una densidad de potencia por unidad de superficie y se expresa, por tanto, en [Watts/m²]. La Ec. (58) debe corregirse por las siguientes dos razones. Primero, porque el uso de σ no es adecuado. De acuerdo a las definiciones presentadas en la Sección 2 – Ec. (5)–, el coeficiente de retrodispersión σ° es más conveniente por tratarse de un objeto cuya dimensión desborda el ancho de haz de la antena de radar. Y segundo, porque es necesario resolver la disparidad en las unidades de medida. La forma correcta de la Ec. (58) es:

$$P^s = \int_{S_T} \frac{P^o G}{4\pi R^2} \sigma^\circ(r') \frac{1}{4\pi R^2} \frac{G \lambda^2}{4\pi} \frac{1}{L} ds' \quad (61)$$

$$\begin{aligned} & \int_{S_T} \frac{|E_T^s|^2}{2\eta_m} ds \\ &= \int_{S'} \frac{\left(\int_{S_T} \frac{|E_T^o|^2}{2\eta_m} ds \right) G}{4\pi R^2} \sigma^\circ(r') \frac{1}{4\pi R^2} \frac{G \lambda^2}{4\pi} \frac{1}{L} ds' \end{aligned} \quad (62)$$

en donde nos hemos permitido usar una notación congruente con la Fig. 10, S_T es el área transversal de la guía de onda en un punto común a los dos procesos (transmisión y recepción), en donde se miden los dos niveles de potencia, y ha de localizarse en algún punto, antes o después de la antena (según se mire: en T_x o en R_x , respectivamente), y η_m es la impedancia de modo, que solo en el caso del modo TEM bien podría coincidir con η_0 . En la Ec. (62) se ha asumido tácitamente que el campo incidente es constante en todo los puntos de la superficie S' iluminada por el radar. Si la Ec. (62) se particulariza para un único punto sobre S_T se la podrá reescribir de la forma

$$|E_T^s|^2 = \frac{|E_T^o|^2 G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L} \int_{S'} \sigma^\circ(r') ds' \quad (63)$$

De la Ec. (63) podrá despejarse el módulo del campo retrodispersado de la forma

$$E^s = E^o \left[\frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L} \right]^{1/2} \left(\int_{S'} \sigma^\circ(r') ds' \right)^{1/2} \quad (64)$$

La Ecuación (64) nos proporciona la información cuantitativa necesaria para corregir las amplitudes de los campos en la Ec. (57), de modo que la misma se ajuste a la verdadera naturaleza de las ondas, las cuales no son rigurosamente planas:

$$\begin{aligned} E^s = E^o & \left[\frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L} \right]^{1/2} \\ & \times \left[\int_{S'} \rho(\mathbf{r}') e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{r}'} ds' \right] e^{-j2\kappa(r+\ell)} \end{aligned} \quad (65)$$

donde se ha asumido que la integral $\left[\int_{S'} \rho(\mathbf{r}') e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{r}'} ds' \right]$ es una definición generalizada de la rcs $\sigma_{S'}^{1/2}$ del área S' iluminada, tal que $\left| \left[\int_{S'} \rho(\mathbf{r}') e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{r}'} ds' \right] \right| = \sigma_{S'}^{1/2}$, y donde ℓ es la distancia del plano S_T , donde se miden los niveles de potencia, a los terminales de la antena. La fase

de $\sigma_{S'}^{1/2}$ se correlaciona evidentemente con las propiedades electromagnéticas del objeto a través de $\rho(r')$, y con su geometría local a través del término de fase $e^{-j2\kappa \cdot r'}$. El producto $\hat{\kappa} \cdot r' = h(r')$ en el argumento de $e^{-j2\kappa \cdot r'}$ (recordemos que $\kappa = \kappa \hat{\kappa}$) es precisamente la «altura» del punto en r' respecto al centroide del objeto, medida en la dirección de incidencia del campo proveniente del radar. El factor 2 se debe al viaje de ida y vuelta del campo. Por tanto, la integral $\int_{S'} \rho(r') e^{-j2\kappa \cdot r'} ds'$ es una función de la rugosidad del terreno, definida ésta como la función de dependencia espacial de la altura: $h = h(r')$. Esto nos permite concluir que la fase resultante que trae el campo retrodispersado consigo consiste de la combinación coherente de la fase del coeficiente de reflexión, función de los parámetros electromagnéticos intrínsecos, y de las diferencias de fase entre los puntos del área iluminada, función de la rugosidad.

Ahora bien, descartando de la Ec. (65) los parámetros conocidos: E^o , $\left[\frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L}\right]^{1/2}$ y $e^{-j2\kappa(r+\ell)}$, podemos escribir:

$$E^s(\kappa) \sim \int_{S'} \rho(r') e^{-j2\kappa \cdot r'} ds' \quad (66)$$

$$\rho(r') \sim \int_{S'} E^s(\kappa) e^{j2\kappa \cdot r'} d\kappa \quad (67)$$

donde los límites de integración vendrían dados por el área efectivamente iluminada del objeto. La Ec. (67) es reconocida como la imagen 3D del objeto [9].

3.5. Rugosidad del suelo

La superficie terrestre, como todos sabemos no es plana. Es más bien irregular: es rugosa. La rugosidad de la superficie terrestre se suele modelar como un proceso aleatorio [36]. Típicamente se lo considera del tipo Gaussiano estacionario y de media nula. En numerosas aplicaciones, dicho proceso se suele caracterizar con solo dos parámetros, en la dirección vertical por la altura h_{rms} rms del terreno; y en el plano horizontal por la longitud ℓ de autocorrelación [37].

La altura h_{rms} se define como

$$h_{\text{rms}} = \lim_{\Delta_x \Delta_y \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{\Delta_x \Delta_y} \int_{-\frac{\Delta_x}{2}}^{\frac{\Delta_x}{2}} \int_{-\frac{\Delta_y}{2}}^{\frac{\Delta_y}{2}} h(x, y)^2 dx dy} \quad (68)$$

donde se han usado las variables x y y como variables espaciales en el plano horizontal. La altura h_{rms} del suelo representa la desviación estándar de la rugosidad del suelo respecto del plano horizontal de referencia.

En la dirección del eje x la función de autocorrelación se define como

$$R_{hh}(\tau, y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) h(x - \tau, y) dx}{h_{\text{rms}}^2} \quad (69)$$

La longitud ℓ de autocorrelación se define como la distancia entre dos puntos sobre la superficie para la cual la función de autocorrelación decae un Neperio:

$$R_{hh}(\ell) = \frac{1}{e} \quad (70)$$

Si la rugosidad del suelo es isotrópica, dicha longitud no cambia con la dirección. La rugosidad del suelo afecta la retrodispersión del suelo, y para algunas frecuencias da lugar al eco monoestático que no podría obtenerse al iluminar oblicuamente la superficie si esta fuera plana. La rugosidad del suelo es perceptible para longitudes de onda comparables con h_{rms} .

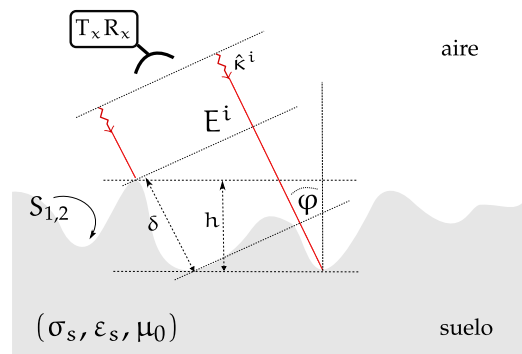


Figura 11: Perfil rugoso de la superficie del suelo

En la Fig. 11 se muestra un perfil del suelo iluminado desde un radar con un ángulo de φ radianes. Con base en dicha figura, el criterio de

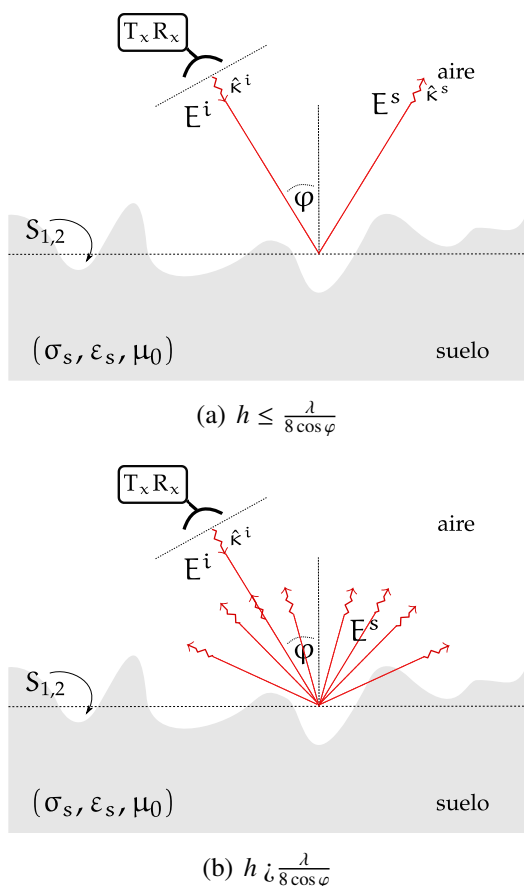


Figura 12: En a), la superficie siendo rugosa, se comporta como plana en la Banda L ($\lambda = 25\text{cm}$). En cambio, en la Fig. b), en la Banda X ($\lambda = 3\text{cm}$), la superficie luce rugosa tal cual es.

RAYLEIGH establece que la máxima diferencia de fase entre los puntos más elevado y más deprimido de la superficie, en su viaje de ida y vuelta de la onda, no ha de superar $\pi/2$ radianes de diferencia, esto es $\kappa^i \delta \leq \pi/2$, para que la rugosidad del suelo pueda ser despreciada y la superficie pueda ser considerada plana (ver Fig. 12)

$$h \leq \frac{\lambda}{8 \cos \varphi}. \quad (71)$$

El cómputo del campo disperso por una superficie plana –Fig. 12 a)– ya fue revisado en la Sub-Sección 3.2. El cómputo del campo dispersado en el caso de una superficie rugosa no es trivial. En el caso más general habría que resolver rigurosamente las Ecuaciones de MAXWELL. Sabemos que una solución analítica de tales ecuaciones es casi imposible de obtener,

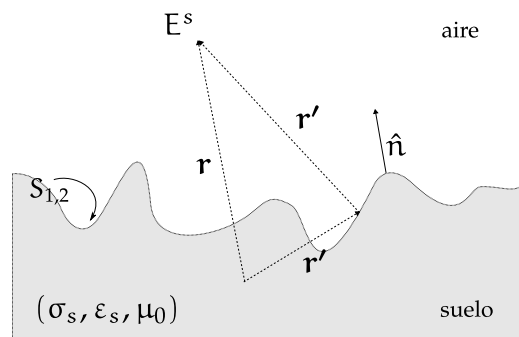


Figura 13: Geometría para el cómputo del campo disperso a partir de la Ec. (72). El campo disperso es calculado a partir de la integración de las densidades de fuentes equivalentes: $J_s^{\text{equiv}} = -\hat{n} \times \mathbf{H}$, $M_s^{\text{equiv}} = \hat{n} \times \mathbf{E}$ y $\rho_s^{\text{equiv}} = -\epsilon \hat{n} \cdot \mathbf{E}$.

salvo para contados casos de geometrías altamente simétricas. Un grupo importante de estrategias de estimación del eco retrodispersado por superficies rugosas se basa en la Ecuación de STRATTON-CHU [38] (ver Fig. 13):

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_{1,2}} [J\omega\mu(\hat{n} \times \mathbf{H})\psi + (\hat{n} \times \mathbf{E}) \times \nabla\psi + (\hat{n} \cdot \mathbf{E})\nabla\psi] ds' \quad (72)$$

donde \hat{n} es un vector unitario normal a $S_{1,2}$ que apunta hacia el aire, $\psi = e^{j\kappa R}/R$, $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s$ y $\mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^s$.

La Ec. (72) se fundamenta en el Teorema de la Unicidad de los Campos y en el Principio de Equivalencia [17, 34, 39] y permite calcular el campo disperso a partir de unas fuentes equivalentes que se conectan con los campos $\mathbf{E} = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s$ y $\mathbf{H} = \mathbf{H}^i + \mathbf{H}^s$ totales en la superficie $S_{1,2}$: $J_s^{\text{equiv}} = -\hat{n} \times \mathbf{H}$, $M_s^{\text{equiv}} = \hat{n} \times \mathbf{E}$ y $\rho_s^{\text{equiv}} = -\epsilon \hat{n} \cdot \mathbf{E}$.

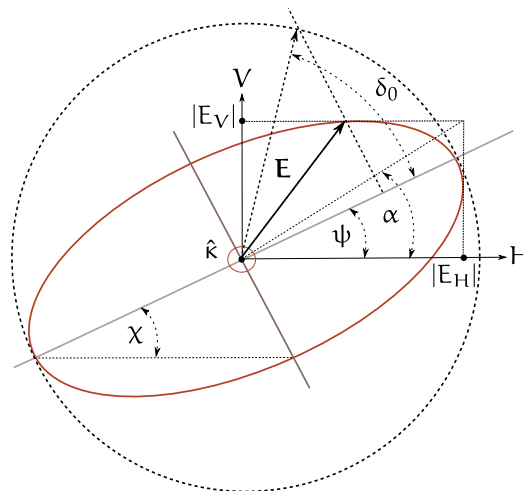
Los métodos más robustos de estimación del campo dispersado por superficies rugosas se basan en la solución numérica de la Ecuación de STRATTON-CHU [37][40][41] o mediante el uso del Método de la Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo [42] [43]. Soluciones mas sencillas para modelos menos exigentes de rugosidad se han obtenido usando métodos asintóticos: *Small Perturbation Model*, *KIRCHHOFF Approximations*, *Small Slope Approximation* [44, 37, 45, 46, 47, 48]. Un análisis detallado de las diferentes técnicas de modelado de la rugosidad del suelo se encuentra fuera del alcance del presente estudio.

4. Elementos de polarimetría para la caracterización de blancos en escenas SAR

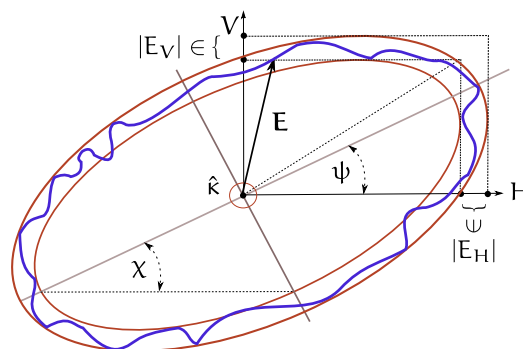
En este capítulo describiremos los principios básicos de la polarimetría para la caracterización de blancos en escenas SAR [49, 50, 51, 52, 53]. El término «blanco» lo usaremos para referirnos tanto a un dispersor discreto, de tamaño inferior al ancho de haz de la antena, como a un dispersor de tamaño extendido. También usaremos la palabra blanco para referirnos al eco electromagnético de un píxel obtenido después del correspondiente procesamiento digital. En primer lugar describiremos dos modelos matemáticos usados para definir el estado de polarización de una onda plana. Con base en esta representación presentaremos el proceso de retrodispersión del blanco como una transformación lineal del pulso transmitido en eco, la cual admite una representación en forma de matriz. Veremos que esta matriz contiene información recuperable del blanco. Finalmente, describiremos algunas de las estrategias matemáticas ampliamente usadas para recuperar dicha información. Estas estrategias se basan, en general, en la descomposición de una de tres matrices: la matriz $[S]$ de SINCLAIR, y las matrices $[C]$ de Covarianza y $[T]$ de Coherencia, las cuales se derivan ambas de la primera. La Matriz de SINCLAIR está compuesta por elementos complejos y por ende contiene información de fase, y se la usa para la descomposición coherente del proceso de dispersión causada por blancos que no producen la despolarización de la onda. A este tipo de blancos se les suele denominar «puros». Las matrices $[C]$ de Covarianza y $[T]$ de Coherencia, en cambio, están definidas en el dominio de la potencia y se las usa para la descomposición incoherente del proceso de dispersión causada por blancos que sí producen la despolarización de la onda. A este tipo de blancos se le suele denominar «distribuidos». La separación entre blancos puros y distribuidos no es precisa. Normalmente de los primeros forman parte las estructuras hechas por el hombre como edificios, líneas de transmisión, rieles, carreteras, vehículos, etc.. A los segundos, en cambio, pertenecen los objetos naturales como suelos descubiertos, áreas agrícolas, bosques, la-

gos, ríos, etc. [54].

4.1. Modelado de la polarización de la onda



(a) Onda completamente polarizada



(b) Onda parcialmente polarizada

Figura 14: Elipse trazada por el campo eléctrico en el plano transversal de la onda en la medida que el tiempo progresa. Una elipse se caracteriza, entre otras cosas, por un ángulo ψ de rotación y un ángulo χ de elipticidad.

La polarización de una onda electromagnética está definida por la orientación del campo eléctrico. En el caso más general una onda plana está definida por sus campos eléctrico y magnético de la forma:

$$\mathbf{E} = E_0 \hat{p} e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (73)$$

$$\mathbf{H} = \hat{k} \times \frac{\mathbf{E}}{\eta} \quad (74)$$

donde \hat{k} es la dirección de propagación de la onda, E_0 es la amplitud compleja del campo, \hat{p} es un vector unitario denominado vector, o estado, de polarización de la onda, y \mathbf{r} es el vector de posición del punto de observación.

No debe confundirse el vector de polarización \hat{p} con el Vector de Polarización \mathbf{P} definido en la Sección 3 –Ec. (15)–. Al campo eléctrico se lo puede expandir de la forma

$$E_0 \hat{p} e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = (|E_H| e^{j\delta_H} \hat{h} + |E_V| e^{j\delta_V} \hat{v}) e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (75)$$

$$= |E_H| e^{j\delta_H} \left[\hat{h} + \frac{|E_V|}{|E_H|} e^{j(\delta_V - \delta_H)} \hat{v} \right] e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (76)$$

$$= |E_H| e^{j\delta_H} (\hat{h} + \rho \hat{v}) e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (77)$$

$$= \underbrace{|E_H| e^{j\delta_H}}_{E_0} (1 + \rho \rho^*)^{\frac{1}{2}} \underbrace{\frac{\hat{h} + \rho \hat{v}}{(1 + \rho \rho^*)^{\frac{1}{2}}}}_{\hat{p}} e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (78)$$

donde \hat{h} y \hat{v} son dos vectores unitarios mutuamente ortogonales contenidos en el plano transversal de la onda, tal que $(\hat{h} + \rho \hat{v}) / (1 + \rho \rho^*)^{1/2} = \hat{p}$, E_H y E_V son las componentes del campo eléctrico en tales direcciones, y $\rho = \frac{|E_V|}{|E_H|} e^{j(\delta_V - \delta_H)}$ es un número complejo que se denomina razón de polarización. En este documento emplearemos la convención de referirnos a las componentes E_x y E_y como componentes E_H horizontal y E_V vertical, respectivamente, del campo eléctrico: $\hat{h} \equiv \hat{x}$ y $\hat{v} \equiv \hat{y}$. El campo eléctrico de la Ec. (75) «dibuja», en general, una elipse en el plano transversal definido por los vectores \hat{h} y \hat{v} como se ilustra en la Fig. 14.

Los ángulos $\psi \in [-\pi/2, \pi/2]$ de rotación y $\chi \in [-\pi/4, \pi/4]$ de elipticidad (ver la Fig. 14) definen unívocamente el estado de polarización del campo eléctrico:

$$\tan 2\psi = \tan 2\alpha \cos \delta_0 \quad (79)$$

$$\sin 2\chi = \sin 2\alpha \sin \delta_0 \quad (80)$$

$$\tan \alpha = \frac{|E_V|}{|E_H|} \quad (81)$$

donde α es un ángulo auxiliar y $\delta_0 = \delta_V - \delta_H$.

Existen dos formas ampliamente usadas para modelar el estado de polarización de la onda: el Vector de STOKES y el Vector de JONES.

4.1.1. Vector de STOKES

El Vector de STOKES viene definido como:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_V|^2 + |E_H|^2 \\ |E_V|^2 - |E_H|^2 \\ 2|E_V|^2 |E_H|^2 \cos \delta_0 \\ 2|E_V|^2 |E_H|^2 \sin \delta_0 \end{pmatrix} \quad (82)$$

Los parámetros $S_{0,1,2,3}$ de STOKES definen completamente el estado de polarización de la onda. Para ondas no polarizadas, o parcialmente polarizadas –ver Fig. 14(b)–, resulta: $S_0^2 \leq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$. Para ondas completamente polarizadas –ver Fig. 14(a)– se cumple que: $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$, en cuyo caso, el Vector de STOKES puede expresarse de la forma

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\psi \cos 2\chi \\ \sin 2\psi \cos 2\chi \\ \sin 2\chi \end{pmatrix} \quad (83)$$

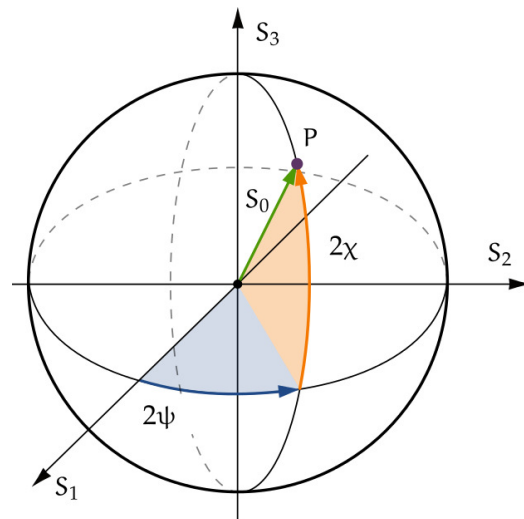


Figura 15: Estado de polarización representado por un punto sobre la Esfera de POINCARÉ. El ángulo 2χ define la latitud, y el ángulo 2ψ la longitud de P .

El estado de polarización de una onda se puede representar con un punto P sobre una esfera de radio S_0 , denominada Esfera de POINCARÉ, donde los parámetros S_1 , S_2 y S_3 serían las coordenadas cartesianas de dicho punto (ver Fig. 15). Sobre dicha esfera, el ángulo 2χ define la latitud, y el ángulo 2ψ la longitud de P .

4.1.2. Vector de JONES

El Vector de JONES consiste en un vector columna compuesto por cualquier pareja de componentes mutuamente ortogonales del campo eléctrico. Usando la base $\{\hat{h}, \hat{v}\}$ –Ec. (75)– el Vector de JONES queda definido como

$$\begin{pmatrix} E_H \\ E_V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_H|e^{j\delta_H} \\ |E_V|e^{j\delta_V} \end{pmatrix} \quad (84)$$

$$= E_H \begin{pmatrix} 1 \\ \rho \end{pmatrix} \quad (85)$$

donde $\rho = \frac{|E_V|}{|E_H|}e^{j(\delta_V - \delta_H)}$. El Vector de JONES puede ser formulado en función de los ángulos característicos ψ y χ de la elipse de polarización –ver Fig.14(a)– de la forma

$$\begin{pmatrix} E_H \\ E_V \end{pmatrix} = \sqrt{|E_H|^2 + |E_V|^2}e^{j\delta_0} \times \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \chi \\ J \sin \chi \end{pmatrix} \quad (86)$$

donde $\delta_0 = \delta_V - \delta_H$.

El Vector de JONES puede ser expandido como una combinación lineal de dos vectores unitarios mutuamente ortogonales, los cuales constituyen una base del sub-espacio de estados de polarización (puntos sobre la esfera de POINCARÉ) de la forma:

$$\begin{pmatrix} E_H \\ E_V \end{pmatrix} = E_H \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + E_V \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (87)$$

donde cada vector unitario representa, a su vez, un estado de polarización concreto. Esto es: en una base orto-normal, cada elemento representa un estado de polarización distinto, siendo ambos estados de polarización ortogonales. El primer vector unitario de la Ec. (87), por ejemplo, representa la polarización Horizontal, mientras que el segundo el estado de polarización Vertical.

Existen infinitas bases orto-normales generadoras del sub-espacio de estados de polarización: $(\underline{u}_H, \underline{u}_V)$, $(\underline{u}_a, \underline{u}_b)$ y $(\underline{u}_L, \underline{u}_R)$ son tres ejemplos de tales bases. En la Tabla 3 se muestran los distintos vectores de JONES que conforman estas bases.

Tabla 3: Vectores unitarios de JONES que conforman las bases $(\underline{u}_H, \underline{u}_V)$, $(\underline{u}_a, \underline{u}_b)$ y $(\underline{u}_L, \underline{u}_R)$

Estado de polarización	Vector de JONES unitario \underline{u}
Horizontal (H)	$\underline{u}_H = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Vertical (V)	$\underline{u}_V = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
lineal +45° (a)	$\underline{u}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
lineal -45° (b)	$\underline{u}_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
circular izquierda (L)	$\underline{u}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$
circular derecha (R)	$\underline{u}_R = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$

Usando la base $(\underline{u}_L, \underline{u}_R)$, el campo eléctrico admite, por ejemplo, la siguiente expresión algebraica:

$$\begin{pmatrix} E_L \\ E_R \end{pmatrix} = E_L \underline{u}_L + E_R \underline{u}_R \quad (88)$$

$$= \frac{E_L}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} + \frac{E_R}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} \quad (89)$$

la cual es equivalente a esta otra expresión vectorial:

$$\mathbf{E} = E_L \hat{l} + E_R \hat{r} \quad (90)$$

$$= E_L \frac{\hat{h} + j\hat{v}}{\sqrt{2}} + E_R \frac{\hat{h} - j\hat{v}}{\sqrt{2}} \quad (91)$$

donde \hat{l} y \hat{r} son los vectores de polarización, \hat{p} en la Ec. (73), de las polarizaciones circular izquierda y circular derecha, respectivamente.

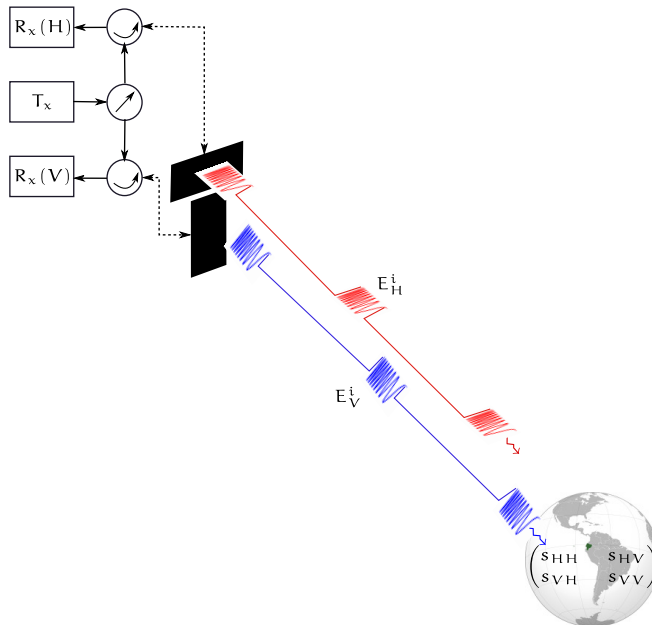
4.2. Descripción polarimétrica de los blancos

En los radares de apertura sintética, como bien sabemos, se transmite una sucesión de pulsos, los cuales son interceptados y retrodispersados por los blancos en el suelo. Una porción de la energía retrodispersada es finalmente recibida en el radar en forma de un eco. Como el pulso transmitido y el eco recibido se conocen, y por tanto pueden modelarse como vectores usando una cualquiera de las formas previamente descritas, es posible establecer una relación de transformación lineal entre ambos. Y como dicha transformación

lineal podrá describirse mediante una matriz, la misma contendrá toda la información recuperable del proceso de retrodispersión. Al corregirla, para sustraer de ella la influencia de la propagación a través del espacio libre, el análisis de la referida matriz permitirá extraer información exclusiva del dispersor. La matriz se constituye en modelo polarimétrico de los blancos.

4.2.1. Matrices de SINCLAIR, de Coherencia y de Covarianza

Dos representaciones diferentes suelen usarse para modelar los dispersores: la matriz [S] de dispersión –ver Ec. (8)–, conocida también como Matriz de SINCLAIR, y la matrices [C] de Covarianza y [T] de Coherencia, las cuales se obtienen ambas a partir de la primera.



(a)

(b)

Figura 16: Diagrama esquemático del principio de funcionamiento de una radar de apertura sintética polarimétrico.

La Matriz de SINCLAIR es una matriz de reflexión de voltajes complejos, la cual es construida de

forma práctica de la manera siguiente: el radar transmite los pulsos en dos polarizaciones mutuamente ortogonales de forma alternativa –ver Fig. 16(a)–: primero transmite un pulso E_H^i polarizado horizontalmente y registra los ecos E_H^s y E_V^s ; luego transmite un pulso E_V^i con polarización vertical y registra nuevamente los ecos E_H^s y E_V^s –ver Fig. 16(b)–, para llenar la matriz [S] de la forma:

$$[S] = \begin{pmatrix} |s_{HH}| & |s_x|e^{j(\phi_x - \phi_0)} \\ |s_x|e^{j(\phi_x - \phi_0)} & |s_{VV}|e^{j(\phi_{VV} - \phi_0)} \end{pmatrix} \quad (92)$$

donde se ha asumido que $s_{HV} = s_{VH} = s_x$, lo cual es generalmente cierto para el caso monoestático, en cuyo caso la propiedad de reciprocidad se cumple para la mayoría de los blancos, $\phi_x = \phi_{HV} = \phi_{VH}$ y $\phi_0 = \phi_{HH}$. La matriz [S] varía significativamente con la frecuencia y la dirección del haz de la antena. La Ecuación (8) de la Sección 2 puede ser reescrita ahora de la forma:

$$\begin{pmatrix} E_H^s \\ E_V^s \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{e^{-j(kr - \phi_0)}}{r}}_{\text{interferometría}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} |s_{HH}| & |s_x|e^{j(\phi_x - \phi_0)} \\ |s_x|e^{j(\phi_x - \phi_0)} & |s_{VV}|e^{j(\phi_{VV} - \phi_0)} \end{pmatrix}}_{\text{polarimetría}} \begin{pmatrix} E_H^i \\ E_V^i \end{pmatrix} \quad (93)$$

donde el término de fase absoluta $-j(kr - \phi_0)$, dicho sea de paso, es utilizado en interferometría SAR para estimar la ubicación tridimensional del blanco.

La matrices [T] de Coherencia y [C] de Covarianza se obtienen a partir de sendas versiones vectorizadas de la Matriz de SINCLAIR denominados vectores de dispersión del blanco: el vector de PAULI k_T y el vector lexicográfico, o de Covarianza, k_C [49]:

$$k_T = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} s_{HH} + s_{VV} \\ s_{HH} - s_{VV} \\ 2s_{HV} \end{pmatrix}, \quad k_C = \begin{pmatrix} s_{HH} \\ \sqrt{2}s_{HV} \\ s_{VV} \end{pmatrix}; \quad (94)$$

De los dos, el vector de PAULI k_T es preferido en algunos casos, porque sus elementos admiten una interpretación física directa. El primer elemento $s_{HH} + s_{VV}$ se asocia, por ejemplo, con una reflexión impar (*odd bounce*), que causa un desfase de

180° del campo disperso con relación al campo incidente, como la producida por una esfera o una superficie plana. El término $s_{HH} - s_{VV}$ se asocia a una reflexión par (*even bounce*), que causa un desfase de $n \times 180^\circ$, con n par, como la producida por un diedro con esquina horizontal. Finalmente, el término $2s_{HV}$ se asocia a la reflexión causada por un diedro con esquina inclinada 45° [55]. En todo caso los dos vectores de dispersión se relacionan entre si de la forma

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} s_{HH} + s_{VV} \\ s_{HH} - s_{VV} \\ 2s_{HV} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{HH} \\ \sqrt{2}s_{HV} \\ s_{VV} \end{pmatrix} \quad (95)$$

Las matrices de Coherencia $[T]$ y Covarianza $[C]$ se obtienen tomando la media temporal (asumiendo ergodicidad), o espacial (asumiendo homogeneidad), del producto externo de los vectores de dispersión \underline{k}_T y \underline{k}_C , consigo mismo, respectivamente [49]:

$$[T] = \langle \underline{k}_T \underline{k}_T^H \rangle, \quad [C] = \langle \underline{k}_C \underline{k}_C^H \rangle; \quad (96)$$

donde el super-índice H indica transposición y conjugación, y $\langle \dots \rangle$ denota promedio espacial o temporal. En el caso de un radar provisto de *multilooking*, estas definiciones se especializan de la forma [53]:

$$[T] = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L (\underline{k}_T \underline{k}_T^H)_\ell, \quad [C] = \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L (\underline{k}_C \underline{k}_C^H)_\ell; \quad (97)$$

donde L es el numero de *looks*. Una excelente descripción de la técnica de *multilooking* se puede leer en las secciones 2.2.1 y 2.2.4 de [56].

La expresión extendida de la Matriz de Covarianza, por ejemplo, tiene la forma

$$[C] = \begin{pmatrix} \langle |s_{HH}|^2 \rangle & \sqrt{2} \langle s_{HH} s_{HV}^* \rangle & \langle s_{HH} s_{VV}^* \rangle \\ \sqrt{2} \langle s_{HV} s_{HH}^* \rangle & 2 \langle |s_{HV}|^2 \rangle & \sqrt{2} \langle s_{HV} s_{VV}^* \rangle \\ \langle s_{VV} s_{HH}^* \rangle & \sqrt{2} \langle s_{VV} s_{HV}^* \rangle & \langle |s_{VV}|^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (98)$$

Las matrices $[T]$ y $[C]$ son ambas hermíticas y semidefinidas positivas, poseen los mismos autovalores, los cuales son todos reales y no negativos, pero diferentes autovectores, y en general son de rango tres.

4.3. Extracción de información de los datos polarimétricos

Como habíamos anticipado al principio de este capítulo, las matrices $[S]$, $[T]$ y $[C]$ contienen información (polarimétrica) del blanco. En el contexto actual un blanco consiste en un sector de terreno de dimensiones $\delta x \times \delta y$: un píxel. Como en general dicho píxel posee dimensiones de tamaño superior a la longitud de onda, los distintos elementos que forman parte de él se comportan como sub-dispersores, contribuyendo cada uno de manera coherente en la formación del eco global del píxel –ver Fig. 17(a)–. Para expresar esta idea retomamos la Ec. (65) y la reescribimos de manera conveniente:

$$E_{\text{píxel}}^s = E^\circ \left[\frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L} \right]^{\frac{1}{2}} \overbrace{\left(\sum_n \sigma_n^{\frac{1}{2}} \right)}^{\sigma_{\text{píxel}}^{1/2}} e^{-j2\kappa(r+\ell)} \quad (99)$$

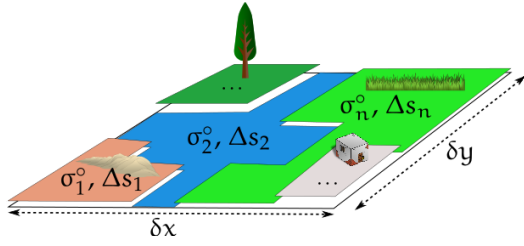
$$E_{\text{píxel}}^s = E^\circ \left[\frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4 L} \right]^{\frac{1}{2}} \sigma_{\text{píxel}}^{\frac{1}{2}} e^{-j2\kappa(r+\ell)} \quad (100)$$

donde

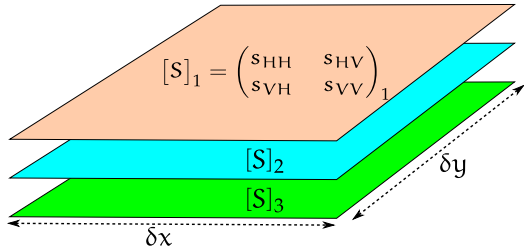
$$\begin{aligned} \sigma_n^{1/2} &= \int_{\Delta s_n} \rho(\mathbf{r}') e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{r}'} ds' \\ &\approx \sqrt{\sigma_n^\circ} e^{j\phi_n^\circ} e^{-j2\kappa \cdot \mathbf{r}'_n} \Delta s_n \end{aligned}$$

es la RCS generalizada del sector Δs_n dentro del píxel. La Ec. (100) presupone la división del píxel en sub-sectores dispersores más pequeños, contiguos, homogéneos (σ_n° es constante en el sector Δs_n) y que no se solapan –ver Fig. 17(a)–.

En los radares de apertura sintética no hay posibilidad de separar del eco de un píxel las distintas contribuciones y la ubicación de éstas dentro del píxel mismo: el píxel es por definición la unidad gráfica más pequeña discernible de una escena. En los radares polarimétricos, sin



(a) Descomposición del píxel en sub-sectores con coeficientes de retrodispersión homogéneos distintos.



(b) Descomposición del píxel en sub-dispersores con respuestas polarimétricas distintas.

Figura 17: Un píxel y su descomposición en a) sub-sectores con coeficientes de retrodispersión homogéneos distintos y en b) sub-dispersores con respuestas polarimétricas distintas.

embargo, el eco de un píxel, usando la Ec. (9), puede reescribirse de la forma:

$$E_{\text{píxel}}^S = E^{\circ} GRL \underline{p}_{R_x}^T \left(\sum_n \alpha_n [S]_n \right) \underline{p}_{T_x} e^{-j2\kappa(r+\ell)} \quad (101)$$

$$E_{\text{píxel}}^S = E^{\circ} GRL \left(\underline{p}_{R_x}^T [S] \underline{p}_{T_x} \right) e^{-j2\kappa(r+\ell)} \quad (102)$$

con

$$GRL = \left[\frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^2 R^4 L} \right]^{\frac{1}{2}}$$

donde \underline{p}_{R_x} y \underline{p}_{T_x} son los estados de polarización de recepción y transmisión del radar, respectivamente. Esto es: se recurre a la descomposición del eco del píxel en una combinación de sub-procesos polarimétricos distinguibles, generados por sub-dispersores polariméricamente distintos dentro del píxel, cuyas áreas de soporte coinciden con la del píxel –ver Fig. 14(b)–.

La extracción de las propiedades polarimétricas de un píxel puede hacerse de dos grandes maneras:

coherente e incoherentemente. En ambos casos se pueden usar, en general, dos grandes estrategias: una basada en los mecanismos estándares de dispersión polarimétrica, y otra basada en las propiedades algebraicas de las matrices de interés. En la estrategia basada en los denominados mecanismos estándares, las matrices de interés se expanden (descomponen) en una combinación lineal de matrices bases, las cuales modelan cada una un mecanismo estándar de dispersión polarimétrica:

$$[S] = \sum_i \alpha_i [S]_i, [T] = \sum_i \beta_i [T]_i, [C] = \sum_i \gamma_i [C]_i; \quad (103)$$

En el segundo caso, el análisis de ciertas propiedades algebraicas de las matrices de interés permite identificar la propiedades polarimétricas del píxel.

A continuación describiremos algunas de las técnicas de descomposición más recurrentemente usadas en radares de apertura sintética para descomponer polariméricamente el eco de un píxel. Una revisión más completa de este tópico puede ser leída en [49, 57].

4.3.1. Extracción de información mediante descomposición coherente

El objetivo de la descomposición coherente es la de expandir la matriz de SINCLAIR de un píxel en una combinación de procesos de dispersión más simples. La descomposición coherente permite caracterizar, desde el punto de vista polarimétrico, solo blancos puros. La descomposición coherente de $[S]$ no es única, en efecto, existen varias familias de matrices elementales en las que la matriz $[S]$ puede ser descompuesta. Solo algunas de estas, sin embargo, son convenientes. Entre ellas, se encuentran las descomposiciones de PAULÍ, la de KROGAGER y la de CAMERON [54]. En este trabajo describiremos brevemente la descomposición de PAULÍ.

Descomposición de PAULÍ. En la descomposición de PAULÍ la matriz S es «descompuesta» en una suma de tres matrices elementales, cada una de las cuales representa un mecanismo estándar de

dispersión polarimétrica distinto, de acuerdo a la ecuación:

$$\begin{pmatrix} s_{HH} & s_{HV} \\ s_{VH} & s_{VV} \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (104)$$

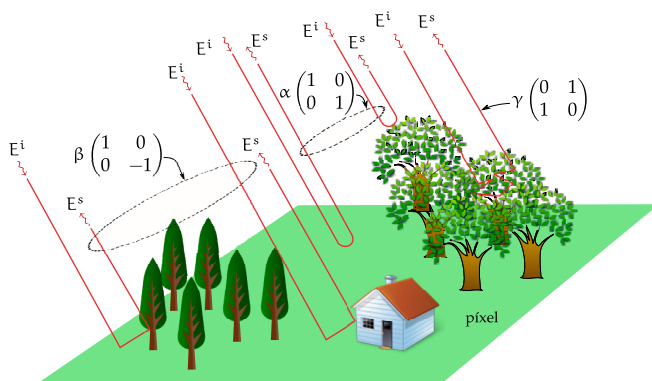


Figura 18: Mecanismos estándares de dispersión polarimétrica presentes en un píxel.

En la Fig. 18 se ilustran los mecanismos estándares de dispersión polarimétrica que la descomposición de PAULÍ discrimina. De esta forma, cada píxel se caracteriza por una terna de parámetros (α, β, γ) , cuyos valores se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones representado por la Ec. (104):

$$\alpha = \frac{s_{HH} + s_{VV}}{\sqrt{2}}, \quad \beta = \frac{s_{HH} - s_{VV}}{\sqrt{2}}, \quad \gamma = \sqrt{2}s_{HV}; \quad (105)$$

El parámetro α cuantifica la reflexión simple, o impar, típica de superficies abiertas: los suelos desnudos suelen tener una respuesta s_{HH} y s_{VV} aproximadamente igual. El parámetro β cuantifica la doble reflexión, o de tipo par, la cual produce un valor elevado de s_{HH} . Este tipo de reflexión se produce típicamente por la interacción del suelo con paredes o troncos de los árboles. Finalmente, el parámetro γ cuantifica la dispersión de tipo volumétrico, la cual, por ejemplo, suele darse en el interior del follaje de los árboles.

Las imágenes polarimétricas basadas en la descomposición de PAULÍ suelen hacerse codificando los parámetros (α, β, γ) en colores. En la

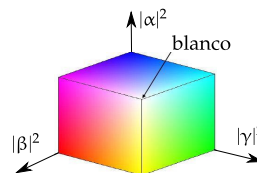


Figura 19: Codificación de los parámetros (α, β, γ) de la descomposición de PAULÍ usando la base cromática RGB [58].

codificación rgb se usan los colores: rojo (*red*), verde (*green*) y azul (*blue*), tal como se muestra en la Fig. 19, de acuerdo al siguiente arreglo de asignaciones:

- $|\beta|^2$ ← rojo
- $|\gamma|^2$ ← verde
- $|\alpha|^2$ ← azul

En la Fig. 20 se muestra una imagen SAR procesada con PolSARpro usando la composición de PAULÍ. Los datos usados como insumos para la construcción de la imagen de la Fig. 20(d) son cortesía de NASA/JPL-Caltech (AIRSAR) y se encuentran disponibles como datos de muestra en *Sample Datasets*.

4.3.2. Extracción de información mediante descomposición incoherente

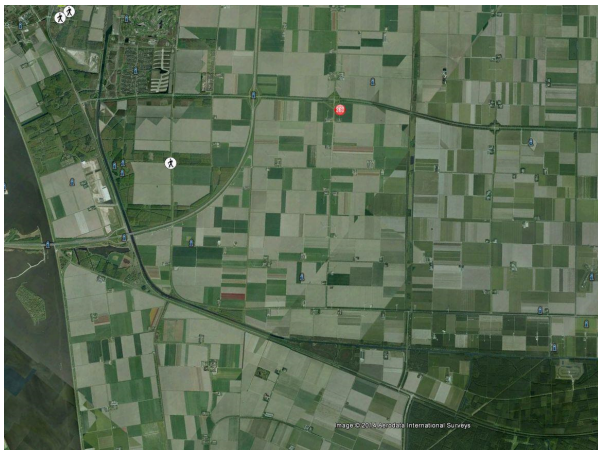
Para blancos distribuidos, la combinación coherente de los ecos particulares de cada sub-dispersor dentro del píxel, produce un eco global cuya amplitud y fase varían de píxel a píxel de forma aleatoria dando lugar al denominado ruido de SPECKLE. El ruido de SPECKLE no permite, en general, la discriminación de los distintos procesos de dispersión a partir de la descomposición coherente de la matriz de SINCLAIR. En estos casos se ha de recurrir a los denominados métodos de descomposición incoherente. En este apartado revisaremos dos métodos de extracción incoherente: la descomposición FREEMAN-DURDEN, la cual es una estrategia basada en los mecanismos estándares de dispersión polarimétrica, y la descomposición H, A, α , la cual se basa en ciertas propiedades algebraicas de la matriz de Coherencia $[T]$.



(a) Ubicación global de la imagen.



(b) Ubicación local de la imagen.



(c) Imagen óptica de un sector de la provincia de Flevoland.



(d) Imagen SAR correspondiente usando la composición de PAULÍ.

Figura 20: Sector de la Provincia de Flevoland de los Países Bajos. En (c) se presenta su imagen SAR construida usando la composición de PAULÍ: $\frac{s_{HH}-s_{VV}}{\sqrt{2}}$, $\sqrt{2}s_{HV}$ y $\frac{s_{HH}+s_{VV}}{\sqrt{2}}$.

Estrategias basadas en los mecanismos estándares de dispersión polarimétrica.

Descomposición de FREEMAN-DURDEN. En la descomposición de FREEMAN-DURDEN [59] la matriz $[T]$ de Coherencia, o la matriz $[C]$ de Covarianza, se descompone en la suma ponderada de tres matrices bases:

$$[T] = f_s[T_s] + f_d[T_d] + f_v\langle[T_v]\rangle_\theta \quad (106)$$

$$[C] = f_s[C_s] + f_d[C_d] + f_v\langle[C_v]\rangle_\theta \quad (107)$$

donde los sub-índices s , d y v están por suelo, diedro y volumen, respectivamente; las matrices

$[T_s]$, $[T_d]$ y $\langle[T_v]\rangle_\theta$ (o $[C_s]$, $[C_d]$ y $\langle[C_v]\rangle_\theta$) modelan los mecanismos estándares de dispersión polarimétrica siguientes: $[T_s]$ ($[C_s]$) la dispersión impar, o de BRAGG [60], producida por una superficie ligeramente rugosa; $[T_d]$ ($[C_d]$) la dispersión par, producida por una esquina horizontal; y $\langle[T_v]\rangle_\theta$ ($\langle[C_v]\rangle_\theta$) la dispersión volumétrica, producida por una nube de partículas aleatoriamente orientadas; y f_s , f_d y f_v son los pesos correspondientes de la descomposición.

La matrices $f_s[T_s]$ y $f_s[C_s]$ se construyen a partir de la matriz de SINCLAIR que modela la dispersión impar producida por la superficie de un suelo de

permitividad relativa ϵ_r , cuando se lo ilumina por el radar con un ángulo de incidencia de φ radianes:

$$[S] = \begin{pmatrix} \rho_H & 0 \\ 0 & \rho_V \end{pmatrix} \quad (108)$$

donde ρ_H y ρ_V son los coeficientes de FRESNEL de reflexión perpendicular $\rho_H = \rho_{\perp}$ y paralelo $\rho_H = \rho_{\parallel}$ del suelo, respectivamente, definidos mediante las ecuaciones (30) y (31). Tales ecuaciones, mediante el uso de la segunda ley de SNELL:

$$\cos \theta = \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \varphi} / \sqrt{2}$$

donde θ es el ángulo de refracción, asumen la forma:

$$\rho_H = \frac{\cos \varphi - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \varphi}} \quad (109)$$

$$\rho_V = \frac{\sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \varphi} - \epsilon_r \cos \varphi}{\sqrt{\epsilon_r + \sin^2 \varphi} + \epsilon_r \cos \varphi} \quad (110)$$

De esta manera se obtiene [1][52]:

$$\underline{k}_{T_s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \rho_H + \rho_V \\ \rho_H - \rho_V \\ 0 \end{pmatrix}, \quad [T_s] = f_s \begin{pmatrix} 1 & b^* & 0 \\ b & |b|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (111)$$

donde:

$$f_s = |\rho_H + \rho_V|^2, \quad b = \frac{\rho_H - \rho_V}{\rho_H + \rho_V} \quad (112)$$

y

$$\underline{k}_{C_s} = \begin{pmatrix} \rho_H \\ 0 \\ \rho_V \end{pmatrix}, \quad [C_s] = f_s \begin{pmatrix} |b|^2 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta^* & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (113)$$

donde:

$$f_s = |\rho_V|^2, \quad \beta = \frac{\rho_H}{\rho_V} \quad (114)$$

La matrices $f_d[T_d]$ y $f_d[C_d]$ se construyen a partir de la matriz de SINCLAIR que modela la dispersión par producida por una esquina

horizontal como, por ejemplo, la intersección del suelo y el tronco de un árbol.

$$[S] = \begin{pmatrix} \rho_{H_s} \rho_{H_t} e^{j2\gamma_H} & 0 \\ 0 & \rho_{V_s} \rho_{V_t} e^{j2\gamma_V} \end{pmatrix} \quad (115)$$

donde ρ_{H_s} y ρ_{V_s} son los coeficientes de reflexión perpendicular y paralelo, respectivamente, del suelo; ρ_{H_t} y ρ_{V_t} son los coeficientes de reflexión perpendicular y paralelo, respectivamente, del tronco; y $e^{j2\gamma_V}$ y $e^{j2\gamma_H}$ son factores de propagación, donde γ_V y γ_H modelan la atenuación y fase que se añaden durante la propagación [52].

De esta manera se obtiene

$$\underline{k}_{T_d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \rho_{H_s} \rho_{H_t} e^{j2\gamma_H} + \rho_{V_s} \rho_{V_t} e^{j2\gamma_V} \\ \rho_{H_s} \rho_{H_t} e^{j2\gamma_H} - \rho_{V_s} \rho_{V_t} e^{j2\gamma_V} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (116)$$

$$[T_d] = f_d \begin{pmatrix} |a|^2 & a & 0 \\ a^* & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (117)$$

donde

$$f_d = |\rho_{H_s} \rho_{H_t} e^{j2\gamma_H} - \rho_{V_s} \rho_{V_t} e^{j2\gamma_V}|^2 \quad (118)$$

$$a = \frac{\rho_{H_s} \rho_{H_t} e^{j2\gamma_H} + \rho_{V_s} \rho_{V_t} e^{j2\gamma_V}}{\rho_{H_s} \rho_{H_t} e^{j2\gamma_H} - \rho_{V_s} \rho_{V_t} e^{j2\gamma_V}} \quad (119)$$

y

$$\underline{k}_{C_d} = \begin{pmatrix} \rho_{H_s} \rho_{H_t} e^{j2\gamma_H} \\ 0 \\ \rho_{V_s} \rho_{V_t} e^{j2\gamma_V} \end{pmatrix}, \quad [C_d] = f_d \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha^* & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (120)$$

donde

$$f_d = |\rho_{V_s} \rho_{V_t}|^2, \quad \alpha = \frac{\rho_{H_s} \rho_{H_t}}{\rho_{V_s} \rho_{V_t}} e^{j2(\gamma_H - \gamma_V)} \quad (121)$$

Las matrices $\langle f_v[T]_v \rangle_{\theta}$ y $\langle f_v[C]_v \rangle_{\theta}$ se utilizan para modelar, usualmente, la vegetación. Para ello se parte de un modelo en forma de nube de partículas. Estas partículas, que hacen las veces de hojas y ramas, pueden tener formas geométricas variadas y orientación aleatoria (ver Figura 21). El uso de una forma geométrica particular, así como de una función de densidad de probabilidad determinada, ha de decidirse en función del tipo de vegetación [61][62].

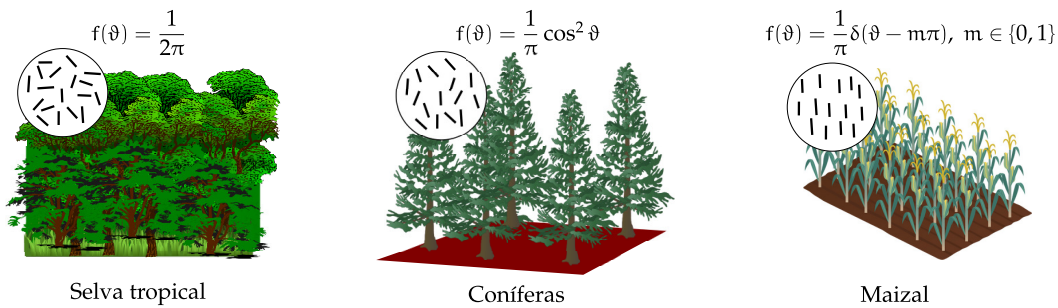


Figura 21: En [61] se sugieren tres tipos de funciones de densidad de probabilidad para definir tres tipos de vegetación. En todas ellas se usa una nube de dipolos cuyas orientaciones varían aleatoriamente. Las funciones de densidad de probabilidad propuestas definen distintos niveles de aleatoriedad, de mayor a menor: una distribución uniforme del ángulo de orientación ϑ : $f(\vartheta) = 1/2\pi$ para la selva tropical, una distribución de ϑ del tipo coseno cuadrado: $f(\vartheta) = \cos^2(\vartheta)/\pi$ para el bosque de coníferas, y una distribución que comprende solo una orientación y su opuesta: $f(\vartheta) = \delta(\vartheta - m\pi)/2, m \in \{0, 1\}$ para el campo de maíz.

Las matrices $\langle f_s[T_v] \rangle_\vartheta$ y $\langle f_s[C_v] \rangle_\vartheta$ se definen tomando la esperanza de las matrices $[T(\vartheta)]$ y $[C(\vartheta)]$:

$$\langle f_s[T_v] \rangle_\vartheta = E\{T(\vartheta)\} = \int_{2\pi} [T(\vartheta)] f(\vartheta) d\vartheta \quad (122)$$

$$\langle f_s[C_v] \rangle_\vartheta = E\{C(\vartheta)\} = \int_{2\pi} [C(\vartheta)] f(\vartheta) d\vartheta \quad (123)$$

donde ϑ es la orientación de la partícula dentro de la nube, $f(\vartheta)$ es la función de densidad de probabilidad de la orientación ϑ , y las matrices $[T(\vartheta)]$ y $[C(\vartheta)]$ se construyen a partir de la matriz $[S(\vartheta)]$ de SINCLAIR de una partícula base, que con una orientación inicial de referencia se la hace rotar ϑ radianes. Si bien podrían utilizarse otros modelos [63, 64], usando como partícula base un dipolo vertical se tiene [61]:

$$[S(\vartheta)] = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{dipolo vertical}} \begin{pmatrix} \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin^2 \vartheta & \sin \vartheta \cos \vartheta \\ \sin \vartheta \cos \vartheta & \cos^2 \vartheta \end{pmatrix} \quad (124)$$

y de este modo:

$$[C(\vartheta)] = \begin{pmatrix} \sin^4 \vartheta & \sqrt{2} \sin^3 \vartheta \cos \vartheta & \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \\ \sqrt{2} \sin^3 \vartheta \cos \vartheta & 2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta & \sqrt{2} \sin \vartheta \cos^3 \vartheta \\ \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta & \sqrt{2} \sin \vartheta \cos^3 \vartheta & \cos^4 \vartheta \end{pmatrix} \quad (125)$$

Sustituyendo la expresión de $[C(\vartheta)]$, dada en la Ec. (125), en la Ec. (123), y usando una función de densidad de probabilidad uniforme $f(\vartheta) = 1/2\pi$, se obtiene la matriz $\langle [C_v] \rangle_\vartheta$ siguiente:

$$\langle [C_v] \rangle_\vartheta = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (126)$$

La matriz $\langle [T_v] \rangle_\vartheta$ de Coherencia puede obtenerse de manera similar resolviendo la integral de la Ec. (122) sustituyendo en ella la expresión de la matriz $[T(\vartheta)]$, o bien a partir de la matriz $\langle [C_v] \rangle_\vartheta$ de Covarianza usando la transformación contenida en la Ec. (95):

$$\langle [T_v] \rangle_\vartheta = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \overbrace{\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}}^{\langle [C_v] \rangle_\vartheta} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (127)$$

Juntando todos los resultados anteriores se

obtiene

$$\begin{aligned}
 [T] &= f_s \begin{pmatrix} 1 & b^* & 0 \\ b & |b|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\
 &+ f_d \begin{pmatrix} |a|^2 & a & 0 \\ a^* & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{f_v}{4} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} f_s + f_d|a|^2 + \frac{f_v}{2} & f_s b^* + f_d a & 0 \\ f_s b + f_d a^* & f_s |b|^2 + f_d + \frac{f_v}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_v}{4} \end{pmatrix} \quad (128)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [C] &= f_s \begin{pmatrix} |\beta|^2 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta^* & 0 & 1 \end{pmatrix} + \\
 &+ f_d \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a^* & 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{f_v}{8} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} f_s |\beta|^2 + f_d |a|^2 + \frac{3f_v}{8} & 0 & f_s \beta + f_d a + \frac{f_v}{8} \\ 0 & \frac{f_v}{4} & 0 \\ f_s \beta^* + f_d a^* + \frac{f_v}{8} & 0 & f_s + f_d + \frac{3f_v}{8} \end{pmatrix} \quad (129)
 \end{aligned}$$

Ambas matrices constituyen un sistema de ecuaciones subdeterminado. La Ec. (129), por ejemplo:

$$f_s |\beta|^2 + f_d |a|^2 + f_v \frac{3}{8} = \langle |s_{HH}|^2 \rangle \quad (130)$$

$$f_s \beta + f_d a + \frac{f_v}{8} = \langle s_{HH} s_{VV}^* \rangle \quad (131)$$

$$\frac{f_v}{4} = \langle |s_{HV}|^2 \rangle \quad (132)$$

$$f_s + f_d + f_v \frac{3}{8} = \langle |s_{VV}|^2 \rangle \quad (133)$$

consiste de 4 ecuaciones y cinco incógnitas, las cuales se reducen a tres ecuaciones con cuatro incógnitas al sustraer la contribución volumétrica $f_v = 4\langle |s_{HV}|^2 \rangle$:

$$f_s |\beta|^2 + f_d |a|^2 = \langle |s_{HH}|^2 \rangle - \frac{3}{2} \langle |s_{HV}|^2 \rangle \quad (134)$$

$$f_s \beta + f_d a = \langle s_{HH} s_{VV}^* \rangle - \langle |s_{HV}|^2 \rangle \quad (135)$$

$$f_s + f_d = \langle |s_{VV}|^2 \rangle - \frac{3}{2} \langle |s_{HV}|^2 \rangle. \quad (136)$$

Para resolver el sistema subdeterminado de ecuaciones –Ecs. (134) a la (136)– habrá de incorporarse alguna hipótesis en el problema. VAN ZYL propone [52, 66]: si $\langle s_{HH} s_{VV}^* \rangle \geq 0$, poner $\alpha = -1$, y si, en cambio, $\langle s_{HH} s_{VV}^* \rangle < 0$, poner $\beta = 1$.

Como la traza de la matriz $[C]$ es una medida de la potencia dispersada

$$P^S = \underbrace{f_s(1 + |\beta|^2)}_{P_s} + \underbrace{f_d(1 + |a|^2)}_{P_d} + \underbrace{f_v}_{P_v}$$

los valores de la potencia retrodispersada por cada mecanismo estándar de dispersión polarimétrica P_s , P_d y P_v pueden utilizarse para generar una imagen SAR usando la base rgb de colores (ver Fig. 22):

$$f_d(1 + |a|^2) \leftarrow \text{rojo} \quad (137)$$

$$f_v \leftarrow \text{verde} \quad (138)$$

$$f_s(1 + |\beta|^2) \leftarrow \text{azul} \quad (139)$$

Estrategias basadas en propiedades algebraicas.

Descomposición H, α, A . Siendo la matriz de Coherencia hermítica, semidefinida positiva, se la puede diagonalizar mediante una transformación unitaria de la forma:

$$[T] = [U][\Lambda][U]^H \quad (140)$$

donde la matriz diagonal $[\Lambda]$ contiene los autovalores reales $\in \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_0$ de $[T]$, y la matriz $[U]$ contiene los autovectores ortonormales \underline{u}_n asociados, con $n = 1, 2, 3$:

$$[\Lambda] = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad [U] = [\underline{u}_1 \quad \underline{u}_2 \quad \underline{u}_3], \quad (141)$$

Esto es: la matriz de Coherencia puede ser descompuesta en una suma de tres matrices $[T_n] = \frac{u_n u_n^H}{\lambda_n}$ de coherencia, cada cual pesada por el correspondiente autovalor:

$$[T] = [T_1] + [T_2] + [T_3] \quad (142)$$

$$= \lambda_1 \underline{u}_1 \underline{u}_1^H + \lambda_2 \underline{u}_2 \underline{u}_2^H + \lambda_3 \underline{u}_3 \underline{u}_3^H. \quad (143)$$

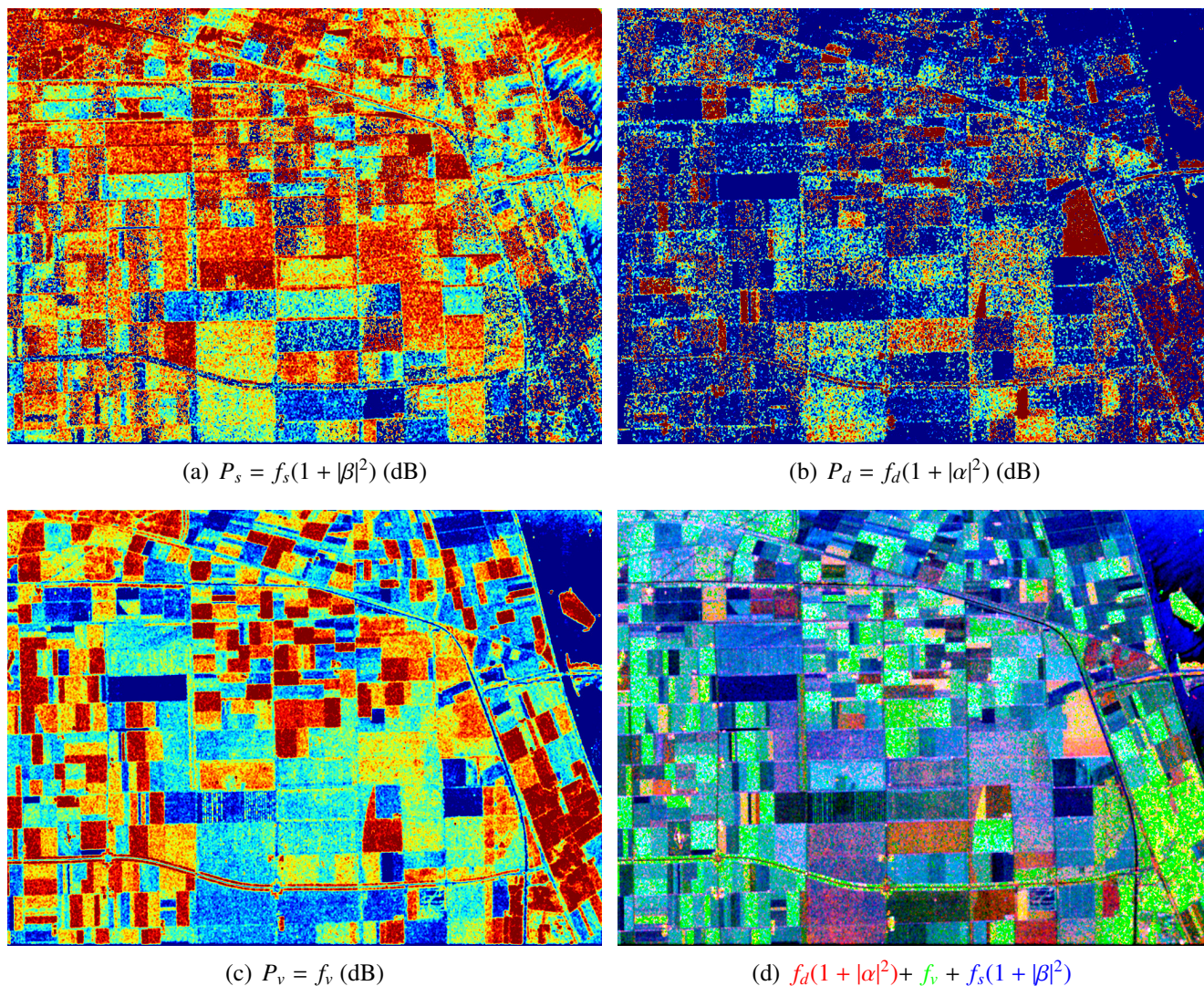


Figura 22: Imagen SAR de un sector de Flevoland construida usando la combinación de la base rgb de colores a partir de los coeficientes de la descomposición de FREEMAN-DURDEN: $f_d(1 + |\alpha|^2)$, f_v y $f_s(1 + |\beta|^2)$.

Cada matriz $[T_n] = \underline{u}_n \underline{u}_n^H$ de coherencia representa una contribución polarimétrica determinada. El autovalor λ_n representa la cantidad de esta contribución, y el autovector \underline{u}_n el tipo de la contribución. Los autovectores \underline{u}_n admiten una definición paramétrica usando los ángulos α_n , β_n , ϕ_n , δ_n y γ_n :

$$\underline{u}_n = \begin{pmatrix} \cos \alpha_n e^{j\phi_n} \\ \sin \alpha_n \cos \beta_n e^{j\delta_n} \\ \sin \alpha_n \sin \beta_n e^{j\gamma_n} \end{pmatrix} \quad (144)$$

donde el ángulo $0 \leq \alpha_n \leq 90^\circ$ se correlaciona con el tipo de blanco, $-180 \leq \beta \leq 180$ es el ángulo de inclinación del blanco respecto a la línea de vista

del radar, y ϕ , δ y γ son ciertos ángulos de fase del blanco [64].

Algunos parámetros estadísticos de la matriz $[T]$ de coherencia permiten identificar el mecanismo dominante de retrodispersión polarimétrica de cada píxel. A partir de la pseudo-probabilidad de ocurrencia de un tipo de blanco determinado

$$P_n = \frac{\lambda_n}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \quad (145)$$

se definen los siguientes parámetros de dispersión polarimétrica.

Parámetro de dispersión polarimétrica $\bar{\alpha}$. El parámetro de dispersión polarimétrica $\bar{\alpha}$ se

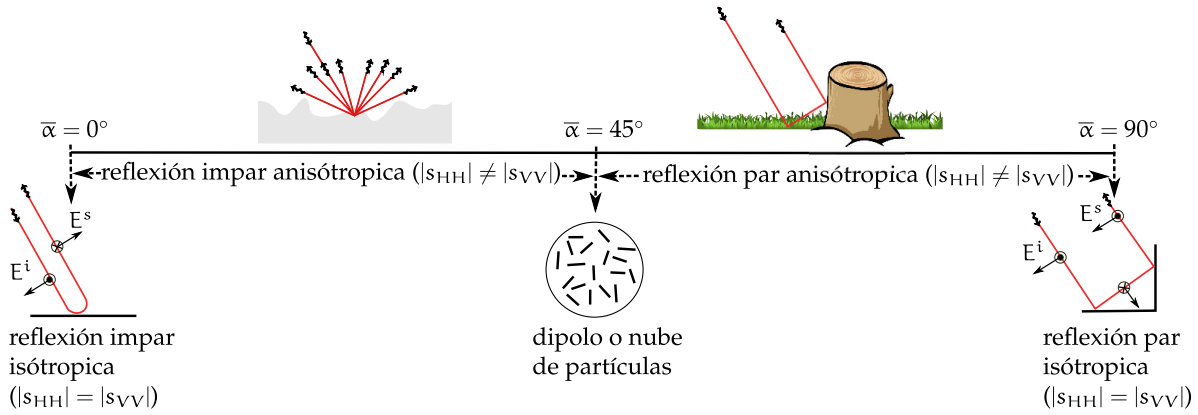


Figura 23: Mecanismos de dispersión asociados al parámetro de dispersión polarimétrica $\bar{\alpha}$.

define como el promedio

$$\bar{\alpha} = \sum_{n=1}^3 \alpha_n P_n.$$

El ángulo promedio $\bar{\alpha}$ es invariante ante una rotación del blanco y se lo utiliza para identificar el mecanismo de retrodispersión polarimétrica dominante del píxel. El valor de $\bar{\alpha}$ varía continuamente en el rango $0 \leq \alpha_n \leq 90^\circ$. Los valores discretos de $\bar{\alpha}$ de 0° , 45° y 90° , así como los valores continuos entre éstos, se asocian a los mecanismos de dispersión polarimétrica específicos que se ilustran en la Fig. 23 y que se describen a continuación.

1. $\bar{\alpha} = 0^\circ$, retrodispersión impar isotrópica $s_{HH} = s_{VV}$ (primera matriz de PAULÍ) [64, 52].
2. $0^\circ \leq \bar{\alpha} \leq 45^\circ$, retrodispersión impar anisotrópica $s_{HH} \neq s_{VV}$ [64, 52].
3. $\bar{\alpha} = 45^\circ$, retrodispersión por un dipolo con orientación arbitraria determinada por $\bar{\beta}$ [67]. También podría representar la retrodispersión anisotrópica causada por una nube de partículas [64, 52].
4. $45^\circ \leq \bar{\alpha} \leq 90^\circ$, retrodispersión par (o múltiple) anisotrópica causada, por ejemplo, por dos superficies dieléctricas ortogonales [64, 52].
5. $\bar{\alpha} = 90^\circ$, retrodispersión par (o múltiple) isotrópica causada, por ejemplo, por dos superficies conductoras ortogonales [64, 52].

Entropía de dispersión polarimétrica H .

La entropía (entropía de SHANNON) de dispersión

polarimétrica H se define como

$$H = - \sum_{n=1}^3 P_n \log_3 P_n. \quad (146)$$

Como los autovalores de la matriz de Coherencia son invariantes ante una rotación del blanco, asimismo lo es H . La entropía H es una medida del desorden estadístico (aleatoriedad) de los diferentes dispersores dentro del píxel [52]:

1. $H = 0$ indica la presencia de un único mecanismo de retrodispersión (uno solo de los autovalores es distinto de cero), el cual, por tanto, es determinístico.
2. Un valor de H bajo (usualmente $H \leq 0,5$) indica la predominancia de un mecanismo de retrodispersión sobre el resto, por lo que la onda se despolariza débilmente.
3. Un valor de H alto (usualmente $H \geq 0,9$) indica la presencia de una mezcla de dispersores puntuales cuyo efecto global despolariza la onda dispersada.
4. $H = 1$ indica un proceso de retrodispersión completamente aleatorio (todos los mecanismos de retrodispersión tienen la misma pseudo-probabilidad) que despolariza la onda dispersada.

Anisotropía de dispersión polarimétrica A .

Como la entropía mide esencialmente la relación entre el autovalor mayor λ_1 y el resto de los autovalores, información relacionada con λ_2 y λ_3 no puede ser extraída de H . La anisotropía A

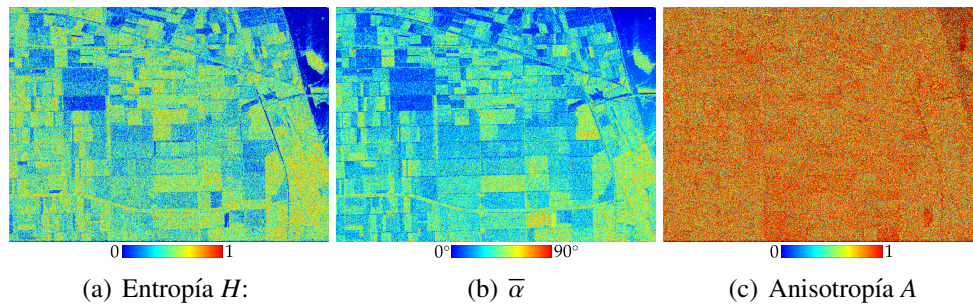


Figura 24: Gráficas de la entropía H , ángulo polarimétrico $\bar{\alpha}$, y anisotropía A de un sector de Flevoland, procesadas con PolSARpro.

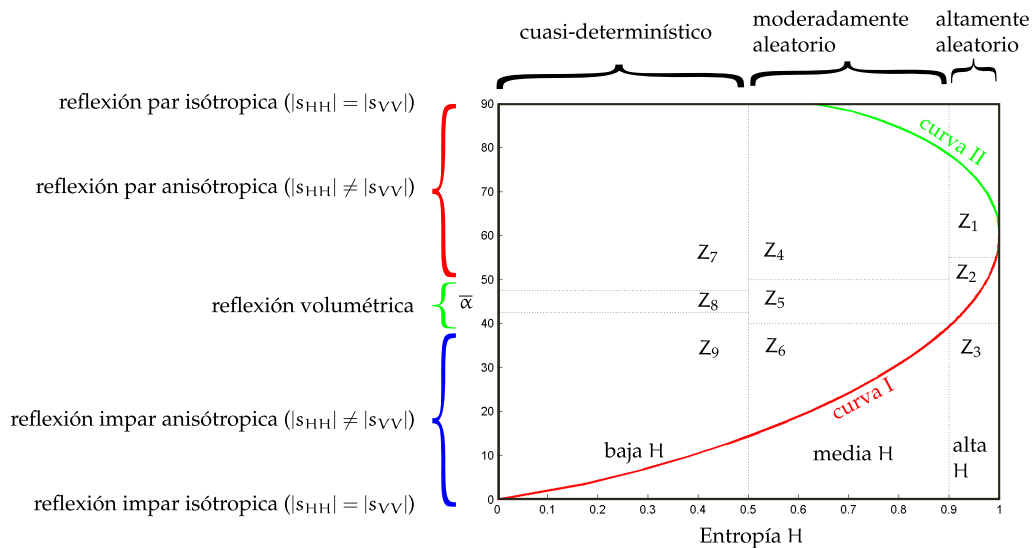


Figura 25: Plano H/α : zona factible y sus particiones .

es una medida de la importancia relativa de los autovalores λ_2 y λ_3 , la cual se define como:

$$A = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \tag{147}$$

Para una entropía cercana a uno ($H \approx 1 \implies \lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_3$) la anisotropía no aporta mayor información sobre la importancia relativa de los autovalores λ_2 y λ_3 , ya que todos los mecanismos de dispersión son equi-probables. Para valores bajos y medios de H la anisotropía contiene información relativa sobre λ_2 y λ_3 . Una anisotropía alta indica que solo el segundo mecanismo de dispersión es importante, mientras que una anisotropía baja indica que el tercer mecanismo de dispersión también lo es [67].

En la Fig. 24 se muestra la distribución de los valores de entropía –Fig. 24(a)–, ángulo promedio

$\bar{\alpha}$ –Fig. 24(b)– y anisotropía A –Fig. 24(c)– de los datos SAR polarimétricos del sector de Flevoland previamente citado.

En la Fig. 24(a) las zonas en azul indican una baja entropía, por lo que el proceso de dispersión es cuasi determinístico, dominado por algún tipo de mecanismo de retrodispersión polarimétrica determinado. En las zonas en amarillo la entropía es media y el proceso de retrodispersión es moderadamente aleatorio. En las zonas en rojo, la dispersión es altamente aleatoria, sin predominancia de ningún mecanismo de dispersión polarimétrico determinado. En la Fig. 24(b), en cambio, las zonas en azul indican una dispersión del tipo impar (reflexión superficial), las zonas en verde dispersión volumétrica, y las zonas en rojo dispersión par. El análisis de la Fig. 24(c) no puede realizarse independiente del de la Figura

24(a). Un valor alto de la anisotropía indica la prevalencia del segundo mecanismo de dispersión sobre el tercero, lo cual tiene sentido solo para valores medios y bajos de la entropía.

Para la clasificación de los píxeles con base en los diferentes mecanismos de retrodispersión polarimétrica se puede trazar un diagrama (de dispersión) de los valores de α versus sus respectivos valores de entropía H . En la Fig. 25 se muestran las 9 clases propuestas originalmente por CLOUDE y POTTIER [68]. En la Fig. 25, las curvas I y II delimitan la región factible de los mecanismos de retrodispersión polarimétrica en el plano H/α , la cual comprende las zonas Z_5, Z_7 y Z_8 y parte de las zonas Z_1, Z_2, Z_4, Z_6 y Z_9 [64].

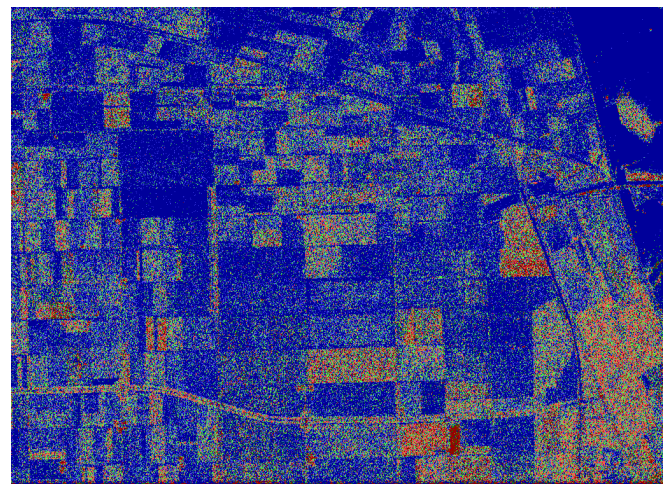
En la Fig. 25 se ha incluido información para proveer al lector de una sucinta descripción de las zonas en las que CLOUDE y POTTIER [68] han subdividido el plano H/α . Una descripción más amplia puede leerse, por ejemplo, en [68, 69].

Con base en el algoritmo de clasificación propuesto por CLOUDE y POTTIER, y mediante el uso de PolSARpro, se ha obtenido la imagen que se muestra en la Fig. 26.

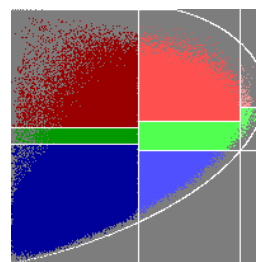
En la Fig. 26(a) se muestra la clasificación de los píxeles de la imagen del sector de Flevoland bajo estudio, codificando con colores las ocho clases de mecanismos de dispersión polarimétrica factibles de la Fig. 25. En la Fig. 26(b) se muestra la codificación de colores usada, y en la Fig. 26(c) se muestra la densidad de píxeles por clases.

4.4. Explotación de los datos SAR en la identificación de litologías

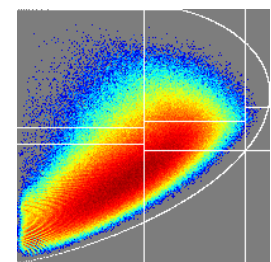
La explotación de datos SAR polarimétricos en la identificación o clasificación de litologías, es muy modesta. Varios estudios orientados a la identificación de litologías en el área de la teledetección se basan en sensores en la banda del infrarrojo y visible [70, 71, 72]. En [73] reportan un estudio polarimétrico, basado en la información provista por AIRSAR, en las bandas P, L y C, para la discriminación de diferentes tipos de blancos, entre: roca desnuda, morrenas, praderas y bosques en los Alpes. Desde el punto de vista litológico, vale la pena mencionar, que se usaron algoritmos para realzar el contraste entre diferentes categorías



(a) Clasificación.



(b) Codificación.



(c) Densidad.

Figura 26: Gráfica de la distribución de las ocho clases ilustradas en el plano $H-\bar{\alpha}$ de la Fig. 25 en la imagen SAR polarimétrica del sector de Flevoland, procesada con PolSARpro: (a) Clasificación de los píxeles de la imagen. (b) Codificación de las clases con colores. (c) Densidad de píxeles por clases.

de superficie, como estrategia para discriminar áreas diferentes, pero no para clasificar el tipo de roca. En [74] se presenta un breve estudio geológico de Le Larzac, un sitio de prueba de 4×4 Kms, con una capa vegetal escasa, ubicado en Francia.

El estudio se fundamenta en el uso de un apropiado filtrado del SPECKLE previo para permitir la detección visual de cambios de vegetación y cambios en la orientación de las facetas de la estructura superficial del terreno, con el propósito de discriminar litologías e identificar características geológicas. Los datos utilizados fueron provistos por E-SAR en las bandas/polarizaciones: $C - HH$ y $X - VV$. También se han publicado trabajos basados en el análisis de la textura para la discriminación de distintas litologías [75].

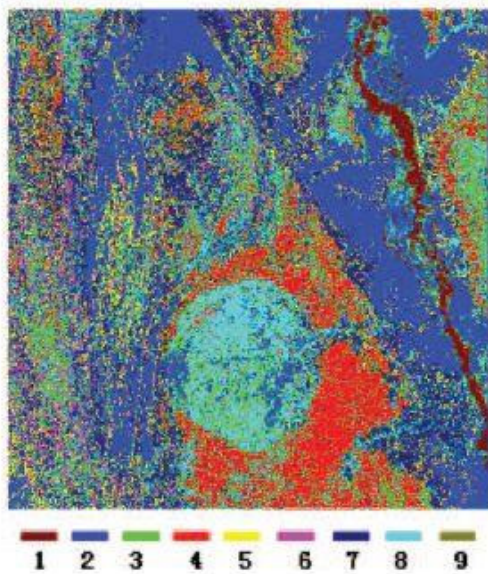


Figura 27: Clases y tipos de rocas identificadas en [76].

En la Ref. [76], por otro lado, se reportan los resultados del uso de los datos polarimétricos provistos por el satélite SIR-C/X-SAR, en las bandas L y C, en el estudio litológico de una formación rocosa alrededor del río Qinghe, al norte de la provincia de Xinjiang, China. Dicha formación rocosa consiste de una distribución dominante de rocas desnudas con ninguna o muy poca vegetación. El estudio consistió en la identificación de diferentes litologías sobre la base de la descomposición de los procesos de dispersión polarimétricos, el cómputo de la entropía H asociada y un algoritmo de clasificación polarimétrica programado con redes neuronales. Lograron definir 9 clases, y entre ellas, 7 tipos de rocas (ver Fig. 27): 1- *dry-river*, 2- campos aluviales/pluviales, 3- piedra arenisca, 4- *plagioporphyrte*, 5- *pebbly sandstone*, 6- esquisto, 7- arcosa dura, 8- *ganitite* y 9- granito blanquecino. La precisión global de la estimación fue calculada en 62.6%. Un estudio similar del mismo sitio de prueba es presentado en [77].

Otro estudio, realizado en un sitio de prueba ubicado en Zhao Qing, al sudeste de China, a partir de los datos suministrados también por el satélite SIR-C/X-SAR, demuestra el gran potencial del análisis polarimétrico a diferentes frecuencias en la detección de características litoestratigráficas y estructurales en zonas cubiertas por vegetación

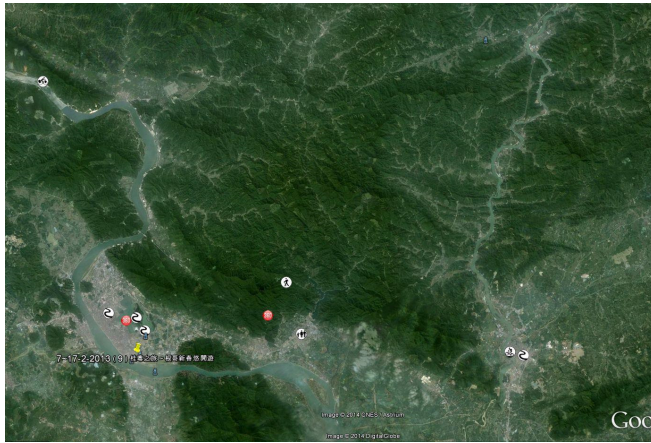
abundante [78]. En este estudio la interpretación geológica se hizo a partir del análisis visual de imágenes SAR coloreadas con diferentes combinaciones del tipo componente polarimétrica/frecuencia. En la Fig. 28 se muestra una de las imágenes procesadas usando la siguiente codificación: $L-HH$ ← rojo, $L-HV$ ← verde y $C-HV$ ← azul.

Como la vegetación del área tenía un desarrollo vertical importante el uso de una longitud relativamente grande con polarización HH permitió la detección de características geológicas debajo del follaje. El sitio fue físicamente visitado antes, durante y después que el radar tomara las imágenes, de modo que la interpretación fue complementada a partir de datos obtenidos directamente en el sitio. Entre los resultados reportados en [78] vale la pena mencionar: la definición de límites entre diferentes unidades litoestratigráficas y la comprobación de fallas.

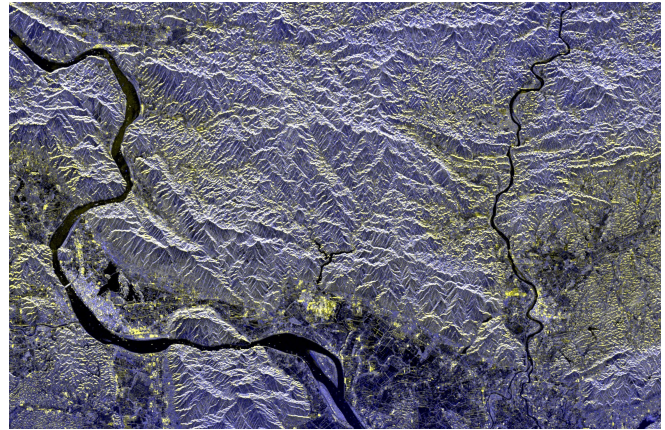
5. Propuestas y recomendaciones

La motivación primera de la revisión realizada es la de fomentar la fundación de una línea de investigación en el área de radares de apertura sintética, en el seno del Instituto Espacial Ecuatoriano. Como el camino natural para la creación de líneas de investigación parte de la generación de temas de tesis, de seguido proponemos un conjunto de temas de tesis, tanto de grado como de postgrado. La mayoría de estas propuestas admiten dos versiones. La primera versión consiste de la aplicación de algoritmos a modelos simulados en una computadora. La segunda versión consiste en la aplicación de los algoritmos a datos SAR reales.

1. Estudio comparativo de dos o mas (hasta completar el estudio de todos) de los distintos algoritmos de construcción de la imagen SAR a partir de su programación en, por ejemplo, MATLAB, o algún otro *software* de cálculo matemático, preferiblemente uno cualquiera de los llamados clones de MATLAB. Entre los clones (*software* libre) de MATLAB se encuentran: Octave y su interfaz QtOctave; Scilab; FreeMat; jMathLab, etc., (ampliar bajo requerimiento) [10, 79, 80, 81].



(a) Captura de pantalla de Google Earth.



(b) Fotograma tomado de Mineral Resources, China.

Figura 28: Sitio de prueba de Zhao Qing en la Provincia de Guangdong, en el sur de China. Este sitio de prueba es una zona con un clima subtropical donde la fuerte lluvia, la gran nubosidad y una espesa vegetación limitan la aplicación de muchas técnicas de observación remota de la tierra [78]. La imagen (a) es una captura de pantalla de Google Earth, apropiadamente rotada para alinearla con la imagen de la derecha. La imagen (b) fue adquirida por el radar de apertura sintética SIR-C / X-SAR a bordo del transbordador espacial Endeavour y construida con el siguiente esquema de colores, según la frecuencia y la polarización de los radares utilizados: el rojo es banda L, transmisión horizontal, recepción horizontal; el verde es banda L, transmisión horizontal, recepción vertical; azul es banda C, transmisión horizontal, recepción vertical [Mineral Resources, China].

2. Estudio comparativo de dos o más (hasta completar el estudio de todos) algoritmos de filtrado del *SPECKLE* en las imágenes SAR, a partir de su programación con un *software* de cálculo matemático (ver punto 1) (ampliar bajo requerimiento).
3. Clasificación polarimétrica de cultivos: proponer un modelo de nube de partícula [63, 64] (definición del tipo de partícula y de la función de densidad de probabilidad) para determinados (potenciales) cultivos. Validar el modelo. Usar el modelo para identificar cultivos. Implica la escritura (programación) de un código con un *software* de cálculo matemático (ver punto 1) (ampliar bajo requerimiento).
4. Estimación de la humedad del suelo (o de la constante dieléctrica efectiva del suelo) a partir de la extracción de la componente polarimétrica correspondiente. Implica la escritura (programación) de un código con un *software* de cálculo matemático (ver punto 1) (ampliar bajo requerimiento).
5. Estudio comparativo de los algoritmos para la extracción de la rugosidad del suelo de las imágenes SAR polarimétricas. Implica la escritura (programación) de un código con un *software* de cálculo matemático (ver punto 1) (ampliar bajo requerimiento).
6. Clasificación polarimétrica de litologías: proponer un modelo de clases de diferentes formaciones litológicas. Validar el modelo. Usar el modelo para identificar litologías con base en su clasificación polarimétrica [76]. Implica la escritura (programación) de un código con un *software* de cálculo matemático (ver punto 1) (ampliar bajo requerimiento).
7. Clasificación polarimétrica de litologías: proponer un modelo de nube de partícula (definición del tipo de partícula y de la función de densidad de probabilidad) para determinadas (potenciales) litologías con una rugosidad superficial que a la frecuencia de operación produzca la despolarización de la onda. Validar el modelo. Usar el modelo para identificar litologías con base en su rugosidad superficial. Implica la escritura (programación) de un código con un *software* de cálculo matemático (ver punto 1) (ampliar bajo requerimiento).

8. Ubicación de fallas mediante el contraste de imágenes SAR a diferentes frecuencias de operación y con diferentes polarizaciones (ampliar bajo requerimiento) [78].

Agradecimientos

El presente trabajo fue patrocinado por el Proyecto Prometeo de la Secretaría de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación de la República del Ecuador.

Referencias

- [1] Marwan Younis Gerhard Krieger Irena Hajnsek Alberto Moreira, Pau Prats-Iraola y Konstantinos P. Papathanassiou. A tutorial on synthetic aperture radar. *IEEE Geoscience and remote sensing magazine.*, 2013.
- [2] CEOS & ESA. *The Earth Observation Handbook*. CEOS & ESA, 2014.
- [3] *Polarimetric Workstation, User Guide*. Ridha Touzi et al. June 2011.
- [4] Huneycutt B.L. Jordan, R.L. y M. Werner. The sir-c/x-sar synthetic aperture radar system. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on (Volume:33 , Issue: 4)*, 1995.
- [5] Ellen R. Stofan; Diane L. Evans; Christianna Schumlious; Benjamin Holt; Jeffrey J. Plaut; Jakob van Zyl; Stephen D. Wall; y Jobea Way. Overview of results of spaceborne imaging radar-c, x-band synthetic aperture radar (sir-c/x-sar). *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing, Vol. 33, no. 4.*, 1995.
- [6] W.L. Weeks. *Antenna Engineering*. McGraw-Hill Inc., 1968.
- [7] Constantine A. Balanis. *Antenna Theory: Analysis and Design*. John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [8] Kiyo Tomiyasu. Tutorial review of synthetic-aperture radar (sar) with applications to imaging of the ocean surface. *Proceedings of the IEEE. Vol. 66. No. 5.*, 1978.
- [9] Roger J. Sullivan. *Radar Foundations for Imaging and Advanced Concepts*. Scitech Publishing, Inc., 2004.
- [10] Mehrdad Soumekh. *Synthetic Aperture Radar. Signal Processing with MATLAB Algorithms*. John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [11] Samiur Rahman. Focusing moving targets using range migration algorithm in ultra wideband low frequency synthetic aperture radar. Master's thesis, School of Engineering. Blekinge Institute of Technology., 2010.
- [12] Carl A. Wiley. Pulsed doppler radar methods and apparatus., July 1965.
- [13] Paul Lorrain y Dale R. Corson. *campos y ondas electromagnéticos*. Selecciones Científicas, Madrid, España, 1972.
- [14] Roald Wangsness. *Campos electromagnéticos*. Editorial LIMUSA, S.A., 2001.
- [15] Elements of Electromagnetics. *Elements of Electromagnetics*. Oxford University Press., 2014.
- [16] Frederick J. Milford John R. Reitz y Robert W. Christy. *Fundamentos de la teoría electromagnética*. Addison-Wesley Iberoamericana., USA, 1984.
- [17] Roger F. Harrington. *TIME-HARMONIC ELECTROMAGNETICS FIELDS*. McGraw-Hill, U.S.A., 1961.
- [18] John L. Volakis y Kubilay Sertel. *Integral Equation Methods for Electromagnetics*. SciTech Publishing, Inc., 2012.
- [19] C.P . Neo V. V . Varadan L.F .C hen, C.K . Ong y V. K . Varadan. *Microwave Electronics. Measurement and Materials Characterization*. John Wiley & Sons, Ltd., 2004.
- [20] Moore R.K. Ulaby F.T. y Fung A.K. *Microwave Remote Sensing: Active and Passive*. Artech House, Dedham, MA., 1982.
- [21] Pabitra N. Sen y W. C. Chew. The frequency dependent dielectric y conductivity of sedimentary rocks. *Journal of Microwave Power, 18(1)*, 1983.
- [22] Myron C. Dobson Mohamed A. El-Rayes Martti T. Hallikainen, Fawwaz T. Ulaby and Lin-Kun Wu. Microwave dielectric behavior of wet soil-part 1: Empirical models y experimental observations. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. Vol. GE-23, No. 1, January.*, 1985.
- [23] Brent D. Fuller y Stanley H. Ward. Linear system description of the electrical parameters of rocks. *Transactions on geoscience electronics, Vol. Ge-8, no. 1.*, 1970.
- [24] R. D. Carroll J. H. Scott y D. R. Cunningham. Dielectric constant y electrical conductivity measurements of moist rock: a new laboratory method. *J. Geophys. Res., vol. 72, pp. 5101-5115.*, 1967.
- [25] R. L. Smith-Rose. Electrical measurements on soil with alternating currents. *J. IEE (London), vol. 75, pp. 221-237*, 1934.
- [26] A. G. Tarkhov. Resistivity y dielectric constant of rocks in alternating current fields. *Vses. Nauchn.-Issled. Geol. Inst. Materialy Geofiz., vol. 12, pp. 3-42.*, 1948.
- [27] C. D. Ferris. Four-electrode electronic bridge for electrolyte impedance determinations. *ev. Sci. Instr., vol. 34, pp. 109-111.*, 1963.
- [28] Jr. N. B. Keevil y S. H. Ward. Electrolyte activity: its effect on induced polarization. *Geophysics, vol. 27, pp. 677-690.*, 1962.
- [29] S. R. Gupta y G. J. Hills. A precision electrode-less conductance cell for use at audio-frequencies. *J. Sci. Instr., vol. 33, pp. 313-314.*, 1956.
- [30] D. Malmquist. Eine elektromagnetische methode zur bestimmung der elektrischen leitfähigkeit und magnetischen permeabilitat von bohrkernen, freiburger forschungshefte. *Geophysik, vol. 32, pp. 20-39.*, 1957.
- [31] L. E. Cross y C. F. Groner. A noncontact method for

- dielectric measurements. *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, vol. IM-13, pp. 312-318., 1964.
- [32] T. Ogawa. Measurement of the electrical conductivity and dielectric constant without contacting electrodes. *J. Appl. Phys.*, vol. 32, pp. 583-592., 1961.
- [33] R. C. Powell y A. L. Rasmussen. A radio-frequency permittimeter. *IRE Trans. Instrumentation*, vol. 1-9, pp. 179-184., 1960.
- [34] Constantine Balanis. *Advanced Engineering Electromagnetics*. John Wiley & Sons, Ltd., 1989.
- [35] John David Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [36] J.M. Bennett y L. Mattsson. Introduction to surface roughness and scattering. *Optical Society of America*, 1989.
- [37] Didier Massonnet & Jean-Claude Souyris. *Imaging with synthetic aperture radar*. CRC Press, Taylor and Francis Group, LLC, 2008.
- [38] J. A. Stratton y L. J. Chu. Diffraction theory of electromagnetic waves. *PHYSICAL REVIEW*, Vol. 56., 1939.
- [39] X. L. Zhou. On uniqueness theorem of a vector function. *Progress In Electromagnetics Research, PIER65*, pages 93 – 102, 2006.
- [40] Kamal Sarabandi, Yisok Oh, y Fawwaz T. Ulaby. A numerical simulation of scattering from one-dimensional inhomogeneous dielectric random surfaces. *IEEE transactions on geoscience y remote sensing*, 34(2), 1996.
- [41] M.F. Chen, K.S. Chen, y A.K. Fung. A study of the validity of the integral equation model by moment method simulation – cylindrical case. *Remote Sensing of Environment*, 29(3):217 – 228, 1989.
- [42] Adrian K. Fung, Milind R. Shah, y Saibun Tjuatja. Numerical simulation of scattering from three-dimensional randomly rough surfaces. *IEEE transactions on geoscience y remote sensing*, (5), 1994.
- [43] A. Taflove y S. C. Hagness. *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, 2005.
- [44] Niko E, C Verhoest, Hans Lievens, Wolfgang Wagner, Jesús Álvarez Mozos, M. Susan Moran, y Francesco Mattia. On the soil roughness parameterization problem in soil moisture retrieval of bare surfaces from synthetic aperture radar. *Sensors*, 2008.
- [45] A. K. Fung y H. J. Eom. Note on the kirchhoff rough surface solution in backscattering. *Radio Science, Volume 16, Issue 3, pages 299-302.*, May-June 1981.
- [46] Y. Oh. Robust inversion technique for retrieving soil moisture from multi-polarised backscatter of bare surface. *Electronics letters. Vol.42 No.7.*, 2006.
- [47] D. Singh R. Prakash y N. P. Pathak. The effect of soil texture in soil moisture retrieval for specular scattering at c-band. *Progress In Electromagnetics Research, Vol. 108, 177-204.*, 2010.
- [48] M.M. Rahman, M.S. Moran, D.P. Thoma, R. Bryant, C.D. Holifield Collins, T. Jackson, B.J. Orr, y M. Tischler. Mapping surface roughness y soil moisture using multi-angle radar imagery without ancillary data. *Remote Sensing of Environment 112: 391 –402.*, 2008.
- [49] E. Pottier J.S. Lee. *Polarimetric Radar Imaging From Basics to Applications*. CRC Press., 2009.
- [50] Jakob Van Zyl y Yunjin Kim. *Synthetic Aperture Radar Polarimetry*. Jet Propulsion Laboratory., 2010.
- [51] Temesgen Gebrie Yitayew. Multi-sensor data fusion y feature extraction for forest applications. Master's thesis, Faculty of Science y Technology, Department of Physics y Technology. University of Tromsø., 2012.
- [52] Shriniwas Agashe. Polarimetric decomposition of sar data for forest structure assessment. Master's thesis, Department of Earth y Space Sciences, Chalmers University of Technology., 2013.
- [53] Stein Erik Sakshaug. Evaluation of polarimetric sar decomposition methods for tropical forest analysis. Master's thesis, Faculty of Science y Technology, Department of Physics y Technology. University of Tromsø., 2013.
- [54] ESA. *Polarimetric decompositions*. European Space Agency.
- [55] Armando Marino. *A new target detector based on geometrical perturbation filters for polarimetric Synthetic Aperture Radar (POL-SAR)*. PhD thesis, The University of Edinburgh, School of Geosciences., 2010.
- [56] Stian Normann Anfinnsen. *Statistical Analysis of Multilook Polarimetric Radar Images with the Mellin Transform*. PhD thesis, Faculty of Science y Technology, Department of Physics y Technology. University of Tromsø., 2010.
- [57] R. Cloude y E. Pottier. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. *IEEE Trans. Geoscience y Remote Sensing*, 34(2):498-518., 1996.
- [58] ESA. Polarimetry tutorial: Tutorial on radar polarimetry, single vs multi-polarisation sar data.
- [59] Anthony Freeman y Stephen L. Durden. A three-component scattering model for polarimetric sar data. *IEEE Trans. Geoscience y Remote Sensing*, 36(3):963-973, 1998.
- [60] C. R. Jackson y J. R. Apel. Editors. *Synthetic Aperture Radar Marine User's Manual*. National Oceanic y Atmospheric Administration (NOAA), 2004.
- [61] Motofumi Arii. *Retrieval of soil moisture under vegetation using polarimetric radar*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2009.
- [62] Laurent Ferro-Famil Maxim Neumann y Eric Pottier. A general model-based polarimetric decomposition scheme for vegetated areas. In *Proc. of 4th Int. Workshop on Science y Applications of SAR Polarimetry y Polarimetric Interferometry – PolInSAR 2009'*, 26–30. Frascati, Italy (ESA SP-668, April

- 2009)., January 2009.
- [63] Maxim Neumann, Laurent Ferro-Famil, y Eric Pottier. A general model-based polarimetric decomposition scheme for vegetated areas. In *Proc. of 4th Int. Workshop on Science y Applications of SAR Polarimetry y Polarimetric Interferometry – PolInSAR 2009*, 26–30 January 2009, Frascati, Italy (ESA SP-668, April 2009)., 2009.
- [64] Juan M. Lopez-Sanchez Shane R. Cloude, Joaquim Fortuny y Alois J. Sieber. Wide-band polarimetric radar inversion studies for vegetation layers. *IEEE Transactions on geoscience y remote sensing*, vol. 37, no. 5., 1999.
- [65] Ruchi Verma. Polarimetric decomposition based on general characterisation of scattering from urban areas y multiple component scattering model. Master's thesis, Faculty of Geo-Information Science y Earth Observation of the University of Twente. The Netherlands., 2012.
- [66] Van Zyl. Unsupervised classification of scattering behavior using radar polarimetry data. *IEEE Transaction on Geoscience y Remote Sensing*, 27, 36–45., 1989.
- [67] Martin Hellmann. SAR Polarimetry Tutorial.
- [68] S. R. Cloude y E. Pottier. An entropy based classification scheme for land application of polarimetric sar. *IEEE Transactions on Geoscience y Remote Sensing*., 1997.
- [69] Mitsunobu Sugimoto. *SAR Image Analysis y Target Detection Utilizing Polarimetric Information*. PhD thesis, Graduate School of Science y Engineering. National Defense Academy., 2013.
- [70] Woinshet Taye. Lithological boundary detection using multi-sensor remote sensing imagery for geological interpretation. Master's thesis, Faculty of Geo-Information Science y Earth Observation. University of Twente. Enschede, The Netherlands., 2011.
- [71] Sabreen Gad y Timothy Kusky. Aster spectral ratioing for lithological mapping in the arabian-nubian shield, the neoproterozoic wadi kid area, sinai, egypt. *Gondwana Research. Vo. 11. No. 3.*, 2007.
- [72] Na Li. *Textural y Rule-based Lithological Classification of Remote Sensing Data, y Geological Mapping in Southwestern Prieska Sub-basin, Transvaal Supergroup, South Africa*. PhD thesis, Fakultät für Geowissenschaften der Ludwig-Maximilians-Universität München., 2010.
- [73] K. P. Papathanassiou y M. F. Buchroithner. Signature analysis of multifrequency polarimetric nasa dc-8 airsar data alpine geo-applications. *EARSeL Advances in Remote Sensing, Vol. 2, No. 1-I.*, 1993.
- [74] E. Nezry ; A. Beaudoin; A. Lopes; y J. P. Rudant. Pre-processing of multifrequency sar images: application to geological study of karstic formations (le larzac-france). In *Geoscience y Remote Sensing Symposium, 1993. IGARSS '93. Better Understanding of Earth Environment., International*, 1993.
- [75] Li Wang ; Universiti de Sherbrooke ; Dong-Chen He. Recognition of lithological units in airborne sar images using new texture features. 1990.
- [76] JiaoJiao Gao Qulin Tan y Xiaofang Li. Application of sar remote sensing data to lithological mapping: a case study in railway geological survey. In *IEEE Geoscience y Remote Sensing Symposium Proceedings, 1998. IGARSS '98, 2009*.
- [77] Wang CDuizhen; Guo Huadong; y Shao Yan. Lithological classification in mountain area with polarimetric decomposition. In *Geoscience y Remote Sensing Symposium Proceedings, 1998. IGARSS '98. 1998 IEEE International*, 1998.
- [78] Shao Yun Guo Huadong, Zhu Liangpu y Lu Xinqiao. Detection of structural y lithological features underneath a vegetation canopy using sir-c/x-sar data in zhao qing test site of southern china. *Journal of Geophysical Research, Vol. 101, No. E10*, 101:23101–23108, 1996.
- [79] Samiur Rahman. Focusing moving targets using range migration algorithm in ultra wideband low frequency synthetic aperture radar. Master's thesis, School of Engineering. Blekinge Institute of Technology, Sweden., 2010.
- [80] Gregory L. Charvat. *Small y Short-Range Radar Systems*. CRC Press, 2014.
- [81] Hacene AKLIOUAT, Youcef SMARA, y Lynda BOUCHEMAKH. Synthetic aperture radar image formaton process: application to a region of north algeria. In *Proc. Envisat Symposium 2007, Montreux, Switzerland. 23–27 April (ESA SP-636, July 2007).*, 2007.